



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

VITOR RODRIGUES BARROS

**MODELAGEM NUMÉRICA 3D NÃO-LINEAR E ESTUDO PARAMÉTRICO
DE VIGAS DE CONCRETO COM REFORÇO HÍBRIDO AÇO-FRP**

**SÃO LUÍS – MA
2026**



VITOR RODRIGUES BARROS

**MODELAGEM NUMÉRICA 3D NÃO-LINEAR E ESTUDO PARAMÉTRICO
DE VIGAS DE CONCRETO COM REFORÇO HÍBRIDO AÇO-FRP**

Trabalho Final de Curso II submetido à
Coordenação do Curso de Engenharia Civil como
requisito parcial para obtenção do grau de
Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Wallace Maia de Souza

Coorientador: Prof. Dr. Paulo Cesar de Oliveira
Queiroz

**SAO LUÍS - MA
2026**



VITOR RODRIGUES BARROS

**MODELAGEM NUMÉRICA 3D NÃO-LINEAR E ESTUDO PARAMÉTRICO
DE VIGAS DE CONCRETO COM REFORÇO HÍBRIDO AÇO-FRP**

Aprovado em 15 / julho / 2026

BANCA EXAMINADORA

Orientador

Prof. Dr. Wallace Maia de Souza
UFMA

Coorientador

Prof. Dr. Paulo Cesar de Oliveira Queiroz
UFMA

Examinador Interno

Prof. Dr. Felipe Alexander Vargas Bazan
UFMA

Examinador Interno

Prof. Dr. Arthur Coutinho de Araújo Pereira
UFMA

Rodrigues Barros, Vitor.

NON-LINEAR 3D FINITE ELEMENT MODELING AND PARAMETRIC
STUDY OF HYBRID STEEL-FRP REINFORCED CONCRETE BEAMS /

Vitor Rodrigues Barros. - 2026.

27 f.

Coorientador(a) 1: Paulo Cesar de Oliveira Queiroz.

Orientador(a): Wallace Maia de Souza.

Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do
Maranhão, São Luís, 2026.

1. Frp Bars. 2. Hybrid Steel-frp Reinforced Concrete.
3. Atena. 4. Finite Element Analysis. 5. Rebars Layout.
I. Maia de Souza, Wallace. II. Cesar de Oliveira
Queiroz, Paulo. III. Título.

AGRADECIMENTOS

Antes de mais nada, agradeço a Deus pela força, saúde e discernimento concedidos ao longo de toda esta jornada acadêmica.

À minha mãe, Rosa Maria, pelo apoio incondicional, pela paciência e por acreditar no meu potencial mesmo nos dias mais exaustivos da graduação. Sua presença foi meu porto seguro.

À memória do meu pai, cujos ensinamentos e lembranças continuam a alimentar minha busca pelos meus objetivos.

À minha família e amigos, que compreenderam minhas ausências e me cercaram de carinho ao longo desta jornada acadêmica na UFMA.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Wallace Maia de Souza, pela paciência, dedicação e generosidade em compartilhar seus conhecimentos, guiando-me com precisão em cada etapa deste trabalho. Assim como ao meu coorientador, Prof. Dr. Paulo Cezar de Oliveira Queiroz.

Aos professores do curso de Engenharia Civil da UFMA, que contribuíram imensamente para minha formação crítica e profissional.

Aos meus amigos e colegas de turma, pelas discussões enriquecedoras, pelas noites de estudo e pela companhia que tornou a vida universitária mais leve.

Por fim, a todos que, direta ou indiretamente, torceram por mim e contribuíram para a conclusão desta etapa.

RESUMO

A aplicação de barras de polímero reforçado com fibras (PRF) puras em estruturas de concreto, embora vantajosa pela resistência à corrosão, costuma ser limitada pela menor rigidez à flexão após a fissuração e modos de falha frágeis. Para mitigar essas deficiências, estratégias de reforço híbridas, combinando aço convencional e barras de PRF, foram desenvolvidas para equilibrar com sucesso a capacidade de carga última com a ductilidade seccional. Este artigo apresenta um estudo não linear em elementos finitos 3D, utilizando o software ATENA, para investigar as complexas redistribuições internas de tensões e o desempenho à flexão de vigas de concreto com reforço híbrido. Validados com base em referências experimentais, os modelos numéricos foram utilizados para conduzir uma análise paramétrica sistemática, avaliando os efeitos da razão de hibridização mecanicamente equivalente e das configurações de armaduras longitudinais, comparando especificamente arranjos de uma e duas camadas. Os resultados numéricos demonstram que a hibridização restaura a ductilidade, atingindo índices de ductilidade por deslocamento (m) entre 7,3 e 9,2, ao permitir ampla deformação plástica no aço enquanto o PRF fornece uma reserva de resistência pós-escoamento. A razão de armadura equivalente mostrou ser o critério preditivo mais eficaz tanto para a capacidade última quanto para o desempenho em serviço. Além disso, o estudo conclui que, embora o arranjo de uma camada maximize a ductilidade induzida pelo aço, a transição para uma configuração de duas camadas – com o aço posicionado mais próximo ao eixo neutro – reduz significativamente a demanda de deformação local e as aberturas de fissuras, oferecendo assim proteção superior contra degradação ambiental. Todos os modelos analisados mantiveram larguras máximas de fissura abaixo dos limites de serviço permitidos pela ACI 440.11-22.

Palavras-chave: barras de PRF; concreto armado híbrido aço-PRF; ATENA; análise por elementos finitos; arranjo de armaduras.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Cross-sectional details of the beams: B1 (steel bars), B2 (FRP bars), and C1 (hybrid) by Aiello and Ombres (units in mm).....	12
Figura 2. Geometrical details of the longitudinal symmetry plane.....	13
Figura 3. 3D Numerical model: Mesh Refinement (left) and (b) Reinforcement (Model C) (right).....	13
Figura 4. Concrete's constitutive law (adapted from Červenka et al.).....	13
Figura 5. Boundary conditions of the 3D model: displacement constraints.....	15
Figura 6. Comparison between numerical and experimental load-displacement curves: (a) Beam B1 (steel-reinforced); (b) Beam B2 (FRP-reinforced); (c) Beam C1 (hybrid-reinforced).....	16
Figura 7. Cross-sectional configurations of the hybrid reinforced beams (unit: mm)....	18
Figura 8. Load-displacement response of the hybrid steel-FRP: (a) Model 1; (b) Model 2; (c) Model 3; (d) Model 4; (e) Type I; (f) Type II.....	19
Figura 9. Longitudinal strain distributions in the reinforcement at the ultimate load stage: (a) Model 1.1; (b) Model 1.2; (c) Model 2.1, (d) Model 2.2; (e) Model 3.1; (f) Model 3.2; (g) Model 4.1; (h) Model 4.2.....	21
Figura 10. Crack-width distributions of the eight numerical models: (a) Model 1.1; (b) Model 1.2; (c) Model 2.1, (d) Model 2.2; (e) Model 3.1; (f) Model 3.2; (g) Model 4.1; (h) Model 4.2.....	23

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Reinforcement details of the specimens.....	11
Tabela 2. Main concrete parameters adopted in the numerical models.....	14
Tabela 3. Comparison between numerical and experimental key response indicators..	16
Tabela 4. Parametric analysis: reinforcement configurations.....	18
Tabela 5. Characteristic load–displacement indicators of the hybrid models.....	18

SUMÁRIO

1. Introduction.....	9
2. Experimental Program.....	11
3. Description of Numerical Models.....	12
3.1. Geometry, Finite Element Types and Mesh.....	12
3.2. Material Properties.....	13
3.3. Bond–Slip Behavior.....	15
3.4. Boundary Conditions and Loading.....	15
3.5. Analysis Type and Nonlinear Solution Strategy.....	15
4. Results and Discussion.....	15
4.1. Numerical Model Validation.....	15
4.2. Parametric Study.....	17
5. Conclusions.....	24
References.....	26