

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CAMPUS VII CODO-MA

IOLANDA SANTOS MARQUES

**A FUNÇÃO AFIM E SUA APLICAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS NO 9º ANO DO
ENSINO FUNDAMENTAL**

Codó-MA
2017

IOLANDA SANTOS MARQUES

**A FUNÇÃO AFIM E SUA APLICAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS NO 9º ANO DO
ENSINO FUNDAMENTAL**

Monografia apresentada à Universidade Federal do Maranhão Campus VII Codó-Ma, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Ciências Naturais.

Orientador: Prof. Me. Jadevilson Cruz Ribeiro

Codó-MA

2017

IOLANDA SANTOS MARQUES

**A FUNÇÃO AFIM E SUA APLICAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS NO 9º ANO DO
ENSINO FUNDAMENTAL**

Monografia apresentada à Universidade
Federal do Maranhão Campus VII Codó-Ma,
como requisito parcial para conclusão do Curso
de Licenciatura em Ciências Naturais.

Codó-MA, 05 / janeiro / 2017

Banca Examinadora:



Professor Jadevilson Cruz Ribeiro (Orientador)
Mestre em Matemática/UFMA
Universidade Federal do Maranhão/Campus VII Codó-MA



Professor Rondinelle Luís Silva de Sousa
Mestre em Matemática/UFMA
Universidade Federal do Maranhão/Campus VII Codó-MA



Professor Valdir Mendes da Silva
Mestre em Matemática/UFMA
Universidade Federal do Maranhão/Campus Bacanga São Luís-MA

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por me ajudar a chegar a conclusão deste trabalho.

Agradeço a minha família por me dar apoio, e auxílio para chegar ao término deste trabalho.

Agradeço aos meus amigos por sempre me darem força, em especial as minhas colegas de trabalho que sempre me apoiaram.

E um agradecimento especial a minha amiga Martha, que desde o início do curso foi meu apoio, e me incentivou muito.

Por fim, agradeço ao meu orientador o professor Jadevilson, que sempre me incentivou a continuar, mesmo quando eu não acreditava.

RESUMO

Este trabalho descreve e analisa a função afim e sua aplicação no ensino de ciências. Os objetivos são verificar e analisar o nível de aprendizagem dos alunos sobre este tema, e através dos resultados obtidos desenvolver uma atividade que relacione a função afim com os conceitos presentes na Física do ensino fundamental, de forma a trabalhar os pontos identificados como de maior dificuldade para os alunos. Para esses objetivos serem alcançados, foi aplicada uma atividade em duas escolas do ensino fundamental da rede pública de ensino, através da análise das respostas dos alunos foi possível perceber a necessidade de se trabalhar melhor o gráfico da função afim e sua aplicação em situações problema. Então, foi desenvolvida uma atividade relacionando a função horária do Movimento Retilíneo Uniforme com a função afim, buscando trabalhar esses dois pontos identificados através dos resultados das atividades. Assim conclui-se com este trabalho que o cenário do ensino de função afim nas escolas pesquisadas não foge dos resultados já descritos em trabalhos anteriores de autores consultados.

Palavras-chaves: Função Afim. Ensino de ciências. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

This paper describes and analyzes the affine function and its application in science teaching. The objectives are to verify and analyze the students' level of learning about this topic, and through the obtained results to develop an activity that relates the affine function to the concepts present in the physics of elementary education, in order to work the identified points of greatest difficulty for students. In order to achieve these objectives, an activity was implemented in two elementary schools of the public school system, through the analysis of the students' responses it was possible to perceive the need to work better the graph of the affine function and its application in problem situations. Then an activity was developed relating the hourly function of the Uniform Linear Motion to the affine function, seeking to work these two points identified through the results of the activities. Thus, it is concluded with this work that the scenario of teaching of affine function in the schools studied does not escape the results already described in previous studies of authors consulted.

Keywords: Affine function. Science teaching. Elementary School.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	8
2 OBJETIVOS	9
2.1 Objetivos Gerais.....	9
2.2 Objetivos Específicos	9
3 FUNDAMENTAÇÃO TEORICA	9
3.1 Ensino e Aprendizagem em matemática.....	9
3.2 Função	11
3.2.1 O conceito de função	11
3.2.2 Gráfico de uma função	12
3.2.3 Função Afim	12
3.2.4 Gráfico da Função Afim.....	14
3.3. Algumas aplicações da Função Afim no Ensino de Ciências	15
3.4 Dificuldades de aprendizagem	18
4 ASPECTOS METODOLOGICOS	19
4.1 Desenvolvimento.....	21
4.2 Resultados Obtidos	22
5 PROPOSTA DE ATIVIDADE ALTERNATIVA	25
6 CONCLUSÃO	28
7 REFERÊNCIAS	30

LISTA DE FIGURAS

Figura 1-Demonstrando a relação entre as escalas.....	17
Figura 2-Questões 1 e 2 da atividade aplicada	20
Figura 3-Questões 3,4,5, e 6 da atividade aplicada	21
Figura 4-Questão 7 da atividade aplicada	21
Figura 5-Percentual de acertos dos alunos da escola Neyde Magalhães	22
Figura 6-Resposta fornecida pelo aluno A a questão 5	23
Figura 7-Resposta fornecida pelo aluno B a questão 5	23
Figura 8- Percentual de acertos dos alunos da escola Des. Sarney Araújo	24
Figura 9-Resposta fornecida pelo aluno C a questão 7	24
Figura 10-Resposta fornecida por dois alunos a questão 7	25

1 INTRODUÇÃO

As deficiências em matemática, com as quais os alunos estão chegando ao final do ensino fundamental, estão comprometendo além da própria matemática, os conteúdos de ciências naturais ditos “matematizados” (MARTINS,2014, p.201). Os parâmetros curriculares nacionais nos mostram que os alunos em sua maioria têm um desempenho insatisfatório em matemática, isso se torna ainda mais evidente quando se trata da resolução de problemas e no conhecimento de procedimentos, isso em parte se deve a forma como a matemática vem sendo ensinada em sala de aula, desprovendo a matemática de significado para o aluno.

Uma das soluções para este problema talvez seja uma afirmação dos parâmetros curriculares para o Ensino Médio (PCNEM+) que relatam que as áreas das ciências Biologia, Química, Física e Matemática, tem características em comum que recomendam uma articulação didática e pedagógica visando uma maior integração entre essas disciplinas, a matemática em seu caráter instrumental pode então explorada em outras disciplinas contribuir para uma aprendizagem significativa dos alunos.

Segundo os PCNEM, em particular o ensino de função afim permite sua exploração dentro e fora da matemática, proporcionando assim com que o professor possa se utilizar de ferramentas que demonstrem sua aplicação em outras disciplinas a fim de concretizar a formação do conceito de função afim e também dar sentido a aprendizagem desta, uma vez que uma pergunta que sempre está presente na cabeça do aluno é porque eu tenho que aprender um determinado conteúdo?

De acordo com Silva (2011), a construção do conceito de função afim é um processo demorado, e que pode variar de acordo com o nível de compreensão de aluno para aluno, e este aluno tende a esperar que o professor determine o que e como fazer nas atividades, e as fórmulas que serão usadas, resultando em uma repetição de procedimentos. Como demonstrado nos PCNs a falta de contextualização e de se dar significado ao que está sendo ensinado acaba tornando o aprendizado pouco atrativo para o aluno.

Visando um trabalho voltado para aprendizagem significativa sobre o tema de função afim, busca-se com esta pesquisa demonstrar a aplicabilidade da função afim

no ensino de ciências e como essa relação pode ser proveitosa tanto no ensino de matemática quanto no ensino de ciências no 9º ano do ensino fundamental.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

O principal objetivo deste trabalho será demonstrar a possibilidade, assim como a importância de se trabalhar a aplicação do conteúdo de Função Afim no ensino de ciências no 9º ano do ensino fundamental.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Verificar o nível de aprendizagem dos alunos a respeito de funções afim no 9º ano do ensino fundamental em alunos de duas escolas;
- Analisar os pontos de maior dificuldade dos alunos do 9º ano do ensino fundamental em se tratando de função afim;
- Propor uma atividade que venha relacionar o ensino de função afim com os conceitos presentes na Física trabalhada no ensino fundamental.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 ENSINO APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

Os conhecimentos matemáticos com os quais os alunos chegam em sala de aula, vem de suas experiências extraclasse, de sua vivência em situações que propiciam o desenvolvimento de um conhecimento prévio de matemática, dentro da escola esses conhecimentos tornam-se mais abrangentes e sofisticados, nesse sentido, o ensino de matemática proporciona ao aluno tanto a educação, quanto fazer uso desse conhecimento já moldado, novamente fora do cotidiano escolar (LIMA ;SANTOS , 2010, p.6)

Mas, para que isso seja concretizado se faz necessário que seja alcançada a aprendizagem significativa que, ainda segundo Lima e Santos (2010), parte da experiência e dos conhecimentos dos alunos:

[...] a aprendizagem significativa parte da experiência e dos conhecimentos do aluno, valoriza a prática e a experiência pessoal discente no processo de construção do saber e tem para o docente a função de mediar o aluno na construção do conhecimento de modo mais autônomo e pessoal. (LIMA; SANTOS,2010 p. 5)

A aprendizagem em matemática está direcionada por vários aspectos, entre os quais deve ser valorizado a compreensão de regras em função da memorização (PAIS,2006, p.59). Mas essa memorização não deve acontecer como uma prática com ausência de reflexão por parte do aluno, onde acabe se tornando uma atividade passiva, em que a construção de significado é minimizada (POWELL; BAIRRAL,2006, p.48). É uma das grandes dificuldades encontradas no ensino e aprendizagem em matemática encontra-se justamente em trabalhar a articulação da memorização e compreensão.

Podemos observar em nossa experiência enquanto alunos, que estudamos matemática decorando fórmulas, mas, em uma memorização inexpressiva, que quando se passa para resolução de problemas em que essas fórmulas tem sua utilização vinculadas a uma vivência, em que o aluno deve identificar os dados, interpretar o problema, aí se encontra uma das grandes dificuldades segundo Silva (2011), que vem afirmar em seu trabalho que “Ler um problema e interpretar seus dados, talvez seja a maior dificuldade encontrada pelos alunos, ou seja, a transposição dos problemas da linguagem escrita para a linguagem algébrica”.

De acordo com Pais (2006) as condições de aprendizagem devem oferecer sentido para o aluno, o que pode ser feito através da contextualização do saber, se esta contextualização fosse concretizada em sala de aula proporcionaria melhores resultados para o ensino de matemática, ele afirma ainda que há várias possibilidades de contextualização dentro da matemática uma vez que o saber matemático pode ser relacionado a fatos de diversas origens, históricos, científicos, inclusive aspectos lúdicos e literários.

Em seu trabalho sobre a aprendizagem em matemática, Duval (2012) já destaca que a aprendizagem de matemática requer a coordenação de diferentes registros de representação, o que ele chama de representações semióticas mobilizados pelos conceitos adquiridos, ele também ressalta a importância de uma atividade matemática mobilizar ao menos dois registros de representação, ou a troca

de registro de representação, seja ele um gráfico, ou uma escrita algébrica, como uma necessidade ao processo de aprendizagem. E é essa troca de registro que se faz necessária no processo de ensino aprendizagem em matemática.

Sobre o estudo de Duval acerca das representações semióticas e aprendizagem em matemática, Pantoja, Campos e Salcedo (2013), afirma que:

São as representações, segundo a teoria de Duval, que quando convertidas umas nas outras conduzem ao aprendizado dos objetos estudados [...] Sendo assim, quanto mais diversificada é a representação de um objeto, maior é a compreensão que se tem a seu respeito, e a apropriação do seu significado se dá a partir de conversões estabelecidas entre as diversas maneiras de representá-lo. (PANTOJA; CAMPOS ; SALCEDO,2013, p.4)

Ou seja, para Pais se faz necessário explorar a aplicabilidade da matemática relacionando-a não só com a vivência dos alunos, mas também com sua possibilidade de interação com os diversos ramos das ciências, e para Duval o trabalho com a conversão de representações semióticas também se faz necessário no ensino e aprendizagem em matemática.

3.2 FUNÇÃO

3.2.1 O CONCEITO DE FUNÇÃO

A respeito do surgimento do conceito de função Botelho e Rezende (2007) afirma que este“ [...] teve sua origem na tentativa de filósofos e cientistas em compreender a realidade e encontrar métodos que permitissem estudar e descrever os fenômenos naturais. ”

A ideia de função vem da consideração de grandezas denominadas variáveis que estão relacionadas entre si, e por variável entendemos um símbolo que pode representar qualquer dos elementos de um determinado conjunto, que é chamado de domínio da variável (AVILA,2011, p.26). Em sua definição de função Munem e Foulis (1982) traz a seguinte ideia:

Suponha que uma quantidade variável digamos y dependa de um modo bem definido de uma outra quantidade variável digamos x . Portanto para cada valor particular de x existe um único valor correspondente de y . Tal correspondência é denominada *função* e se diz que a variável y é *uma função da variável x* . (MUNEM; FOULIS, 1982 p. 21)

A variável x é chamada de variável independente e pode tomar qualquer valor num dado conjunto de números chamado de domínio de f , já a variável y é denominada variável dependente visto que seu valor depende do valor de x , e chamamos de imagem o conjunto de valores assumidos por y à medida que x varia no domínio.

Sejam A e B conjuntos, suponhamos que exista uma sentença $y = f(x)$ que exprime uma lei em que dado $x \in A$, determina-se $y \in B$, tal que $(x, y) \in A \times B$, então $A \times B = \{ (x, y) | x \in A, y \in B \text{ e } y = f(x) \}$. Dizemos que existe uma correspondência que será chamada função se para cada $x \in A$, existe um único $y \in B$, e escrevemos, $y = f(x)$, que significa que y é o valor esperado para x , utiliza-se a seguinte notação:

$$f : A \rightarrow B$$

$$x \rightarrow f(x) = y$$

3.2.2 GRAFICO DE UMA FUNÇÃO

O produto cartesiano $R \times R$, é representado de forma geométrica através do plano cartesiano, onde duas retas (eixos) perpendiculares, uma orientada na vertical chamada de eixo y , ou eixo das ordenadas e outra na horizontal chamada eixo x ou eixo das abcissas, essas retas cada uma representam um conjunto de números reais, e o ponto onde elas se encontram O é chamado de origem, o plano torna possível a representação gráfica de uma representação algébrica, por exemplo um ponto P no plano, é a representação de um par ordenado (x, y) sendo ambos números reais $(x, y) \in R \times R$ e denotamos por $P = (x, y)$ onde x e y são suas coordenadas (CAMELO, 2013, p.19).

Nesse plano cartesiano pode-se representar o gráfico de uma função que Guidorizzi (2001) define como “[...] o gráfico de f é um subconjunto do conjunto de todos os pares ordenados (x, y) de números reais[...] um lugar geométrico descrito pelo ponto $(x, f(x))$, quando x percorre o domínio de f ”.

3.2.3 FUNÇÃO AFIM

Para Murakami, Iezzi, e Machado (2005), a função afim pode ser definida como uma função de R em R quando a cada $x \in R$ associa o elemento $(ax + b) \in R$

no qual $a \neq 0$ e b são números reais dados, cuja imagem é \mathbb{R} , representada pela seguinte notação:

$$f(x) = ax + b \quad a \neq 0$$

Um caso particular de função afim é a função linear, quando $b = 0$, onde a função fica reduzida a $f(x) = ax$, onde $a \neq 0$.

Algumas aplicações:

- Um vendedor recebe mensalmente um salário composto por duas partes: uma parte fixa no valor de R\$ 1600,00 e uma parte variável, que corresponde a uma comissão de 5% (0,05) sobre o total das vendas que ele fez durante o mês.

Nesses termos podemos dizer que:

$$\text{Salário mensal} = 1600 + 0,05 \times (\text{total de vendas do mês})$$

Então o salário mensal desse vendedor $f(x)$ é dado em função do total de vendas que ele faz durante o mês (x), ou seja:

$$f(x) = 0,05x + 1600$$

- A produção de peças em uma indústria tem um custo fixo de R\$ 8,00 mais um custo variável de R\$0,50 por unidade produzida.

Então temos que:

$$\text{Custo total} = 8 + 0,50 \times (\text{total de unidades produzidas})$$

Logo o custo total da produção $f(x)$ é dado em função do total de unidades produzidas (x), ou seja:

$$f(x) = 0,5x + 8$$

- Em um táxi o motorista cobra R\$ 4,30 de bandeirada mais R\$ 0,50 por quilometro rodado. Uma vez que o preço a pagar é dado em função da quantidade de quilômetros rodados, a função para determinar o preço a pagar é dada por:

$$f(x) = 0,5x + 4,30$$

Onde o $f(x)$ representa o preço total a ser pago em virtude da corrida feita. Suponhamos uma corrida de 25 quilômetros, para saber quanto custaria a corrida basta substituir o x pela quantidade de quilômetros percorrido na corrida.

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 0,5x + 4,30 \\
 \Rightarrow f(x) &= 0,5 \cdot 25 + 4,30 \\
 \Rightarrow f(x) &= 12,5 + 4,30 \\
 \Rightarrow f(x) &= 16,80
 \end{aligned}$$

3.2.4 GRAFICO DA FUNÇÃO AFIM

O gráfico cartesiano da função afim é uma reta não vertical que passa pelo ponto $(0, b)$ e é paralela à $y = ax$, onde o coeficiente a é chamado coeficiente angular ou declividade da reta representada no plano cartesiano, e o coeficiente b é denominado coeficiente angular.

Para comprovar que o gráfico de uma função afim $f(x) = ax + b$ é uma reta, utilizamos três pontos quaisquer pertencentes ao gráfico de uma função afim, $P_1 = (x_1, ax_1 + b)$, $P_2 = (x_2, ax_2 + b)$, $P_3 = (x_3, ax_3 + b)$, e aplicamos a condição de colinearidade entre três pontos, dada pela distância eles.

Para calcular a distância entre dois pontos aplicamos o teorema de Pitágoras ao triângulo ABC:

$$\begin{aligned}
 [d(A, B)]^2 &= (AC)^2 + (BC)^2 \\
 [d(A, B)]^2 &= (X_b - X_a)^2 + (Y_b - Y_a)^2 \\
 [d(A, B)] &= \sqrt{(X_b - X_a)^2 + (Y_b - Y_a)^2}
 \end{aligned}$$

Segundo a condição de colinearidade “Para que os pontos P_1, P_2 e P_3 sejam colineares é necessário e suficiente que um dos três números $d(P_1, P_2)$, $d(P_2, P_3)$ e $d(P_1, P_3)$ seja igual à soma dos outros dois ” (SOUZA, 2013, p.12). Supondo que $x_1 < x_2 < x_3$, vamos mostrar que:

$$d(P_1, P_3) = d(P_1, P_2) + d(P_2, P_3)$$

Calculando a distância entre os pontos temos:

$$\begin{aligned}
 d(P_1, P_2) &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + [(ax_2 + b) - (ax_1 + b)]^2} \\
 &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + a^2(x_2 - x_1)^2} \\
 &= (x_2 - x_1)\sqrt{1 + a^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d(P_1, P_3) &= \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + [(ax_3 + b) - (ax_1 + b)]^2} \\
 &= \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + a^2(x_3 - x_1)^2} \\
 &= (x_3 - x_1)\sqrt{1 + a^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d(P_2, P_3) &= \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + [(ax_3 + b) - (ax_2 + b)]^2} \\
 &= \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + a^2(x_3 - x_2)^2} \\
 &= (x_3 - x_2)\sqrt{1 + a^2}
 \end{aligned}$$

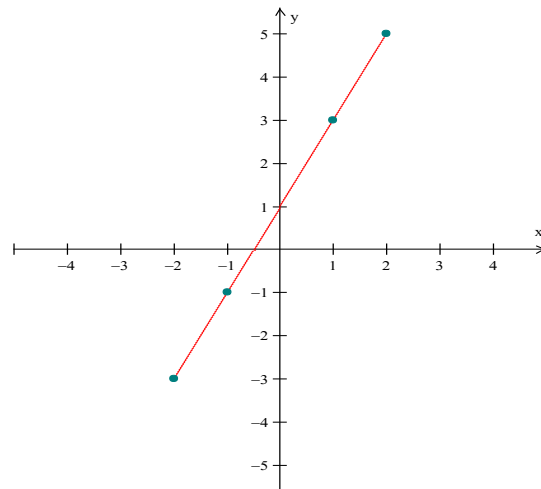
Então temos que:

$$\begin{aligned}
 d(P_1, P_2) + d(P_2, P_3) &= (x_2 - x_1)\sqrt{1 + a^2} + (x_3 - x_2)\sqrt{1 + a^2} \\
 &= (x_2 - x_1 + x_3 - x_2)\sqrt{1 + a^2} \\
 &= (x_3 - x_1)\sqrt{1 + a^2} \\
 &= d(P_1, P_3)
 \end{aligned}$$

Portanto $d(P_1, P_2) + d(P_2, P_3) = d(P_1, P_3)$, logo três pontos são colineares e o gráfico de uma função afim qualquer é uma reta não-vertical.

Aplicação: Desenhar o gráfico da função $f(x) = 2x + 1$, sabendo que o gráfico da função afim é uma reta, basta encontrarmos pontos e traçarmos uma reta no plano cartesiano:

X	$f(x) = 2x + 1$
-2	-3
-1	-1
1	3
2	5



3.3 ALGUMAS APLICAÇÕES DA FUNÇÃO AFIM NO ENSINO DE CIÊNCIAS

A principal razão pela qual o ensino da matemática se faz tão necessário, são suas aplicações que se constituem do emprego de seus conceitos e teoremas matemáticos com o fim de obter resultados para problemas que podem ser triviais do dia a dia, a problemas que tratem de questões mais sutis de diversas áreas do conhecimento (SOUZA, 2013, P.30)

Nesse sentido, a função afim tem algumas aplicações dentro da área das ciências, mais especificamente na Física, apontados por Souza (2013) e Karam (2007):

- A função horária do movimento retilíneo uniforme

Um móvel que se desloca em movimento retilíneo uniforme, ou seja, em velocidade constante, podemos determinar a sua posição em cada instante de tempo t , por $S(t) = vt + b$, onde v é velocidade constante dada, e $b = S(0)$ é a posição inicial do móvel:

Situação problema: *Um carro se desloca em uma estrada retilínea, de uma posição inicial de 10 metros em uma velocidade constante de 25 m/s. Como determinar a posição do carro no instante de tempo $t=15$.*

A função horária do movimento é dada por $S(t) = 25t + 10$, se quisermos saber a posição do carro em um dado instante de tempo, basta substituir o t pelo instante de tempo procurado.

A posição desse carro no instante de tempo $t=15$:

$$S(t) = 25t + 10$$

$$S(t) = 25 \cdot (15) + 10$$

$$S(t) = 375 + 10$$

$$S(t) = 385$$

Ou seja, no instante de tempo $t=15$ a posição do móvel será de 385m.

- As escalas termométricas

A relação entre as escalas termométricas pode também exemplificar a aplicação da função afim. Por exemplo encontrar a temperatura em graus Fahrenheit tendo apenas a temperatura em Celsius. Na escala Fahrenheit o intervalo entre as temperaturas de fusão e ebulição da água que, na escala Celsius é dividida em 100 partes iguais, é dividida em 180 partes iguais, por isso na conversão de Celsius em Fahrenheit é necessário levar em consideração que 100 divisões da escala Celsius equivalem a 180 divisões na escala Fahrenheit, como demonstrado na imagem:

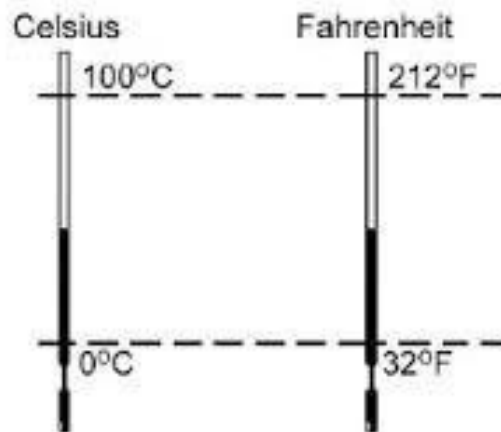


Figura 1-Demonstrando a relação entre as escalas

Isso implica dizer que $0^{\circ}\text{C}=32^{\circ}\text{F}$. Então escreve-se:

$$\begin{aligned} \frac{T_c}{100} &= \frac{T_f - 32}{180} \\ \Rightarrow \frac{T_c}{5} &= \frac{T_f - 32}{9} \\ \Rightarrow 5T_f - 160 &= 9T_c \\ \Rightarrow 5T_f &= 9T_c + 160 \\ \Rightarrow T_f &= \frac{9T_c}{5} + 32 \\ \Rightarrow T_f &= 1,8T_c + 32 \end{aligned}$$

Onde T_c é a temperatura medida em graus Celsius e T_f é a temperatura medida em graus Fahrenheit. O $f(x) = T_f$ e o $x = T_c$.

Situação problema: *O noticiário mostra que a temperatura no Rio de Janeiro está em torno de 35°C , como encontrar essa temperatura em graus Fahrenheit*

$$\begin{aligned} T_f &= 1,8T_c + 32 \\ \Rightarrow T_f &= 1,8 \cdot (35) + 32 \\ \Rightarrow T_f &= 63 + 32 \\ \Rightarrow T_f &= 95 \end{aligned}$$

- Relação entre a quantidade de calor recebida por um corpo e sua temperatura

A capacidade térmica C de um corpo é definida pela quantidade de calor

necessária para variar em um grau a temperatura de um corpo $C = \frac{Q}{\Delta T}$.

Seja um corpo com uma temperatura inicial de 30° C, imaginemos sua capacidade térmica como sendo 60° C, e que este corpo receba calor de uma fonte térmica. A relação entre a quantidade de calor recebida por ele e sua temperatura podem ser relacionadas da seguinte forma:

$$T = \frac{1}{60}Q + 30$$

Tabela:

Q (cal)	0	300	600	900
T (°C)	30	35	40	45

Ou seja, nesse caso o $f(x) = T$, e o $x = Q$, então 30 é o termo independente, e quanto maior for a capacidade térmica do corpo, será necessária uma maior quantidade de calor para variação da temperatura do corpo.

3.4 DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM

O conceito de função tem um grande destaque entre os conteúdos matemáticos que estudamos no ensino fundamental, em seu trabalho Magarinus, Buglione e Martins (2014) afirma que:

Sua relevância pode ser justificada pelo fato de que o conceito de função estabelece relação com vários outros conceitos matemáticos e pode ser aplicado no estudo de fenômenos em diversas áreas do conhecimento. (MAGARINUS; BUGLIONE ;MARTINS,2014, p.482)

Reafirmando a importância da aprendizagem do conceito de função, Lopes, Angotti E Moretti (2003), também ressalta:

A importância do conceito de função não se restringe apenas a singularidade que desempenha internamente a essa área do conhecimento, mas também pela sua aplicação intensiva e recorrente em muitos outros campos do conhecimento [...]. (LOPES; ANGOTTI; MORETTI, 2003, p.1)

Uma das maiores dificuldades dos alunos em geral, não só referente ao conteúdo de função, mas à aprendizagem em matemática, é conseguir relacionar o cálculo ou a fórmula, com o que se pede, usar os conceitos matemáticos para solucionar questões diversas, não só questões puramente matemáticas e calculáveis, mas questões que envolvem a aplicação desses conceitos, sejam essas questões do dia a dia ou de outras áreas das ciências.

Analisando alguns trabalhos acadêmicos que tiveram como tema a função afim, foi possível observar que em sua maioria as dificuldades dos alunos não só do ensino fundamental, mas também do ensino médio, na aprendizagem do conceito de função são em geral relacionadas ao fato de os alunos não perceberem a utilização deste conceito fora do universo da matemática, assim como relacioná-lo a diferentes contextos, conforme explicitado por (MAGARINUS; BUGLIONE; MARTINS, 2014, p.483) quando afirma que “Os alunos não desenvolvem a noção de variação e dependência, que é a base do conceito de função, e não percebem a importância deste conceito fora âmbito matemático.”

Uma outra dificuldade latente na aprendizagem de função descrita nos trabalhos analisados, está em relacionar as várias formas de representar uma função, de maneira a compreender as suas conversões, como Silva (2011) afirma em seu trabalho:

Eles têm dificuldades na conversão para linguagem algébrica ou simbólica e representação gráfica, confundindo equação com função [...]. Determinar o domínio da função, fazer a representação gráfica, fazer a análise dos gráficos e encontrar a lei de correspondência, são outras dificuldades. (SILVA,2011, p.16)

Em consonância com essa afirmação Lopes, Angotti e Moretti (2003) relata em sua pesquisa que os alunos não estão conseguindo fazer uso dessas diversas formas de representação em outras áreas do conhecimento que também fazem uso dessas mesmas representações só que em contextos diferentes.

Como sanar essas dificuldades é uma das questões que foram feitas nos trabalhos analisados, e o que podemos perceber é que uma das soluções possa ser trabalhar a função afim através de atividades que envolvam a sua aplicação e utilidade de forma contextualizada não só com o cotidiano do aluno, mas também sua utilização em outras áreas das ciências.

4. ASPECTOS METODOLOGICOS

A primeira parte desta pesquisa orienta-se por uma abordagem quantitativa, de forma que foi aplicado um questionário com os alunos do 9º ano do ensino fundamental em duas escolas, e através da quantidade de questões respondidas

corretamente, foram delimitadas as dificuldades mais latentes demonstradas por esses alunos em respeito ao tema função afim. Após isso, será proposta uma atividade relacionado função afim com um conteúdo de ciências naturais do 9º, mais especificamente da área da física, para trabalhar de forma conjunta a aplicação, e também a contextualização e o papel da função afim não só na matemática como em outra disciplina.

Na elaboração do questionário, buscou-se trazer questões que pudessem variar as representações de função; deixando bem claro para os alunos que as questões só seriam consideradas corretas se viessem acompanhadas dos cálculos que levaram a ela; também a sua aplicação em situações problemas, assim como a montagem do seu gráfico, para que se pudesse ter uma maior visão sobre a aprendizagem de função afim desenvolvida pelos alunos. Na primeira e na segunda questão foram solicitados que os alunos resolvessem de duas formas diferentes cálculos de função afim:

1. Dada a função $f(x)=4x+2$, $f(2)$ é igual a:

 - a. 7
 - b. 9
 - c. 6
 - d. 10

2. Qual a função afim $f(x)=ax+b$, sabendo que $f(1)=5$ e $f(2)=7$

 - a. $f(x)=3x+2$
 - b. $f(x)=5x-3$
 - c. $f(x)=4x+2$
 - d. $f(x)=2x+3$

Figura 2-Questões 1 e 2 da atividade aplicada

A partir da terceira até a sexta questão, foram propostos dois problemas para os alunos lerem, interpretarem e fazerem os cálculos necessários para se chegar a resposta correta, como uma forma de verificar o desenvolvimento do raciocínio destes, através dos cálculos realizados para chegar a resposta, e se interpretariam de forma correta os dados envolvidos nos problemas:

<p>Após a leitura do enunciado abaixo responda as questões 3 e 4.</p> <p>Em uma produção de peças uma indústria tem um custo fixo de R\$ 9,00 mais um custo variável de R\$ 0,50 por unidade produzida. Tendo como x o número de unidades produzidas:</p> <p>3. A função que fornece o custo total de x peças é dada por:</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>4. Qual o custo para produzir 150 peças:</p> <p>a. 80 b. 75 c. 84 d. 89</p>	<p>Após a leitura do enunciado abaixo responda as questões 5 e 6.</p> <p>O valor que um dado passageiro paga por uma corrida de taxi inclui uma parcela fixa, denominada bandeirada, e uma outra parcela que depende da distância percorrida. Se a bandeirada custa R\$ 5,50 e cada quilometro rodado custa R\$ 0,80:</p> <p>5. O preço de uma corrida de 15km é:</p> <p>a. 16,50 b. 18,50 c. 17,45 d. 17,50</p> <p>6. A distância percorrida por um passageiro que pague R\$16,00 pela corrida:</p> <p>a. 13,12 km b. 12,30 km c. 23,40 km d. 13,25 km</p>
--	---

Figura 3-Questões 3,4,5 e 6 da atividade aplicada

Na sétima e última questão, foi solicitado aos alunos que traçassem o gráfico de uma função afim, para que pudesse ser analisado como estes desenvolveriam o gráfico da função e se demonstrariam alguma dificuldade:

7. Esboce o gráfico da função $f(x)=2x+3$:

Figura 4-Questão 7 da atividade aplicada

4.1 DESENVOLVIMENTO

As escolas escolhidas para aplicação dos questionários foram duas escolas municipais, localizadas em regiões periféricas da cidade de Codó. A escola Desembargador Sarney de Araújo Costa, localizada no bairro Nova Jerusalém e a escola Neyde Magalhães Araújo, localizada no bairro São Sebastião, a primeira foi inaugurada em 1996, e tem hoje cerca de 641 alunos, com 53 alunos cursando o 9º ano do ensino fundamental apenas no turno vespertino, a segunda inaugurada em 1985, e hoje tem cerca de 500 alunos, destes 77 alunos cursam o 9º ano, divididos em duas turmas, uma no turno vespertino e outra no turno matutino.

Primeiro foi realizada uma visita as duas escolas para verificar junto a direção a possibilidade de aplicação da atividade. Feito isso foi marcada uma data para aplicação das atividades nas turmas de nono ano das duas escolas. Na data marcada foi aplicada a atividade, primeiramente foi apresentada a proposta da atividade, a sua finalidade, e em seguida os alunos prosseguiram para responder as perguntas, sendo que foi lembrado a eles que as respostas só seriam consideradas corretas se viessem acompanhadas dos respectivos cálculos que levaram a ela, após um tempo corrido de dois horários de aula, os alunos entregaram as atividades respondidas. A atividade foi aplicada com 26 alunos na escola Desembargador Sarney Araújo Costa e 22 da escola Neyde Magalhães Araújo.

4.2 RESULTADOS OBTIDOS

Analisando quantidade de respostas consideradas corretas dadas pelos alunos, foi possível a montagem de dois gráficos destacando a porcentagem de acertos dos mesmos em cada uma das duas escolas, para assim verificar de uma melhor forma o desempenho na resolução da atividade aplicada.

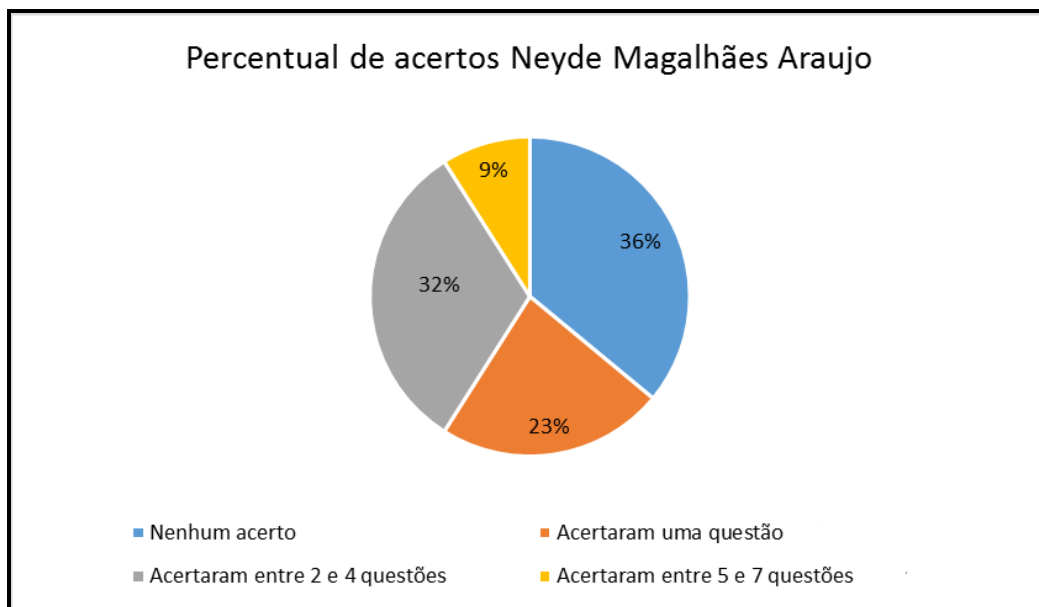


Figura 5-Percentual de acertos dos alunos da escola Neyde Magalhães Araújo

Na primeira escola, Neyde Magalhães Araújo, podemos observar que houve uma grande quantidade de alunos que não conseguiram responder nenhuma das questões propostas, o gráfico também aponta que apenas uma pequena parte dos alunos conseguiu desenvolver mais da metade das questões propostas, no entanto vale destacar que as maiores dificuldades observadas através das respostas dos alunos foram relacionadas a construção do gráfico de uma função afim, de um total de 22 alunos, somente 4 conseguiram desenvolver o gráfico solicitado, assim como na resolução de questões envolvendo situações problemas que pediam uma interpretação e uso da função para resolução da questão.

Eles se utilizaram de cálculos, onde resolviam primeiro uma multiplicação para encontrar o primeiro resultado, e após isso realizaram uma outra operação para encontrar o valor final conforme na figura abaixo demonstrando a resposta de um dos alunos:

Após a leitura do enunciado abaixo responda as questões 5 e 6.

O valor que um dado passageiro paga por uma corrida de taxi inclui uma parcela fixa, denominada bandeirada, e uma outra parcela que depende da distância percorrida. Se a bandeirada custa R\$ 5,50 e cada quilometro rodado custa R\$ 0,80:

5. O preço de uma corrida de 15km é:

a. 16,50
b. 18,50
c. 17,45
d. 17,50

Figura 6-Resposta fornecida pelo aluno A a questão 5

Nesses casos, primeiro encontravam valor da corrida de 15 km sem a bandeirada, em seguida somavam o resultado obtido ao valor da bandeirada, encontrando o mesmo valor encontrado na utilização da função afim que expressa a condição proposta no problema. Já em um outro caso o cálculo foi feito de forma direta, mas, o resultado encontrado não foi correto devido a um erro na multiplicação:

Após a leitura do enunciado abaixo responda as questões 5 e 6.

O valor que um dado passageiro paga por uma corrida de taxi inclui uma parcela fixa, denominada bandeirada, e uma outra parcela que depende da distância percorrida. Se a bandeirada custa R\$ 5,50 e cada quilometro rodado custa R\$ 0,80:

5. O preço de uma corrida de 15km é:

~~a. 16,50~~
b. 18,50
c. 17,45
d. 17,50

Figura 7-Resposta fornecida pelo ano B a questão 5

Na segunda escola, Desembargador Sarney Araújo Costa, a porcentagem de alunos que não conseguiram responder a nenhuma das questões propostas na atividade foi quase a mesma da primeira escola.

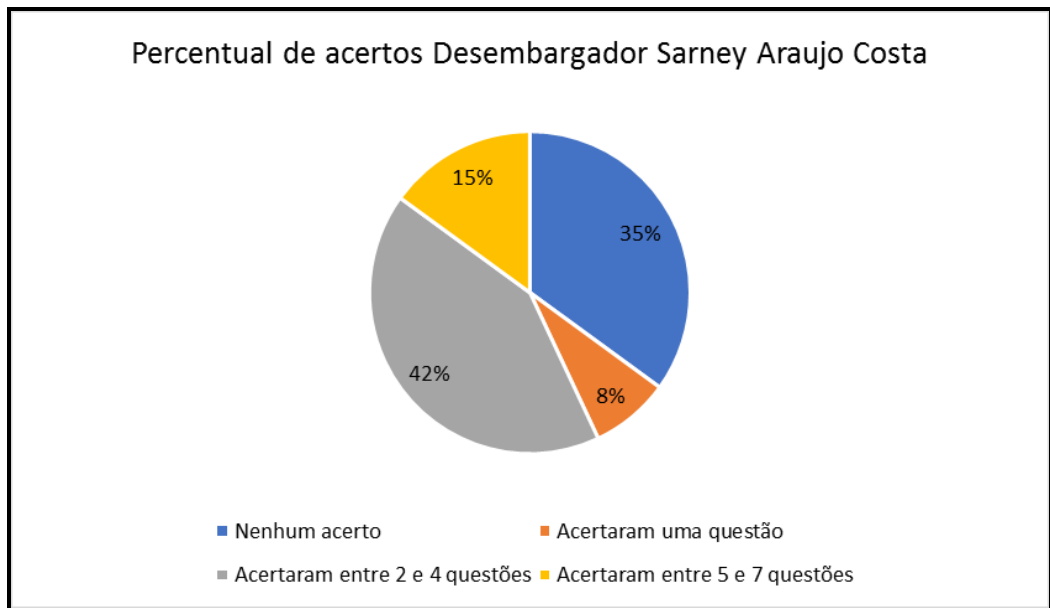


Figura 8-Percentual de acertos dos alunos da escola Des. Sarney Araújo Costa

Na análise dos resultados da atividade na escola Desembargador Sarney Araújo Costa, foi possível verificar que uma das grandes barreiras encontrada pelos alunos foi na montagem do gráfico pedido, de um total de 26 alunos apenas 6 montaram o gráfico da função corretamente, observou-se que eles conseguiram desenvolver os cálculos para encontrar os pares ordenados, mas não concluíram a montagem do desenho do gráfico nos eixos x e y de maneira adequada, conforme pode-se observar na figura abaixo ilustrando uma tentativa de um dos alunos:

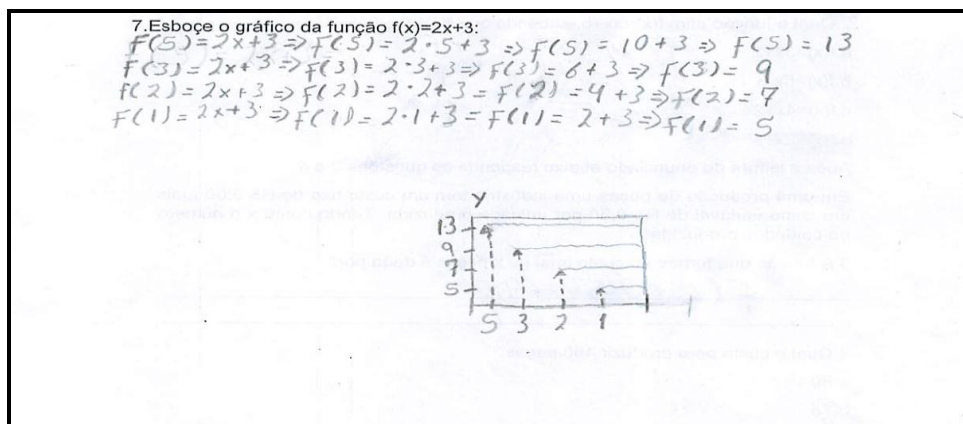


Figura 9-Resposta fornecida pelo aluno C a questão 7

Na figura pode-se observar que o aluno em questão inverteu a sequência de números do eixo x e isso fez com que o gráfico não ficasse correto. Em outros dois casos que serão destacados, os alunos não desenvolveram os cálculos necessários, mas, tentaram montar seus gráficos conforme na figura abaixo:

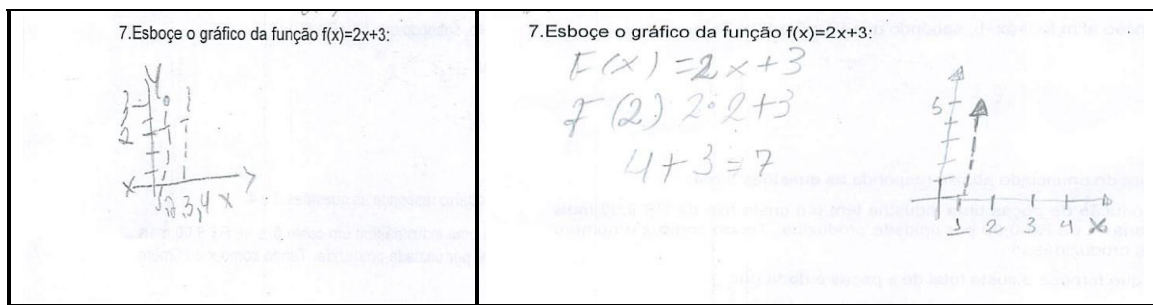


Figura 10-Resposta fornecida por dois alunos a questão 7

Esse exemplo mostra a dificuldade que mais se destacava conforme eram observadas as atividades respondidas pelos alunos em ambas as escolas, a questão que solicitava a construção do gráfico foi a menos resolvida pelos alunos, eles conseguem desenvolver o cálculo da função, como por exemplo na primeira questão que pedia $f(2)$ para $f(x) = 4x + 2$, mas quando se trata de ler um problema interpretar suas informações, e verificar que uma função pode ser utilizada para se chegar a solução, ou montar o gráfico através dos valores encontrados para x e y os alunos tiveram dificuldades.

Diante de todos os dados levantados através da atividade, percebe-se a necessidade de se trabalhar de forma mais eficaz o conteúdo de função afim, dado a sua importância, não só dentro da área da matemática, mas, também em conjunto com outras disciplinas, mais precisamente a sua aplicação, e a montagem de seu gráfico, pensando nisso tivemos como objetivo, desenvolver uma atividade que almeja trabalhar a função afim dentro do ensino de ciências no 9º ano do ensino fundamental, como uma forma de melhorar o aprendizado desta, e trazer para o aluno uma percepção da função afim dentro de um conteúdo de uma outra disciplina.

5. PROPOSTA DE ATIVIDADE ALTERNATIVA

Diante dos resultados encontrados na aplicação dos questionários nas escolas, que demonstraram uma carência de aprendizagem no desenvolvimento de gráficos, interpretação e resolução de problemas envolvendo função afim; pensando em uma maneira de se trabalhar de forma diferenciada esses pontos de dificuldade dos alunos, e tomando por base as afirmações de Pais(2006) sobre a possibilidade de contextualização do saber matemático, e Duval sobre a importância de uma atividade matemática mobilizar ao menos duas representações semióticas, para a eficácia da aprendizagem em matemática; propõe-se uma atividade para se trabalhar a função horária do Movimento Retilíneo Uniforme, visto que esta é uma

função afim que pode ser estudada através de esquemas, gráficos ou situações problemas, além de trazer para o aluno uma forma de perceber a aplicação do aprendizado de função fora do conteúdo isolado dentro da matemática.

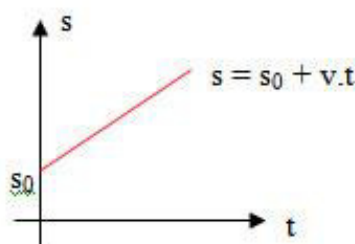
A utilização de gráficos, tabelas, e também a escrita algébrica, podem ser empregados para mobilizar os registros de representação propostos por Durval, tornando-se assim uma forma viável de se trabalhar a função afim em sala de aula, podendo alcançar resultados não só no ensino de matemática, como também no ensino de Física. Para tal foi está sendo proposta uma atividade que dê destaque as diferentes formas de representação de uma função, assim como sua aplicação no ensino de ciências no nono ano do ensino fundamental, dando um destaque para o registro gráfico desta.

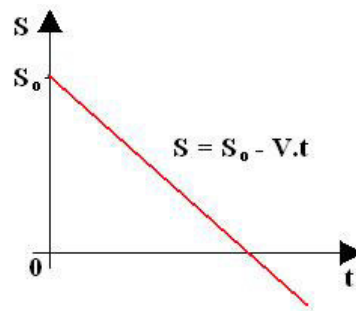
A atividade proposta é uma sequência didática trabalhada em quatro momentos, em um primeiro momento, supondo que os alunos já reconheçam a definição de função $f(x) = ax + b$, será feita uma análise através de exemplos envolvendo o MRU, para descobrir se os alunos reconhecem na função horária do movimento uma função afim:

1. Um trator está localizado no KM 3 de uma avenida retilínea, no instante $t=0$, em uma velocidade constante de 40 km/h, a posição do trator no instante $t=2$ pode ser determinada por uma função afim, que relacione a posição do móvel em um movimento retilíneo uniforme com o tempo t ? Explique.
2. Determine a posição do trator quando o instante for $t=5$:

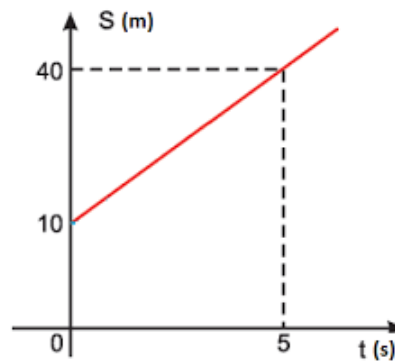
No segundo momento, os alunos irão analisar a construção de um gráfico da função horária, as suas semelhanças com um gráfico da função afim e as variáveis envolvidas na montagem do gráfico.

3. Observe os gráficos abaixo:





- a) Nos gráficos acima porque é possível dizer que dependendo de o valor definido para a velocidade ser equivalente a $v > 0$ ou $v < 0$ a reta será crescente ou decrescente? Explique.
- b) Diante do gráfico abaixo determine o que se pede:



- A posição inicial do móvel:
- A velocidade do móvel:
- A função horária do espaço:
- A posição do móvel no instante $t=10$

No terceiro momento serão distribuídos 4 tabelas com valores para posição e o tempo e baseados nessas tabelas os alunos divididos em grupos deverão montar os seus gráficos e no 4º e último momento da atividade eles deverão apresentar para a turma os gráficos montados e para cada gráfico montado uma situação problema envolvendo a função horária do MRU e os dados fornecidos nas tabelas de cada grupo.

Exemplo da tabela a ser usada:

T(s)	0	1	2	3	4	5	4
S(m)	32	34	36	38	40	42	44

Nesse sentido a quarta etapa, ou quarto momento, servirá para verificar como os alunos conseguiram compreender a que a função horária do MRU é uma função afim, e a construção do seu gráfico.

6.CONCLUSÃO

Neste trabalho foi abordado a aprendizagem dos alunos sobre o conteúdo de função afim no 9º ano do ensino fundamental. Algumas dificuldades aconteceram, mas, nada que atrapalhasse de forma relevante o trabalho realizado. O questionário desenvolvido para avaliar a aprendizagem sobre função afim foi aplicado da maneira que foi planejado, em duas escolas públicas de ensino fundamental, com duas turmas do 9º ano, e os resultados alcançados mostraram as dificuldades mais latentes dos alunos dessas duas escolas no que se refere a função afim

Através dos resultados, ficou notável uma maior necessidade de se trabalhar com os alunos os gráficos e situações problemas envolvendo a função afim, uma vez que as respostas dadas nos testes ou a falta delas demonstraram essa maior carência nos alunos.

Então, após essa etapa, foi proposta uma atividade para se trabalhar estas dificuldades na aprendizagem de função afim, com o auxílio do ensino de ciências, através da função horária do MRU, para assim trabalhar de forma diferenciada e contextualizada com outra disciplina.

Foi possível notar com este trabalho, não só as condições referentes a aprendizagem dos alunos, mas também as condições do ensino nas escolas, as próprias condições físicas das escolas e o trabalho dos docentes de matemática que muitas vezes acabam que na busca de trabalhar conteúdos ditos mais necessários, desenvolvem de forma muito corrida o conteúdo de função afim.

O trabalho em si, foi muito gratificante e proveitoso em todos os sentidos, tanto na realização da pesquisa, na necessidade de aprimorar os conhecimentos, quanto na oportunidade de estar em sala de aula trabalhando com os alunos.

Por fim concluímos, que o cenário do ensino aprendizagem de função afim nas duas escolas pesquisadas não foge do que já foi explorado em trabalhos anteriores de pesquisadores de outros estados, que já destacavam nos alunos uma relativa carência quando se solicitava um trabalho voltado para o gráfico da função afim ou a sua aplicação em uma situação problema.

Ressaltamos, que a atividade proposta não objetiva sanar todos esses problemas, mas, pode ser uma alternativa para trabalhá-los com mais afinco dentro da sala de aula. Claro que no dia a dia do professor, mudar sua forma de trabalhar matemática em sala de aula, não é fácil, mas, o professor deve sempre estar buscando uma melhor maneira de estar trabalhando em sala de aula, sempre revisando, e estudando sua própria prática. Enfim, a busca por aprendizagem significativa em matemática requer muito não só do professor, mas também do aluno.

7. REFERÊNCIAS

- AVILA, Geraldo. **Introdução ao cálculo**. Rio de Janeiro, RJ: RTC, 2011.
- BOTELHO, Leila; REZENDE, Wanderley. **Um breve histórico do conceito de função**. Caderno Dá Licença, V.6, p.64-75, 2006. Disponível em: <http://www.uff.br/dalicensa/images/stories/caderno/volume6/UM_BREVE_HISTRICO_DO_CONCEITO_DE_FUNO.pdf>. Acessado em 30/06/2016
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Secretaria de Educação Ensino Médio. **Parâmetros Curriculares Nacionais+Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 2002.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/ Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEF. 1999
- CAMELO, Soraya M. **Estudo de função afim através da modelagem matemática**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Campina Grande, 2013.
- DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**, traduzido por Mericles Thadeu Moretti. Revimat, Florianopoli, v.7,n.2,p.266-297,2012. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/1981-1322.2012v7n2p266/2346>>. Acessado em 23/11/2016.
- GUIDORIZZI, Hamilton. **Um curso de cálculo**. 5ª ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2001.
- KARAM, R. A. S. **Grandezas físicas para exemplificar a função afim**. Revista do Professor de Matemática, v. 63, p. 29-32, 2007.
- LIMA, Mary G.S., SANTOS, Oseane O.. **O processo de ensino-aprendizagem da disciplina matemática: possibilidades e limitações no contexto escolar**, X Simpósio de produção científica. Disponível em: <[http://www.uespi.br/prop/siteantigo/XSIMPOSIO/TRABALHOS/PRODUCAO/Ciencias%20da%20Educacao/O%20PROCESSO%20DE%20ENSINOAPRENDIZAGEM%](http://www.uespi.br/prop/siteantigo/XSIMPOSIO/TRABALHOS/PRODUCAO/Ciencias%20da%20Educacao/O%20PROCESSO%20DE%20ENSINOAPRENDIZAGEM%20)

20DA%20DISCIPLINA%20MATEMATICAPOSSIBILIDADES%20E%20LIMITACOES
%20NO%20CONTEXTO%20ESCOLAR.pdf>.Acessado em: 02/07/2016.

LOPES, Janice P.; ANGOTI, Jose A.P.; MORETTI, Mericles T. **Função afim e conceitos unificadores: O ensino de Matemática e Física uma perspectiva conceitual e unificadora.** IV Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências,2003. Disponível em:

<<http://fep.if.usp.br/~profis/arquivos/ivenpec/Arquivos/Orais/ORAL086.pdf>>.

Acessado em 28/06/2016.

MAGARINUS, Renata; BULIGON, Lidiane; MARTINS, Márcio M. **Uma proposta para introdução do ensino de funções através da utilização do programa Tracker.** Ciência e Natura, V.37, pg. 481-498,2015. Disponível em: <<http://periodicos.ufsm.br/cienciaenatura/article/download/14847/pdf>> . Acessado em 30/06/2016.

MARTINS, Endrigo A. **A influência da “matematização” na aprendizagem de ciências naturais: Um estudo sobre a aprendizagem da cinemática no 9º ano Ensino Fundamental.** Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Mato Grosso, 2014.

MUNEM Mustafa A ;FOULIS, David. **Cálculo.** Traduzido sob a supervisão de Mario Ferreira Sobrinho, Rio de Janeiro, RJ: LTC,1982.

MURAKAMI, Carlos; IEZZI, Gelson; MACHADO, Jose M. **Fundamentos de matemática elementar.** 6ª ed. São Paul, SP: Atual 2005.

PAIS, Luiz C. **Ensinar e aprender Matemática.** Belo Horizonte, MG: Autêntica,2006.

PANTOJA,Ligia F.L., CAMPOS, Nadja F.S.C., SALCEDOS, Rocio R.C. **A teoria dos registros de representações semióticas e o estudo de sistemas de equações algébricas Lineares,** VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática . Disponível em:

<<http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/1423/528>>.

Acessado em: 30/06/2016.

POWELL, Arthur B.; BAIRRAL, Marcelo A. **A escrita e o pensamento matemático: Interações e potencialidades.** Campinas, SP: Papirus,2006.

SILVA, M.F. **A função afim e suas aplicações**. Monografia (Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática) – Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2011.

SOUZA, W.J. **Função Afim: Teorias e Aplicações**. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2013.