UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
Fundação Instituída nos termos da Lei 5.152 de 21/10/1966 - São Luís - MA

Centro de Ciências Exatas e Tecnologia
Curso de Matemática – Licenciatura Plena

Gustavo Pinheiro Araujo

Transposição Didática e Inteligência Artificial: Explorando o Uso do *ChatGPT* no Ensino de Matemática

São Luís - MA
2025

Gustavo Pinheiro Araujo

Transposição Didática e Inteligência Artificial: Explorando o Uso do *ChatGPT* no Ensino de Matemática

Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) apresentada à Coordenadoria dos cursos de Matemática, da Universidade Federal do Maranhão, como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Curso de Matemática – Licenciatura Plena

Universidade Federal do Maranhão

Orientadora: Profa. ª Dr. ª Vanessa Ribeiro Ramos

Coorientadora: Prof. ª Dr.ª Kayla Rocha Braga

São Luís - MA

2025

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Diretoria Integrada de Bibliotecas/UFMA

Araujo, Gustavo Pinheiro.
Transposição Didática e Inteligência Artificial : explorando o uso do ChatGPT no Ensino de Matemática / Gustavo Pinheiro Araujo. - 2025.
22 p.

Coorientador(a) 1: Kayla Rocha Braga.
Orientador(a): Vanessa Ribeiro Ramos.
Monografia (Graduação) - Curso de Matemática, Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2025.

1. Tecnologia. 2. Didática Francesa. 3. Percurso de Ensino e Pesquisa. 4. Sistemas de Equações Lineares. I. Braga, Kayla Rocha. II. Ramos, Vanessa Ribeiro. III. Título.

Gustavo Pinheiro Araujo

Transposição Didática e Inteligência Artificial: Explorando o Uso do *ChatGPT* no Ensino de Matemática

Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) apresentada à Coordenadoria dos cursos de Matemática, da Universidade Federal do Maranhão, como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Trabalho **APROVADO**. São Luís - MA, 28/02/2025

Profa. ª Dr. ª Vanessa Ribeiro Ramos
DEMAT/UFMA
Orientadora

Prof.ª Dr.ª Valdiane Sales Araujo
DEMAT/UFMA
Primeira Examinadora

Prof.ª Dr.ª Renata de Farias Limeira Carvalho

Segunda Examinadora

À minha mãe e ao meu pai, por me ensinarem a ser quem eu sou.

Agradecimentos

A conclusão deste trabalho representa não apenas o encerramento de um ciclo acadêmico, mas também a soma dos esforços, incentivos e apoio de muitas pessoas que, de alguma forma, contribuíram para que essa jornada fosse possível.

Em primeiro lugar, expresso minha profunda gratidão à minha orientadora Vanessa Ribeiro Ramos e à minha coorientadora Kayla Rocha Braga pelo acompanhamento, conselhos, paciência e dedicação ao longo dessa caminhada. Suas orientações foram fundamentais para a construção deste trabalho e para o meu crescimento acadêmico e pessoal.

Aos meus pais, Josiclea Boas Pinheiro e Reinaldo Mendes Araújo, pelo amor incondicional, pelo apoio em todos os meus sonhos, pelo suporte em todos os momentos e por sempre acreditarem em mim, mesmo quando eu duvidei. Sem vocês, nada disso teria sido possível.

Às minhas irmãs, Letícia Pinheiro Araújo e Emilly Viegas Damasceno, que sempre estiveram ao meu lado, me apoiando, incentivando e trazendo leveza aos dias mais difíceis. Elas cumprem o papel de irmãs, amigas e conselheiras. Obrigado por serem minha fortaleza e minha inspiração.

Aos meus amigos, que compartilharam comigo essa trajetória, seja nos momentos de estudo intenso ou nos de descontração e descanso. A companhia e o apoio de vocês tornaram essa jornada muito mais especial. Sinto que, sem a presença de vocês em minha vida, eu não conseguiria chegar onde cheguei. Vocês foram um refúgio nos meus momentos mais difíceis, mesmo sem saberem. Foram amigos, irmãos e família. Sou eternamente grato por todos os amigos que a vida me deu.

E, por fim, a toda a minha família, que sempre esteve presente, torcendo por mim e me motivando a seguir em frente. Aos meus primos, em especial à minha prima Adriana Araújo Cunha, por me apoiar na minha vida pessoal e acadêmica. A todos os meus tios e tias que ajudaram na minha criação e, principalmente, aos meus avós: Conrado Rodrigues Pinheiro *(in memoriam)*, Maria da Conceição Boas Pinheiro, Antônio Faustino Araújo e Maria dos Anjos Mendes Araújo, por serem uma inspiração de amor, força, coragem e perseverança em minha vida. O carinho e a confiança de vocês foram essenciais para que eu chegasse até aqui.

*"Presentemente eu posso me considerar um sujeito de sorte.
Porque apesar de muito moço, me sinto são e salvo e forte"*

Belchior (1946 – 2017)

Resumo

Nos últimos anos, o cenário educacional tem passado por transformações devido a avanços teóricos e tecnológicos. A Teoria da Transposição Didática (TTD) de Yves Chevallard é central para compreender como o conhecimento acadêmico é transposto para o contexto escolar. Paralelamente, a inteligência artificial (IA), especialmente o *ChatGPT*, tem revolucionado o ensino ao fornecer suporte automatizado na resolução de problemas e geração de texto. Integrar o *ChatGPT* no processo educativo da matemática oferece novas oportunidades para uma abordagem mais interativa e personalizada, mas também exige uma análise crítica das respostas geradas para garantir sua adequação e utilidade. Este estudo investiga como a combinação da TTD com ferramentas de IA pode aprimorar a aprendizagem e promover a autonomia e o pensamento crítico dos alunos por meio da análise de soluções elaboradas com o uso do *ChatGPT*.

Palavras-chave: Tecnologia. Didática francesa. Percurso de ensino e pesquisa. *ChatGPT*. Sistema de Equações Lineares

Abstract

In recent years, the educational landscape has been transformed by theoretical and technological advancements. Yves Chevallard's Theory of Didactic Transposition (TTD) is central to understanding how academic knowledge is adapted for teaching. Meanwhile, artificial intelligence (AI), particularly *ChatGPT*, has revolutionized education by providing automated support in problem-solving and text generation. Integrating *ChatGPT* into math education offers new opportunities for a more interactive and personalized approach but also requires critical analysis of the generated responses to ensure their suitability and utility. This study explores how combining TTD with AI tools can enhance learning and foster student autonomy and critical thinking through the analysis of solutions obtained using *ChatGPT*.

Keywords: Technology. French Didactics. Teaching and Research Path. *ChatGPT*. System of Linear Equations

Sumário

Introdução

Nos últimos anos, o cenário educacional tem sido aprimorado por uma combinação de avanços teóricos e tecnológicos que redefinem a forma como o conhecimento é repassado e apreendido. Dentre essas inovações, a Teoria da Transposição Didática (TTD), desenvolvida por Yves Chevallard, surge como um pilar fundamental para entender a adaptação e a transformação do conhecimento científico em saberes ensináveis. Chevallard (1991) propôs que o conhecimento acadêmico, originalmente formulado em contextos de pesquisa avançada, precisa passar por um processo de "transposição" para se tornar acessível e compreensível para os alunos nas instituições de ensino. Esse processo envolve duas etapas principais: a transposição didática externa e interna, que ajustam o saber científico para se adequar às condições de ensino.

Simultaneamente, uma revolução tecnológica introduziu ferramentas inovadoras que impactaram significativamente o ambiente educacional. A inteligência artificial (IA), em particular, tem ganhado destaque no dia a dia das pessoas, principalmente no que se diz respeito a otimização de tempo e a execução de tarefas simples, que podem ser resolvidas com o auxílio desses recursos. Entre essas ferramentas, o Generative Pre-trained Transformer, mais conhecido como *ChatGPT*, desenvolvido pela OpenAI, se destaca como um exemplo notável de como a IA pode ser aplicada no contexto educacional. O *ChatGPT* é capaz de gerar textos em uma ampla gama de contextos, oferecendo uma nova forma de interação e apoio na formulação e resolução de problemas.

A teoria da transposição didática, proposta por Chevallard, enfatiza a importância de adaptar o conhecimento para torná-lo acessível aos alunos. Esta teoria não apenas analisa o processo de transformação do conhecimento acadêmico, mas também fornece uma estrutura para entender como as práticas educativas podem ser ajustadas para melhorar a eficácia do ensino. A aplicação dessa teoria ao uso de tecnologias, como o *ChatGPT*, oferece uma perspectiva inovadora sobre como essas ferramentas podem ser usadas para facilitar o aprendizado e o aprimoramento da compreensão dos conceitos matemáticos.

Por outro lado, o *ChatGPT*, como uma ferramenta baseada em IA, representa um avanço significativo na capacidade de gerar e interagir com o conhecimento de forma automatizada. A capacidade do software de fornecer respostas rápidas e contextualizadas pode apoiar potencialmente os professores na elaboração de atividades e na personalização do ensino. No entanto, é crucial analisar como as respostas geradas pela IA se alinham com as práticas pedagógicas e como podem ser integradas de maneira eficaz no contexto da transposição didática.

A integração da IA no ensino da matemática não é isenta de desafios. A eficácia do *ChatGPT* como ferramenta pedagógica depende da forma como as respostas são interpretadas e utilizadas pelos professores e alunos. O risco de erros e a necessidade de avaliação crítica das soluções propostas pela IA são aspectos que devem ser cuidadosamente considerados. A transposição didática oferece uma base para compreender como adaptar o conhecimento gerado pela IA para o contexto educativo, garantindo que ele seja adequado e útil para o aprendizado dos alunos.

O uso do *ChatGPT* no ensino da matemática pode promover uma abordagem mais interativa e personalizada, permitindo que os alunos explorem conceitos de forma mais dinâmica. No entanto, esta aplicação requer uma análise crítica das soluções fornecidas pela IA e uma integração cuidadosa no processo educativo. A transposição didática pode ajudar a garantir que o conhecimento matemático seja apresentado de maneira acessível e compreensível, mesmo quando mediado por tecnologias avançadas.

Nessa visão, esta pesquisa busca entender o potencial do uso de IAs, como o *ChatGPT*, no processo de ensino e aprendizagem da matemática, como um recurso didático pedagógico que pode desenvolver, juntamente com a aplicação do Percurso de Ensino e Pesquisa proposto na Teoria da Transposição Didática de Chevallard, a autonomia e a visão crítica em relação a conteúdos estudados, através da análise de soluções realizadas pelo *ChatGPT* e da resolução de questões e identificação da presença ou não de erros nas respostas dadas pela IA.

Optou-se por trabalhar com sistemas de equações lineares, pois o conteúdo desempenha um papel essencial na Álgebra Linear e possui aplicações em diversas áreas do conhecimento, como Engenharia, Economia, Física e Ciência da Computação. Na Educação Básica, esse tema é introduzido no Ensino Fundamental com equações do primeiro grau e sistemas simples, sendo aprofundado no Ensino Médio com a resolução de sistemas lineares por métodos algébricos, como substituição, adição e escalonamento. Além disso, observa-se que o conteúdo abrange uma grande variedade de métodos de resolução, o que possibilita uma maior diversidade nas soluções fornecidas pelo *ChatGPT*.

1 Transposição Didatica e o uso do *ChatGPT* no ensino de Matemática

Nos últimos anos, o campo da educação matemática tem sido profundamente impactado por novas abordagens teóricas e avanços tecnológicos. Entre as contribuições mais influentes está a teoria da transposição didática, desenvolvida por Yves Chevallard, que analisa a transformação do conhecimento científico em saberes ensináveis nas instituições educacionais. Paralelamente, a inteligência artificial (IA) tem se tornado cada vez mais presente no ambiente educacional, oferecendo novas ferramentas para o ensino e a aprendizagem. Este artigo busca explorar a interseção entre essas duas áreas, investigando como a transposição didática pode ser entendida e aplicada no contexto da utilização da IA na educação.

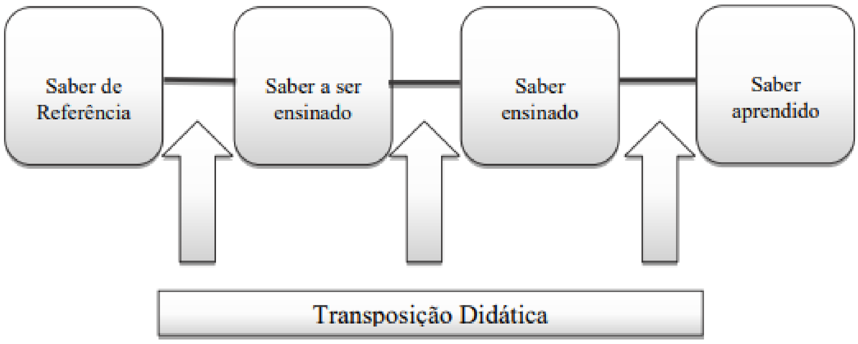
1.1 Transposição Didática

As teorias relacionadas à Didática da Matemática Francesa possuem uma importância fundamental na construção de uma Didática da Matemática socioconstrutivista, e apresentam uma abordagem para uma aprendizagem como processo social. Dentre as teorias relacionadas a didática em questão, destacam-se a Transposição Didática de Yves Chevallard, os Obstáculos epistemológicos de Gaston Bachelard, Teoria das Situações Didáticas e Contrato Didático de Guy Brousseau, a Engenharia Didática de Artigue, dentre outras. Nesta pesquisa, destaca-se o uso da Transposição Didática como principal fundamento teórico no desenvolvimento das atividades.

Nascido em 1946, Chevallard recebeu destaque como pesquisador francês no campo da educação, especialmente na matemática, onde possui formação acadêmica. Chevallard dedicou grande parte de sua carreira ao estudo e desenvolvimento de teorias educacionais que buscam entender e melhorar o ensino e a aprendizagem. Dentre as suas teorias, destaca-se a Teoria da Transposição Didática (TTD).

Na teoria de Chevallard (1991) é apontada a passagem de um conhecimento acadêmico, para um conhecimento a ser ensinado nas escolas. Tal passagem é apresentada a partir de uma trajetória do saber, onde o conhecimento se apresenta inicialmente como um Saber Sábio (ou Saber de Referência), elaborado por cientistas, em ambientes de pesquisa como laboratórios ou Universidades e, ao passar por um processo chamado de Transposição Didática Externa (Stricto Sensu) transforma-se em um Saber a Ensinar, um saber ligado a didática ou aquilo que será ensinado e que está presente nos diferentes materiais e estratégias de ensino, como livros didáticos, pesquisas científicas, artigos e outras produções. Este saber passa por um segundo processo chamado de Transposição Didática Interna (Lato Sensu) e transforma-se no Saber Ensinado, que refere-se ao que é aprendido pelo aluno a partir das adaptações feitas pelo professor e que ao sofrer uma interação com os alunos, será transformado em saber aprendido. Segundo Chevallard (1991), a transposição didática é o processo pelo qual o saber científico é transformado em saber escolar, adequando-o às condições de ensino e às características do público-alvo. Marandino et al.(2016) sintetizou esse processo no esquema abaixo:

Figura 1.1 – – Esquema representando o processo de transposição didática.



Fonte: Marandino et al. (2016)

Marandino et al. (2016) destaca que "para Chevallard (1991) a TTD considera que novos saberes são produzidos para ambientes distintos do de sua origem, e as transformações que ocorrem neste não são meras simplificações" (Marandino, 2016). O entendimento de tal processo é fundamental para a estruturação do sentido à teoria, visto que "evidencia a diferença qualitativa dos saberes, uma vez que estes se encontram em ambientes epistemológicos distintos, não havendo hierarquia entre eles" (Marandino, 2016). É viável destacar que a TTD não se limita à simples transmissão de conhecimento entre diferentes fontes para os estudantes. Pelo contrário, ela se relaciona com a análise das transformações que os conhecimentos e práticas sofrem ao serem transferidos de uma instituição para outra.

Nesse sentido, a TTD trata-se de um processo de mudanças e adaptações em um saber científico, que seria de difícil compreensão para alunos dos níveis iniciais, para um saber escolar, que pode ser transmitido de maneira mais fluida. Chevallard (1991) aponta a existência de uma noosfera, composta por cientistas, professores, livros didáticos, materiais para o ensino e que atuam como um filtro nos processos de ensino e aprendizagem. Martins e Silva (2014) destacam que

> O saber passa por várias transformações, durante o caminho que percorre dos centros de pesquisa até à escola [...]. Ou seja, ficar atento às ideias

> iniciais de um determinado conhecimento e saber as transposições a que ele foi submetido são estudos que favorecem um bom ensino. (Martins e Silva, 2014).

Durante o período de 1980 e 1990, o autor ampliou seus estudos, o que deu origem a uma extensão da TTD, conhecida como Teoria Antropológica Didática (TAD). Enquanto a TTD foca na transformação do conhecimento acadêmico em conteúdo escolar, a TAD explora como esses processos são influenciados por fatores socioculturais e institucionais. Chevallard (1991) define a TAD como uma análise das práticas educativas a partir de uma perspectiva que considera as condições históricas, culturais e sociais em que o ensino ocorre. Dentre os conceitos apresentados na TAD, destaca-se a análise da praxeologia, dividida em dimensões teórica e prática. Segundo Chevallard (1991), a praxeologia é composta por 4 elementos:

> (...) certo tipo de tarefa (T), onde é conduzida por emprego de uma ou mais técnicas (t), onde técnicas são amparadas por uma tecnologia (θ) e justificada por uma teoria (Θ), constituindo um bloco prático-técnico (o saber fazer) e um bloco tecnológico-teórico (o logos). (Rodrigues et al., 2017).

A tarefa e a técnica pertencem a parte prática do processo (práxis), já a tecnologia e a teoria refere-se a parte teórica (logos) do processo ligado a praxiologia. Além disso, dentro das praxeologias são destacadas a existência de suas organizações, a organização matemática (OM) e a organização didática (OD). De acordo com Rodrigues et al. (2017),

> A organização matemática (OM) que está relacionada à construção Matemática ligada às situações didáticas; e as organizações didáticas (OD), são organizações que fazem a transposição das OM com a finalidade do ensino e aprendizagem. O conjunto de organizações (OM e OD) permite analisar a prática durante as situações didáticas. (Rodrigues et al., 2017).

A partir dessa análise, é construído a metodologia relacionada a teoria de Chevallard (1991). Tal metodologia conhecida como *Parcours d'Études et de Recherche* (PER), ou Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP), trata-se do caminho ou percurso que é realizado para obter uma solução para uma pergunta ou pesquisa dada em uma situação de ensino. Segundo Marandino et al. (2016),

> Nela se propõe uma ampla organização praxeológica em que as perguntas geradoras devem ser respondidas a partir do desenvolvimento de praxeologias pelos alunos. Estas, por sua vez, previamente elaboradas pelos professores deverão direcionar a ação ou o percurso da prática. Pode-se, então, traçar este "percurso"por meio de sucessivas perguntas e respostas, a partir da intervenção do professor e da escolha de boas perguntas, que envolvem a construção de respostas por parte dos alunos. Neste percurso, os alunos podem proceder não só por meio da "pesquisa

> pura” ou da ação criativa, baseada nas praxeologias desenvolvidas por eles anteriormente, mas também por meio da consulta a obras, ou seja, do "estudo"de materiais considerados potencialmente úteis para responder as perguntas, existindo uma verdadeira dialética entre ‘estudo’ e ‘pesquisa’ no PEP. (Marandino et al., 2016).

Nesse contexto, observa-se a importância do PEP para os processos de ensino e aprendizagem, pois é notório que possui um papel fundamental para a compreensão e aplicação dos conceitos que são trabalhados dentro da sala de aula e serve como um meio de desenvolver nos alunos uma autonomia intelectual e pensamento crítico, auxiliando-os na construção de novas praxeologias.

1.2 Inteligência Artificial e *ChatGPT*

Desde a difusão da internet na década de 1990, o mundo passou por um processo em que, além das pessoas se tornarem ainda mais próximas por meio das redes, deu-se início a uma nova era da informação e comunicação. É notório que desde o século XX a tecnologia tem passado por grandes desenvolvimentos que ocorrem de maneira muito rápida e facilitam o dia a dia da humanidade. Tais avanços acabam gerando uma grande quantidade de dados, que impulsionam o desenvolvimento de algoritmos e técnicas de aprendizagem por meio do uso de recursos tecnológicos e da própria internet.

Nesse contexto de otimização de tempo, praticidade e técnicas de aprendizagem e difusão de conhecimento, surgem os recursos tecnológicos conhecidos como Inteligência Artificial (IA). O conceito de máquinas inteligentes não é novo. Desde a Antiguidade, filósofos e inventores especulam sobre a possibilidade de autômatos capazes de realizar tarefas humanas. No entanto, foi apenas na primeira metade do século XX que a IA começou a se firmar como um campo científico.

O matemático britânico Alan Turing é amplamente considerado um dos pais da IA. Em seu artigo "*Computing Machinery and Intelligence*"(Turing, 2009), Turing (2009) propôs o que ficou conhecido como o "Teste de Turing", uma forma de avaliar a capacidade de uma máquina em exibir comportamento inteligente equivalente ao de um ser humano. Turing argumentou que, se uma máquina pudesse enganar um ser humano para fazê-lo acreditar que estava interagindo com outro humano, então essa máquina poderia ser considerada inteligente: "Acredito que em cerca de cinquenta anos será possível programar computadores, com uma capacidade de armazenamento de cerca de 109, para que eles possam desempenhar bem o papel do jogador imitador no jogo da imitação"(Turing, 2009).

A história da IA é marcada por altos e baixos, avanços significativos e desafios contínuos. Desde as ideias pioneiras de Turing até os desenvolvimentos atuais, a IA evoluiu para se tornar uma disciplina central na ciência da computação e na sociedade moderna. Como argumenta McCarthy (2007): "A IA, como o processo de fazer máquinas inteligentes, representa uma das maiores aventuras intelectuais da humanidade, desafiando nossas concepções de inteligência e nossas capacidades tecnológicas” (McCarthy, 2007).

Atualmente, a IA está ainda mais presente na vida das pessoas, sendo possível encontrá-las em diferentes aplicações, desde assistentes virtuais, até ferramentas avançadas utilizadas por cientistas, pesquisadores, médicos e professores. Dentre as IAs desenvolvidas e disponibilizadas para o uso popular, destaca-se o *Generative Pré-trained Transformer* conhecido como *ChatGPT*, criado pela *OpenIA*, que possui uma gama de possibilidades e aplicações em diferentes campos da ciência e da pesquisa, servindo como apoio para as pessoas que trabalham nessas áreas.

O *ChatGPT* é projetado para gerar texto de forma fluida e coerente em uma ampla gama de contextos, desde conversas cotidianas até respostas técnicas e criativas. Isso é possível graças à capacidade do modelo de entender e gerar linguagem natural em um nível muito alto, o que foi descrito por Brown et al. (2021) como uma habilidade emergente de realizar tarefas complexas sem a necessidade de treinamento explícito para cada tarefa.

No entanto, essa fluidez e versatilidade vêm com desafios inerentes. Bender et al. (2021) apontam que "os grandes modelos de linguagem, como o GPT-3, não possuem compreensão genuína e podem reproduzir vieses presentes nos dados de treinamento."Essa limitação destaca um problema fundamental na IA: a falta de verdadeira compreensão semântica. Embora o *ChatGPT* possa gerar texto que pareça inteligente e coeso, ele opera sem uma compreensão real do mundo, baseando suas respostas em padrões estatísticos aprendidos a partir dos dados.

Em relação a aplicação do *ChatGPT* nas ciências exatas, em específico na área da Matemática, observa-se que o sistema apresenta certas falhas em suas respostas. Santos e Souza (2023), apontam que softwares que utilizam IA podem apresentar erros que os autores nomeiam de “alucinações”, o que pode ser fruto da quantidade de dados recebidos nesses sistemas geram inconsistências, o que faz com que forneçam informações erradas.

Diante do exposto, nota-se que, apesar de apresentar inconsistências em suas respostas, dentro do cenário educacional, tais erros se tornam uma fonte de aprendizagem, visto que há possibilidade do desenvolvimento de atividades a partir das análises das respostas e soluções oferecidas pelo *ChatGPT*. Porém cabe ao professor fazer bom uso de tal recurso como uma ferramenta de auxílio nas atividades e pesquisa, analisando com atenção as respostas obtidas por meio da IA, e evitando que aquilo que é apresentado seja aceito como uma verdade absoluta.

2 Sistemas de Equações Lineares e Métodos de Resolução

Os sistemas de equações lineares têm origem na matemática antiga. Os primeiros registros datam da Babilônia (cerca de 1800 a.C.), onde matemáticos utilizavam tabelas numéricas para resolver equações simultâneas. Os babilônios já empregavam métodos semelhantes à substituição para encontrar valores desconhecidos em sistemas com duas ou mais equações Boyer (2019). Essas técnicas foram posteriormente aprimoradas pelos matemáticos gregos e chineses.

Na Grécia Antiga, Diofanto de Alexandria, no século III d.C., investigou métodos algébricos para resolver equações, embora seu trabalho não tenha sido formalmente estruturado em sistemas de equações como conhecemos hoje. Já na China, o Nove Capítulos sobre a Arte da Matemática, um manuscrito do século III, apresentou métodos sistemáticos para resolver sistemas lineares usando tabelas semelhantes às matrizes modernas Kline (1982). O método de resolução utilizado pelos chineses apresentava, em sua essência, características que mais tarde seriam reproduzidas pelo Método da Eliminação de Gauss.

No século XVII, René Descartes introduziu o sistema de coordenadas cartesianas, que permitiu a representação gráfica das equações lineares e sua interpretação geométrica como retas no plano. Pierre de Fermat também contribuiu para a teoria ao explorar soluções de sistemas em contextos geométricos e numéricos. Essa mudança na abordagem matemática abriu caminho para um estudo mais formal dos sistemas de equações lineares.

A formalização dos métodos de solução avançou significativamente no século XIX, quando Carl Friedrich Gauss desenvolveu o método de eliminação que leva seu nome. Este algoritmo é amplamente utilizado para resolver sistemas lineares de forma eficiente e se tornou uma ferramenta essencial na Álgebra Linear. Wilhelm Jordan refinou esse processo, levando à formulação do método de eliminação de Gauss-Jordan, que simplifica a obtenção de soluções em matrizes aumentadas.

No século XX, com o avanço da computação, os sistemas de equações lineares passaram a ser resolvidos numericamente em larga escala, possibilitando aplicações em engenharia, economia e física. Métodos computacionais, como decomposição LU e iteração de Jacobi e Gauss-Seidel, tornaram-se fundamentais para cálculos complexos em grandes sistemas lineares Anton e Rores (2012). Dessa forma, a evolução dos sistemas de equações lineares demonstra sua importância ao longo da história e seu papel essencial no desenvolvimento da matemática aplicada e teórica.

Segundo Anton e Rorres (2012) define-se Sistemas Lineares como “um conjunto finito de equações lineares nas variáveis $x_1, x_2, \cdots, x_n$"(Anton e Rores, 2012). Chama-se solução do sistema, uma sequência de números $s_1, s_2, \cdots, s_n$, tal que $x_1 = s_1, x_2 = s_2, \cdots, x_n = s_n$ uma solução de cada equação do sistema. Por exemplo, o sistema

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$$

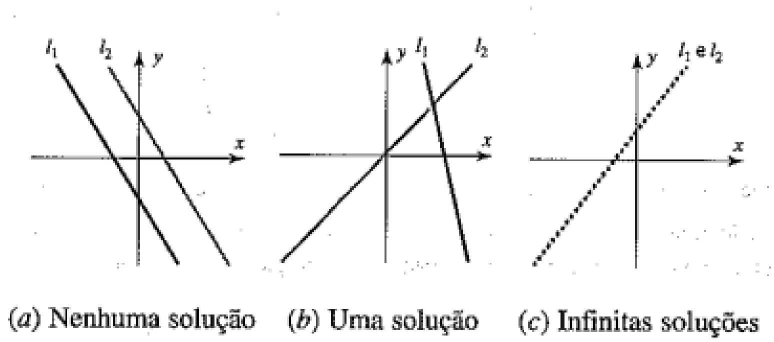
possui solução $x_1 = 2, x_2 = -1, x_3 = 0$, pois os valores satisfazem ambas as equações. Porém, se tomarmos os valores $x_1 = 0, x_2 = -1, x_3 = 1$ não é uma solução do sistema pois estes valores só satisfazem a primeira equação.

Além disso, em seu livro, Anton e Rorres (2012) também destaca que, quando um sistema de equações não apresenta solução que o satisfaça, o sistema é chamado de inconsistente. Por outro lado, caso o sistema apresente pelo menos uma solução, dizemos que esse sistema é consistente. Podemos representar a ocorrência dessas soluções por meio de gráficos, considerando inicialmente um sistema arbitrário de duas equações lineares nas incógnitas x e y:

$$a_1x + b_1y = c \ (a_1, b_1 \text{ não ambas nulas})$$
$$a_2x + b_2y = c \ (a_2, b_2 \text{ não ambas nulas})$$

Observa-se que os gráficos destas equações são retas, digamos, l_1 e l_2 Os autores destacam que "um ponto (x, y) está na reta se, e somente se, os números x e y satisfazem a equação da reta, as soluções do sistema de equações correspondem a pontos de corte de l_1 e l_2"(Anton e Rores, 2012). Desse modo, no sistema dado, existem três possibilidades de soluções: (a) l_1 e l_2 podem ser paralelas, ou seja, não há ponto de interseção entre as retas, e logo, não irá existir uma solução para o sistema; (b) l_1 e l_2 se intersectam em um único ponto, e o sistema irá possuir exatamente uma solução; (c) l_1 e l_2 coincidem, logo, o sistema irá apresentar uma infinidade de soluções.

Figura 2.1 – Representações de $l1$ e $l2$



Fonte: Anton e Rores (2012)

Essas possibilidades podem ser generalizadas para sistemas de equações lineares arbitrários de m equações em n incógnitas, como

$$\begin{array}{ccccccccc} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \vdots & & \vdots & & & & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & b_m \end{array}$$

onde $x_1, x_2, \cdots, x_n$ são as incógnitas e as letras a_{ij} e b_i com subscritos representam constantes. No coeficiente a_{ij}, o subscrito i indica a qual equação o coeficiente ocorre, e o subscrito j indica qual incógnita ele multiplica.

A representação dos coeficientes com o uso dos subscritos auxilia na abreviação de um sistema de m equações lineares em n incógnitas para a chamada matriz aumentada do sistema:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \end{bmatrix}$$

Tal representação é normalmente utilizada no método de soluções de sistemas de equações conhecido como Método de Gauss-Jordan, também conhecido como Eliminação de Gauss-Jordan, que consiste em obter uma matriz escalonada equivalente a matriz do sistema inicial, seguindo os seguintes passos: (1) obter, primeiramente, a matriz aumentada dos coeficientes das variáveis do sistema; (2) utilizando operações elementares, obter a matriz escalonada referente a matriz inicial do sistema. O passo (2) geralmente ocorre a partir da aplicação dos seguintes tipos de operações para eliminar as incógnitas:

1. Multiplicar uma linha inteira da matriz por uma constante não-nula.

2. Trocar duas linhas entre si.

3. Somar um múltiplo de uma linha a outra linha.

Por exemplo, vamos obter a solução do sistema a seguir utilizando o Método de Gauss-Jordan:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 3 \\ x - y + 2z = 3 \\ 3x + y + z = 7 \end{cases}$$

Inicialmente representamos o sistema na forma de matriz aumentada A:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & |3 \\ 1 & -1 & 2 & |3 \\ 3 & 1 & 1 & |7 \end{bmatrix}$$

Agora realizamos as operações elementares para obter a matriz escalonada do sistema. Dividimos a primeira linha por 2, para obter um "1" em a_{11}:

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & |\frac{3}{2} \\ 1 & -1 & 2 & |3 \\ 3 & 1 & 1 & |7 \end{bmatrix}$$

Subtraímos a linha 1 da linha 2 ($L_2 = L_2 - L_1$):

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & |\frac{3}{2} \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{5}{2} & |\frac{3}{2} \\ 3 & 1 & 1 & |7 \end{bmatrix}$$

Subtraímos 3 vezes a linha 1 da linha 3 ($L_3 = L_3 - 3L_1$)

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & |\frac{3}{2} \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{5}{2} & |\frac{3}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{5}{2} & |\frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

Dividimos a segunda linha da matriz por $-\frac{3}{2}$ para obter um "1" no elemento a_{22}:

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & |\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} & |-1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{5}{2} & |\frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

Subtraímos $\frac{1}{2}$ da linha 2 à linha 1 ($L_1 = L_1 - \frac{1}{2}L_2$):

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & |2 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} & |-1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{5}{2} & |\frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

Somamos $\frac{1}{2}$ da linha 2 à linha 3 ($L_3 = L_3 + \frac{1}{2}L_2$):

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & |2 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} & |-1 \\ 0 & 0 & \frac{10}{3} & |2 \end{bmatrix}$$

Dividimos a terceira linha por $\frac{10}{3}$ para que o elemento a_{33} se torne 1:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & |2 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} & |-1 \\ 0 & 0 & 1 & |\frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

Somamos $\frac{1}{3}$ da linha 3 à linha 1 ($L_1 = L_1 + \frac{1}{3}L_3$):

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & |\frac{21}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} & |-1 \\ 0 & 0 & 1 & |\frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

Somamos $\frac{5}{3}$ da linha 3 à linha 2 ($L_2 = L_2 + \frac{5}{3}L_3$):

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & |\frac{21}{5} \\ 0 & 1 & 0 & |\frac{4}{5} \\ 0 & 0 & 1 & |\frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

Como a matriz escalonada obtida é equivalente a matriz aumentada A, o sistema inicial e são equivalentes e, portanto, a solução do sistema é $x = \frac{21}{5}, y = \frac{4}{5}, z = \frac{3}{5}$. Assim, obtemos a solução de um sistema através do Método de Gauss-Jordan.

No que diz respeito à abordagem do conteúdo de Sistemas de Equações Lineares na Educação básica, em específico no 2° ano do ensino médio, Dante (2016) destaca que "Denomina-se sistema linear mXn (m por n) o conjunto de m equações lineares em n incógnitas, que pode ser representado assim"(Dante, 2016):

$$\begin{cases} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & a_{13}x_3 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & a_{23}x_3 & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & & & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & a_{m3}x_3 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & b_m \end{cases}$$

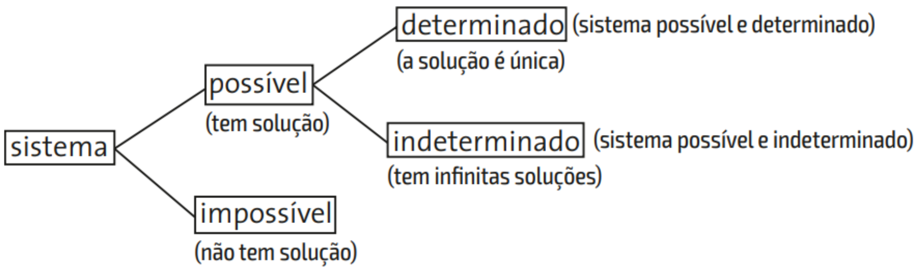
Dante (2016) aponta também que "[...] $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, ..., \alpha_n)$ é solução de um sistema linear quando $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, ..., \alpha_n)$ é solução de cada uma das equações do sistema, ou seja, satisfaz simultaneamente todas as equações do sistema" (Dante, 2016). Um exemplo apontado pelo autor é o sistema

$$\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 3x - 5y = 10 \end{cases}$$

onde (5,1) é solução para o sistema, pois satisfaz ambas as equações, porém, se tomarmos (2,3), não teremos uma solução para o sistema, pois os valores satisfazem somente a primeira equação.

Acerca da classificação dos sistemas lineares, o autor destaca que em casos em que o sistema apresenta uma única solução, ele será classificado em um sistema possível e determinado. Caso o sistema não possua solução nos números reais, ou seja, $S = \varnothing$, dizemos que o sistema é impossível e, por fim, se o sistema possui infinitas soluções, ele será um sistema possível e indeterminado. Dante (2016) resume as três possibilidades de classificações no seguinte esquema:

Figura 2.2 – Esquema das classificações de sistemas lineares



Fonte: Dante (2016)

O autor também aborda o escalonamento de sistemas lineares como um método de resolução, porém sem a utilização de uma matriz ampliada. De acordo com ele, para classificar um sistema escalonado, basta observar a última linha $a_n \cdot x_n = k_n$, onde an é o coeficiente, x_n é a incógnita e k_n é o termo independente, e a partir daí chegar em uma dessas três conclusões:

1. Se $a_n \neq 0$, então o sistema é possível e determinado;
2. Se $a_n = 0$ e $k_n = 0$, então o sistema é possível e indeterminado;
3. Se $a_n = 0$ e $k_n \neq 0$, então o sistema é impossível.

Outros métodos de resolução utilizados para se obter as soluções de um sistema são o Método da Substituição e o Método da Adição. O primeiro consiste em isolar o valor de uma das incógnitas em uma das equações e substituí-las nas demais, com o objetivo de reduzir a quantidade de incógnitas nas equações, porém esse método é eficiente apenas em sistemas pequenos, se tornando trabalhoso para sistemas grandes. Por exemplo, dado o sistema abaixo,

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

Resolvendo a primeira equação para x:

$$x = 5 - y$$

Substituindo na segunda equação:

$$\begin{aligned} 2(5 - y) - y &= 1 \\ 10 - 2y - y &= 1 \\ -3y &= -9 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

Substituindo y em $x = 5 - y$:

$$x = 5 - 3 = 2$$

Logo a solução do sistema é (2,3).

Já o segundo método consiste em adicionar membro a membro as equações do sistema, previamente multiplicadas por constantes reais adequadas, de modo a reduzir a quantidade de incógnitas nas equações. Esse método pode ser generalizado para matrizes. Solucionando o sistema abaixo utilizando o método temos:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ 5x - 2y = 8 \end{cases}$$

Somando as equações:

$$\begin{aligned} (3x + 2y) + (5x - 2y) &= 12 + 8 \\ 8x &= 20 \\ x &= \tfrac{5}{2} \end{aligned}$$

Substituindo na primeira equação:

$$\begin{aligned} 3(\tfrac{5}{2}) + 2y &= 12 \\ \tfrac{15}{2} + 2y &= 12 \\ 2y &= 12 - \tfrac{15}{2} \\ 4y &= 24 - 15 \\ y &= \tfrac{9}{4} \end{aligned}$$

Logo a solução do sistema é $(\frac{5}{2}, \frac{9}{4})$.

Ademais, é importante destacar que os sistemas de equações lineares são ferramentas essenciais na matemática aplicada. Sua evolução histórica e a diversidade de métodos de resolução permitem aplicações em inúmeros campos científicos e tecnológicos, como modelagem de fenômenos físicos, otimização de recursos na economia, desenvolvimento de algoritmos computacionais e resolução de problemas de engenharia.

Na Educação Básica, os sistemas lineares são introduzidos gradativamente, começando com equações do primeiro grau no Ensino Fundamental e avançando para sistemas com múltiplas variáveis no Ensino Médio. A abordagem desse conteúdo permite aos estudantes desenvolverem habilidades matemáticas essenciais, como o raciocínio lógico, a capacidade de abstração e a resolução de problemas práticos.

A compreensão desses métodos é fundamental para a resolução de problemas complexos e para o avanço de diversas áreas do conhecimento. Além disso, compreender como esses métodos, aprendidos no ensino superior durante a formação docente, devem ser adaptados e transmitidos na Educação Básica é essencial para garantir uma melhor aprendizagem dos estudantes em sala de aula. Isso envolve a utilização de estratégias didáticas diversificadas, como a aplicação de situações-problema contextualizadas, o uso de tecnologias educacionais e a integração com outras disciplinas, promovendo um ensino mais significativo e acessível.

3 Metodologia

A influência da utilização das IAs no contexto escolar é notória, uma vez que não podemos nos distanciar dos constantes avanços tecnológicos. Mas faz-se necessário a análise adequada das soluções oferecidas pelos sistemas que utilizam esse recurso. Desse modo realizei um estudo qualitativo pois permite associar tanto dados qualitativos, quanto os dados quantitativos ampliando os dados e a complexidade da pesquisa.

Segundo Creswell e Clark (2017), descrevem a pesquisa qualitativa como um processo sistemático de investigação que busca compreender fenômenos sociais em seu ambiente natural, enfatizando a coleta de dados não numéricos e o uso de técnicas como entrevistas, observações e análise de textos para identificar padrões e significados. Minayo (2011) destaca que a pesquisa qualitativa é útil para entender a subjetividade dos atores sociais e as interações que moldam suas experiências.

Desse modo, este estudo foi realizado a partir de quatro etapas principais: A elaboração de um plano de aula, utilizando como conteúdo sistemas de equações lineares, por meio do *ChatGPT*, e a análise de cada etapa desse plano; a elaboração de uma situação problema, e a obtenção de três soluções diferentes obtidas através do uso do *ChatGPT*; a análise, realizada pelos alunos, das soluções obtidas no *ChatGPT*, a partir de três questões norteadoras; e a coleta dos dados a partir das respostas dos alunos. O objetivo foi observar a utilização do *ChatGPT* na elaboração de aulas e a percepção dos alunos em relação à análise das respostas dadas pela inteligência artificial, de modo que eles tentassem identificar a presença ou não de possíveis erros e desenvolvessem um senso crítico em relação ao uso adequado de ferramentas que utilizam de recursos como as IAs.

Inicialmente, solicitei ao *ChatGPT* que elaborasse um plano de aula específico para uma turma do 2º ano do ensino médio, com o objetivo de abordar o conteúdo de sistemas de equações lineares. O plano gerado pela inteligência artificial apresentou uma estrutura organizada em quatro partes principais: Objetivos , Recursos Necessários , Metodologia e Avaliação. Com base nessa estrutura, realizei uma análise detalhada de cada seção, destacando os pontos mais importantes, identificando lacunas e propondo sugestões de ajustes e acréscimos para aprimorar o plano. Essa análise teve como propósito garantir que a proposta atendesse às necessidades pedagógicas e pudesse ser aplicada de forma eficaz no contexto educacional.

Após a análise do plano elaborei uma situação problema, envolvendo sistema de equações lineares, conteúdo trabalhado na unidade temática da Álgebra. A questão desenvolvida apresenta três condições baseadas nas vitórias em um jogo de dominó, que devem ser resolvidas simultaneamente para encontrar o número de vitórias de cada jogador.

Figura 3.1 – Situação-problema

PROBLEMA

Gustavo, Kayla e Manu estavam jogando dominó. Depois de um determinado número de partidas, temos as seguintes informações:

I. Se somarmos 2 a quantidade de vitórias de Gustavo, ele terá a mesma quantidade de vitórias que Kayla;
II. Se subtrairmos 3 da quantidade de vitórias de Kayla, ela terá duas vitórias a menos que Manu;
III. Manu tem o dobro de vitórias que Gustavo.

A partir das informações, quantas vitórias cada um tem?

Fonte: Autoria própria

Logo em seguida, solicitei ao *ChatGPT* que desenvolvesse três soluções para o problema apresentado. Após obter as soluções, as anexei (sem nenhum tipo de alteração nas informações dadas pela IA) em um documento juntamente com o problema elaborado. As figuras abaixos referem-se ao comando (prompt) dado ao *ChatGPT*, e as respostas obtidas em seguida:

Figura 3.2 – Prompt

Desenvolva três soluções para a asituação problema abaixo

Gustavo, Kayla e Manu estavam jogando dominó. Depois de um determinado número de partidas, temos as seguintes informações:
Se somarmos 2 a quantidade de vitórias de Gustavo, ele terá a mesma quantidade de vitórias que Kayla;
Se subtrairmos 3 da quantidade de vitórias de Kayla, ela terá duas vitórias a menos que Manu;
Manu tem o dobro de vitórias que Gustavo.
A partir das informações, quantas vitórias cada um tem?

Fonte: ChatGPT

Figura 3.3 – Solução 1

SOLUÇÃO 1:

Vamos resolver isso usando um sistema de equações. Vamos chamar as vitórias de Gustavo de (G), as de Kayla de (K) e as de Manu de (M).

As informações fornecidas podem ser traduzidas nas seguintes equações:

- $G + 2 = K$
- $K - 3 = M - 2$
- $M = 2G$

Primeiro, vamos resolver a equação 1 para K:
$K = G + 2$

Agora, substituímos K na equação 2:
$(G + 2) - 3 = M - 2$

Simplificando:
$G - 1 = M - 2$
$G + 1 = M$

Agora, substituímos M na equação 3:
$M = 2G$
$G + 1 = 2G$

Resolvendo para G:
$G = 1$

Agora que temos G, podemos encontrar K e M:
$K = G + 2 = 1 + 2 = 3$
$M = 2G = 2 \times 1 = 2$

Portanto, **Gustavo tem 1 vitória, Kayla tem 3 vitórias e Manu tem 2 vitórias.**

Fonte: ChatGPT

Figura 3.4 – solução 2

SOLUÇÃO 2:

Vamos resolver o problema usando substituição direta e verificação.

Primeiro, vamos reescrever as informações fornecidas:

- Se somarmos 2 às vitórias de Gustavo, ele terá a mesma quantidade de vitórias que Kayla:
  $G + 2 = K$
- Se subtrairmos 3 das vitórias de Kayla, ela terá duas vitórias a menos que Manu:
  $K - 3 = M - 2$
- Manu tem o dobro de vitórias que Gustavo:
  $M = 2G$

Vamos começar substituindo K e M nas equações.

Da equação (1):
$K = G + 2$

Da equação (3):
$M = 2G$

Agora, substituímos K e M na equação (2):
$(G + 2) - 3 = (2G) - 2$
$G - 1 = 2G - 2$

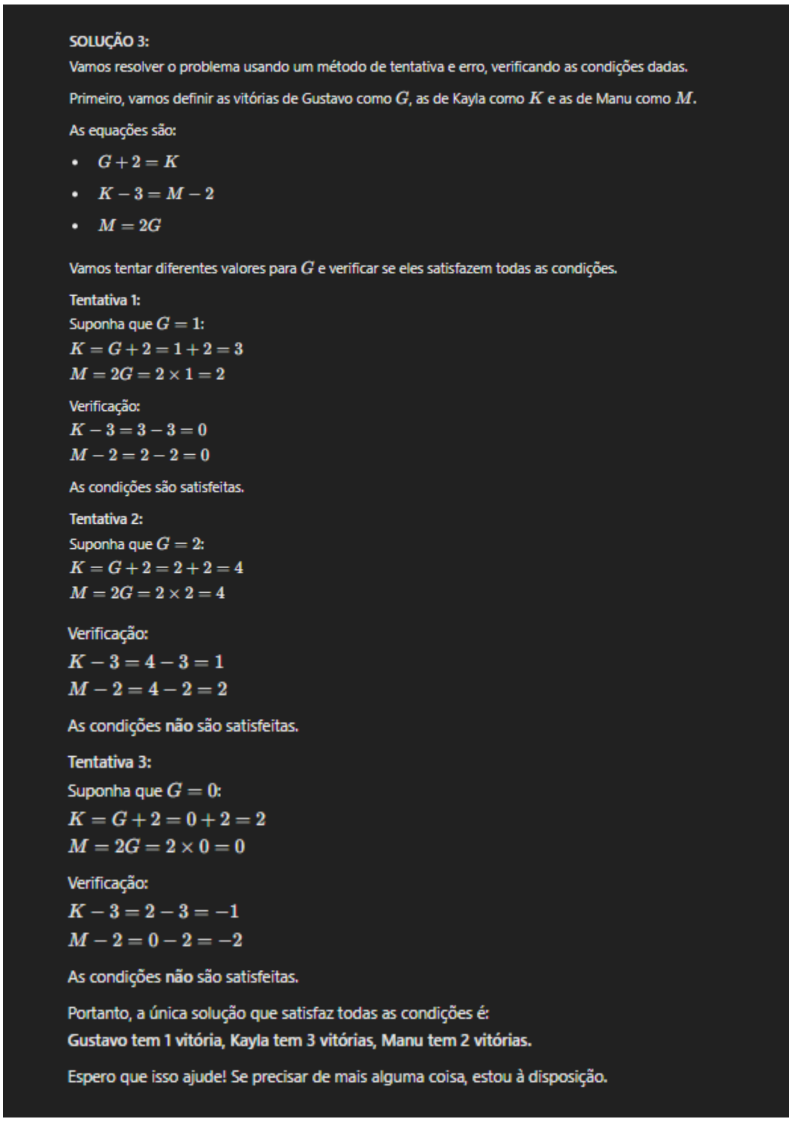
Resolvendo para G:
$G - 1 = 2G - 2$
$-1 + 2 = 2G - G$
$G = 1$

Agora que temos G, podemos encontrar K e M:
$K = G + 2 = 1 + 2 = 3$
$M = 2G = 2 \times 1 = 2$

Portanto, Gustavo tem 1 vitória, Kayla tem 3 vitórias e Manu tem 2 vitórias.

Fonte: ChatGPT

Figura 3.5 – Solução 3



SOLUÇÃO 3:
Vamos resolver o problema usando um método de tentativa e erro, verificando as condições dadas.

Primeiro, vamos definir as vitórias de Gustavo como G, as de Kayla como K e as de Manu como M.

As equações são:

- $G + 2 = K$
- $K - 3 = M - 2$
- $M = 2G$

Vamos tentar diferentes valores para G e verificar se eles satisfazem todas as condições.

Tentativa 1:
Suponha que $G = 1$:
$K = G + 2 = 1 + 2 = 3$
$M = 2G = 2 \times 1 = 2$

Verificação:
$K - 3 = 3 - 3 = 0$
$M - 2 = 2 - 2 = 0$

As condições são satisfeitas.

Tentativa 2:
Suponha que $G = 2$:
$K = G + 2 = 2 + 2 = 4$
$M = 2G = 2 \times 2 = 4$

Verificação:
$K - 3 = 4 - 3 = 1$
$M - 2 = 4 - 2 = 2$

As condições **não** são satisfeitas.

Tentativa 3:
Suponha que $G = 0$:
$K = G + 2 = 0 + 2 = 2$
$M = 2G = 2 \times 0 = 0$

Verificação:
$K - 3 = 2 - 3 = -1$
$M - 2 = 0 - 2 = -2$

As condições **não** são satisfeitas.

Portanto, a única solução que satisfaz todas as condições é:
Gustavo tem 1 vitória, Kayla tem 3 vitórias, Manu tem 2 vitórias.

Espero que isso ajude! Se precisar de mais alguma coisa, estou à disposição.

Fonte: ChatGPT

Após a obtenção das soluções, foram elaboradas três questionamentos que serviram como questões norteadoras na análise delas: 1) As três soluções são iguais? Caso não, o que as diferencia?; 2)Você consegue encontrar algum erro nas soluções? Caso sim, qual?; e 3) Das três soluções, qual você escolheria para a solução desse problema? Por quê?. Desse modo, o material utilizado para a coleta de dados tratou-se de uma tarefa impressa, composta pela situação-problema elaborada, as soluções obtidas através do ChatGPT e as questões norteadoras que seriam respondidas pelos alunos.

A tarefa foi aplicada em uma turma do 2º ano do Ensino Médio, em uma escola pública no município de São Luís, no estado do Maranhão. Foi proposto aos alunos que lessem a situação-problema elaborada, e que fizessem a análise das soluções obtidas no ChatGPT. Após a leitura e análise das soluções, foi solicitado que respondessem as questões orientadoras. Durante a aplicação da tarefa, foi possível identificar que alguns alunos apresentavam uma certa dificuldade na interpretação das soluções. Na turma estavam presentes um total de 30 alunos, dos quais 25 responderam as questões norteadoras.

Após a coleta das tarefas, as respostas foram organizadas por meio de uma tabela de dados, de acordo com os questionamentos. A figura 3.6 trata-se da organização dos questionamentos para que pudesse ser feita a análise das respostas dos alunos.

Figura 3.6 – Organização dos questionamentos.

Questão norteadora
1.1- As 3 soluções são iguais?
1.2- Caso não, o que as diferencia?
2.1- Você consegue encontrar algum erro nas soluções?
2.2- Caso sim, qual?
3- Das 3 soluções, qual você escolheria para a solução desse problema? Por quê?

Fonte: Autoria própria

As respostas obtidas foram categorizadas em diferentes casos, tabuladas e computadas as porcentagens, visto que alguns alunos utilizaram critérios de análises semelhantes.

4 Ánalise e Resultados

No primeiro momento, buscou-se entender se o plano de aula elaborado pelo *ChatGPT* estava de acordo com as propostas pedagógicas e pudesse ser aplicado de forma eficaz no ambiente escolar. O plano de aula foi dividido em duas aulas de 50 minutos cada, contemplando uma introdução ao tema. A primeira aula abordou o método de qualidade conhecido como método da substituição, enquanto a segunda foi dedicada ao método da adição. Um aspecto positivo do plano foi a inclusão de uma habilidade específica da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que seria trabalhada ao longo das atividades. Essa referência é particularmente útil para o professor, pois facilita a pesquisa de fontes complementares, como livros e materiais didáticos, e permite a adequação da aula às diretrizes curriculares. Além disso, o conhecimento prévio das habilidades e competências a serem desenvolvidas permite que o professor personalize o plano conforme as características de sua turma, atendendo às demandas específicas de seus alunos e da realidade escolar em que atua.

Figura 4.1 – Introdução do plano de aula

Plano de Aula: Sistemas de Equações Lineares

Série/Ano: Ensino Médio (1º ou 2º ano)

Duração: 2 aulas de 50 minutos cada

Tema: Introdução a Sistemas de Equações Lineares

Habilidade da BNCC: (EM13MAT101) Resolver e interpretar sistemas de equações lineares em diferentes contextos.

Fonte: ChatGPT

Os objetivos apresentados no plano estavam alinhados à habilidade da BNCC mencionada, o que reforça a coerência e relevância da proposta. Entre eles, destacam-se: compreender o conceito de sistemas de equações lineares e suas soluções; resolver sistemas de equações utilizando os métodos de substituição e adição/eliminação; interpretar sistemas em contextos cotidianos; e estudar o raciocínio lógico-matemático e a capacidade de resolução de problemas. A clareza desses objetivos são pontos positivos, pois orientam tanto o professor quanto os alunos em relação às metas que se pretende alcançar durante as aulas.

Figura 4.2 – objetivos

Objetivos

1. Compreender o conceito de sistemas de equações lineares e suas soluções.
2. Resolver sistemas de equações utilizando os métodos da substituição e da adição/eliminação.
3. Interpretar sistemas de equações em situações do cotidiano.
4. Desenvolver o raciocínio lógico-matemático e a capacidade de resolver problemas.

Fonte: ChatGPT

No que diz respeito aos recursos necessários, o plano listou materiais como folhas de atividades, quadros, marcadores, calculadoras e softwares. No entanto, observei que o uso de alguns desses recursos não foi detalhado durante a descrição da metodologia. Por exemplo, as folhas de atividades foram mencionadas apenas para a tarefa final da segunda aula, enquanto o uso de calculadoras e softwares não foi explicitamente integrado à prática pedagógica. Essa ausência de orientação pode ser uma limitação, uma vez que a previsão de como e quando utilizar cada recurso contribui para a organização da aula e para a clareza no processo de ensino. Recomenda-se, portanto, que o plano apresente instruções mais desenvolvidas nesse aspecto, de modo a orientar o professor sobre a aplicação efetiva dos materiais disponíveis.

Figura 4.3 – Recursos

Recursos Necessários

- Quadro e marcadores (ou projetor multimídia, caso disponível).
- Folhas de atividade com problemas contextualizados.
- Calculadora (se permitido pela escola).
- Ferramentas digitais (opcional): GeoGebra ou softwares semelhantes.

Fonte: ChatGPT

A metodologia proposta pelo *ChatGPT* inicia a primeira aula com a apresentação de uma situação-problema contextualizada: “Duas pessoas nutriram frutas em uma feira. A primeira adquiriu 2 kg de maçãs e 3 kg de bananas, pagando R$18. A segunda comprou 1 kg de maçã e 2 kg de banana, pagando R$ 11. Qual o preço do kg de cada fruta?” . A partir desse exemplo, os alunos são convidados a refletir e sugerir estratégias para resolver a questão. Essa abordagem inicial é interessante, pois conecta o conteúdo matemático a uma situação cotidiana, despertando o interesse dos alunos. Contudo, para tornar a atividade mais interativa, sugiro que o professor peça aos alunos que registrem suas soluções e compartilhem suas ideias com os colegas antes da explicação formal do conteúdo. Essa dinâmica favorece a participação ativa e estimula o pensamento crítico, ao mesmo tempo em que cria um ambiente colaborativo em sala de aula.

Figura 4.4 – Atividade inicial

Metodologia

1ª Aula: Introdução e Conceitos Básicos

1. Atividade Inicial (10 minutos):

- Apresente um problema simples do cotidiano, como: "Duas pessoas compraram juntas frutas em uma feira. A primeira comprou 2 kg de maçãs e 3 kg de bananas, pagando R$18. A segunda comprou 1 kg de maçãs e 2 kg de bananas, pagando R$11. Qual o preço do kg de cada fruta?".
- Peça para os alunos pensarem em como poderiam resolver essa situação.

Fonte: ChatGPT

Na sequência, o conteúdo é apresentado com um passo a passo dos métodos de resolução. Embora essa estruturação seja útil, conforme explicado no plano carecem de detalhes mais aprofundados. Por exemplo, o método de substituição é demonstrado com apenas um exemplo, sem que sejam destacados os recursos que poderiam ser utilizados para facilitar o entendimento. Seria benéfico incluir mais exemplos práticos e diversificados, além de enfatizar aspectos como a escolha de equações mais simples de manipular. Essa atenção aos detalhes pode ajudar os alunos a compreender melhor os conceitos e aplicá-los com maior segurança.

Figura 4.5 – Apresentação do conteúdo na aula 1

3. Método da Substituição (20 minutos):

- Explique passo a passo como resolver o sistema utilizando o método da substituição:
    1. Isolamento de uma variável em uma das equações.
    2. Substituição na outra equação.
    3. Resolução para encontrar o valor da segunda variável.
    4. Substituição para encontrar o valor da primeira variável.
- Resolva o exemplo inicial com os alunos.

Fonte: ChatGPT

A segunda aula, conforme proposta pelo plano, começa com um momento de revisão e esclarecimento de dúvidas, no qual o professor recapitula o conteúdo abordado anteriormente e responde às perguntas dos alunos. Esse momento é essencial para consolidar o aprendizado e identificar possíveis dificuldades, permitindo que o professor ajuste o andamento da aula de acordo com as necessidades da turma. Após esta revisão, a aula segue com a resolução de problemas contextualizados em duplas, utilizando os métodos de trabalho nas aulas. Essa prática é altamente relevante, pois conecta o aprendizado teórico à resolução de situações reais, promovendo a fixação do conteúdo e o desenvolvimento de habilidades práticas.

Figura 4.6 – Introdução da aula 2

2ª Aula: Resolução e Interpretação de Sistemas

1. Revisão e Dúvidas (10 minutos):

- Recapitule brevemente o que foi aprendido na aula anterior.
- Responda às perguntas dos alunos.

2. Método da Adição/Eliminação (20 minutos):

- Explique como funciona este método:
  1. Multiplicação de uma ou ambas as equações para igualar os coeficientes de uma variável.
  2. Soma ou subtração das equações para eliminar uma variável.
  3. Resolução da equação resultante e substituição para encontrar o valor da outra variável.
- Resolva com os alunos um sistema utilizando este método.

Fonte: ChatGPT

Figura 4.7 – Atividade prática

3. Atividade Prática (20 minutos):

- Divida os alunos em duplas e distribua problemas contextualizados, como:
  - Preço de ingressos em um cinema.
  - Compra de materiais escolares.
  - Mistura de soluções químicas com concentrações diferentes.
- Oriente-os a resolver os problemas utilizando ambos os métodos (substituição e adição).

Fonte: ChatGPT

Por fim, o plano sugere uma avaliação contínua, baseada na observação do engajamento dos alunos e na análise das soluções apresentadas durante as atividades. Além disso, propõe-se que os alunos reflitam sobre o método de preferência e justifiquem a sua escolha. Essa reflexão estimula o desenvolvimento do pensamento crítico e oferece ao professor insights importantes sobre o processo de aprendizagem da turma. É importante destacar que essa etapa de avaliação pode ser enriquecida com feedbacks mais estruturados, que contribuem tanto para o aprimoramento das práticas pedagógicas quanto para o progresso dos alunos.

Figura 4.8 – Avaliação

Avaliação

- **Observação:** Durante a aula, avalie a participação e o engajamento dos alunos.
- **Atividade Prática:** Corrija os exercícios e dê feedback imediato.
- **Reflexão:** Solicite que os alunos expliquem, em poucas palavras, qual método preferem e por quê.

Fonte: ChatGPT

Embora o plano de aula apresentado pelo ChatGPT seja uma base inicial promissora, ele deve ser encarado como um ponto de partida flexível. Cabe ao professor adaptá-lo às especificidades da escola, da turma e do contexto educacional em que atua. Essas adaptações são fundamentais para garantir que o plano atenda às necessidades reais dos alunos, proporcionando uma aprendizagem significativa e alinhada aos objetivos educacionais. Cada turma possui características e demandas únicas, e é papel do professor ajustar as propostas pedagógicas para maximizar o potencial de ensino e aprendizagem.

No momento seguinte, buscou-se, por meio da tarefa, a análise de soluções dadas a uma situação-problema recorrendo ao uso da IA conhecida como *ChatGPT*. A atividade exigiu a atenção, interação e um olhar mais crítico em relação às respostas dadas, o que instigou nos alunos um senso investigativo, que aliado aos seus conhecimentos prévios em relação ao conteúdo abordado, permitiu uma análise mais completa das soluções obtidas. Além disso as soluções mostravam métodos de resoluções diferentes para uma questão que possuía como conteúdo principal os sistemas de equações lineares. Na primeira solução, o *ChatGPT* utilizava o método de sistema de equações, a segunda utilizava do método da substituição direta, e a terceira solução sendo resolvida por meio do método de tentativa e erro. Assim, foi necessário que os alunos realizassem a análise levando em consideração se os métodos estavam ou não aplicados da maneira correta ou se possuíam algum equívoco no decorrer da resolução.

Diante disso, é perceptível a aplicação do processo de ensino proposto por Chevallard (1991), conhecido como Percurso de Ensino e Pesquisa (PEP), visto que foi feita a aplicação de uma tarefa aos alunos, na qual foi necessário o uso de técnicas, com o auxílio de tecnologias e a utilização e construção de teorias. A tarefa (T) consiste na resolução das questões orientadoras, as técnicas (t) podem ser observadas a partir dos métodos utilizados pelo ChatGPT para responder o problema inicial, a tecnologia (θ) utilizada trata-se do próprio *ChatGPT*, e por fim, a teoria (Θ) que está relacionada como o conteúdo trabalhado através do problema inicial, ou seja, sistemas de equações lineares.

Através da aplicação do PEP e da análise das respostas dos alunos foi possível organizá-las por meio de casos, considerando que alguns estudantes usaram critérios de análise parecidos. Para melhor visualização das respostas obtidas, às organizei em forma de tabela:

Figura 4.9 – Respostas obtidas nos questionamentos.

Questão	**Resposta**
1.1- As 3 soluções são iguais?	6 alunos responderam que ***sim*** 19 alunos responderam que ***não***
1.2- Caso não, o que as diferencia?	***Caso 1:*** 1 aluno apontou que a terceira solução era a única diferente entre as 3 soluções, visto que não foi realizada por meio de cálculos diretos e sim pelo método de testes de valores. ***Caso 2:*** 8 alunos apontaram que os métodos de resolução de ambas as soluções são diferentes. ***Caso 3:*** 3 alunos apontaram que a diferença está nos cálculos das soluções e não no método de resolução. ***Caso 4:*** 2 alunos apontaram que os cálculos das soluções eram diferentes, porém o resultado final obtido eram iguais. ***Caso 5:*** 5 alunos apontaram que as soluções eram diferentes, porém não conseguiam identificar a diferença.
2.1- Você consegue encontrar algum erro nas soluções?	1 aluno respondeu que ***sim*** 24 alunos responderam que ***não***
2.2- Caso sim, qual?	O aluno que destacou que identificou um erro, apontou que a 3° solução, por apresentar um método de resolução por meio de testes, se torna confusa, pois foge do enunciado da questão.
3- Das 3 soluções, qual você escolheria para a solução desse problema? Por quê?	***Caso 1:*** 5 alunos escolheram a solução 1, apontando que era mais prática e de fácil compreensão e resolução. ***Caso 2:*** 6 alunos escolheram a solução 2, apontando que possui um método mais prático e elaborado. ***Caso 3:*** 11 alunos escolheram a solução 3 , apontando ser mais fácil e possuir menos cálculo ***Caso 4:*** 3 alunos não souberam o que responder na questão

Fonte: Autoria própria

Percebe-se que, em relação à questão 1.1, a maioria dos alunos (76%) identificaram que as três soluções eram diferentes. Analisando a questão 1.2, é possível observar que o critério principal utilizado pelos alunos, está relacionado ao método de resolução das questões (caso 2), visto que 32% dos alunos apontaram esse critério em suas justificativas. É importante destacar que 20% não conseguiram identificar a diferença entre as soluções (caso 5), porém destacaram que as questões eram diferentes. Os 6 alunos que responderam que as soluções eram iguais, analisaram somente a resposta final das soluções e não em todo o processo em si.

Nas questões 2.1 e 2.2, destaca-se que somente um aluno apontou que identificou erro em uma das soluções. De acordo com o aluno, a terceira solução obtida se torna confusa por apresentar um método de resolução diferente das demais, onde há uma grande repetição de informações, o que torna confusa a compreensão da resolução. Os demais alunos (96%) não identificaram erro nas soluções.

No que diz respeito à questão 3, observa-se que 44% dos alunos escolheriam a terceira solução como resolução do problema. Segundo os alunos, a solução é mais fácil de compreender e possui menos cálculos. Isso mostra que a maioria dos alunos preferem o uso de métodos de resolução que exigem uma menor quantidade de cálculos.

Diante disso, percebe-se que os alunos apresentaram diferentes níveis de compreensão sobre os conceitos matemáticos envolvidos e sobre os métodos de resolução utilizados pelo *ChatGPT*. A análise das soluções ofereceu aos alunos a oportunidade de terem um olhar mais crítico em relação às soluções que obtemos através do uso de IA que servem como recursos de "pesquisa" ou resolução de questões, revertendo a visão de que o *ChatGPT* pode ser visto como uma espécie de "oráculo" do conhecimento, onde todas as respostas são tomadas como corretas.

Além disso, é notório que o uso desses recursos são principalmente para a otimização de tempo nas resoluções de questões, o que é perceptível ao analisarmos as respostas da questão 3. A maioria dos alunos optou pelas soluções que consideraram mais práticas e fáceis de entender, que utilizavam de métodos intuitivos.

Por fim, destaca-se que, por mais que o *ChatGPT* possa apresentar equívocos ou erros em sua resolução, é válido o seu uso como ferramenta para o ensino e aprendizagem, visto que possibilita um maior dinamismo em sala de aula, podendo servir como um apoio para se trabalhar certos conteúdos. A análise de soluções e a identificação da presença ou não de erros nas respostas permitem que o aluno desenvolva conceitos e fixe os conteúdos que são trabalhados em sala de aula de maneira dinâmica e autônoma. No entanto, é fundamental que o professor desempenhe um papel ativo no processo de ensino, orientando os alunos e garantindo que eles adquiram uma compreensão profunda dos conceitos matemáticos.

5 Considerações Finais

Por meio da pesquisa explorou-se a interseção entre a TTD e a aplicação do *ChatGPT* no ensino da matemática. A TTD, formulada por Yves Chevallard, juntamente com o método de ensino PEP, tem se mostrado uma ferramenta fundamental para entender como o conhecimento científico se transforma em saberes escolares. Este processo de adaptação e simplificação do conhecimento acadêmico para torná-lo acessível aos alunos é crucial para o desenvolvimento de práticas pedagógicas eficazes. A aplicação dessa teoria ao contexto educacional contemporâneo, que inclui o uso de IA, oferece uma oportunidade única de explorar novas formas de ensino e aprendizagem.

A análise do plano de aula gerado pelo ChatGPT para o ensino de sistemas de equações lineares no 2º ano do ensino médio revelou tanto potencialidades quanto limitações na sua estrutura. O plano demonstrou coerência com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), apresentando objetivos bem definidos e alinhados às habilidades esperadas para os alunos. Além disso, a abordagem metodológica proposta, que inclui o uso de situações-problema e estratégias diversificadas de ensino, contribui para tornar o aprendizado mais significativo e contextualizado.

Entretanto, alguns aspectos do plano poderiam ser aprimorados para garantir maior eficácia na prática pedagógica. A ausência de detalhamento sobre o uso dos recursos propostos, a necessidade de maior diversidade de exemplos na explicação dos métodos de resolução e a possibilidade de tornar as atividades mais interativas foram algumas das limitações identificadas. A inclusão de orientações mais detalhadas sobre a aplicação dos materiais e a exploração de diferentes estratégias didáticas poderiam fortalecer ainda mais a proposta.

Dessa forma, a pesquisa evidencia que ferramentas de inteligência artificial, como o ChatGPT, podem ser recursos valiosos para a elaboração de planos de aula, servindo como ponto de partida para professores na organização de suas práticas pedagógicas. No entanto, destaca-se que esses planos não devem ser utilizados de forma rígida ou sem adaptações. O papel do professor continua sendo fundamental na mediação do conhecimento, na personalização das estratégias de ensino e na adequação dos conteúdos às necessidades específicas dos alunos.

Ademais, a metodologia adotada neste estudo, que incluiu uma abordagem qualitativa, permitiu uma análise detalhada das respostas dos alunos ao utilizar o ChatGPT. Ao apresentar uma situação-problema e três soluções diferentes geradas pela IA, o estudo revelou que os alunos foram capazes de identificar diferenças e potenciais erros nas soluções oferecidas. Essa prática não apenas incentivou o desenvolvimento de habilidades críticas nos alunos, mas também destacou a importância de uma interação ativa com as ferramentas tecnológicas. *ChatGPT*. Ao apresentar uma situação-problema e três soluções diferentes geradas pela IA, o estudo revelou que os alunos foram capazes de identificar diferenças e potenciais erros nas soluções oferecidas. Essa prática não apenas incentivou o desenvolvimento de habilidades críticas nos alunos, mas também destacou a importância de uma interação ativa com as ferramentas tecnológicas.

Os resultados da pesquisa mostraram que a maioria dos alunos identificou diferenças significativas entre as soluções fornecidas pelo *ChatGPT* e foram capazes de apontar variações nos métodos de resolução utilizados. A análise crítica das respostas dos alunos revelou que, apesar de algumas dificuldades na interpretação, eles demonstraram uma capacidade crescente de avaliar a precisão e a utilidade das soluções oferecidas pela IA. Este processo de análise crítica é fundamental para o desenvolvimento de um entendimento mais profundo e autônomo dos conceitos matemáticos.

Apesar de algumas falhas identificadas nas soluções do *ChatGPT*, os alunos foram capazes de utilizar essas falhas como uma oportunidade de aprendizagem. A presença de erros e a necessidade de revisar as respostas proporcionaram um ambiente de aprendizado mais dinâmico e investigativo. Assim, a IA, mesmo com suas limitações, pode servir como um catalisador para uma abordagem mais ativa e reflexiva no ensino da matemática.

O papel do professor é, portanto, central na mediação entre a TTD a e as ferramentas tecnológicas como o *ChatGPT*. Os professores devem estar preparados para orientar os alunos na análise crítica das soluções fornecidas pela IA e garantir que a aprendizagem seja baseada em uma compreensão sólida dos conceitos matemáticos. A integração bem-sucedida da IA no ensino depende da habilidade do professor em utilizar essas ferramentas de maneira eficaz e pedagógica.

Diante disso, a combinação da TTD com o uso de tecnologias avançadas oferece um potencial significativo para enriquecer o ensino da matemática. A capacidade do *ChatGPT* de gerar soluções e exemplos é uma adição valiosa ao arsenal pedagógico, mas deve ser utilizada com cautela e acompanhamento crítico. A análise das respostas dos alunos e a reflexão sobre as práticas pedagógicas são essenciais para maximizar o impacto positivo dessas ferramentas no aprendizado.

Desse modo, a TTD e a aplicação do *ChatGPT* no ensino da matemática ilustram a evolução das práticas pedagógicas na era digital. A interação entre teoria e tecnologia oferece novas possibilidades para a educação, mas requer uma abordagem equilibrada e crítica para garantir que os objetivos educacionais sejam plenamente alcançados. O uso consciente e informado de ferramentas como o *ChatGPT* pode servir como um recurso valioso para aprimorar o ensino e a aprendizagem, promovendo um ambiente educacional mais dinâmico e adaptável às necessidades dos alunos.

Bibliografia

Anton, H., & Rorres, C. (2012). Álgebra Linear com Aplicações-10. Bookman Editora.

Bender, E. M., Gebru, T., McMillan-Major, A., & Shmitchell, S. (2021). On the dangers of stochastic parrots: Can language models be too big? In Proceedings of the 2021 ACM conference on fairness, accountability, and transparency (pp. 610-623).

Boyer, C. B., & Merzbach, U. C. (2019). História da matemática. Editora Blucher.

Brown, T., Mann, B., Ryder, N., Subbiah, M., Kaplan, J. D., Dhariwal, P., Neelakantan, A., Shyam, P., Sastry, G., Askell, A., et al. (2020). Language models are few-shot learners. Advances in neural information processing systems, 33, 1877-1901.

Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado. In La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado (pp. 196-196).

Chevallard, Y. (2009). La TAD face au professeur de mathématiques. Toulouse, UMR ADEF. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3.

Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2017). Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches. Sage publications.

Dante, L. R. (2016). Matemática: contexto & aplicações: ensino médio (3ª ed.). Ática.

Floridi, L. (2020). AI and its new winter: From myths to realities. Philosophy & Technology, 33, 1-3.

Kline, M. (1982). Mathematics: The loss of certainty (Vol. 686). Oxford University Press, USA.

Marandino, M., Bueno, J., Gomes, F. de O., Kristel, F. L., & Oliveira, A. (2016). Os usos da Teoria da Transposição Didática e da Teoria Antropológica do Didático para o estudo da educação em museus de ciências. Revista Labore Em Ensino de

Ciências, 1(1), 44-52.

Marcus, G. (2020). The next decade in AI: four steps towards robust artificial intelligence. arXiv preprint arXiv:2002.06177.

Martins, G. G., & da Silva, J. D. (2014). Reflexão sobre o ensino de análise combinatória no Ensino Médio: percepções de professores formados no CEUNES–UFES. Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas, 11(21), 44-52.

McCarthy, J., et al. (2007). What is artificial intelligence. Stanford University.

Minayo, M. S. C., Deslandes, S. F., & Gomes, R. (2011). Pesquisa social: teoria, método e criatividade. Editora Vozes Limitada.

OpenAI. (2024). ChatGPT. Disponível em: https://www.openai.com/chatgpt.

Radford, A. (2018). Improving language understanding by generative pre-training.

Rodrigues, R. F., Menezes, M. B., & dos Santos, M. C. (2016). Dispositivo didático para o ensino e aprendizagem da matemática: PEP.

Rodrigues, R. F., Menezes, M. B., & dos Santos, M. C. (2017). Licenciatura em matemática e o percurso de estudo e pesquisa: uma proposta do modelo epistemológico de referência para o ensino e aprendizagem do conceito de função. Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas, 13(27), 36-50.

Rodrigues, R. F. (2019). Percurso de estudo e pesquisa no conceito de função: analisando o processo de ensino e aprendizagem e as influências na formação do professor de matemática.

Santos, R. P., Sant'Ana, C. C., & Sant'Ana, I. P. (2023). O ChatGPT como recurso de apoio no ensino da Matemática. Revemop, 5, e202303–e202303.

Santos, W. S., Souza, J. P. A., & Alves, L. (2023). Capítulo 10: Inteligência Artificial, ChatGPT e Matemática: Convergências e Divergências. In Inteligência artificial e educação: refletindo sobre os desafios contemporâneos (pp. 169-187). EDUFBA.

Turing, A. M. (2009). Computing machinery and intelligence. Springer.