



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO – UFMA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – CCET
COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA – CCEM

EMANUEL OLIVEIRA DA CONCEIÇÃO

**DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DINÂMICA DE
ESTRUTURAS DE CONCRETO-AÇO**

São Luís – MA

2025

EMANUEL OLIVEIRA DA CONCEIÇÃO

**DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DINÂMICA DE
ESTRUTURAS DE CONCRETO-AÇO**

Trabalho de Conclusão de Curso II ao
Curso de Engenharia Mecânica da
Universidade Federal do Maranhão,
Campus São Luís, como requisito parcial
para obtenção do grau de Bacharel em
Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Vilson Souza Pereira

São Luís – MA

2025

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Diretoria Integrada de Bibliotecas/UFMA

Oliveira da Conceição, Emanuel.

Determinação do módulo de elasticidade dinâmica de estruturas de concreto-aço / Emanuel Oliveira da Conceição. - 2025.

49 f.

Orientador(a): Vilson Souza Pereira.

Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Maranhão, São Luís, Maranhão, 2025.

1. Análise Modal. 2. Frequência Ressonância. 3. Módulo de Elasticidade Equivalente. 4. Função de Resposta Em Frequência. I. Souza Pereira, Vilson. II. Título.

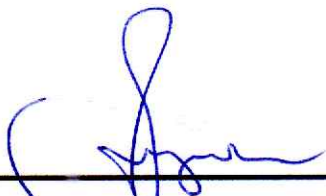
EMANUEL OLIVEIRA DA CONCEIÇÃO

**DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DINÂMICA DE
ESTRUTURAS DE CONCRETO-AÇO**

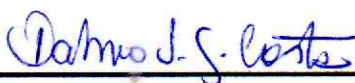
Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Maranhão, Campus São Luís, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Aprovada em: 28 / 11 / 25.

BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. Wilson Souza Pereira
(Orientador – CCEM / UFMA)



Prof. Dr. Dalmo Inacio Galdêz Costa
(Avaliador Interno – CCEM / UFMA)



Prof. Dr. Edilson Dantas Nóbrega
(Avaliador Interno – CCEM / UFMA)



Prof.ª Dra. Maria Eliziane Pires de Souza
(Avaliador Interno – CCEM / UFMA)

AGRADECIMENTOS

O autor agradece à FAPEMA pelo suporte financeiro através do projeto APP-09252/22 Edital FAPEMA/EMAP Nº 12/2022 Apoio a Pesquisas no Porto do Itaqui; bem como ao CREA-MA.

Dedico este trabalho aos meus pais e à minha esposa, Elen Lira, que caminharam comigo em cada etapa, oferecendo amor, força e incentivo para que eu pudesse transformar sonhos em conquistas.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma análise do comportamento dinâmico de um bloco de concreto-aço submetido a excitações mecânicas, com ênfase nos modos de vibração longitudinal e torcional. A pesquisa busca desenvolver modelos numéricos simplificados, porém representativos, da interação entre concreto e aço em estruturas sujeitas a vibrações. Foi realizado um ensaio experimental de ressonância por impacto, conforme a norma ASTM C215-19, utilizando martelo instrumentado e acelerômetro para identificação das frequências de ressonância do corpo de prova. A partir dos dados obtidos, determinaram-se propriedades mecânicas equivalentes, utilizadas em duas simulações tridimensionais: uma assumindo material homogêneo e outra com associação de materiais em paralelo. Os resultados demonstraram excelente concordância entre os dados experimentais e os modelos numéricos, com diferenças inferiores a 0,5% nas frequências ressonantes. O estudo foi desenvolvido nos Laboratórios de Projetos Mecânicos e Materiais da Universidade Federal do Maranhão, evidenciando a eficácia de abordagens híbridas experimental-numéricas na representação precisa do comportamento vibratório de estruturas em concreto-aço.

Palavras-chave: análise modal; frequência ressonância; módulo de elasticidade equivalente; função de resposta em frequência.

ABSTRACT

This study presents an analysis of the dynamic behavior of a concrete-steel block subjected to mechanical excitations, with emphasis on longitudinal and torsional vibration modes. The research aims to develop simplified yet representative numerical models of the interaction between concrete and steel in structures exposed to vibrations. An experimental impact resonance test was carried out in accordance with ASTM C215-19, using an instrumented hammer and an accelerometer to identify the resonance frequencies of the specimen. Based on the data obtained, equivalent mechanical properties were determined and used in two three-dimensional simulations: one assuming a homogeneous material and the other using a parallel material association. The results showed excellent agreement between the experimental data and the numerical models, with differences of less than 0.5% in the resonant frequencies. The study was conducted at the Mechanical Design and Materials Laboratories of the Federal University of Maranhão, demonstrating the effectiveness of hybrid experimental-numerical approaches in accurately representing the vibratory behavior of concrete-steel structures.

Keywords: modal analysis; resonance frequency; equivalent elastic modulus; frequency response function.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Representação esquemática de um elemento de concreto armado com armadura interna.....	11
Figura 2 – Circuito mecânico equivalente em paralelo para cálculo da rigidez axial do sistema.....	19
Figura 3 – Corpo de prova e modelo tridimensional para simulação.	21
Figura 4 – Montagem do sistema de ensaio dinâmico com corpo de prova suspenso e instrumentação.	22
Figura 5 – Fluxo de modelagem no ANSYS Workbench.....	23
Figura 6 – Curvas FRF associada ao modo de vibração torcional.....	26
Figura 7 – Curvas FRF associada ao modo de vibração longitudinal.	27

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros equivalentes do corpo de prova prismático.	23
Tabela 2 – Parâmetros equivalentes do corpo de prova prismático.	25
Tabela 3 – Frequências de ressonância identificadas nas análises (em Hz).	28

SUMÁRIO

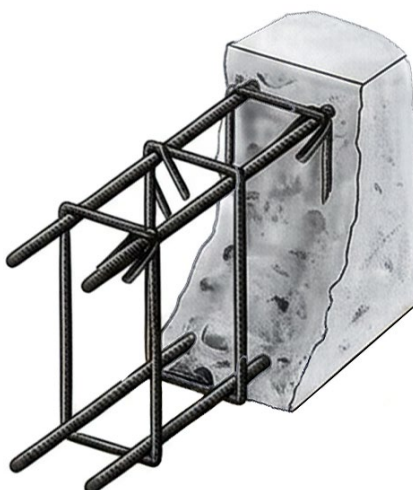
1	INTRODUÇÃO	11
2	JUSTIFICATIVA	14
3	OBJETIVOS	15
3.1	Objetivo Geral	15
3.2	Objetivos Específicos	15
4	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
4.1	ENSAIO DINÂMICO	16
4.2	ENSAIO NUMÉRICO	18
5	METODOLOGIA.....	21
5.1	Apresentação do modelo.....	21
5.2	Organização do estudo.....	21
5.3	Materiais e equipamentos utilizados	23
6	RESULTADOS	25
6.1	Análise no modo torcional	25
6.2	Análise no modo longitudinal	26
6.3	Frequências de Ressonância	27
7	CONCLUSÃO.....	29
8	TRABALHOS PUBLICADOS	30
	REFERÊNCIAS.....	31
	APÊNDICE A – ARTIGO PUBLICADO	32
	APÊNDICE B – CERTIFICADO DE SUBMISSÃO	48

1 INTRODUÇÃO

O concreto armado é um material compósito resultante da união entre concreto e vergalhão de aço, amplamente empregado em estruturas que exigem resistência, durabilidade e boa performance sob esforços diversos (Neville e Cremonini, 2016). Essa combinação permite que o material atue de forma eficiente tanto à compressão quanto à tração, sendo fundamental em obras estruturais. Nesse contexto, a análise modal surge como uma ferramenta essencial para prever os modos de vibração e as frequências naturais de componentes estruturais.

A Figura 1 apresenta uma ilustração típica de um elemento de concreto armado, destacando a interação entre o concreto (massa estrutural) e a armadura de aço (reforço interno).

Figura 1 – Representação esquemática de um elemento de concreto armado com armadura interna.



Fonte: Autor (2025).

A fidelidade dos modelos numéricos utilizados em softwares de elementos finitos, como o ANSYS Workbench®, depende diretamente da qualidade dos dados inseridos, sobretudo das propriedades dos materiais. No entanto, a natureza heterogênea do concreto e sua interação com a armadura tornam a modelagem precisa um desafio, justificando abordagens alternativas, como o uso de módulos equivalentes (Cabral *et al.* 2014).

O módulo de elasticidade longitudinal (E), também conhecido como módulo de Young, é uma das propriedades mecânicas mais relevantes na análise estrutural de materiais. Esse parâmetro está diretamente relacionado à microestrutura do material

e à sua resposta à deformação elástica dentro do limite proporcional (Neville e Cremonini, 2016). Materiais muito rígidos, como o aço, têm grandes valores de módulo de elasticidade (200 GPa), enquanto materiais mais deformáveis, como a borracha vulcanizada, podem ter valores significativamente menores (0,70 MPa) (Hibbeler, 2017).

Em aplicações estruturais, a correta determinação do módulo de elasticidade é essencial para prever deformações, frequências naturais e a resposta vibracional do sistema (Diógenes *et al.* 2011). No caso específico do concreto armado, o módulo de elasticidade apresenta variações significativas em função de diversos fatores, como tipo de agregados, relação água/cimento, condições de cura, idade do material e presença de armadura de aço (Cabral *et al.* 2014). Além disso, a distribuição granulométrica e o grau de empacotamento dos agregados afetam diretamente a rigidez e a densidade do material, sendo que um empacotamento mais eficiente está relacionado a menor porosidade e maior resistência do concreto (Lenz *et al.* 2017). Tais variações tornam-se ainda mais relevantes em análises dinâmicas, como as que envolvem vibração e propagação de ondas, pois influenciam diretamente as frequências naturais da estrutura e a precisão dos modelos numéricos utilizados para simulação (Diógenes *et al.* 2011).

Outra propriedade de grande importância para modelagens estruturais é o coeficiente de Poisson (ν), definido como a razão entre a deformação transversal e a deformação longitudinal de um corpo submetido a esforço axial. Essa propriedade influencia o comportamento lateral da estrutura sob carga e afeta a distribuição de tensões nos modelos numéricos. No concreto, esse coeficiente apresenta valores típicos entre 0,15 e 0,25, dependendo da composição do material, enquanto no aço geralmente se considera $\nu_{\text{aço}} = 0,3$ (Mehta *et al.* 2014). A correta atribuição de ν é especialmente relevante em análises tridimensionais por elementos finitos, nas quais as deformações em múltiplas direções são consideradas.

A modelagem de estruturas de concreto armado por meio de simulações computacionais tem se mostrado uma ferramenta importante na engenharia, especialmente pela capacidade de antecipar o comportamento dinâmico de sistemas estruturais. No entanto, a fidelidade dos resultados depende da precisão na representação dos materiais e das condições de contorno. No caso do concreto armado, a complexidade aumenta devido à interação entre concreto e aço, além das variações microestruturais típicas do material.

Neste trabalho, foram analisados especificamente as frequências de ressonância relacionadas com os modos longitudinal e torcional, por meio de excitações pontuais nas direções apropriadas e posterior aquisição da resposta em frequência. O sistema de aquisição utilizado converteu os sinais obtidos em espectros de frequência, permitindo a identificação clara dos picos ressonantes. Esses dados permitiram a definição de parâmetros mecânicos equivalentes para o conjunto concreto e aço, viabilizando uma modelagem representativa no ambiente CAE (Computer-Aided Engineering). Complementarmente, foi empregada uma abordagem simplificada para estimar o módulo de elasticidade do concreto, com base em sua geometria, a fim de comparar com os resultados obtidos experimentalmente e gerados numericamente.

2 JUSTIFICATIVA

A complexidade envolvida na representação do concreto armado em simulações computacionais exige alternativas viáveis que simplifiquem, sem comprometer a precisão, a modelagem do comportamento dinâmico estrutural. Este estudo propõe a obtenção de propriedades mecânicas equivalentes por meio de dados experimentais, permitindo tratar o material como homogêneo em modelos tridimensionais. Além disso, incorpora uma abordagem teórica para estimar o módulo de elasticidade do concreto com base em sua geometria e estado de tensões, o que amplia as possibilidades de aplicação em situações onde ensaios laboratoriais completos não são viáveis. A comparação entre os métodos experimental, numérico e teórico fortalece a confiabilidade das simulações e fornece subsídios técnicos para decisões mais fundamentadas em projetos com materiais compósitos.

3 OBJETIVOS

3.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho foi analisar o comportamento dinâmico de um bloco de concreto armado submetido a excitações mecânicas, com foco nos modos de vibração longitudinal e torcional.

3.2 Objetivos Específicos

- Realizar um ensaio experimental de ressonância por impacto conforme a norma ASTM C215-19, utilizando martelo instrumental e acelerômetro para obtenção da resposta em frequência do corpo de prova;
- Determinar propriedades mecânicas equivalentes do conjunto concreto-aço com base nos dados experimentais, visando representá-lo como material homogêneo em simulações computacionais;
- Modelar tridimensionalmente a amostra real em ambiente CAD e aplicar as propriedades equivalentes no modelo numérico;
- Empregar uma abordagem teórica simplificada para estimar o módulo de elasticidade do concreto com base na equivalência entre deformação específica média e o estado de tensões;
- Comparar as frequências de ressonância obtidas nas análises experimental, numérica e teórica, avaliando a proximidade entre os métodos e a fidelidade na representação do comportamento vibratório da estrutura.

4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

4.1 Ensaio Dinâmico

Os ensaios não destrutivos (END) vêm sendo amplamente utilizados na engenharia para avaliar propriedades físicas e mecânicas de materiais sem comprometer sua integridade estrutural (ASTM C215-19, 2019). O ensaio de vibração pode ser definido como a arte e a ciência de medir e compreender a resposta de uma estrutura quando exposta a um ambiente dinâmico específico e, se necessário, simular esse ambiente para garantir uma representação fiel de sua resposta (McConnell e Varoto, 2008). Dentre os métodos aplicáveis ao concreto, destaca-se o ensaio de ressonância por impacto, que permite a determinação das frequências naturais de vibração de um corpo de prova e, a partir disso, a obtenção de parâmetros como o módulo de elasticidade dinâmico.

Diversas abordagens têm sido empregadas com base no princípio de excitação por impacto. Em um dos estudos, a resposta vibracional foi captada utilizando um microfone acoplado a um sistema de aquisição de áudio, com o processamento posterior das frequências por meio de software (Diógenes et al. 2011). Embora o tipo de sensor utilizado diferisse do acelerômetro adotado neste trabalho, a metodologia se mostrou eficaz na estimativa do módulo de elasticidade do concreto com boa correlação em relação ao método convencional descrito na ABNT NBR 8522:2008 (NBR 8522, 2008). Isso demonstra a flexibilidade do método de ressonância por impacto e sua aplicabilidade em diferentes contextos experimentais, desde que as condições de contorno e a precisão na captação das frequências sejam devidamente controladas.

Dentre as padronizações disponíveis, destaca-se a norma ASTM C215-19, que estabelece os procedimentos para a medição das frequências de ressonância fundamentais nos modos longitudinal, transversal e torcional de prismas de concreto (ASTM C215-19, 2019). O método consiste na aplicação de impactos leves em pontos específicos do corpo de prova, cuja resposta vibracional é captada por um sensor. Para garantir a precisão na identificação da frequência de resposta vibracional associada aos modos naturais, a norma ASTM C215-19 recomenda que o suporte da amostra permita vibração livre, devendo ter frequência de ressonância fora da faixa de interesse (100 a 12.000 Hz). Para isso, sugere-se o uso de almofadas de borracha

esponjosa ou suportes de borracha macia posicionados próximos aos pontos nodais. No presente experimento, optou-se por suspender a amostra com cordões flexíveis de náilon, uma configuração que simula adequadamente a condição de contorno livre-livre, permitindo que a amostra vibre livremente em todas as direções (McConnell e Varoto, 2008).

Através da norma, é possível determinar algumas propriedades dinâmicas como o módulo de elasticidade (E_d), o módulo de cisalhamento (G_d) e o coeficiente de Poisson (ν_d) a partir da excitação e resposta do corpo de prova.

A análise da função de resposta em frequência (FRF), obtida por meio de softwares especializados, permite identificar as frequências naturais de vibração nos modos longitudinal e torcional. Tais frequências são então utilizadas em equações normalizadas para o cálculo das propriedades dinâmicas do material.

A partir da frequência natural associada ao modo longitudinal, é possível calcular o módulo de elasticidade dinâmico por meio da Equação (1).

$$E_{dl} = D \cdot M \cdot n_L^2 \quad (1)$$

$$D = \frac{4 L}{b t} \quad (2)$$

Nesta equação, a massa do corpo de prova (M), a frequência natural longitudinal (n_L) e um fator geométrico (D) são utilizados. O fator D é determinado com base nas dimensões do corpo de prova — comprimento (L), altura (b) e largura (t) — conforme a Equação (2).

Para o modo torcional, a frequência de torção permite estimar o módulo de cisalhamento dinâmico (G_d), conforme a Equação (3). Esse cálculo depende de um fator geométrico B , obtido a partir da área da seção transversal (A), das dimensões do corpo e de um fator de correção (R) específico para seções retangulares, expresso pela Equação (4).

$$G = B \cdot M \cdot n_T^2 \quad (3)$$

$$B = \frac{4 L R}{A} \quad (4)$$

Com os valores de E_d e G_d determinados, é possível estimar o coeficiente de Poisson dinâmico (ν_d) assumindo que o material é isotrópico e linearmente elástico. A relação entre esses parâmetros é dada pela Equação (5).

$$\nu = \frac{E_{dl}}{2 G_d} - 1 \quad (5)$$

Esses fundamentos são essenciais para o desenvolvimento da metodologia experimental e do modelo numérico do estudo proposto, uma vez que fornecem os parâmetros mecânicos necessários para simulações computacionais e validações teóricas do comportamento dinâmico de estruturas de concreto armado.

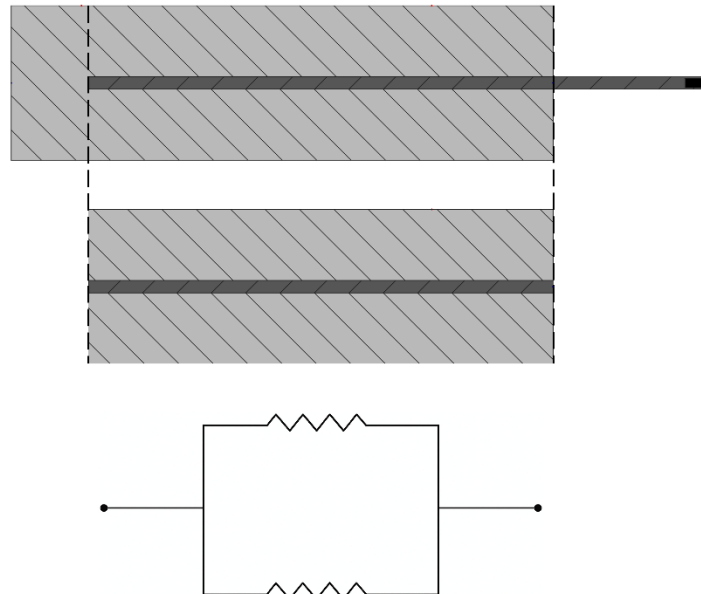
4.2 Ensaio Numérico

Paralelamente aos ensaios laboratoriais, foi realizada a modelagem numérica da amostra em ambiente virtual tridimensional no software ANSYS®, com o objetivo de reproduzir o comportamento dinâmico do corpo de prova em condições de contorno livre-livre, similares às adotadas no ensaio laboratorial. A modelagem foi dividida em dois casos distintos, com diferentes abordagens para a representação do material.

O primeiro caso (CASO I) consistiu na aplicação direta das propriedades mecânicas equivalentes obtidas por meio do ensaio dinâmico conforme a norma ASTM C215-19, representando o conjunto concreto-aço como um único material homogêneo. As propriedades — módulo de elasticidade, densidade e coeficiente de Poisson — foram inseridas no modelo tridimensional da amostra e utilizadas tanto em análises modais, para extração das frequências naturais de vibração nos modos longitudinal e torcional, quanto em análises harmônicas, para obtenção das curvas FRF.

Para o segundo caso (CASO II) foi adotado um modelo simplificado com base no conceito de associação de materiais em paralelo. O procedimento parte da obtenção do módulo de elasticidade equivalente (E_{eq}) do corpo de prova, determinado por meio do ensaio dinâmico. Este valor representa o comportamento global do sistema composto por concreto e armadura, permitindo a posterior estimativa do módulo do concreto isoladamente. A Figura 2 ilustra o circuito mecânico equivalente adotado para modelar o sistema composto.

Figura 2 – Circuito mecânico equivalente em paralelo para cálculo da rigidez axial do sistema.



Fonte: Autor (2025).

O ponto de partida dessa abordagem é a Lei de Hooke, que relaciona tensão (σ) e deformação (ε) em materiais elásticos lineares, expressa pela Equação (6) (Hibbeler, 2017).

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (6)$$

Considerando que concreto e aço estão sujeitos à mesma deformação (ε), por atuarem de forma compatível sob carregamento axial, pode-se utilizar a teoria de elementos em paralelo, na qual a carga total é distribuída proporcionalmente à rigidez de cada material. A rigidez axial (k) de um elemento é dada pela Equação (7).

$$k = \frac{E \cdot A}{L} \quad (7)$$

Com base nessa relação, a rigidez equivalente (k_{eq}) do sistema composto por concreto e aço pode ser expressa como a soma das rigidezes individuais na Equação 8.

$$k_{eq} = k_1 + k_2 = \frac{E_c \cdot A_c}{L} + \frac{E_a \cdot A_a}{L} \quad (8)$$

Como o comprimento L é o mesmo para ambos os materiais, ele pode ser simplificado, permitindo obter a expressão do módulo de elasticidade equivalente (E_{eq}) do sistema, apresentada na Equação 9.

$$E_c = \frac{E_{eq} \cdot A_{total} - E_a \cdot A_a}{A_c} \quad (9)$$

Com essa equação, e conhecendo-se o valor de E_{eq} (obtido experimentalmente) e as características da armadura (incluindo E_a , comumente adotado como 200 GPa), será possível isolar o módulo de elasticidade do concreto (E_c), permitindo sua aplicação em simulações numéricas mais representativas do comportamento real do material.

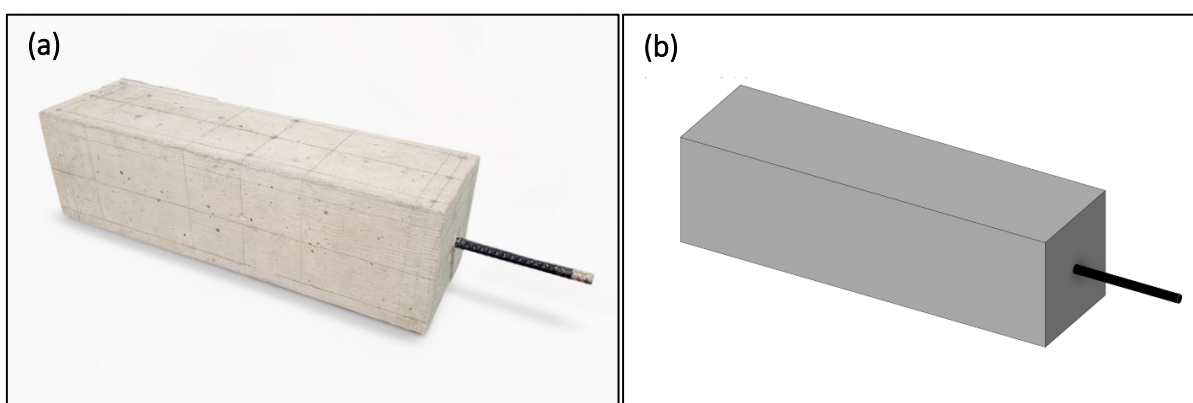
5 METODOLOGIA

5.1 Apresentação do modelo

O estudo será conduzido utilizando um corpo de prova em concreto armado, com geometria prismática e seção transversal quadrada. O bloco terá comprimento de 350 mm, largura e altura de 100 mm, e conterá um vergalhão de aço 1060, posicionado longitudinalmente no centro da seção. O diâmetro da armadura será de 8 mm, com comprimento total de 400 mm, sendo que uma de suas extremidades se estenderá 93 mm para fora do bloco de concreto. Essa configuração busca representar uma condição realista de interação entre concreto e aço, permitindo a avaliação de seus efeitos no comportamento vibratório da estrutura.

A Figura 3 apresentará tanto a amostra física preparada para o ensaio (a) quanto o modelo tridimensional correspondente que será utilizado na simulação numérica (b).

Figura 3 – Corpo de prova e modelo tridimensional para simulação.



Fonte: Autor (2025).

5.2 Organização do estudo

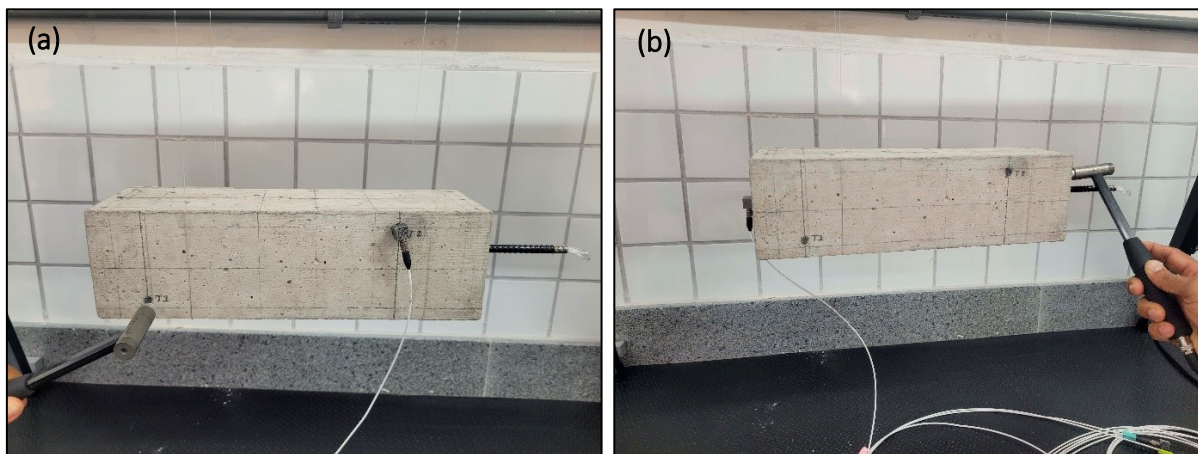
A metodologia será dividida em duas etapas principais: experimental e numérica.

Na etapa experimental, foi realizado um ensaio dinâmico não destrutivo por impacto, com base na norma ASTM C215-19. As excitações foram realizadas em dois conjuntos de posições distintas: uma para análise do modo longitudinal, em que o

impacto e o sensor foram posicionados centralmente nas extremidades opostas do bloco; e outra para o modo torcional, em que ambos foram posicionados em uma das faces em cantos diagonais para induzir a rotação do corpo. Na Figura 4, são apresentadas as duas configurações do corpo de prova durante o ensaio: a posição para excitação torcional (a) e a posição para excitação longitudinal (b), ambas com os instrumentos utilizados — acelerômetro e martelo instrumentado — devidamente posicionados.

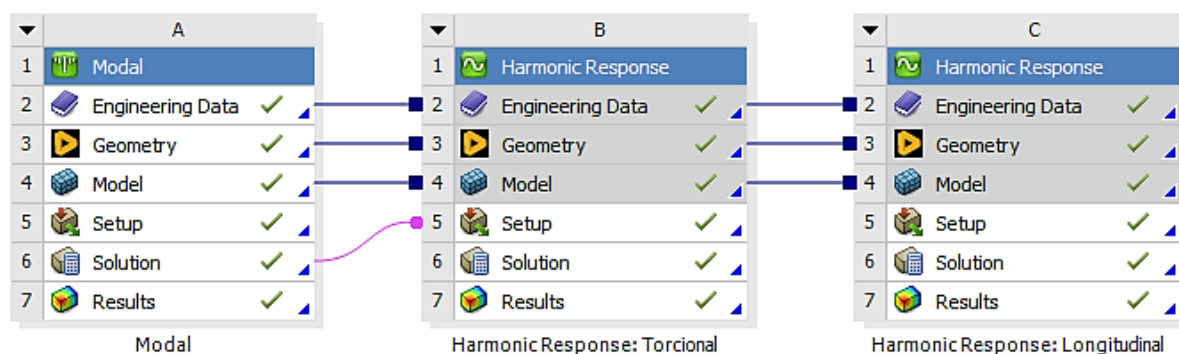
Cada ensaio foi conduzido com múltiplos impactos, e as respostas foram registradas em tempo real no software de Gerenciamento de Dados de Engenharia (EDM). Após a coleta, os sinais foram exportados para o MATLAB®, onde foram tratados. Com base nas curvas FRF (função de resposta em frequência), identificaram-se os picos ressonantes associados aos modos de vibração. A partir dessas frequências, foram estimados os parâmetros dinâmicos do material, como o módulo de elasticidade, módulo de cisalhamento e coeficiente de Poisson.

Figura 4 – Montagem do sistema de ensaio dinâmico com corpo de prova suspenso e instrumentação.



Fonte: Autor (2025).

Na etapa numérica, a geometria foi modelada no SpaceClaim®, com base nas dimensões reais do bloco utilizado no experimento. O projeto de simulação foi desenvolvido na plataforma ANSYS Workbench®, estruturado em análises modais e harmônicas, como apresentado na Figura 5.

Figura 5 – Fluxo de modelagem no ANSYS Workbench.

Fonte: Autor (2025).

Duas abordagens de modelagem foram testadas, sendo elas o CASO I e CASO II, ambos abordados detalhadamente no capítulo 4.2 – Ensaio Numérico. Para o CASO I, os valores utilizados estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros equivalentes do corpo de prova prismático.

Material	E_{eq} [GPa]	ν_{eq}	ρ [kg/m³]
Equivalente	39,151	0,2422	2390,5

Fonte: Autor (2025).

Os resultados das simulações foram comparados aos dados experimentais para avaliar a fidelidade das abordagens adotadas.

5.3 Materiais e equipamentos utilizados

A seguir, são descritos os principais materiais, instrumentos e softwares utilizados na execução do estudo:

- Corpo de Prova: bloco de concreto armado com vergalhão de aço 1060.
- Sistema de Excitação e Aquisição de Dados:
 - Martelo instrumentado com célula de carga para aplicação dos impactos;
 - Acelerômetro para captação da resposta vibracional;
 - Sistema Spider-80X (Crystal Instruments) para aquisição de dados em alta resolução;

- Software EDM (Engineering Data Management) para registro e exportação dos sinais;
 - Software MATLAB, para o tratamento e análise dos dados experimentais e extração das curvas FRF (Função de Resposta em Frequência).
- Suspensão do Corpo de Prova: fios de nylon serão utilizados para garantir condição de contorno livre-livre, conforme especificado na norma ASTM C215-19.
- Software de Simulação Numérica:
 - SpaceClaim, para criação do modelo tridimensional da amostra com base nas dimensões reais;
 - ANSYS Workbench, para realização de análises modais (frequências naturais) e harmônicas (resposta dinâmica simulada).
- Modelos de Simulação:
 - CASO I: aplicação direta das propriedades equivalentes experimentais (módulo de elasticidade, densidade e coeficiente de Poisson) no modelo numérico homogêneo;
 - CASO II: estimativa do módulo do concreto com base no conceito de associação em paralelo, considerando a compatibilidade de deformações entre concreto e aço e a contribuição relativa de rigidez de cada material.

6 RESULTADOS

Neste item, apresentam-se os resultados obtidos a partir das análises experimentais e numéricas referentes aos modos de vibração torcional e longitudinal. As simulações foram realizadas com base em dois modelos distintos, denominados CASO I e CASO II, conforme descrito anteriormente. Tabela 2 mostra as propriedades mecânicas das simulações.

No CASO I, as propriedades mecânicas equivalentes foram determinadas a partir do ensaio dinâmico conforme a norma ASTM C215-19, considerando o corpo de prova como um único material homogêneo. Já no Caso II, foi adotado um modelo baseado em associação em paralelo entre concreto e aço, permitindo estimar o módulo do concreto isoladamente, assumindo deformações compatíveis entre os materiais.

Tabela 2 – Parâmetros equivalentes do corpo de prova prismático.

Propriedades	CASO I	CASO II
E_d [GPa]	39,151	38,338
ρ [kg/m ³]	2390,5	2354,2
ν_d	0,2422	0,2422

Fonte: Autor (2025).

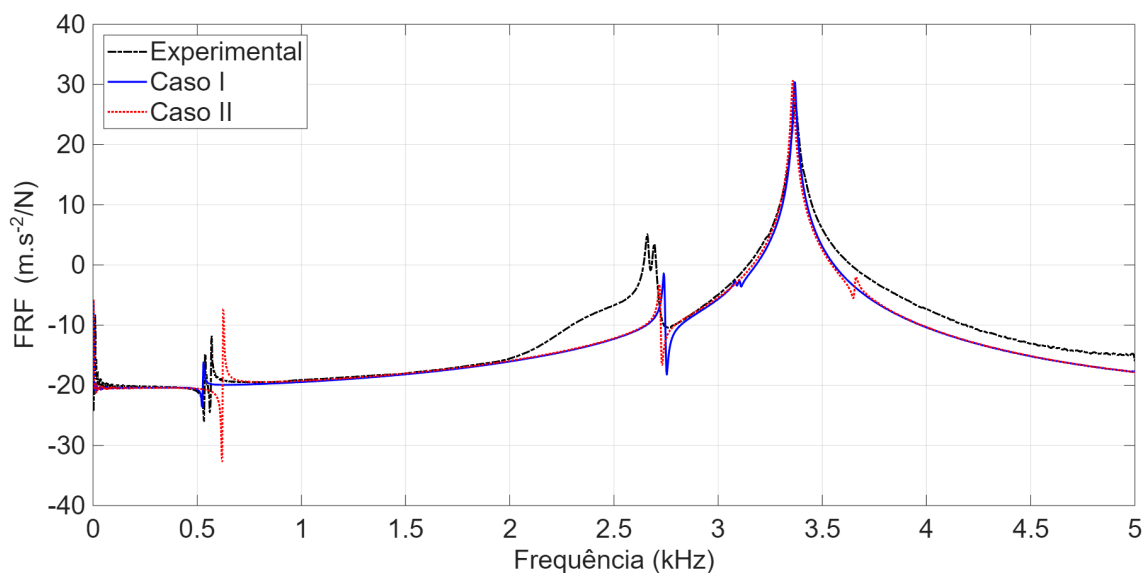
6.1 Análise no modo torcional

A resposta dinâmica no modo torcional está representada na Figura 6. Observa-se que os três modelos — experimental, Caso I e Caso II — apresentam bom alinhamento quanto à localização do pico principal de ressonância torcional, próximo a 3,3 kHz. Esse pico, caracterizado pela maior amplitude da curva FRF, representa a frequência de ressonância dominante no modo torcional do sistema.

Além do pico principal, é possível identificar dois picos adicionais de menor amplitude na curva experimental. O pequeno pico de baixa frequência observado na curva de torção pode ser atribuído à vibração quase isolada da porção do vergalhão que se projeta para fora do bloco de concreto. Por estar parcialmente desacoplado e possuir baixa massa e inércia, o segmento do vergalhão pode vibrar

independentemente, gerando um modo próprio de baixa frequência e amplitude, detectado na FRF devido à alta sensibilidade do sistema de medição.

Figura 6 – Curvas FRF associada ao modo de vibração torcional.



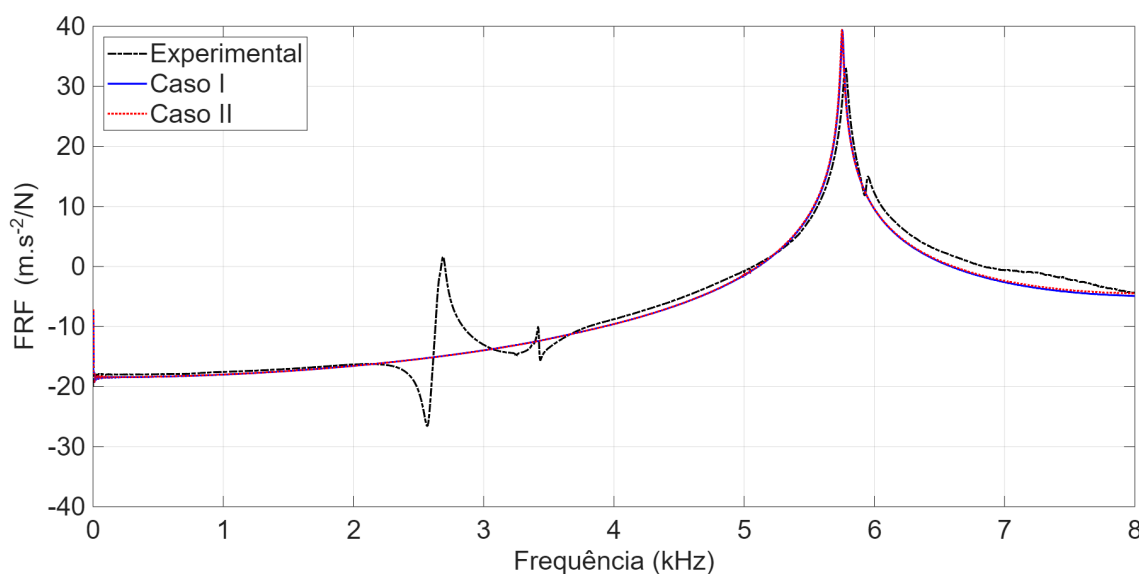
Fonte: Autor (2025).

Observa-se ainda um terceiro pico intermediário, mais evidente na curva experimental e sutilmente presente nas simulações numéricas. Este comportamento é provavelmente relacionado ao primeiro modo de flexão do corpo de prova. Apesar de os pontos de excitação e aquisição terem sido selecionados conforme a norma ASTM C215-19 para favorecer a detecção do modo torcional, a excitação mecânica aplicada ao sistema real pode ainda acionar parcialmente outros modos vibracionais, como o de flexão. A sensibilidade do sistema experimental e a natureza tridimensional da resposta estrutural explicam a presença desse pico, ainda que com menor intensidade.

6.2 Análise no modo longitudinal

O comportamento dinâmico no modo longitudinal está representado na Figura 7. Nota-se que as três curvas — experimental, Caso I e Caso II — apresentaram o pico de ressonância longitudinal em frequências bastante próximas, em torno de 5,7 kHz, evidenciando uma boa correlação entre os modelos numéricos e o ensaio.

Figura 7 – Curvas FRF associada ao modo de vibração longitudinal.



Fonte: Autor (2025).

Entretanto, a curva experimental apresenta uma distorção localizada, ausente nas curvas simuladas. Essa distorção pode estar relacionada à participação de outros modos de vibração. Apesar dos pontos de excitação e aquisição terem sido selecionados conforme a norma ASTM C215-19, com o intuito de favorecer a excitação e detecção do modo longitudinal, a aplicação da força no sistema real pode ainda acionar parcialmente modos adicionais, como o de flexão e torção. Já nas simulações numéricas, essas interferências foram minimizadas de forma mais eficiente, resultando em curvas mais suaves e representativas do modo longitudinal idealizado.

6.3 Frequências de Ressonância

Para uma análise comparativa mais objetiva entre os resultados obtidos, a Tabela 3 apresenta as frequências de ressonância identificadas nas curvas FRF para as frequências de ressonância torcional e longitudinal, considerando os três cenários analisados: Ensaio Experimental, Caso I e Caso II.

Pode-se observar que, para as frequências de ressonâncias torcionais a diferença relativa entre o valor experimental e os simulados foi inferior a 0,5%, o que

evidencia uma excelente concordância entre os modelos numéricos e os resultados experimentais.

Tabela 3 – Frequências de ressonância identificadas nas análises (em Hz).

Modos de Vibração	EXPERIMENTAL	CASO I	CASO II
Torcional	3370	3366	3359
Longitudinal	5777	5753	5750

Fonte: Autores (2025).

O Caso I apresentou o menor desvio, com apenas 4 Hz de diferença em relação ao valor medido, o que reforça a precisão da abordagem homogênea adotada. Já o Caso II, embora tenha apresentado um pequeno desvio adicional (11 Hz de diferença), ainda demonstrou elevada capacidade de representação do comportamento dinâmico, mesmo com a simplificação estrutural envolvida.

Nas frequências de ressonâncias longitudinais, os desvios entre os modelos e o experimento foram pequenos, com o Caso I novamente apresentando melhor correspondência com o valor real. As diferenças se mantiveram abaixo de 0,5%, o que confirma a eficiência dos modelos na captura dos modos globais de vibração da estrutura analisada.

7 CONCLUSÃO

O presente estudo demonstrou a viabilidade de representar o comportamento dinâmico de um bloco de concreto-aço por meio de abordagens simplificadas, combinando métodos experimentais e numéricos. O ensaio de ressonância por impacto, conduzido segundo a norma ASTM C215-19, permitiu a identificação precisa das frequências de ressonâncias associadas aos modos longitudinais e torcionais, bem como a determinação de propriedades mecânicas equivalentes do conjunto concreto-vergalhão.

Os resultados obtidos mostraram excelente concordância entre os valores experimentais e os gerados por simulações em ambiente ANSYS Workbench®, com desvios relativos inferiores a 0,5% nos dois modos analisados. A modelagem do corpo de prova como material homogêneo (Caso I) apresentou os melhores resultados, evidenciando que a utilização de parâmetros equivalentes extraídos experimentalmente pode ser uma estratégia eficaz para representar sistemas compostos em análises modais. Já o modelo baseado na associação em paralelo (Caso II) também se mostrou satisfatório, mesmo com maior grau de simplificação, revelando-se útil em contextos com restrições de dados ou recursos computacionais.

A análise de picos adicionais nas curvas de resposta experimental destacou ainda a sensibilidade do método à vibração de componentes locais, como a porção do vergalhão exposta, e à excitação de modos secundários como o de flexão. Tais observações reforçam a importância do controle nas condições de contorno e da interpretação crítica dos dados obtidos.

Conclui-se, portanto, que a integração entre ensaios dinâmicos e simulações computacionais com propriedades equivalentes constitui uma ferramenta robusta para a análise modal de estruturas de concreto armado, fornecendo subsídios relevantes para a avaliação de desempenho estrutural em projetos de engenharia.

8 TRABALHOS PUBLICADOS

Os resultados deste trabalho, foram apresentados e publicados nos anais do 25º Congresso Internacional de Engenharia Mecânica e Industrial (CONEMI 2025) e da 3ª Feira Nacional da Mecânica (FENAMEC) realizado em João Pessoa - PB. O artigo completo encontra-se disponível nos anais do evento, sob o DOI: 10.29327/27644294.1245615, o que assegura sua identificação digital permanente e amplia sua visibilidade dentro da comunidade científica.

Esta publicação contribui para o avanço do conhecimento na área de análise estrutural e reforça a relevância dos resultados obtidos nesta pesquisa.

O artigo foi desenvolvido em conjunto com o Prof. Dr. Elson Moraes, Prof. Dr. Dalmo Costa, Prof. Dr. Vilson Pereira, Profa. Dra. Maria Eliziane e está anexado no Apêndice A deste trabalho. Em sequência, no Apêndice B, está anexado o certificado de submissão do mesmo.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8522: Concreto – Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão. Rio de Janeiro, 2008.

ADVANCING STANDARDS TRANSFORMING MARKETS. C215-19: *Standard Test Method for Fundamental Transverse, Longitudinal, and Torsional Resonant Frequencies of Concrete Specimens*. ASTM International, 2019.

LENZ, Lauri Anderson *et al.* Avaliação da influência do empacotamento dos agregados na durabilidade de concretos através de ensaios não destrutivos: resistividade elétrica e propagação de ondas de ultrassom. **Simpósio Paranaense de Patologia das Construções**, [S.L.], p. 185-198, 2017. <http://dx.doi.org/10.4322/2sppc.2017.016>.

CABRAL, L.; MONTEIRO, E.; HELENE, P.. Análise comparativa do Módulo de elasticidade calculado segundo diferentes Normas. **Revista Alconpat**, [S.L.], v. 4, n. 2, p. 140-156, 30 maio 2014. Alconpat Internacional. Acesso em: 10 jul. 2025. <http://dx.doi.org/10.21041/ra.v4i2.65>.

CONTACT, Aeroexpo. SPIDER-80X: scalable dynamic measurement system. Scalable Dynamic Measurement System. Disponível em: <https://pdf.aeroexpo.online/pt/pdf-en/crystal-instruments-corporation/spider-80x/184580-8284.html>. Acesso em: 10 jul. 2025.

DIÓGENES, H. J. F. *et al.* Determinação do módulo de elasticidade do concreto a partir da resposta acústica. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, [S.L.], v. 4, n. 5, p. 803-813, dez. 2011. FapUNIFESP (SciELO). Acesso em: 10 jul. 2025. <http://dx.doi.org/10.1590/s1983-41952011000500007>.

HIBBELER, R. C.. **Resistência dos Materiais**. 7. ed. Pearson Universidades, 2009. 640 p.

MEHTA, P. Kumar; MONTEIRO, Paulo J. M. Concreto: microestrutura, propriedades e materiais. 2. ed. São Paulo: IBRACON, 2014. 751 p.

MCCONNELL, Kenneth G.; VAROTO, Paulo S.. *Vibration Testing: theory and practice*. 2. ed. New York: Wiley, 2008. 672 p.

NEVILLE, Adam M.; CREMONINI, Ruy Alberto. **Propriedades do Concreto**. 5. ed. Bookman, 2015. 912 p.

APÊNDICE A – ARTIGO PUBLICADO

DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DINÂMICA DE ESTRUTURAS DE CONCRETO-AÇO

Emanuel Oliveira da Conceição ⁽¹⁾ (emanueloliveira.eng@gmail.com), Elson Cesar Moraes ⁽¹⁾ (elson.cm@ufma.br), Dalmo Inácio Galdez Costa ⁽¹⁾ (dalmo.costa@ufma.br), Vilson Souza Pereira ⁽¹⁾ (vilson.sp@ufma.br), Maria Eliziane Pires de Souza ⁽¹⁾ (maria.eliziane@ufma.br)

⁽¹⁾ Universidade Federal do Maranhão (UFMA); Curso de Engenharia Mecânica.

RESUMO: *Este trabalho apresenta uma análise do comportamento dinâmico de um bloco de concreto-aço submetido a excitações mecânicas, com ênfase nos modos de vibração longitudinal e torcional. A pesquisa busca desenvolver modelos numéricos simplificados, porém representativos, da interação entre concreto e aço em estruturas sujeitas a vibrações. Foi realizado um ensaio experimental de ressonância por impacto, conforme a norma ASTM C215-19, utilizando martelo instrumentado e acelerômetro para identificação das frequências de ressonância do corpo de prova. A partir dos dados obtidos, determinaram-se propriedades mecânicas equivalentes, utilizadas em duas simulações tridimensionais: uma assumindo material homogêneo e outra com associação de materiais em paralelo. Os resultados demonstraram excelente concordância entre os dados experimentais e os modelos numéricos, com diferenças inferiores a 0,5% nas frequências ressonantes. O estudo foi desenvolvido nos Laboratórios de Projetos Mecânicos e Materiais da Universidade Federal do Maranhão, evidenciando a eficácia de abordagens híbridas experimental-numéricas na representação precisa do comportamento vibratório de estruturas em concreto-aço.*

PALAVRAS-CHAVE: ANÁLISE MODAL, FREQUÊNCIA RESSONÂNCIA, MÓDULO DE ELASTICIDADE EQUIVALENTE, FUNÇÃO DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA.

DETERMINATION OF THE DYNAMIC ELASTIC MODULUS OF CONCRETE-STEEL STRUCTURES

ABSTRACT: *This study presents an analysis of the dynamic behavior of a concrete-steel block subjected to mechanical excitations, with emphasis on longitudinal and torsional vibration modes. The research aims to develop simplified yet representative numerical models of the interaction between concrete and steel in structures exposed to vibrations. An experimental impact resonance test was carried out in accordance with ASTM C215-19, using an instrumented hammer and an accelerometer to identify the resonance frequencies of the specimen. Based on the data obtained, equivalent mechanical properties were determined and used in two three-dimensional simulations: one assuming a homogeneous material and the other using a parallel material association. The results showed excellent agreement between the experimental data and the numerical models, with differences of less than 0.5% in the resonant frequencies. The study was conducted at the Mechanical Design and Materials Laboratories of the Federal University of Maranhão, demonstrating the effectiveness of hybrid experimental-numerical approaches in accurately representing the vibratory behavior of concrete-steel structures..*

KEYWORDS: MODAL ANALYSIS, RESONANCE FREQUENCY, EQUIVALENT ELASTIC MODULUS, FREQUENCY RESPONSE FUNCTION.

1. INTRODUÇÃO

O concreto armado é um material compósito resultante da união entre concreto e vergalhão de aço, amplamente empregado em estruturas que exigem resistência, durabilidade e boa performance sob esforços diversos (Neville e Cremonini, 2016). Essa combinação permite que o material atue de forma eficiente tanto à compressão quanto à tração, sendo fundamental em obras estruturais. Nesse contexto, a análise modal surge como uma ferramenta essencial para prever os modos de vibração e as frequências naturais de componentes estruturais.

A Figura 1 apresenta uma ilustração típica de um elemento de concreto armado, destacando a interação entre o concreto (massa estrutural) e a armadura de aço (reforço interno).

FIGURA 1. Representação de um elemento de concreto armado.



Fonte: Autores (2025).

A fidelidade dos modelos numéricos utilizados em softwares de elementos finitos, como o *ANSYS Workbench*®, depende diretamente da qualidade dos dados inseridos, sobretudo das propriedades dos materiais. No entanto, a natureza heterogênea do concreto e sua interação com a armadura tornam a modelagem precisa um desafio, justificando abordagens alternativas, como o uso de módulos equivalentes (Cabral *et al.* 2014).

O módulo de elasticidade longitudinal (E), também conhecido como módulo de Young, é uma das propriedades mecânicas mais relevantes na análise estrutural de materiais. Esse parâmetro está diretamente relacionado à microestrutura do material e à sua resposta à deformação elástica dentro do limite proporcional (Neville e Cremonini, 2016). Materiais muito rígidos, como o aço, têm grandes valores de módulo de elasticidade (200 GPa), enquanto materiais mais deformáveis, como a borracha vulcanizada, podem ter valores significativamente menores (0,70 MPa) (Hibbeler, 2017).

Em aplicações estruturais, a correta determinação do módulo de elasticidade é essencial para prever deformações, frequências naturais e a resposta vibracional do sistema (Diógenes *et al.* 2011). No caso específico do concreto armado, o módulo de elasticidade apresenta variações significativas em função de diversos fatores, como tipo de agregados, relação água/cimento, condições de cura, idade do material e presença de armadura de aço (Cabral *et al.* 2014). Além disso, a distribuição granulométrica e o grau de empacotamento dos agregados afetam diretamente a rigidez e a densidade do material, sendo que um empacotamento mais eficiente está relacionado a menor porosidade e maior resistência do concreto (Lenz *et al.* 2017). Tais variações tornam-se ainda mais relevantes em análises dinâmicas, como as que envolvem vibração e propagação de ondas, pois influenciam diretamente as frequências naturais da estrutura e a precisão dos modelos numéricos utilizados para simulação (Diógenes *et al.* 2011).

Outra propriedade de grande importância para modelagens estruturais é o coeficiente de Poisson (ν), definido como a razão entre a deformação transversal e a deformação longitudinal de um corpo submetido a esforço axial. Essa propriedade influencia o comportamento lateral da estrutura sob carga e afeta a distribuição de tensões nos modelos numéricos. No concreto, esse coeficiente apresenta valores típicos entre 0,15 e 0,25, dependendo da composição do material, enquanto no aço geralmente se considera $\nu_{aço} = 0,3$ (Mehta *et al.* 2014). A correta atribuição de ν é especialmente relevante em análises tridimensionais por elementos finitos, nas quais as deformações em múltiplas direções são consideradas.

Os ensaios não destrutivos (END) vêm sendo amplamente utilizados na engenharia para avaliar propriedades físicas e mecânicas de materiais sem comprometer sua integridade estrutural (ASTM C215-19, 2019). O ensaio de vibração pode ser definido como a arte e a ciência de medir e compreender a resposta de uma estrutura quando exposta a um ambiente dinâmico específico e, se necessário, simular esse ambiente para garantir uma representação fiel de sua resposta (McConnell e Varoto, 2008). Dentre os métodos aplicáveis ao concreto, destaca-se o ensaio de ressonância por impacto, que permite a determinação das frequências naturais de vibração de um corpo de prova e, a partir disso, a obtenção de parâmetros como o módulo de elasticidade dinâmico.

Diversas abordagens têm sido empregadas com base no princípio de excitação por impacto. Em um dos estudos, a resposta vibracional foi captada utilizando um microfone acoplado a um sistema de aquisição de áudio, com o processamento posterior das frequências por meio de software (Diógenes *et al.* 2011). Embora o tipo de sensor utilizado diferisse do acelerômetro adotado neste trabalho, a metodologia se mostrou eficaz na estimativa do módulo de elasticidade do concreto com boa correlação em relação ao método convencional descrito na ABNT NBR 8522:2008 (NBR 8522, 2008). Isso demonstra a flexibilidade do método de ressonância por impacto e sua aplicabilidade em diferentes contextos experimentais, desde que as condições de contorno e a precisão na captação das frequências sejam devidamente controladas.

Dentre as padronizações disponíveis, destaca-se a norma ASTM C215-19, que estabelece os procedimentos para a medição das frequências de ressonância fundamentais nos modos longitudinal, transversal e torcional de prismas de concreto (ASTM C215-19, 2019). O método consiste na aplicação de impactos leves em pontos específicos do corpo de prova, cuja resposta vibracional é captada por um sensor. Para garantir a precisão na identificação da frequência de resposta vibracional associada aos modos naturais, a norma ASTM C215-19 recomenda que o suporte da amostra permita vibração livre, devendo ter frequência de ressonância fora da faixa de interesse (100 a 12.000 Hz). Para isso, sugere-se o uso de almofadas de borracha esponjosa ou suportes de borracha macia posicionados próximos aos pontos nodais. No presente experimento, optou-se por suspender a amostra com cordões flexíveis de náilon, uma configuração que simula adequadamente a condição de contorno livre-livre, permitindo que a amostra vibre livremente em todas as direções (McConnell e Varoto, 2008).

A modelagem de estruturas de concreto armado por meio de simulações computacionais tem se mostrado uma ferramenta importante na engenharia, especialmente pela sua capacidade de antecipar o comportamento dinâmico de sistemas estruturais. No entanto, a fidelidade dos resultados obtidos depende diretamente da precisão na representação dos materiais e das condições de contorno. Quando se trata de concreto armado, a complexidade aumenta devido à interação entre concreto e aço, além das variações microestruturais típicas do concreto.

Neste trabalho, foram analisados especificamente as frequências de ressonância relacionadas com os modos longitudinal e torcional, por meio de excitações pontuais nas direções apropriadas e posterior aquisição da resposta em frequência. O sistema de aquisição utilizado converteu os sinais obtidos em espectros de frequência, permitindo a identificação clara dos picos ressonantes. Esses dados permitiram a definição de parâmetros mecânicos equivalentes para o conjunto concreto e aço, viabilizando uma modelagem representativa no ambiente CAE (Computer-Aided Engineering). Complementarmente, foi empregada uma abordagem simplificada para estimar o módulo de elasticidade do concreto, com base em sua geometria, a fim de comparar com os resultados obtidos experimentalmente e gerados numericamente.

O presente trabalho tem como objetivo central analisar o comportamento dinâmico de um bloco de concreto-aço submetido a excitações mecânicas, com foco nos modos de vibração longitudinal e torcional. Para isso, foi realizado um ensaio experimental de ressonância por impacto conforme a norma ASTM C215-19, utilizando martelo instrumental e acelerômetro para obtenção da resposta em frequência do corpo de prova composto por concreto e um vergalhão de aço longitudinal. Com base nos dados experimentais, foram determinadas propriedades mecânicas equivalentes do conjunto concreto-aço, de forma a representar o material como homogêneo em simulações computacionais. Essas propriedades foram aplicadas ao modelo tridimensional da amostra real, criado em ambiente CAD/CAE. Além disso, foi empregada uma abordagem teórica

simplificada para estimar o módulo de elasticidade do concreto, separado do aço, considerando a equivalência entre a deformação específica média e o estado de tensões resultante. Por fim, foram comparadas as frequências de ressonâncias obtidas nas análises experimental e numérica, permitindo avaliar a proximidade entre os modelos e a fidelidade de representação do comportamento vibratório da estrutura.

Este trabalho se justifica pela busca por alternativas viáveis e simplificadas para representar essa combinação de materiais. A obtenção de propriedades equivalentes a partir de dados experimentais, bem como a aplicação dessas propriedades em modelos tridimensionais, permite avaliar o quão bem essas simplificações reproduzem o comportamento real. Além disso, ao empregar uma metodologia teórica para estimar o módulo de elasticidade do concreto com base em sua geometria e estado de tensões, o estudo contribui para validar abordagens práticas que podem ser aplicadas em contextos onde ensaios laboratoriais completos não são viáveis. A comparação entre os métodos — experimental e numérico — oferece uma base sólida para decisões mais embasadas em projetos que envolvam materiais compósitos como o concreto armado.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

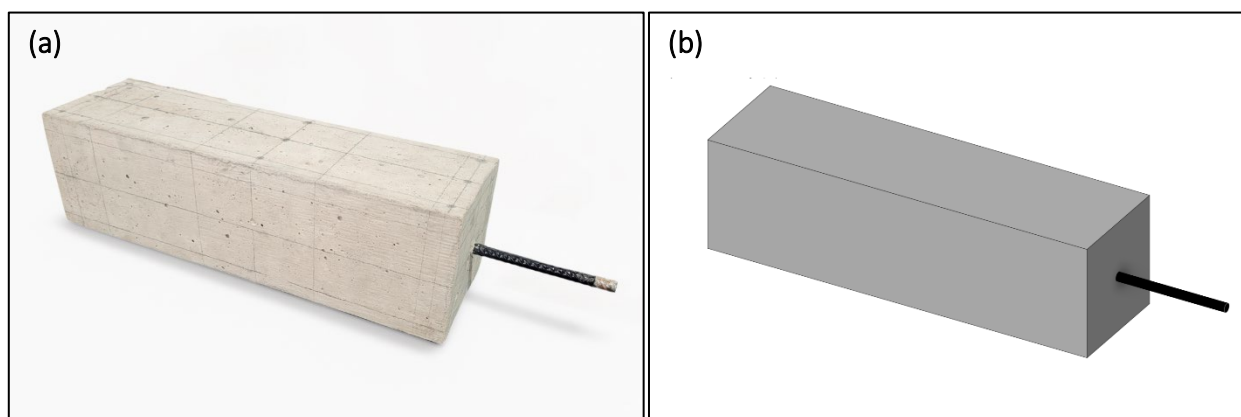
2.1 Generalidades e descrição do corpo-de-prova

O programa deste estudo foi dividido em duas etapas principais: experimental e numérica. A primeira consistiu na realização de um ensaio dinâmico não destrutivo, baseado na norma ASTM C215-19, utilizando um corpo de prova de concreto-aço submetido à excitação por impacto dinâmico, com instrumentação por acelerômetro e martelo instrumentado (ASTM C215-19, 2019). A aquisição e processamento dos dados foram realizados com o sistema Spider-80X da Crystal Instruments, que garante alta precisão na captura da resposta vibracional (<https://pdf.aeroexpo.online/pt/pdf-en/crystal-instruments-corporation/spider-80x/184580-8284.html>).

A segunda etapa corresponde à simulação tridimensional da mesma amostra no software *ANSYS Workbench®*, onde diferentes estratégias de modelagem foram adotadas para representar a interação entre o concreto e a armadura.

O corpo de prova utilizado no experimento é formado por um bloco prismático de concreto de seção transversal quadrada, com comprimento de 350 mm, largura e altura de 100 mm, contendo um vergalhão de aço 1060 posicionado longitudinalmente em seu centro, com 8 mm de diâmetro e comprimento igual a 400 mm, sendo que 100 mm de uma de suas extremidades está deslocada para fora do bloco. Na Figura 2 é apresentado a amostra submetida ao ensaio de impacto (a) e o modelo 3D utilizado na simulação numérica (b), com as dimensões citadas acima.

FIGURA 2. Corpo de prova e modelo tridimensional para simulação.



Fonte: Autores (2025).

2.2 Descrição do ensaio dinâmico

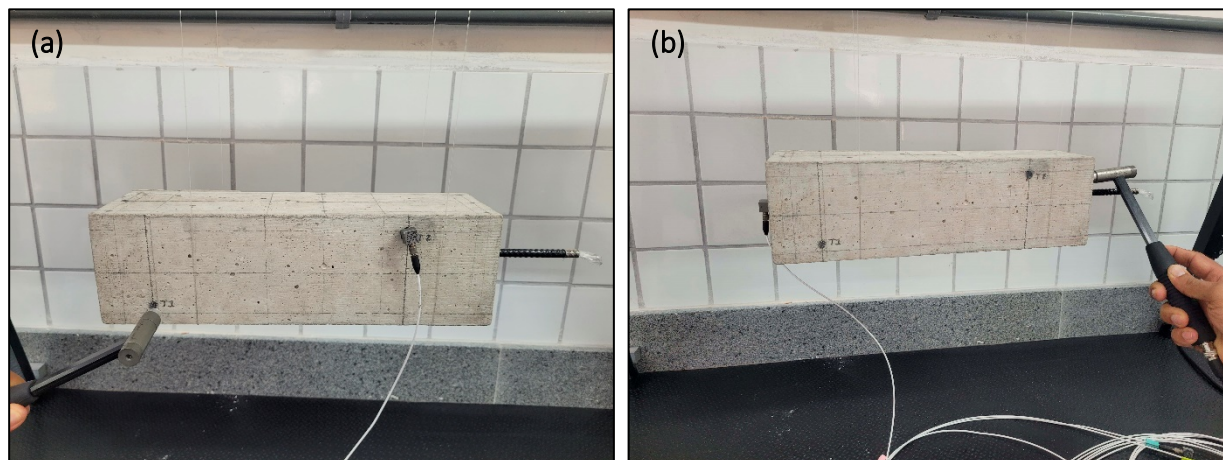
O ensaio dinâmico foi realizado com o corpo prismático de concreto. O objetivo foi identificar experimentalmente a resposta vibracional associada aos modos naturais — longitudinal e torcional — e, a partir dessa aproximação das frequências ressonantes, calcular os valores estimados do módulo de elasticidade dinâmico (E_d), módulo de cisalhamento dinâmico (G_d) e coeficiente de Poisson dinâmico (ν_d).

O sistema experimental foi composto por um acelerômetro, um martelo instrumentado com célula de carga, e ambos os sensores conectados ao sistema de aquisição Spider-80X da Crystal Instruments. O corpo de prova foi suspenso horizontalmente por fios de nylon para simular uma condição de contorno livre-livre, conforme preconizado pela norma. O alinhamento foi cuidadosamente ajustado. Na Figura 3, são apresentadas as duas configurações do corpo de prova durante o ensaio: a posição para excitação torcional (a) e a posição para excitação longitudinal (b), ambas com os instrumentos utilizados — acelerômetro e martelo instrumentado — devidamente posicionados.

As excitações foram realizadas em dois conjuntos de posições distintas: uma para análise do modo longitudinal, em que o impacto e o sensor foram posicionados centralmente nas extremidades opostas do bloco; e outra para o modo torcional, em que ambos foram posicionados em uma das faces em cantos diagonais para induzir a rotação do corpo.

Cada ensaio foi conduzido com múltiplos impactos, e as respostas foram registradas em tempo real no software de Gerenciamento de Dados de Engenharia (EDM). Após a coleta, os sinais foram exportados para o MATLAB, onde foram tratados. Com base nas curvas FRF (função de resposta em frequência), identificaram-se os picos ressonantes associados aos modos de vibração.

FIGURA 3. Montagem do sistema de ensaio dinâmico com corpo de prova suspenso e instrumentação.



Fonte: Autores (2025).

Com a frequência de ressonância identificada para cada modo de vibração, os parâmetros dinâmicos do corpo de prova foram calculados conforme a norma ASTM C215-19 (ASTM C215-19, 2019). O módulo de elasticidade dinâmico longitudinal foi obtido por meio da Equação 1, em que M representa a massa total do corpo de prova, n_L é a frequência de ressonância do modo longitudinal e D é um fator geométrico dado pela Equação 2, sendo L o comprimento do corpo de prova, b sua altura e t sua largura.

$$E_{dl} = D M n_L^2 \quad (1)$$

$$D = \frac{4 L}{b t} \quad (2)$$

O módulo de cisalhamento dinâmico (G_d) foi calculado a partir da frequência de ressonância torcional, conforme a seguinte Equação 3, onde B representa outro fator geométrico, determinado pela Equação 4.

$$G = B M n_T^2 \quad (3)$$

$$B = \frac{4 L R}{A} \quad (4)$$

Neste caso, R é um fator de correção para seções retangulares (adotado como 1,183) e A é a área da seção transversal do bloco.

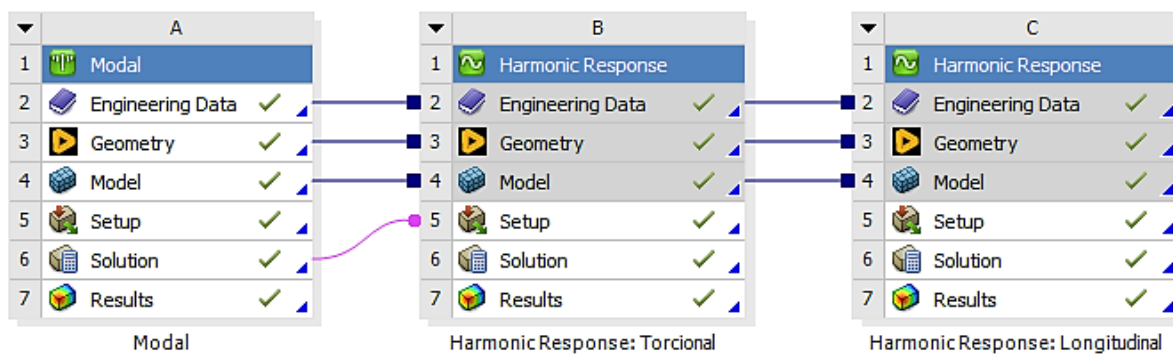
Com os módulos E_{dl} e G_d obtidos, foi possível determinar o coeficiente de Poisson dinâmico (ν_d), assumindo o material como isotrópico e linearmente elástico, segundo a Equação 5.

$$v_d = \frac{E_{dl}}{2 G_d} - 1 \quad (5)$$

2.3 Descrição do ensaio numérico

Paralelamente aos ensaios laboratoriais, foi realizada a modelagem numérica da amostra em ambiente virtual tridimensional no software *ANSYS®*, com o objetivo de simular o comportamento dinâmico do corpo de prova nas mesmas condições de contorno livre-livre. A geometria foi modelada no *SpaceClaim®*, com base nas dimensões reais do bloco utilizado no experimento. O projeto de simulação foi desenvolvido na plataforma *ANSYS Workbench®*, estruturado em análises modais e harmônicas, como apresentado na Figura 4.

FIGURA 4. Fluxo de modelagem no ANSYS Workbench.



Fonte: Autores (2025).

O primeiro caso (CASO I) consistiu na aplicação direta das propriedades mecânicas equivalentes obtidas por meio do ensaio dinâmico conforme a norma ASTM C215-19, representando o conjunto concreto-aço como um único material homogêneo. As propriedades — módulo de elasticidade, densidade e coeficiente de Poisson — foram inseridas no modelo tridimensional da amostra e utilizadas tanto em análises modais, para extração das frequências naturais de vibração nos modos longitudinal e torcional, quanto em análises harmônicas, para obtenção das curvas FRF. Os valores utilizados estão apresentados na Tabela 1.

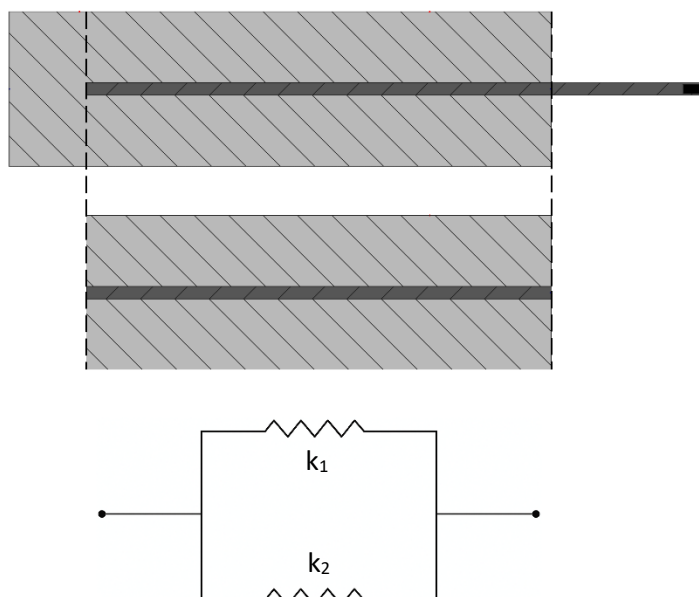
TABELA 1. Parâmetros equivalentes do corpo de prova prismático.

Material	E_{eq} [GPa]	ν_{eq}	ρ [kg/m³]
Equivalente	39,151	0,2422	2390,5

Fonte: Autores (2025).

Para o segundo caso (CASO II) foi adotado um modelo simplificado com base no conceito de associação de materiais em paralelo. O procedimento parte da obtenção do módulo de elasticidade equivalente (E_{eq}) do corpo de prova, determinado por meio do ensaio dinâmico. Este valor representa o comportamento global do sistema composto por concreto e armadura, permitindo a posterior estimativa do módulo do concreto isoladamente. A Figura 5 ilustra o circuito mecânico equivalente adotado para modelar o sistema composto.

FIGURA 5. Circuito mecânico equivalente em paralelo para cálculo da rigidez axial do sistema.



Fonte: Autores (2025).

A relação entre tensão e deformação em materiais elásticos é regida pela Lei de Hooke, expressa pela Equação 6.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (6)$$

Nessa expressão, σ representa a tensão (força por unidade de área), ε é a deformação específica (relação entre a variação de comprimento e o comprimento original), e E é o módulo de elasticidade, também conhecido como módulo de Young.

Assumindo que concreto e aço compartilham a mesma deformação sob carregamento axial, isto é, estão submetidos a uma deformação compatível, utiliza-se um modelo de associação em paralelo entre os materiais. Essa abordagem considera que a deformação total do sistema é a mesma para ambos os materiais, enquanto a carga total aplicada é distribuída proporcionalmente à rigidez de cada componente. A rigidez axial k de um elemento é definida pela Equação 7.

$$k = \frac{E \cdot A}{L} \quad (7)$$

Onde E é o módulo de elasticidade, A é a área da seção transversal e L é o comprimento do elemento. Com base nisso, a rigidez equivalente do sistema composto (vergalhão e concreto) pode ser representada pela Equação 8.

$$k_{eq} = k_1 + k_2 = \frac{E_c \cdot A_c}{L} + \frac{E_a \cdot A_a}{L} \quad (8)$$

A Equação 8 expressa o comportamento de um sistema mecânico em paralelo, como ilustrado na Figura 5, onde k_1 e k_2 representam a rigidez do concreto e do aço, respectivamente. Como os comprimentos são os mesmos (L), é possível fatorar a equação para se obter a expressão do módulo de elasticidade equivalente do conjunto, apresentada pela Equação 9.

$$E_c = \frac{E_{eq} \cdot A_{total} - E_a \cdot A_a}{A_c} \quad (9)$$

Na equação 9, E_c e E_a representam os módulos de elasticidade dos materiais constituintes (aço e concreto, respectivamente), enquanto A_c e A_a são suas respectivas áreas de seção transversal e A_{total} sua área total. Com o valor de E_{eq} já conhecido a partir do ensaio e os dados geométricos e materiais da armadura disponíveis (incluindo o valor conhecido de $E_a = 200$ GPa), é possível isolar e calcular E_c , o módulo de elasticidade do concreto.

3. RESULTADOS

Neste item, apresentam-se os resultados obtidos a partir das análises experimentais e numéricas referentes aos modos de vibração torcional e longitudinal. As simulações foram realizadas com base em dois modelos distintos, denominados CASO I e CASO II, conforme descrito anteriormente. Tabela 2 mostra as propriedades mecânicas das simulações.

No CASO I, as propriedades mecânicas equivalentes foram determinadas a partir do ensaio dinâmico conforme a norma ASTM C215-19, considerando o corpo de prova como um único material homogêneo. Já no Caso II, foi adotado um modelo baseado em associação em paralelo entre concreto e aço, permitindo estimar o módulo do concreto isoladamente, assumindo deformações compatíveis entre os materiais.

TABELA 2. Parâmetros do corpo de prova prismático.

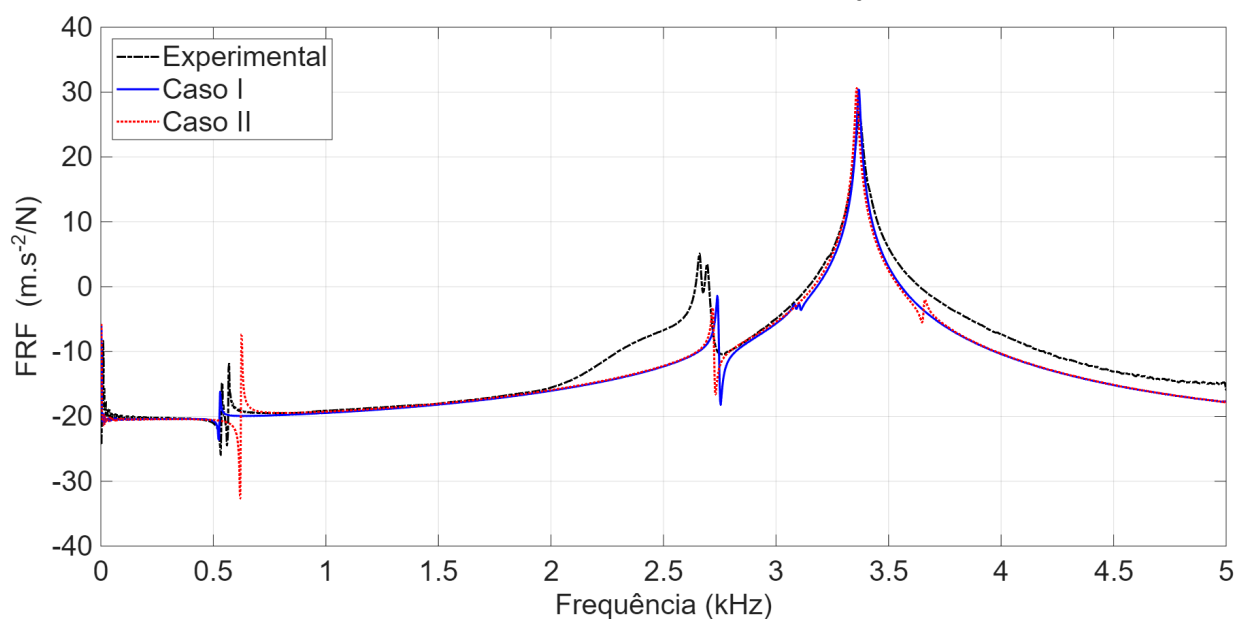
Propriedades	CASO I	CASO II
E_d [GPa]	39,151	38,338
ρ [kg/m ³]	2390,5	2354,2
ν_d	0,2422	0,2422

Fonte: Autores (2025).

2.1 Análise no modo torcional

A resposta dinâmica no modo torcional está representada na Figura 6. Observa-se que os três modelos — experimental, Caso I e Caso II — apresentam bom alinhamento quanto à localização do pico principal de ressonância torcional, próximo a 3,3 kHz. Esse pico, caracterizado pela maior amplitude da curva FRF, representa a frequência de ressonância dominante no modo torcional do sistema.

FIGURA 6. Curvas FRF associada ao modo de vibração torcional.



Fonte: Autores (2025).

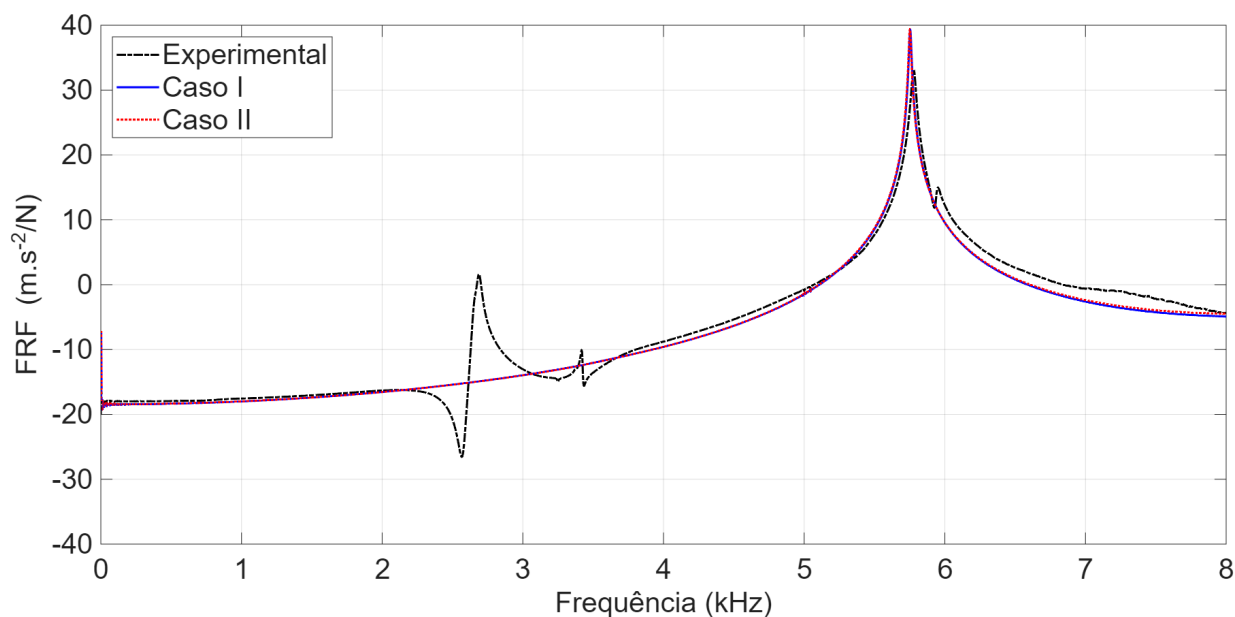
Além do pico principal, é possível identificar dois picos adicionais de menor amplitude na curva experimental. O pequeno pico de baixa frequência observado na curva de torção pode ser atribuído à vibração quase isolada da porção do vergalhão que se projeta para fora do bloco de concreto. Por estar parcialmente desacoplado e possuir baixa massa e inércia, o segmento do vergalhão pode vibrar independentemente, gerando um modo próprio de baixa frequência e amplitude, detectado na FRF devido à alta sensibilidade do sistema de medição.

Observa-se ainda um terceiro pico intermediário, mais evidente na curva experimental e sutilmente presente nas simulações numéricas. Este comportamento é provavelmente relacionado ao primeiro modo de flexão do corpo de prova. Apesar de os pontos de excitação e aquisição terem sido selecionados conforme a norma ASTM C215-19 para favorecer a detecção do modo torcional, a excitação mecânica aplicada ao sistema real pode ainda acionar parcialmente outros modos vibracionais, como o de flexão. A sensibilidade do sistema experimental e a natureza tridimensional da resposta estrutural explicam a presença desse pico, ainda que com menor intensidade.

2.2 Análise no modo longitudinal

O comportamento dinâmico no modo longitudinal está representado na Figura 7. Nota-se que as três curvas — experimental, Caso I e Caso II — apresentaram o pico de ressonância longitudinal em frequências bastante próximas, em torno de 5,7 kHz, evidenciando uma boa correlação entre os modelos numéricos e o ensaio.

FIGURA 7. Curvas FRF associada ao modo de vibração longitudinal.



Fonte: Autores (2025).

Entretanto, a curva experimental apresenta uma distorção localizada, ausente nas curvas simuladas. Essa distorção pode estar relacionada à participação de outros modos de vibração. Apesar dos pontos de excitação e aquisição terem sido selecionados conforme a norma ASTM C215-19, com o intuito de favorecer a excitação e detecção do modo longitudinal, a aplicação da força no sistema real pode ainda acionar parcialmente modos adicionais, como o de flexão e torção. Já nas simulações numéricas, essas interferências foram minimizadas de forma mais eficiente, resultando em curvas mais suaves e representativas do modo longitudinal idealizado.

2.3 Frequências de Ressonância

Para uma análise comparativa mais objetiva entre os resultados obtidos, a Tabela 3 apresenta as frequências de ressonância identificadas nas curvas FRF para as frequências de ressonância torcional e longitudinal, considerando os três cenários analisados: Ensaio Experimental, Caso I e Caso II.

TABELA 3. Frequências de ressonância identificadas nas análises (em Hz).

Modos de Vibração	EXPERIMENTAL	CASO I	CASO II
Torcional	3370	3366	3359
Longitudinal	5777	5753	5750

Fonte: Autores (2025).

Pode-se observar que, para as frequências de ressonâncias torcionais a diferença relativa entre o valor experimental e os simulados foi inferior a 0,5%, o que evidencia uma excelente concordância entre os modelos numéricos e os resultados experimentais. O Caso I apresentou o menor desvio, com apenas 4 Hz de diferença em relação ao valor medido, o que reforça a precisão da abordagem homogênea adotada. Já o Caso II, embora tenha apresentado um pequeno desvio adicional (11 Hz de diferença), ainda demonstrou elevada capacidade de representação do comportamento dinâmico, mesmo com a simplificação estrutural envolvida.

Nas frequências de ressonâncias longitudinais, os desvios entre os modelos e o experimento foram pequenos, com o Caso I novamente apresentando melhor correspondência com o valor real. As diferenças se mantiveram abaixo de 0,5%, o que confirma a eficiência dos modelos na captura dos modos globais de vibração da estrutura analisada.

4. CONCLUSÃO

O presente estudo demonstrou a viabilidade de representar o comportamento dinâmico de um bloco de concreto-aço por meio de abordagens simplificadas, combinando métodos experimentais e numéricos. O ensaio de ressonância por impacto, conduzido segundo a norma ASTM C215-19, permitiu a identificação precisa das frequências de ressonâncias associadas aos modos longitudinais e torcionais, bem como a determinação de propriedades mecânicas equivalentes do conjunto concreto-vergalhão.

Os resultados obtidos mostraram excelente concordância entre os valores experimentais e os gerados por simulações em ambiente ANSYS Workbench, com desvios relativos inferiores a 0,5% nos dois modos analisados. A modelagem do corpo de prova como material homogêneo (Caso I) apresentou os melhores resultados, evidenciando que a utilização de parâmetros equivalentes extraídos experimentalmente pode ser uma estratégia eficaz para representar sistemas compostos em análises modais. Já o modelo baseado na associação em paralelo (Caso II) também se mostrou satisfatório, mesmo com maior grau de simplificação, revelando-se útil em contextos com restrições de dados ou recursos computacionais.

A análise de picos adicionais nas curvas de resposta experimental destacou ainda a sensibilidade do método à vibração de componentes locais, como a porção do vergalhão exposta, e à excitação de modos secundários como o de flexão. Tais observações reforçam a importância do controle nas condições de contorno e da interpretação crítica dos dados obtidos.

Conclui-se, portanto, que a integração entre ensaios dinâmicos e simulações computacionais com propriedades equivalentes constitui uma ferramenta robusta para a análise modal de estruturas de concreto armado, fornecendo subsídios relevantes para a avaliação de desempenho estrutural em projetos de engenharia.

DECLARAÇÃO DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis por este trabalho.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8522: Concreto – Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão. Rio de Janeiro, 2008.

ADVANCING STANDARDS TRANSFORMING MARKETS. C215-19: *Standard Test Method for Fundamental Transverse, Longitudinal, and Torsional Resonant Frequencies of Concrete Specimens*. ASTM International, 2019.

LENZ, Lauri Anderson *et al.* Avaliação da influência do empacotamento dos agregados na durabilidade de concretos através de ensaios não destrutivos: resistividade elétrica e propagação de ondas de ultrassom. Simpósio Paranaense de Patologia das Construções, [S.L.], p. 185-198, 2017. <http://dx.doi.org/10.4322/2sppc.2017.016>.

CABRAL, L.; MONTEIRO, E.; HELENE, P.. Análise comparativa do Módulo de elasticidade calculado segundo diferentes Normas. Revista Alconpat, [S.L.], v. 4, n. 2, p. 140-156, 30 maio 2014. Alconpat Internacional. <http://dx.doi.org/10.21041/ra.v4i2.65>.

CONTACT, Aeroexpo. SPIDER-80X: scalable dynamic measurement system. Scalable Dynamic Measurement System. Disponível em: <https://pdf.aeroexpo.online/pt/pdf-en/crystal-instruments-corporation/spider-80x/184580-8284.html>. Acesso em: 10 jul. 2025.

DIÓGENES, H. J. F. *et al.* Determinação do módulo de elasticidade do concreto a partir da resposta acústica. Revista Ibracon de Estruturas e Materiais, [S.L.], v. 4, n. 5, p. 803-813, dez. 2011. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s1983-41952011000500007>.

HIBBELER, R. C.. Resistência dos Materiais. 7. ed. Pearson Universidades, 2009. 640 p.

MEHTA, P. Kumar; MONTEIRO, Paulo J. M. Concreto: microestrutura, propriedades e materiais. 2. ed. São Paulo: IBRACON, 2014. 751 p.

MCCONNELL, Kenneth G.; VAROTO, Paulo S.. Vibration Testing: theory and practice. 2. ed. New York: Wiley, 2008. 672 p.

NEVILLE, Adam M.; CREMONINI, Ruy Alberto. Propriedades do Concreto. 5. ed. Bookman, 2015. 912 p.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FAPEMA pelo suporte financeiro através do projeto APP-09252/22 Edital FAPEMA/EMAP Nº 12/2022 Apoio a Pesquisas no Porto do Itaqui; bem como ao CREA-MA.

APÊNDICE B – CERTIFICADO DE SUBMISSÃO

Verifique o código de autenticidade 18459510.9801756.8324084.8.8459510880175683240848 em <https://www.aven3.com.br/documentos>



Certificado

Certificamos que o trabalho intitulado **DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DINÂMICA DE ESTRUTURAS DE CONCRETO-AÇO** de autoria de Emanuel Oliveira da Conceição, Prof. Dr. Elson Cesar Moraes, Dalmo Inácio Galdez Costa, VILSON SOUZA PEREIRA e MARIA ELIZIANE PIRES DE SOUZA, foi submetido no **25º CONEMI Congresso Internacional de Engenharia Mecânica e Industrial** e da **3ª FENAMEC Feira Nacional da Mecânica**, sob o tema: *"Engenharia, Energia, Novas Tecnologias e Desenvolvimento, a Serviço da Sociedade"*, realizado no dias 21, 22 e 23 de agosto, na cidade de João Pessoa/PB, contabilizando carga horária total de 30 horas.

Brasília, 25 de agosto de 2025.

Eng. Mec. Waldimir Teles Filho
Presidente
FENEMI