



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

Fundação Instituída nos termos da Lei 5.152 de 21/10/1966 - São Luís - MA

Centro de Ciências Exatas e Tecnologia
Curso de Matemática – Licenciatura Plena

Naiandro Maurice Pereira Melo

Estatísticas e Odds utilizadas pelas Casas de Apostas Esportivas

São Luís - MA
2023

Naiandro Maurice Pereira Melo 

Estatísticas e Odds utilizadas pelas Casas de Apostas Esportivas

Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) apresentada à Coordenadoria dos cursos de Matemática, da Universidade Federal do Maranhão, como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Curso de Matemática – Licenciatura Plena

Universidade Federal do Maranhão

Orientador: Prof. Dr. Josenildo de Souza Chaves

São Luís - MA

2023

Naiandro Maurice Pereira Melo 

Estatísticas e Odds utilizadas pelas Casas de Apostas Esportivas/ Naiandro Maurice Pereira Melo. – São Luís - MA, 2023-
35 p. : il.(alguma color.); 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Josenildo de Souza Chaves
– Curso de Matemática – Licenciatura Plena
Universidade Federal do Maranhão, 2023.

1. Método dos Horizontes Móveis. 2. Defensivos Auto-replicantes. I. Orientador. II. Universidade Federal do Maranhão. III. Curso de Matemática – Licenciatura Plena. IV. Título

CDU 02:141:005.7

Naiandro Maurice Pereira Melo 

Estatísticas e Odds utilizadas pelas Casas de Apostas Esportivas

Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) apresentada à Coordenadoria dos cursos de Matemática, da Universidade Federal do Maranhão, como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Trabalho **SUBMETIDO**. São Luís - MA, ____/____/____

Prof. Dr. Josenildo de Souza Chaves
Orientador
DEMAT/UFMA

Primeiro Supervisor

Segundo Supervisor

Agradecimentos

À minha família, que sempre me apoiou em todas as minhas decisões.

À minha querida esposa, pela paciência e compreensão durante a realização desse trabalho.

À meu orientador, cuja orientação foi crucial para o desenvolvimento desse trabalho.

“Ensina a criança no caminho em que deve andar, e ainda quando for velho, não se desviará dele.”

Provérbios 22:6

Resumo

Este trabalho investiga o cenário das apostas esportivas, com foco nas odds, que representam a probabilidade estatística de um evento ocorrer. Duas questões fundamentais são exploradas: Como as odds são calculadas e utilizadas nas apostas esportivas? E de que forma a compreensão das odds pode ser integrada ao currículo escolar para aprimorar a aprendizagem estatística dos alunos? Na primeira parte, analisamos o processo de cálculo das odds, revelando os métodos estatísticos e matemáticos empregados pelas casas de apostas. Isso inclui a análise de dados históricos, desempenho de equipes e outros fatores relevantes que influenciam na definição das odds. Também exploramos como as odds são utilizadas pelos apostadores para tomar decisões informadas e maximizar seus ganhos. Na segunda parte, investigamos o potencial de integrar o conceito de odds no currículo escolar. Propomos abordagens educacionais inovadoras que utilizam as odds como uma ferramenta para enriquecer o ensino de estatística. Ao fazer isso, visamos melhorar a compreensão prática da teoria das probabilidades por parte dos alunos. Discutimos estratégias pedagógicas e recursos didáticos que podem ser empregados para tornar o aprendizado das odds e da estatística mais acessível e envolvente. Este estudo contribui para o entendimento das implicações das odds no mundo das apostas esportivas e sugere maneiras de incorporar esse conceito no ambiente educacional. Além disso, destaca a importância de aliar paixão pelo esporte a oportunidades de aprendizado estatístico, promovendo o desenvolvimento de habilidades analíticas e a compreensão prática da teoria das probabilidades.

Palavras-chave: Distribuição de Probabilildade, Odds, Ensino.

Abstract

This work investigates the landscape of sports betting, with a focus on odds, which represent the statistical probability of an event occurring. Two fundamental questions are explored: How are odds calculated and used in sports betting? And how can the understanding of odds be integrated into the school curriculum to enhance students' statistical learning? In the first part, we delve into the process of calculating odds, revealing the statistical and mathematical methods employed by bookmakers. This includes the analysis of historical data, team performance, and other relevant factors that influence the determination of odds. We also explore how odds are used by bettors to make informed decisions and maximize their winnings. In the second part, we investigate the potential for integrating the concept of odds into the school curriculum. We propose innovative educational approaches that use odds as a tool to enrich the teaching of statistics. In doing so, we aim to enhance students' practical understanding of probability theory. We discuss pedagogical strategies and teaching resources that can be employed to make learning about odds and statistics more accessible and engaging. This study contributes to the understanding of the implications of odds in the world of sports betting and suggests ways to incorporate this concept into the educational environment, preparing students to face statistical challenges in their lives. Furthermore, it highlights the importance of combining a passion for sports with opportunities for statistical learning, promoting the development of analytical skills and a practical understanding of probability theory.

Keywords: Probability Distribution, Applications.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	8
1.1	Organização do Trabalho	9
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	10
2.1	Probabilidade	10
2.1.1	Definição Clássica de probabilidade	13
2.1.2	Definição Frequentista de probabilidade	13
2.2	Variáveis Aleatórias	14
2.2.1	Variáveis Aleatórias Discretas	15
2.2.2	Variáveis Aleatórias Contínuas	17
2.3	Estimação de parâmetros	19
2.3.1	Critérios para estimativas	19
2.3.2	Estimador de Máxima Verossimilhança	20
3	APOSTAS ESPORTIVAS E AS ODDS	22
3.1	Apostas Esportivas	22
3.2	Tipos de apostas	22
3.3	As Odds	23
4	APLICAÇÕES	26
4.1	Introdução	26
4.2	Análise das Probabilidades e Cálculo das odds	26
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	34
	REFERÊNCIAS	35

1 Introdução

Nas últimas décadas, o conceito de odds, originalmente associado ao mundo das apostas esportivas e jogos de azar, tem ganhado cada vez mais destaque em nossa sociedade, uma vez que interliga a paixão pelo futebol com possíveis ganhos financeiros. A palavra odds, vem do inglês e segundo o dicionário Linguee, significa, probabilidade; chances, e são, portanto, o reflexo da avaliação estatística de um evento ocorrer.

As odds são, de fato, uma representação numérica das probabilidades. Se a probabilidade de um evento ocorrer for p , então as odds a favor desse evento são definidas como $p/(1-p)$. Não podemos confundir o conceito de odds utilizado pelas casas de apostas, com o de odds ratio, que segundo (AGUIAR; NUNES, 2013) é um conceito estatístico utilizado para medir a associação entre duas variáveis em estudos de caso-controle, uma medida estatística utilizada para avaliar a associação em variáveis em pesquisa e estudos epistemológicos.

A inclusão de temas relevantes e contextualizados no currículo do Ensino Médio é crucial para envolver os alunos e prepará-los para os desafios do mundo real. A crescente relevância das apostas esportivas, principalmente no futebol, oferece uma oportunidade de envolver os alunos nesse cenário.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN(Brasil,1997) estabelecem que a principal finalidade para o estudo de probabilidade

é a de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos(Brasil,1997,p.56).

A compreensão das odds é essencial para a tomada de decisões em uma variedade de contextos. Em particular, a educação no ensino médio em estatística pode ser enriquecida ao introduzir os alunos ao conceito de odds. A inserção desse tema nas salas de aula pode fornecer aos estudantes uma base rica em estatística, ao mesmo tempo que os sensibiliza para as implicações práticas da teoria das probabilidades.

(SANTOS, 2019) destaca a importância desse tipo de inserção ao ensino de probabilidade

É importante que surjam inquietações que suscitem a importância de se desenvolver uma proposta de ensino voltada para estudantes que tenham como finalidade além de promover o ensino, tentar compreender os sucessos e fracassos desses indivíduos em meio ao processo de ensino e aprendizagem, buscando estratégias para reparar as falhas ou diminuir

as dificuldades que por ventura venham emergir do referido processo (SANTOS, 2019, p. 18-19).

O objetivo deste trabalho é, portanto, explorar o potencial da estatística e das odds, incentivando o desenvolvimento de habilidades analíticas em estudantes. Além disso, buscamos responder à seguinte questão de pesquisa: Como as odds são calculadas e utilizadas nas apostas esportivas? Como a compreensão das Odds pode ser integrada ao ensino de probabilidade no Ensino Médio?

Esses questionamentos serão explorados e exemplificados principalmente por (ROSS, 2009), (SEHNEM et al., 2021), (LAVRADOR, 2017), (ARA; MUSETTI; SCHNEIDERMAN, 2003) e (BARBETTA; REIS; BORNIA, 2004). (DUARTE, 2015)

1.1 Organização do Trabalho

Este trabalho está organizado em 5 capítulos. No Capítulo 2 apresentamos as definições e principais propriedades de probabilidade e das variáveis aleatórias discretas e contínuas, e estimação de parâmetros, de extrema importância para podermos responder como ocorre o funcionamento das odds, facilitando sua compreensão através de exemplos objetivos. No capítulo 3 será apresentado um pouco sobre a diferença entre os jogos de azar e as apostas esportivas e também a definição de Odds.

O capítulo 4 trata das aplicações, sendo dividido em duas partes, a primeira trata da análise das probabilidades, e a segunda, o cálculo das odds e as estratégias e tomadas de decisão. O capítulo 5 apresentará as considerações finais do trabalho.

2 Fundamentação Teórica

Neste capítulo apresentamos alguns conceitos básicos de probabilidade, variáveis aleatórias e Estimação de parâmetros. Como principais referências para a fundamentação teórica destacamos (MEYER, 1983), (MORETTIN; BUSSAB, 2017), (ROSS, 2009), (CUNHA; CARVAJAL, 2009), (SCHEINERMAN, 2003).

2.1 Probabilidade

Nos deparamos constantemente com questionamentos que nos fazem perceber o quanto a probabilidade está presente no nosso dia a dia. Se o céu está nublado, qual a probabilidade de chover? Em corridas de fórmula 1, dependendo da previsão, se utiliza um pneu diferente para cada cenário. Quando fazemos algum jogo numa casa lotérica, qual a probabilidade de ganharmos? Em uma partida de futebol, qual a probabilidade da equipe visitante ganhar a partida?

Podemos observar que não temos como determinar com certeza que particular resultado desse experimento irá ocorrer. Esses fenômenos são chamados pela teoria da probabilidade de experimentos aleatórios.

Definição 2.1. Experimento aleatório, é um experimento ϵ , em que, antes de ser executado, não se pode prever com certeza que particular resultado ocorrerá.

Definição 2.2. Espaço amostral é o conjunto não vazio de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório e é denotado pela letra grega Ω . Em geral usamos a letra grega minúscula ω para representar um resultado específico de um experimento aleatório. $\omega \in \Omega$.

O espaço amostral pode ser classificado da seguinte forma :

- finito, se puder ser colocado em correspondência bi-unívoca com um subconjunto finito de $\mathbb{N}$
- infinito enumerável, se puder ser colocado em correspondência bi-unívoca com $\mathbb{N}$
- não enumerável, caso não atenda a nenhuma das duas condições anteriores

Exemplo 2.3. Seja ϵ : Lançamento de uma moeda honesta duas vezes e anota-se a face voltada pra cima. A esse experimento podemos construir o seguinte espaço amostral:

$$\Omega = \{(cara, coroa), (coroa, cara), (cara, cara), (coroa, coroa)\}.$$

Exemplo 2.4. Três peças são retiradas de uma linha de produção. Cada peça é classificada em boa(B) ou defeituosa (D). O espaço amostral associado a esse experimento é :

$$\Omega = \{BBB, BBD, BDB, BDD, DBB, DBD, DDB, DDD\}$$

Note que os Exemplos 2.1 e 2.2 são exemplos de espaço amostral finito enumerável.

Exemplo 2.5. Suponha que um jogador decide jogar roleta até conseguir a primeira vitória. Se temos interesse no número de tentativas possíveis um espaço amostral é dado por:

$$\Omega = \{1, 2, 3, \dots\}.$$

Temos nesse caso, um exemplo de espaço amostral infinito enumerável.

Exemplo 2.6. Uma lâmpada é fabricada, em seguida é colocada pra funcionar. O tempo, em horas de duração até falhar é registrado. Um espaço amostral associado a este experimento é dado por:

$$\Omega = \{t \in \mathbb{R} : t > 0\}$$

Neste caso temos um exemplo de espaço amostral Ω infinito não-enumerável. Podemos representar um evento A indicando que o tempo de duração até falhar é superior a 5000 horas na forma : $A = \{t \in \mathbb{R} : t > 5000\}$.

Entender o conceito de espaço amostral é crucial para calcular probabilidades e analisar experimentos aleatórios.

Definição 2.7. Consideremos um experimento aleatório, cujo espaço amostral é Ω . Chamaremos de evento, todo subconjunto $A \subseteq \Omega$.

Notação. Os eventos devem ser indicados por uma letra maiúscula do alfabeto : A, B, C, ..., X, Y, Z.

Exemplo 2.8. No lançamento simultâneo de dois dados comuns, o espaço amostral desse lançamento é dado pelo conjunto abaixo :

$$\Omega = \begin{matrix} (1,1) & (1,2) & (1,3) & (1,4) & (1,5) & (1,6) \\ (2,1) & (2,2) & (2,3) & (2,4) & (2,5) & (2,6) \\ (3,1) & (3,2) & (3,3) & (3,4) & (3,5) & (3,6) \\ (4,1) & (4,2) & (4,3) & (4,4) & (4,5) & (4,6) \\ (5,1) & (5,2) & (5,3) & (5,4) & (5,5) & (5,6) \\ (6,1) & (6,2) & (6,3) & (6,4) & (6,5) & (6,6) \end{matrix}$$

Temos abaixo alguns exemplos de eventos desse espaço amostral.

- $A = \{(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\}$. "A soma é 8".
- $B = \{(1,1)\}$. "A soma é 2". Os eventos que possuem um único elemento são chamados de eventos elementares.
- $C = \Omega$. "A soma é menor que 13". Neste caso o evento C , é o próprio espaço amostral, também chamado de evento certo.
- $D = \emptyset$. "A soma é 1". O evento representado pelo conjunto vazio é chamado de evento impossível.

Sendo os eventos subconjuntos do espaço amostral, outros eventos podem ser obtidos através de operações elementares de conjuntos

- A interseção de dois eventos A e B é o evento $A \cap B = \{\omega : \omega \in A \text{ e } \omega \in B\}$
- Se $A \cap B = \emptyset$, os eventos A e B são disjuntos ou mutualmente exclusivos, o que significa que não podem ocorrer simultaneamente.
- A união de dois eventos A e B é o evento $A \cup B = \{\omega : \omega \in A \text{ ou } \omega \in B\}$
- O complementar de A é o evento $A^c = \{\omega : \omega \notin A\}$, que corresponde à não ocorrência de A .
- A diferença $A - B$ é o evento $A - B = \{\omega : \omega \in A \text{ e } \omega \notin B\}$, que corresponde à ocorrência de A , mas não de B . A diferença $B - A$ é o evento $B - A = \{\omega : \omega \in B \text{ e } \omega \notin A\}$, que corresponde à ocorrência de B , mas não de A .

Exemplo 2.9. Um componente eletrônico é testado e o tempo de duração até falhar T é registrado. Considere que o espaço amostral seja $\Omega = \{t : t \leq 0\}$. Sejam A , B e C três eventos definidos da seguinte maneira : $A = \{t : t < 100\}$; $B = \{t : 50 \leq t \leq 200\}$; $C = \{t : t < 150\}$. Então,

- $A \cup B = \{t : t < 200\}$
- $A \cap B = \{t : 50 \leq t < 100\}$
- $B \cup C = \{t : t \leq 50\}$
- $A \cap C = \emptyset$
- $A \cup B = \{t : t < 100 \text{ ou } t > 150\}$
- $\bar{A} = \{t : t \geq 100\}$
- $\bar{C} = \{t : t \leq 150\}$

2.1.1 Definição Clássica de probabilidade

Exemplo 2.10. Seja $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$ um espaço amostral finito e seja A um evento qualquer desse espaço amostral. A probabilidade de A , denotada por $P(A)$, é dada por

$$P(A) = \frac{\#(A)}{\#(\Omega)} \quad (2.1)$$

onde $\#(\Omega)$ é o número de resultados possíveis do experimento e $\#(A)$ é o número de resultados favoráveis à ocorrência do evento A .

De acordo com a Definição 2.10, uma probabilidade $P(\cdot)$ satisfaz os seguintes axiomas :

- (i) $0 \leq P(A) \leq 1$;
- (ii) $P(\Omega) = 1$;
- (iii) Se A e B são eventos mutualmente excludentes $A \cap B = \emptyset$, então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$;
- (iv) Se $A_1, A_2, \dots, A_k$ forem, dois a dois, eventos mutualmente excludentes, então $P(\bigcup_{i=1}^k A_i) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_k)$.

Exemplo 2.11. Qual a probabilidade de sair um ás quando extrairmos ao acaso uma carta de um baralho com 52 cartas?

Solução : Num baralho comum há 52 cartas, sendo 13 rotuladas com um número ou uma letra do conjunto $A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K$ e com um naipe do conjunto copas, espadas, ouros, paus. Portanto, existem 4 ases e o número de elementos do evento de interesse é 4. Segue, pela definição clássica de probabilidade, que a probabilidade do evento $A = \text{ás de copas, ás de espadas, ás de ouros, ás de paus}$, é dada por:

$$P(A) = \frac{\#(A)}{\#(\Omega)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13} \quad (2.2)$$

2.1.2 Definição Frequentista de probabilidade

Definição 2.12. A frequência relativa de um evento A em n repetições de um experimento ϵ é definida por

$$f_A = \frac{n_A}{n} \quad (2.3)$$

Sendo que n_A representa o número de vezes em que o evento A ocorreu nas n repetições do experimento ϵ . Devemos observar que n_A também é denominada de frequência absoluta do evento A nas n repetições do experimento ϵ .

A frequência relativa f_A possui as seguintes propriedades :

- (i) $0 \leq f_A \leq 1$. Sendo que $f_A = 1$ se, e somente se, A ocorrer em todas as n repetições de ϵ , e $f_A = 0$ se, e somente se, A nunca ocorrer nas n repetições de ϵ .
- (ii) se A e B forem eventos mutuamente excludentes, e se $f_{A \cup B}$ for a frequência relativa do evento $A \cup B$, então $f_{A \cup B} = f_A + f_B$.
- (iii) Quando $n \rightarrow \infty$, f_A converge para $P(A)$. Isso significa que

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_A}{n} \quad (2.4)$$

Devemos observar que a definição frequentista de probabilidade para ser aplicada requer que os experimentos aleatórios satisfaçam as seguintes condições :

1. O experimento poderá ser repetido indefinidamente sob condições iniciais fixadas.
2. Podemos descrever o conjunto de todos os resultados possíveis do experimento.
3. Após um grande número de repetições independentes do experimento, uma certa regularidade estatística surgirá, a qual, torna possível construir um modelo estatístico para análise do experimento.

2.2 Variáveis Aleatórias

Seja Ω um espaço amostral. Embora podemos estar interessados nos resultados individuais listados em Ω , geralmente temos maior interesse nos eventos. Por exemplo, no lançamento de um par de dados honestos, podemos querer saber a probabilidade dos números nos dois dados serem diferentes.

Considere o Exemplo 2.2 , nele temos o lançamento de uma moeda honesta duas vezes, obtendo o seguinte espaço amostral.

$$\Omega = \{(cara, coroa), (coroa, cara), (cara, cara), (coroa, coroa)\}.$$

Se houvesse interesse no número de caras obtidas, poderia ser definido uma variável aleatória, que associa um número a cada resultado em um espaço amostral Ω . Ou seja, seria definido uma variável aleatória X , onde $X = \text{Número de caras nos dois lançamentos}$. Assim, os valores possíveis de X seriam :

$$X = \{0, 1, 2\}$$

Onde o valor 0 é associado ao evento CoroaCoroa, o valor 1 é associado aos eventos CaraCoroa e CoroaCara, e o valor 2 é associado ao evento CaraCara.

Definição 2.13. Seja Ω um espaço amostral associado a um experimento aleatório ε . Uma função X , que associa a cada elemento $\omega \in \Omega$ um número real, $X(\omega)$, é denominada variável aleatória.

Notação. Para representar as variáveis aleatórias usa-se, por exemplo, X, Y, Z e W (letras latinas maiúsculas) e respectivamente x, y, z e w (letras latinas minúsculas) para representar os valores que aquelas variáveis aleatórias assumem.

2.2.1 Variáveis Aleatórias Discretas

Definição 2.14. Uma variável aleatória X é discreta se o número de valores possíveis de X for um número finito ou infinito enumerável.

Exemplo 2.15. São exemplos de v.a. discretas:

- Número de coroas obtido no lançamento de duas moedas.
- Número de itens defeituosos em uma amostra retirada aleatoriamente de um lote.
- Número de pessoas que visitam um determinado site num certo período de tempo.

Seguindo (MEYER, 1983), temos a seguinte definição de função de probabilidade.

Definição 2.16. Seja X uma v.a. Então, R_X , o contradomínio de X , será formado no máximo por um número infinito numerável de valores $x_1, x_2, \dots$. A cada possível resultado x associaremos um número $p(x_i) = P(X = x_i)$, denominado probabilidade de x_i . Os números $p(x_i), i = 1, 2, \dots$ devem satisfazer às seguintes condições:

$$p(x_i) \geq 0, \text{ para todo } i, \quad (2.5)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} p(x_i) = 1. \quad (2.6)$$

A função $(x, p(x))$ é chamada função de probabilidade (fp) da v.a. X ou apenas distribuição de probabilidade.

Notação. Utiliza-se a notação $P(X = x_i) = p(x_i) = p_i, i = 1, 2, \dots$ para representar as probabilidades que a variável X assume.

Exemplo 2.17. Considere uma urna contendo três bolas vermelhas e cinco pretas. Retire três bolas, sem reposição, e defina a variável aleatória X igual ao número de bolas pretas. Obtenha a distribuição de X .

Solução : Observe que não há reposição das bolas, assim temos a primeira extração com 5 possibilidades em 8 de ser uma bola preta, mas a segunda terá 5 em 7 se a primeira for vermelha, ou 4 em 7 se a primeira for preta. Observe na tabela abaixo as probabilidades acumuladas.

Tabela 2.1 – Probabilidade acumulada

Extrações	Probabilidades
PPP	$5/8 * 4/7 * 3/6 = 5/28$
PPV	$5/8 * 4/7 * 3/6 = 5/28$
PVP	$5/8 * 3/7 * 4/6 = 5/28$
VPP	$3/8 * 5/7 * 4/6 = 5/28$
PVV	$5/8 * 3/7 * 2/6 = 5/56$
VPV	$3/8 * 5/7 * 2/6 = 5/56$
VVP	$3/8 * 2/7 * 5/6 = 5/56$
VVV	$3/8 * 2/7 * 1/6 = 1/56$

Finalmente temos :

- $\{X=0\} = \{VVV\}$
- $\{X=1\} = \{VVP\} \cup \{VPV\} \cup \{PVV\}$
- $\{X=2\} = \{PPV\} \cup \{PVP\} \cup \{VPP\}$
- $\{X=3\} = \{PPP\}$

Somando as probabilidades dos eventos obtemos a função de distribuição de X ,como podemos ver abaixo :

Tabela 2.2 – Distribuição de Frequência de X

x	0	1	2	3
$p(x)$	0,02	0,27	0,53	0,18

Definição 2.18. Seja X uma variável aleatória discreta, tomando os seguintes valores : $0, 1, \dots, n, \dots$.Se

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, x = 0, 1, \dots, n, \dots \quad (2.7)$$

Diremos que X tem a distribuição de Poisson, com parâmetros $\lambda > 0$. Para verificar que a expressão acima representa uma legítima distribuição de probabilidade, basta observar que

$$\sum_{x=0}^{\infty} P(X = x) = \sum_{x=0}^{\infty} \left(\frac{e^{-\lambda}(\lambda)^x}{x!} \right) = e^{\lambda} \cdot e^{-\lambda} = 1$$

Teorema 2.19. *Se X tiver a distribuição de Poisson com parâmetro λ , então $E(X) = \lambda$ e $V(x) = \lambda$.*

Demonstração:

$$E(X) = \sum_{x=0}^{\infty} \frac{x e^{-\lambda}(\lambda)^x}{x!} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{-\lambda}(\lambda)^x}{(x-1)!}.$$

Fazendo-se $s = x - 1$, verificamos que a expressão se torna

$$E(X) = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda}(\lambda)^{s+1}}{s!} = \lambda \sum_{s=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda}(\lambda)^s}{s!} = \lambda.$$

Semelhantemente,

$$E(X^2) = \sum_{x=0}^{\infty} \frac{x^2 e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = \sum_{x=1}^{\infty} x \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{(x-1)!}$$

Fazendo novamente, $s = x - 1$, obteremos

$$E(X^2) = \sum_{s=0}^{\infty} (s+1) \frac{e^{-\lambda} \lambda^{s+1}}{s!} = \lambda \sum_{s=0}^{\infty} s \frac{e^{-\lambda} \lambda^s}{s!} + \lambda \sum_{s=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^s}{s!} = \lambda^2 + \lambda.$$

Portanto

$$V(X) = E(X^2) - [E(x)]^2 = \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = \lambda.$$



2.2.2 Variáveis Aleatórias Contínuas

Definição 2.20. Uma função X , definida sobre o espaço amostral Ω e assumindo valores num intervalo de números reais, é dita uma variável aleatória contínua.

Definição 2.21. Uma variável aleatória X é contínua se existir uma função f , chamada função densidade de probabilidade (fdp) de X satisfazendo as seguintes condições

$$f(x) \geq 0$$

,

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

e

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx, \quad -\infty < a < b < \infty.$$

A probabilidade de uma *v.a* contínua X pertencer a um intervalo $(a, b]$ é dada por

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

Note que,

$$P(X \leq b) - P(X < a) = F(b) - F(a)$$

e que,

$$P(a \leq X < b) = P(a < X \leq b) = P(a < X < b) = P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx.$$

Exemplo 2.22. A duração em anos, de uma certa lâmpada especial é uma variável aleatória contínua com densidade dada por :

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Para obter a função de distribuição $F(x) = \int_{-\infty}^x f(\omega) d\omega$, distinguimos dois casos :

Para $x < 0$, $F(x) = 0$, pois a função densidade é nula nesse intervalo.

Para $x \geq 0$, temos

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(\omega) d\omega = \int_0^x 2e^{-2\omega} d\omega = 1 - e^{-2x}$$

Se desejarmos a probabilidade da lâmpada durar até 2 anos, calculamos $F(x)$ no ponto 2. Assim $F(2) = 1 - e^{-4} = 0,98$.

2.3 Estimação de parâmetros

Discorreremos sobre a estimação de parâmetros, definindo os critérios para estimativas e estimativas de máxima verossimilhança, conceitos que serão fundamentais para o entendimento do cálculo das odds feito pelas casas de apostas. Utilizando como base [Meyer \(1983\)](#)

2.3.1 Critérios para estimativas

Definição 2.23. Seja X uma variável aleatória. Seja $(X_1, \dots, X_n)$ uma amostra de X , e $x_1, \dots, x_n$ os valores amostrais. Se $g(X_1, \dots, X_n)$ for uma função de amostra a ser empregada para estimação de θ , então g será um estimador de θ . O valor que g assume, $g(x_1, \dots, x_n)$, será uma estimativa de θ e é usualmente escrito $\hat{\theta}$

Definição 2.24. Seja $\hat{\theta}$ uma estimativa do parâmetro desconhecido θ associado com a distribuição da variável aleatória X . Neste caso, $\hat{\theta}$ será uma estimativa não tendenciosa de θ .

Definição 2.25. Seja $\hat{\theta}$ uma estimativa não tendenciosa de θ . Diremos que $\hat{\theta}$ é estimativa não tendenciosa de variância mínima de θ se para todas as estimativas de θ^* , tais que $E(\theta^*) = \theta$, tivermos $V(\hat{\theta}) \leq V(\theta^*)$, $\forall \theta$.

Dentre todas as estimativas não tendenciosas de θ , $\hat{\theta}$ tem a menor variância de todas.

Definição 2.26. Seja $\hat{\theta}$ uma estimativa de parâmetro θ . Dizemos que $\hat{\theta}$ é uma estimativa coerente de θ se

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \text{Prob}[|\hat{\theta} - \theta| > \epsilon] = 0, \forall \epsilon > 0 \quad (2.8)$$

ou equivalente

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \text{Prob}[|\hat{\theta} - \theta| \leq \epsilon] = 1, \forall \epsilon > 0 \quad (2.9)$$

Teorema 2.27. *Seja $\hat{\theta}$ uma estimativa de θ baseado em uma amostra de tamanho n . Então Se*

$$\begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} E(\hat{\theta}) = \theta \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \text{var}(\hat{\theta}) = 0 \end{cases}$$

Então $\hat{\theta}$ é um estimador consistente.

Exemplo 2.28. Mostrar que $\hat{p} = \frac{\sum X_i}{n}$ é um estimador consistente de proporção amostral p .

Pela definição, a primeira condição é :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E(\hat{p}) = \lim_{n \rightarrow \infty} E\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} E\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)$$

$$E\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \sum_{i=1}^n E(X_i) \text{ e } E(X_i) = \sum_{i=1}^n X_i P(X_i = x_i)$$

logo

$$E(X_i) = 0.p(X_i = 0) + 1.p(X_i = 1) = p$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E(\hat{p}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} np = p$$

Teorema 2.29. Seja X uma variável aleatória com $E(x) = \mu$ e $Var = \sigma^2$. Seja $(X_1, \dots, X_n)$ uma amostra aleatória de X , então $\bar{X}$, sendo a média amostral baseada em uma amostra aleatória de tamanho n , será uma estimativa não tendenciosa e coerente de μ .

Demonstração: Seja $E(\bar{X}) = \mu$ e $Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$

Note que, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sigma^2}{n} = 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} E(\bar{X}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \mu = \mu$.

Portanto $\hat{\mu} = \bar{X}$ ■

2.3.2 Estimador de Máxima Verossimilhança

Definição 2.30. Seja $(X_1, \dots, X_n)$ uma amostra aleatória de X e sejam $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ os valores amostrais. A função de verossimilhança de L é dada por

$$L(\theta, X_1, \dots, X_n) = f(X_1, \theta) \cdot f(X_2, \theta) \dots f(X_n, \theta)$$

Podemos escrever da forma,

$$L(\theta; x) = \prod_{i=1}^n f(x_i \theta) \tag{2.10}$$

Definição 2.31. O estimador de máxima verossimilhança de θ , isto é, $\hat{\theta}$, baseado em uma amostra aleatória $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ é o valor de θ que torna máxima $L(\theta; x)$, ou seja.

$$\frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} = 0$$

Exemplo 2.32. Seja $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ uma amostra aleatória simples da distribuição de Poisson(λ), $x = 0, 1, 2, \dots$ e $\lambda > 0$. Temos que

$$f(x; \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \Rightarrow L(\lambda; x) = \frac{e^{-n\lambda} \prod_{i=1}^n \lambda^{x_i}}{\prod_{i=1}^n x_i!}$$

e

$$l(\lambda; x) = -n\lambda + \log(\lambda) \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n \log(x_i!)$$

fazendo a derivada primeira de $l(\lambda; x)$ temos

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} l(\lambda; x) = -n + \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^n x_i$$

fazendo $-n + \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^n x_i = 0$ e executando as operações algébricas necessárias, temos que $\lambda = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ é raiz de $-n + \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^n x_i$. Portanto $\bar{x}$, a média amostral, é o E.M.V de λ .

3 Apostas esportivas e as Odds

3.1 Apostas Esportivas

Os jogos de azar, são jogos em que o ganho e a perda dependem exclusiva ou principalmente da sorte e na maioria das situações, os jogadores têm mais chances de derrota do que vitória.([MAIA, 2023](#))

Nos jogos de azar, segundo ([SEHNEM et al., 2021](#)), o resultado do evento é ditado pelo acaso, isto é, pelas regras de probabilidade, ao contrário das apostas esportivas, onde são realizados criteriosos juízos das possibilidades de ocorrência, ou seja, é realizada uma rigorosa análise dos fatos relacionados ao esporte, tais como o momento das equipes no campeonato, as prováveis escalasções dos times.

O jogos de azar são proibidos no Brasil desde 1941, quando Getúlio Vargas assinou o decreto-Lei nº 3688, com exceção da Loteria Federal, que desde a sua criação em 1962 vem ocorrendo normalmente, com sorteios semanais.([MAIA, 2023](#))

Diferente dos jogos de azar, as apostas esportivas são legais no Brasil, desde a aprovação da Lei 13.756/2018. A lei autoriza as casas de apostas a atuarem no Brasil desde que estejam sediadas em outros países e não tenham pontos fixos.

3.2 Tipos de apostas

Dentro das apostas esportivas , existem diversas maneiras de se fazer uma aposta em um determinado jogo, segundo o site *apostasonline.com* temos as seguintes opções :

Moneyline :

Este é o tipo de aposta mais simples e tradicional, onde se aposta na vitória do time 1, no empate , ou na vitória do time 2. Também conhecido como Straight Bets. Nesse tipo de aposta, se o apostador escolher a vitória do time considerado favorito, a casa de aposta oferecerá um prêmio menor para essa aposta.

Empate anula a aposta :

Conhecido como DrawnoBet em inglês, esse tipo de aposta se adequa aos apostadores que são mais cautelosos, pois apostando nesse tipo de modalidade, você ganha o prêmio se a sua equipe escolhida vencer e se der empate a aposta é anulada e o seu dinheiro é devolvido.

Aposta Dupla :

Neste tipo de aposta, o apostador escolhe duas entre as 3 opções, como por exemplo, vitória do time 1 ou empate; vitória do time 2 ou empate. Diferente da modalidade empate anula, nessa o apostador ganha o prêmio com a vitória do time ou com o empate.

Apostas Combinadas :

Ao combinar vários resultados diferentes, o apostador consegue alcançar valores de prêmios muito superiores aos que ele conseguiria apostando somente no empate anula por exemplo, pois quanto maior o risco, maior o lucro.

Over/Under :

Neste tipo de aposta, o apostador não precisa decidir quem será o vencedor da partida, ou até mesmo torcer para a partida terminar empatada. Basta dizer se a partida terminará com mais (under) ou menos (over) gols somando os gols das duas equipes.

3.3 As Odds

A palavra odds é de origem inglesa e significa chances, hipóteses, probabilidades. A odd é um indicador calculado com base em avaliações realizadas pelas casas de aposta. A odd é a cotação do evento e a determinação desse valor envolve primeiramente o cálculo da probabilidade do evento ocorrer.

Ass odds podem ser interpretadas como percentuais de chance, ou seja, compreender esse sistema é essencial para os apostadores, pois as odds oferecem uma visão das percepções das casas de apostas sobre a probabilidade de ocorrência do evento específico.

O cálculo do valor da odd se é realizado da seguinte maneira.

$$odd = \frac{1}{P}$$

Onde P é a probabilidade do evento ocorrer. Logo podemos observar que a odd possui uma relação inversa a probabilidade, ou seja, quanto menor a odd, maior é o percentual de chance atribuído ao evento em questão, ou seja, maior a chance desse evento ocorrer.

Digamos que em uma das partidas do Campeonato Brasileiro de futebol 2023, uma das equipes tenha 44% de chance de vitória, a odd calculada é.

$$odd = \frac{1}{44\%} = 2.27$$

A odd a 2.27 significa que a cada R\$ 10,00 apostado, em caso de acerto, o apostador levaria um total de R\$ 22,70.

Observe na figura abaixo, as cotações trazidas por algumas casas de apostas em uma partida realizada pela 35ª rodada entre as equipes do América-Mg e Flamengo-Rj.

Figura 3.1 – Odds oferecidas na partida entre América-Mg e Flamengo-Rj

CASAS DE APOSTAS			CASA ↓	X ↓	FORA ↓
	Bonus		7.40	5.00	1.38
	Bonus		7.00	4.75	1.42
	Bonus		7.50	4.75	1.40
	Bonus		8.36	5.01	1.40
	Bonus		8.15	4.85	1.42

Fonte: oddspedia.com.

Observe que as Odds oferecidas pelas casas de aposta para a equipe mandante, que é a equipe do América-mg são as maiores, a PINNACLE ofereceu uma odd, a mais alta entre as casas de aposta, de 8.36 para vitória do time mandante, 5.01 para o empate e 1.40 para vitória da equipe visitante.

Dessa forma, a cada R\$ 10,00 apostado na equipe do América-Mg retornaria um total de R\$ 83,36, já apostando os mesmos R\$10,00 na equipe do Flamengo-Rj, retornaria apenas R\$14,00. Assim os lucros são maiores se apostarmos em nas odds maiores, em contrapartida essas odds são mais arriscadas, não sendo tão fácil acertar.

No exemplo anterior, podemos fazer o seguinte questionamento, Se o América-Mg paga R\$ 83,36 e o Flamengo somente R\$ 14,00, porque não apostar no América-Mg?

A resposta para esse questionamento é dada pelas probabilidades do evento, que são calculadas mediante alguns critérios, como por exemplo o momento da equipe no campeonato. O cálculo da probabilidade é feito da seguinte maneira

$$P = \frac{1}{\text{odd}}$$

Calculando a probabilidade de chances da partida, podemos observar

$$\text{Vitória (Mandante)} : P = \frac{1}{8.36} = 11,96\%$$

$$\text{Empate} : P = \frac{1}{5.01} = 19,96\%$$

$$\text{Vitória (Visitante)} : P = \frac{1}{1.40} = 71.42\%$$

Analisando as odds oferecidas podemos observar que O time favarito para vitória na partida é a equipe do Flamengo-Rj, com 71,42% de chances de vitória,seguido pelo empate com 19,96% e a vitória do mandante 11,96%.

O resultado da partida foi América-Mg 0x3 Flamengo-Rj refletindo as previsões feitas para a partida, com a vitória do time visitante.

Podemos observar no calculo das probabilidades que a soma das probabilidades dos possíveis resultados não da 100% e sim 103,34%.Isso acontece pois a casa de apostas,como um negócio que visa o lucro, precisa da sua margem de lucro,assim os 3,34% é a comissão da casa de aposta.

4 Aplicações

4.1 Introdução

Uma partida de futebol é composta por dois times, cada um contendo 11 jogadores, que se enfrentam em dois tempos de 45 minutos e possuem como objetivo principal, marcar o gol. Dessa forma para equipe que ao final do tempo da partida tiver o maior número de gols é atribuída a vitória, consequentemente, para a equipe com menor número de gols é atribuída a derrota, e se o número de gols for igual, é atribuído o empate.

Atualmente nas casas de apostas online, é possível, dentro de uma mesma partida de futebol, apostar em inúmeros itens que podem ocorrer durante a partida, como por exemplo, número de escanteios, número de cartões amarelos, número de cartões vermelhos, quem será a primeira equipe a marcar o gol, se essa equipe irá marcar apenas no primeiro tempo, ou nos dois tempos, além é claro, de apostar na vitória do time mandante ou do visitante, ou no empate. Neste trabalho, será abordado apenas a probabilidade de vitória, derrota ou empate entre as equipes.

Neste capítulo, estamos interessados em aplicar as distribuições de probabilidade de Poisson para cálculo das probabilidades dos resultados das partidas e consequentemente o cálculo das odds.

4.2 Análise das Probabilidades e Cálculo das odds

O cálculo das Odds feito pelas casas de apostas, é realizado por uma equipe de especialistas internacionais, que utilizam as mais diversas técnicas para predição dos resultados das partidas, como o Método de Monte Carlo, baseado em cadeias de Markov, inferência Bayesiana ou ainda métodos baseados em Data Mining e Machine Learning (TOMÉ, 2018).

Neste trabalho, utilizaremos a distribuição de Poisson univariada para o cálculo das probabilidades que cada equipe possui de fazer um número determinado de gols. Segundo (SEHNEM et al., 2021), para se calcular a probabilidade de um evento acontecer, baseado nos eventos anteriores, utilizando a distribuição de Poisson, precisa-se obter a quantidade de eventos similares ocorridos previamente. Ainda segundo o autor, os modelos mais populares para o cálculo das odds usado pelas casas de apostas baseiam-se na capacidade ofensiva ou no fator de ataque e na capacidade defensiva, ou fator de defesa.

Para prevermos o resultado de uma partida de forma correta, seria preciso, de acordo com (LAVRADOR, 2017), uma amostra dos resultados anteriores entre as equipes,

sendo que esses dados, não refletiriam o momento atual das equipes, uma vez que os resultados possíveis estão associados as condições dos jogadores, as condições do gramado, favoritismo, entre outros fatores. Sendo assim, a solução mais adequada seria considerar os jogos anteriores das duas equipes quando elas enfrentam outras equipes.

Iremos utilizar para os cálculos das odds, a partida realizada pelas equipes do RedBull Bragantino-SP e a equipe do Botafogo-RJ pela 34ª rodada do campeonato brasileiro. Como falado anteriormente iremos analisar os jogos anteriores das duas equipes enfrentando outras equipes. Partindo desse princípio, temos segundo o site ogol.com.br, no brasileirão 2023, como é conhecido o campeonato brasileiro de futebol, até a 33ª rodada, houve um total de 817 gols em 331 jogos, uma média de 2,49 gols/jogo, obtemos assim a média de gols do campeonato. Desse total de gols marcados 472 foram marcados pelo time mandante e 345 pelo time visitante.

Para calcularmos o parâmetro λ_m , que chamaremos de taxa média de sucesso do time mandante, precisamos primeiramente calcular a capacidade ofensiva da equipe mandante, que chamaremos de C_{om} , e a capacidade defensiva do time visitante, que chamaremos de C_{dv} , e a média dos gols marcados no campeonato pelos times mandantes, que chamaremos de $\bar{x}_m$. Assim temos :

$$\lambda_m = C_{om} \cdot C_{dv} \cdot \bar{x}_m$$

Para o cálculo da capacidade ofensiva da equipe mandante, iremos analisar os últimos confrontos da equipe do RedBull Bragantino-SP jogando em casa, como podemos observar na figura abaixo

Figura 4.1 – Tabela de jogos da equipe RedBull Bragantino-SP como mandante

Equipe Mandante				Equipe visitante
Redbull Bragantino	2	x	1	Bahia
Redbull Bragantino	0	x	3	Cruzeiro
Redbull Bragantino	2	x	0	Atletico-PR
Redbull Bragantino	2	x	0	Santos
Redbull Bragantino	4	x	0	Flamengo
Redbull Bragantino	2	x	0	Goiás
Redbull Bragantino	0	x	0	São Paulo
Redbull Bragantino	0	x	0	Internacional
Redbull Bragantino	1	x	1	Vasco
Redbull Bragantino	2	x	0	Cuiabá
Redbull Bragantino	2	x	0	Grêmio
Redbull Bragantino	2	x	1	Palmeiras
Redbull Bragantino	2	x	0	Grêmio
Redbull Bragantino	1	x	2	Atlético-Mg
Redbull Bragantino	1	x	0	Corinthians

Fonte: Autor.

Observamos que a equipe do RedBull Bragantino-Sp marcou 23 gols em 15 partidas realizadas como mandante, ou seja, uma média 1,53 gols por partida. Precisamos calcular

a sua capacidade ofensiva, que será determinada pela proporção entre a média do time da casa e a média de gols do campeonato.

O cálculo da capacidade ofensiva será feito dividindo o número de gols marcados pela equipe mandante pelo número de jogos que esta equipe realizou como mandante. E em seguida dividiremos o valor encontrado pela média de gols das equipes mandantes no campeonato. Dessa forma temos que a equipe do RedBull Bragantino-SP marcou 23 gols em 15 jogos, assim temos $\frac{23}{15} \cong 1,53$. Sabemos que as equipe mandantes marcaram um total de 472 gols marcados em 331 jogos, logo $\bar{x}_m = \frac{472}{331} \cong 1,42$, dessa forma temos que a capacidade ofensiva da equipe do RedBull Bragantino-Sp é

$$C_{om} = \frac{1,53}{1,42} \cong 1,07$$

Agora precisamos analisar a capacidade defensiva do time visitante, para isso, iremos analisar, observando a figura abaixo, os últimos jogos da equipe do Botafogo-Rj como visitante.

Figura 4.2 – Tabela de jogos da equipe do Botafogo-Rj como visitante

Equipe Mandante				Equipe visitante
Bahia	1	x	2	Botafogo
Flamengo	2	x	3	Botafogo
Goiás	2	x	1	Botafogo
Atletico-PR	1	x	0	Botafogo
Cuiabá	0	x	1	Botafogo
Palmeiras	0	x	1	Botafogo
Grêmio	0	x	2	Botafogo
Santos	2	x	2	Botafogo
Cruzeiro	0	x	0	Botafogo
São Paulo	0	x	0	Botafogo
Atlético-Mg	1	x	0	Botafogo
Corinthians	1	x	0	Botafogo
Fluminense	0	x	2	Botafogo
América-Mg	1	x	2	Botafogo
Vasco	1	x	0	Botafogo

Fonte: Autor.

A capacidade defensiva da equipe visitante, é calculado de forma análoga a da equipe mandante. A principal diferença é que o valor encontrado quando se divide o número de gols sofridos pela equipe visitante pelo número de jogos fora de casa, será dividido pela média de gols sofridos pela equipe visitante. As equipes visitantes marcaram um total de 345 gols em 331 jogos, dessa forma, a média de gols sofridos pela equipe visitante é de $\bar{x}_v = \frac{345}{331} \cong 1,04$. Analisando a tabela de jogos, podemos observar que a equipe do Botafogo-RJ sofreu 14 gols em 16 jogos, assim temos, $\frac{16}{17} \cong 0,94$. Dessa forma temos

$$C_{dv} = \frac{0,94}{1,04} \cong 0,90$$

Encontrados os valores necessários, podemos agora encontrar o λ_m (A taxa média de sucesso) .Assim temos

$$\lambda_m = C_{om}.C_{dv}.\bar{x}_m$$

$$\lambda_m = 1,07.0,90.1,42$$

$$\lambda_m \cong 1,37$$

Agora precisamos calcular a taxa média de sucesso do time visitante,que chamaremos de λ_v para isso precisaremos da capacidade ofensiva do visitante, e da capacidade defensiva da equipe mandante.

Analisando os jogos na figura 4.2,podemos observar que a equipe do Botafogo-RJ marcou 15 em 16 jogos como visitante, assim temos que a média de gols da equipe do botafogo como visitante é $\frac{15}{16} \cong 0,93$. Agora Em seguida dividimos o valor encontrado pela média de gols sofridos pelas equipes mandantes, assim temos,

$$C_{ov} = \frac{0.93}{1.04} \cong 0,89$$

Utilizaremos o mesmo processo para o cálculo da capacidade defensiva da equipe mandante, dessa forma temos, $\frac{10}{16} \cong 0,62$. Em seguida dividiremos o valor encontrado pela média de gols sofridos pelo time da mandante, assim temos

$$C_{dm} = \frac{0,62}{1,04} \cong 0,60$$

A taxa média de sucesso da equipe visitante (λ_v) será da seguinte forma :

$$\lambda_v = C_{ov}.C_{dm}.\bar{x}_v$$

$$\lambda_v = 0,89.0,60.1,04$$

$$\lambda_v = 0,55$$

Encontradas as taxas médias de sucesso,utilizaremos a distribuição de Poisson para calcular a probabilidade de gols de cada equipe, onde λ = taxa média de sucesso e $x = 0,1,2,3$ é o número de gols.

Para a equipe do RedBull Bragantino - SP temos as seguintes probabilidades para as respectivas quantidades de gols:

$$P(X = 0) = \frac{e^{-1.37}(1.37)^0}{0!} = 0,2567$$

$$P(X = 1) = \frac{e^{-1.37}(1.37)^1}{1!} = 0,3472$$

Assim temos que a probabilidade de que a equipe do Redbull Bragantino-SP faça 0 gol na partida é de 25,67% , e a probabilidade de que faça 1 gol é de 34,72% repetindo a operação para as demais quantidade possíveis de gol temos a seguinte distribuição de probabilidades, como podemos ver na figura abaixo :

Figura 4.3 – Probabilidade de gols da Equipe RedBull Bragantino

Gols		
Redbull Bragantino	0	25,67%
	1	34,91%
	2	23,74%
	3	10,76%
	4	2,79%
	5	0,69%

Fonte: Autor.

Repetindo a processo para a equipe do Botafogo-RJ, utilizando a distribuição de Poisson, agora com a taxa média de sucesso ($\lambda = 0,55$), temos que as seguintes probabilidades

$$P(X = 0) = \frac{e^{-0,55}(0,55)^0}{0!} = 0,5769$$

$$P(X = 1) = \frac{e^{-0,55}(0,55)^1}{1!} = 0,3173$$

podemos observar que a probabilidade de que a equipe do Botafogo-RJ faça 0 gol é de 57,69%. Repetindo o processo para as demais quantidades de gols temos os seguintes resultados, como podemos observar na figura abaixo.

De posse desses valores, podemos observar também que a probabilidade $P(X=0) = 57,69\%$,da Equipe do Botafogo-RJ de que faça 0 gol, não afeta a probabilidade $P(X=0)$

Figura 4.4 – Probabilidade de gols da Equipe Botafogo-RJ

Gols		
Botafogo	0	57,69%
	1	31,73%
	2	8,73%
	3	1,60%
	4	0,22%
	5	0,02%

Fonte: Autor.

= 25,67% de que a equipe do RedBull Bragantino-SP faça 0 gol, dessa forma temos que esses eventos são independentes.

Diante disso, podemos assim calcular a probabilidade de que o resultado da partida seja (0X0), calculando o produto entre as probabilidades de que a equipe do RedBull Bragantino- Sp e a equipe do Botafogo-RJ façam 0 gol,logo temos

$$P = 0,2567 * 0,5769 = 0,1481$$

logo, a probabilidade de que nenhuma equipe faça gol , ou seja, a partida termine empatada em (0 x 0) é de 14,81%". Repetindo o processo para os demais placares, temos a seguinte tabela , como podemos ver na figura abaixo.

Figura 4.5 – Probabilidade dos placares da partida

		Botafogo-RJ					
	Gols	0	1	2	3	4	5
	0	14,81%	8,14%	2,24%	0,41%	0,06%	0,01%
Redbull Bragantino	1	20,14%	11,08%	3,05%	0,56%	0,08%	0,01%
	2	13,69%	7,53%	2,07%	0,38%	0,05%	0,01%
	3	6,21%	3,41%	0,94%	0,17%	0,02%	0,00%
	4	1,61%	0,88%	0,04%	0,04%	0,01%	0,00%
	5	0,40%	0,22%	0,06%	0,01%	0,00%	0,00%

Fonte: Autor.

Temos assim , a probabilidade dos prováveis resultados da partida.Dessa forma podemos calcular as probabilidade de vitória do Time mandante, empate ou vitória do time visitante somando as probabilidades onde os resultados foram favoráveis, pois sabemos que os eventos em questão são mutualmente exclusivos, ou seja, não podem ocorrer simultaneamente.

Consideremos X = número de gols da equipe mandante e Y = o número de gols da equipe visitante. Nesse caso temos :

(Vitória Mandante) :

$$P(X > Y) = 0,5518$$

(Empate) :

$$P(X = Y) = 0,2814$$

(Vitória Time Visitante) :

$$P(X < Y) = 0,1502$$

Obtendo assim as seguintes Odds :

$$\text{Odd (Vitória RedBull Bragantino)} = \frac{1}{0,5518} = 1,81$$

$$\text{Odd (Empate)} = \frac{1}{0,2814} = 3,55$$

$$\text{Odd (Vitória Botafogo)} = \frac{1}{0,1502} = 6,62$$

Podemos observar na figura 4.6, as odds que foram oferecidas pelas principais casas de apostas antes da partida

Figura 4.6 – Odd pré-jogo RedBull Bragantino x Botafogo

CASAS DE APOSTAS			MOVER	CASA	X	FORA
				↓↑	↓↑	↓↑
	Stake.com	Bonus		1.67	3.90	4.90
	Fezbet	Bonus		1.73	3.80	4.75
	Pinnacle	Bonus		1.73	3.92	5.07
	1xBet	Bonus		1.75	3.90	4.75
	BC.Game Sport	Bonus		1.72	3.80	4.80
	20Bet	Bonus		1.74	3.83	4.46
	Betano	Bonus		1.80	3.85	4.25

Fonte: oddspedia.com.

Comparando as odds encontradas com as oferecidas pelas casas de aposta segundo o site *oddspedia.com*, podemos observar que foram encontrados valores muito satisfatórios comparadas as probabilidades de vitória do mandante, empate e vitória do visitante.

Estendendo os cálculos para mais partidas, foi escolhida a 38ª rodada do brasileiro 2023, analisando as probabilidades de cada equipe chegamos aos seguintes resultados, as odds encontradas nos cálculos também se aproximaram bastante das odds oferecidas pelo mercado, como podemos ver na figura abaixo.

Figura 4.7 – Análise dos resultados

		Probabilidades			Odds Encontradas			Odds mercado		
		Vitória mandante	Empate	Vitória Visitante						
Goiás	América-Mg	45,06%	24,10%	29,91%	2,22	4,15	3,34	1,96	3,75	3,6
Internacional	Botafogo	47,52%	25,60%	26,30%	2,10	3,91	3,80	2,05	3,3	3,8
Coritiba	Corinthians	35,06%	28,19%	36,49%	2,85	3,55	2,74	3,2	3,1	2,3
Fluminense	Grêmio	52,43%	22,31%	23,37%	1,91	4,48	4,28	2,05	3,8	3,2
Cruzeiro	Palmeiras	26,35%	30,16%	43,34%	3,80	3,32	2,31	3,85	2,95	2,16
Bahia	Atlético-Mg	36,52%	29,37%	33,93%	2,74	3,40	2,95	2,43	3,5	2,75
Cuiabá	Atlético-PR	42,74%	28,61%	28,62%	2,34	3,50	3,49	2,23	3,25	3,3
Santos	Fortaleza	41,76%	27,19%	30,69%	2,39	3,68	3,26	1,9	3,35	3,89
São Paulo	Flamengo	45,63%	25,09%	28,61%	2,19	3,99	3,50	3,4	3,5	2,25
Vasco da Gama	Bragantino	34,75%	28,56%	36,46%	2,88	3,50	2,74	2,27	3,5	3,69

Fonte: O autor.

As odds do mercado que foram utilizadas para comparação foram retiradas do site *stake.com* e *bet365.com*

5 Considerações Finais

Neste trabalho foram apresentados tópicos fundamentais de probabilidade, variáveis aleatórias e estimação de parâmetros. Isto permite uma melhor compreensão do cálculo probabilidades relacionadas a uma partida de futebol.

O exemplo de aplicação do Capítulo 4 mostra como podemos utilizar conceitos de probabilidade para o cálculo de odds em diversas situações. A ideia pode ser estendida incluindo diretamente num modelo de regressão Poisson variáveis explicativas, como por exemplo, o número de vitórias fora de casa.

Introduzir as odds no ensino de probabilidade permite que os alunos vejam como os conceitos aprendidos são aplicados no dia-a-dia, conseguindo relacionar conceitos abstratos a situações mais tangíveis, o que pode aumentar o interesse e a relevância do aprendizado. Por conseguinte, a análise das odds pode ajudar o aluno a desenvolver uma análise crítica dos riscos associados a diferentes eventos, desenvolvendo a habilidade de avaliar riscos na tomada de decisões.

Referências

- AGUIAR, P.; NUNES, B. Odds ratio. *Acta Médica Portuguesa*, v. 26, n. 5, p. 505–510, 2013. Citado na página 8.
- ARA, A. B.; MUSETTI, A. V.; SCHNEIDERMAN, B. *Introdução à estatística*. [S.l.]: Editora Blucher, 2003. Citado na página 9.
- BARBETTA, P. A.; REIS, M. M.; BORNIA, A. C. *Estatística: para cursos de engenharia e informática*. [S.l.]: Atlas São Paulo, 2004. v. 3. Citado na página 9.
- CUNHA, S. B. D.; CARVAJAL, S. R. *Estatística Básica-a Arte de Trabalhar com Dados*. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2009. Citado na página 10.
- DUARTE, L. M. da S. 1x2-previsão de resultados de jogos de futebol. 2015. Citado na página 9.
- LAVRADOR, R. F. C. *Previsões em Futebol*. Dissertação (Mestrado), 2017. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 26.
- MAIA, B. L. d. M. *Ensino de análise combinatória e probabilidade usando jogos de azar*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2023. Citado na página 22.
- MEYER, P. L. *Probabilidade: aplicações à estatística*. [S.l.]: Livros Técnicos e Científicos Rio de Janeiro, 1983. Citado 3 vezes nas páginas 10, 15 e 19.
- MORETTIN, P. A.; BUSSAB, W. O. *Estatística básica*. São Paulo: Saraiva Educação SA, 2017. Citado na página 10.
- ROSS, S. *Probabilidade: um curso moderno com aplicações*. [S.l.]: Bookman Editora, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 10.
- SANTOS, I. P. d. *Ecologia de aprendizagem sobre probabilidade com estudantes dos anos finais do ensino fundamental*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2019. Citado na página 8.
- SCHEINERMAN, E. R. *Matemática Discreta-Uma Introdução*. [S.l.]: Cengage Learning Editores, 2003. Citado na página 10.
- SEHNEM, R. et al. Análise de variáveis em partidas de futebol: Previsão de resultados com naïve bayes e poisson. In: SBC. *Anais do XVIII Encontro Nacional de Inteligência Artificial e Computacional*. [S.l.], 2021. p. 13–24. Citado 3 vezes nas páginas 9, 22 e 26.
- TOMÉ, C. D. Técnica para predição de partidas de futebol. Universidade Estadual de Campinas, 2018. Citado na página 26.