



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
Bacharelado em Ciência da Computação

Alexsandro da Silva Saraiva

**Remoção de ruídos baseada na função K de
Ripley**

São Luís
2018

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Núcleo Integrado de Bibliotecas/UFMA

Saraiva, Aleksandro da Silva Saraiva.

Remoção de ruídos baseada na função K de Ripley /
Aleksandro da Silva Saraiva Saraiva. - 2018.
48 p.

Orientador(a): Tiago Bonini Borchardt.

Monografia (Graduação) - Curso de Ciência da
Computação, Universidade Federal do Maranhão, São Luís,
2018.

1. Função K de Ripley. 2. Processamento de Imagens
Digitais. 3. Remoção de ruídos em imagens. I. Borchardt,
Tiago Bonini. II. Título.

Alexsandro da Silva Saraiva

Remoção de ruídos baseada na função K de Ripley

Monografia apresentada ao curso de Ciência da Computação da Universidade Federal do Maranhão, como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Bacharel em Ciência da Computação.

Orientador: Prof. Dr. Tiago Bonini Borchardt

São Luís

2018

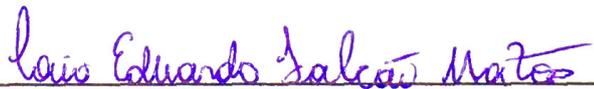
Alexsandro da Silva Saraiva

Remoção de ruídos baseado na função K de Ripley

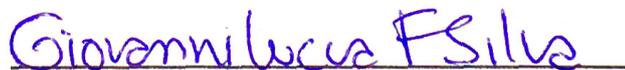
Monografia apresentada ao curso de Ciência da Computação da Universidade Federal do Maranhão, como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Bacharel em Ciência da Computação.



Prof. Dr. Tiago Bonini Borchardt
Orientador
Universidade Federal do Maranhão



Prof. Me. Caio Eduardo Falcão Matos
Examinador 1
Universidade Federal do Maranhão



Prof. Me. Giovanni Lucca França da
Silva
Examinador 2
Universidade Federal do Maranhão

São Luís

2018

Agradecimentos

Agradecendo primeiramente a Deus, pois somente ele nos dá força em meio as tristezas e desmotivações da vida, e me permitiu experimentar situações que contribuíram de forma imensurável para o meu crescimento pessoal tanto no contexto acadêmico quanto profissional fazendo aquilo que eu gosto.

A minha família por todo o amor, suporte e estrutura durante toda essa jornada os quais me impulsionaram a chegar ao nível ao qual me encontro. Meu pai Sandro Saraiva e minha mãe Júlia, pelas infindáveis palavras de apoio em todos os momentos juntamente com minha tia Luiziane Saraiva pela compreensão e auxílio impecáveis. Aos meus irmãos Delryson Saraiva, Julianne Louise (*JLo*) e Dérick Saraiva, por todas as brincadeiras, idéias, críticas, e sugestões que sempre fizeram parte da minha vida.

A Universidade Federal do Maranhão (UFMA), que possibilitou minha formação disponibilizando um quadro de professores excelentes em sua maioria, preocupados com entendimento e desenvolvimento do aluno, procurando sempre adicionar exemplos práticos e sólidos do mercado de trabalho, bem como a oportunidade de participar nos projetos de iniciação científica no Laboratório de Mídias Interativas (LAB-MINT) do Núcleo de Computação Aplicada (NCA), no período de 2014 à 2016, aumentando assim minha visão sobre a atuação do cientista da computação.

Ao meu orientador Prof. Dr. Tiago Bonini Borchardt pela oportunidade de desenvolver este trabalho que para mim foi desafiador, por acreditar no meu potencial e me direcionar sempre que eu encontrava alguma barreira que para mim parecia ser intransponível, e por sempre estar disposto a tirar dúvidas, me orientando de forma simples, direta e concisa para desenvolver o meu melhor a cada nova passo.

Pelas noites de estudo viradas, pelos momentos de nervosismo, pelas palavras de consolação e motivação, e agradeço aos meus amigos do Programadores de Elite Lucas Gabriel, Tércio Almeida, Marcio Franklin, Júlia Manayra, Alysson Cirilo, Ricardo Marques, Marcos Benevides, André Carvalho, Rodrigo Kanehisa e Alexandre Pessoa, Allane Regis e aos meus amigos de curso e trabalho Hugo Góis, Erick Vinicius, Wellington Ferreira. Pessoas estas que sempre se dispuseram a ensinar ou aprender conosco visando sempre o bem coletivo levando consigo sempre a máxima "Um por todos e todos por um".

*"Talvez não tenha conseguido fazer o melhor,
mas lutei para que o melhor fosse feito.
Não sou o que deveria ser, mas graças Deus,
não sou o que era antes".*

Marthin Luther King

Lista de símbolos

\bar{t}	Média Aritmética
σ	Desvio Padrão
\bar{m}	Mediana
\bar{v}	Variância
M	Moda
Δ	Variação
ε	Erro Quadrático Médio

Resumo

O ruído é um dos fatores dominantes e que detém uma parcela significativa na qualidade das imagens digitais. O mesmo princípio também pode ser observado nas imagens médicas (mamografia, termografia, ultrassonografia, etc.), em que tal parâmetro é ainda mais influente, pois a presença de uma determinada aglomeração de pontos neste tipo de imagem, pode indicar a presença de alguma alteração requerendo assim uma maior atenção. Logo, saber distinguir entre um ruído ou não, é vital em diversos tipos de situações e está ganhando cada vez mais destaque em meio a chamada era da informação. Tendo em vista este cenário, o principal objetivo deste trabalho é desenvolver uma nova técnica para a redução de ruídos presentes nas imagens digitais, baseando-se em uma técnica de processamento de imagens, Função K de Ripley, que é amplamente utilizado na área de mapeamento ambiental, para verificar se um determinado elemento pertence a um mesmo espaço de um determinado conjunto de árvores. Utilizando-se essa idéia, pode-se dizer que as árvores agora são os pontos da imagem e assim verificar se esse ponto pertence ao conjunto ou não. Se este não pertencer, existe uma grande chance de ser um ruído. Este trabalho visa exatamente esses pontos que não pertencem a imagem, removendo ou suavizando a quantidade desses ruídos na imagem final.

Palavras-chaves: Remoção de ruídos em imagens; Processamento de Imagens Digitais; Função K de Ripley.

Abstract

Noise is one of the dominant factors that holds a significant share of the quality of digital images. The same principle can also be observed in medical images (mammography, thermography, ultrasonography, etc.), where such a parameter is even more influential, since the presence of a certain agglomeration of points in this type of image, may indicate the presence of something different requiring more attention. So knowing how to distinguish between a noise or not is vital in a variety of situations and it's increasing prominence in the middle of the age we are in. Considering this scenario, the main objective of this work is to develop a new technique for the reduction of noise present in digital images, based on an image processing technique, Ripley's Function K, that is widely used in the area of geographical mapping, to verify if a given element belongs to the same space of a certain set of trees. Using this idea, it can be said that trees are now the points of the image and thus check whether this point belongs to the set or not. If this does not belong, there is a great chance of being a noise. This work aims at exactly those points that do not belong to the image, removing or smoothing the amount of these noises in the final image.

Keywords: Removal noise in images; Digital Image Processing; K Ripley Function.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Exemplo de ruído em imagem.	13
Figura 2 – Sistema de coordenadas usado para representar uma imagem.	17
Figura 3 – Diferença entre imagem colorida e tons de cinza	18
Figura 4 – Representação da distribuição normal com média igual a 1.	21
Figura 5 – Representação do kernel ou máscara de tamanho 3x3	23
Figura 6 – Representação do filtro de Média com <i>kernel</i> 3x3.	24
Figura 7 – Representação do filtro de Mediana com <i>kernel</i> 3x3.	25
Figura 8 – Representação do filtro gaussiano com <i>kernel</i> 3x3.	26
Figura 9 – Representação da metodologia	28
Figura 10 – Representação da transformação da imagem	28
Figura 11 – Geração da Matriz de K através do cálculo de similaridade.	29
Figura 12 – Matriz de classificação sinal/ruído	30
Figura 13 – Matrizes de valores resultantes por técnica.	31
Figura 14 – Exemplo de resultados mediante variação de limiar.	32
Figura 15 – Base de imagens - parte 1.	34
Figura 16 – Base de imagens - parte 2.	35
Figura 17 – Base de imagens - parte 3.	36
Figura 18 – Amostra de resultados na imagem <i>bsb</i>	37
Figura 19 – Amostra de resultados na imagem <i>lena</i>	38
Figura 20 – Amostra de resultados na imagem <i>oasis</i>	39
Figura 21 – Amostra de resultados na imagem <i>yach</i>	40
Figura 22 – Amostra de resultados na imagem <i>ufma</i>	41

Lista de tabelas

Tabela 1 – Análise quantitativa por técnica.	42
Tabela 2 – Erro quadrático médio por técnica.	43
Tabela 3 – Tabelas de resultados gerais	48
Tabela 3 – Tabelas de resultados gerais	49
Tabela 3 – Tabelas de resultados gerais	50

Sumário

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Justificativa	14
1.2	Objetivo	14
1.2.1	Objetivos Específicos	15
1.3	Divisão do Trabalho	15
2	REFERENCIAL TEÓRICO	17
2.1	Imagem em escala de cinza	17
2.2	Fundamentação matemática	19
2.2.1	Média	19
2.2.2	Variância	19
2.2.3	Mediana	19
2.2.4	Moda	20
2.2.5	Distribuição normal (gaussiana)	20
2.2.6	Erro quadrático médio	21
2.2.7	Cálculo de Distâncias	21
2.2.7.1	Métrica de <i>Minkowski</i>	22
2.2.7.2	Distância Euclidiana	22
2.2.7.3	Distância Manhattan	22
2.3	Técnicas de remoção de ruídos (Suavização)	23
2.3.1	Filtro de Média	24
2.3.2	Filtro de Mediana	25
2.3.3	Filtro de Gaussiana	26
2.4	Função K Ripley	26
3	REMOÇÃO DE RUÍDOS BASEADA NA DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL (RBDE)	28
3.1	Metodologia	28
3.1.1	Transformação em matriz de dados	28
3.1.2	Cálculo de similaridade	29
3.1.3	Classificação entre sinal ou ruído	29
3.1.4	Correção baseada na moda	30
3.1.5	Ajuste Paramétrico	31
4	ANÁLISE EXPERIMENTAL E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	33
4.1	Adição artificial de ruídos	33

4.2	Amostra de Imagens	33
4.3	Análise visual	36
4.4	Análise quantitativa	42
5	CONCLUSÃO	44
5.1	Trabalhos futuros	44
	REFERÊNCIAS	45
	APÊNDICES	47
	APÊNDICE A – RESULTADOS GERAIS.	48

1 Introdução

Em uma era digital, as informações e suas representações visuais ganham cada vez mais importância, seja para fins pessoais, da indústria ou área médica. As imagens são utilizadas em praticamente todos os momentos do dia-a-dia, seja através de fotografias, revistas, propagandas, websites, aparelhos móveis etc. Pode-se atrelar o grande uso dessas imagens a quantidade de informações úteis e significativas que uma única imagem consegue representar, bem como a rapidez para compreender a mesma, dispensando assim uma análise complexa para que se entenda o que está querendo ser transmitido, ou seja, permitindo que cada pessoa crie uma interpretação própria do que ela está vendo.

Devido à sua grande importância as pessoas estão se tornando cada vez mais exigentes quanto a qualidade do que está sendo representado, portanto, entregar ao usuário imagens claras e nítidas é uma necessidade, seja para fins pessoais ou profissionais.

Proporcionar uma imagem que agrade aos mais diversos tipos de usuários não é, entretanto, uma tarefa simplista, pois frequentemente as imagens possuem distorções que devem ser corrigidas antes das mesmas serem usadas em algum tipo de aplicação, e em geral, essas correções são feitas através dos chamados "filtros" (VELHO; GOMES, 1994). Essas técnicas são aplicadas para correção ou suavização de distorções nas imagens, e é onde os profissionais se deparam com o principal problema das imagens digitais, que são os chamados "ruídos". A Figura 1 mostra a diferença entre uma imagem normal e outra com ruído.

Figura 1 – Exemplo de ruído em imagem.

(a) Imagem sem ruído



(b) Imagem com ruído



Fonte: Santo (2014)

Ruídos são os pixels ou pontos da imagem corrompidos ou que por alguma circunstância têm alguns dos seus bits alterados (VERMA; ALI, 2013), causando assim uma diferença perceptível na tonalidade entre um pixel com o seu redor.

Verma e Ali (2013) afirmam que existem várias fontes geradoras de ruídos para as imagens digitais, onde a quantidade dos pontos corrompidos define o ruído que estará presente nesta imagem. Pode-se destacar como fontes geradoras de ruídos: quantidade de luz insuficiente, interferência gerada pelo canal transmissor da imagem (rede de dados, cabo, etc.) ou até mesmo uma fina camada de poeira que pode passar despercebido ao usuário que está manuseando o equipamento.

Logo, para a redução ou suavização dos mais diversos tipos de ruídos, é necessário iterações ou passos que advém de uma ou mais técnicas de processamento de imagens.

1.1 Justificativa

Como podemos analisar no trabalho de Marques e Hugo (1999):

"O processamento de imagens digitais envolve procedimentos normalmente expressos sob forma algorítmica. Em função disto, com exceção das etapas de aquisição e exibição, a maioria das funções de processamento de imagens pode ser implementada via software."

A qualidade do resultado final que será obtido na imagem está intimamente ligada com uma ou mais técnicas que serão utilizadas no seu processamento, portanto, o aperfeiçoamento dessas técnicas ou o desenvolvimento de novas são bem vistos, pois a melhoria é um processo contínuo que irá colaborar de forma significativa para o resultado final da imagem.

Assim, pode-se observar a importância de se buscar novos métodos, que consigam ser mais rápidos e eficientes para otimização dos processos que irão ser aplicados sobre a imagem. Tal busca é de grande relevância para o nosso contexto atual chamada de Era Digital ou Era da Informação, onde tudo e todos estão conectados e a imagem está intimamente presente em todos os cenários dessa sociedade.

Nesse contexto, tendo em vista o resultado final que será exibido ao usuário, este trabalho propõe a criação de uma técnica, que será destinada para remoção de ruídos nos mais diferentes tipos de imagens, tentado com isso, englobar o maior número de cenários possíveis concernentes aos diversos tipos de imagens digitais.

1.2 Objetivo

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de uma técnica de processamento de imagens em forma de biblioteca digital, que seja capaz de executar de forma aprimorada a redução ou suavização de ruídos em imagens. Para tanto, será utilizada uma técnica de processamento de imagens chamada Função K de Ripley, função essa que é amplamente utilizada no âmbito do mapeamento ambiental para verificar se uma espécie ou indivíduo

faz parte do conjunto ao qual está sitiado (BORCHARTT, 2013), analisando assim a área circunscrita ao indivíduo e funções matemáticas para a classificação e validação dos dados processados, tais como média, moda, variância e desvio padrão.

Tais procedimentos serão aplicados inicialmente em imagens em escala de cinza, para fins de caso de uso e validação.

1.2.1 Objetivos Específicos

- Verificar a viabilidade da aplicação da Função K de Ripley para determinar se um pixel é ruído ou não;
- Desenvolver uma técnica de remoção de ruídos parametrizável, para que se adapte a diferentes tipos de imagens e ruídos;
- Desenvolver uma aplicação na linguagem de Programação Java para execução da técnica proposta;
- Fazer um comparativo entre os resultados obtidos com a nova técnica e as técnicas mais recorrentes na literatura sobre redução de ruídos.

1.3 Divisão do Trabalho

Esta monografia está dividida em cinco capítulos principais. Neste capítulo introdutório foi apresentada uma explicação sobre o escopo deste trabalho, que é a utilização de técnicas de processamento de imagens para a suavização ou redução de ruídos em imagens digitais. Também apresentou-se a justificativa e os objetivos desta monografia.

No Capítulo 2 é apresentado o referencial teórico, explicando mais detalhadamente os cálculos matemáticos e estatísticos, tais como: média, desvio padrão, variância, moda, entre outras e o cálculo de distâncias como euclidiana e Manhattan. Neste capítulo também é explicado e ilustrado o funcionamento dos processos algorítmicos que foram aplicados às imagem submetidas as técnicas.

No Capítulo 3 apresenta-se de forma mais detalhada a técnica desenvolvida neste trabalho, se atentando ao funcionamento, os parâmetros que são exigidos por ela, bem como os meios empregados para sua implementação computacional. Será abordada a metodologia seguida para a conclusão do processamento, desde a aquisição da imagem até o resultado final.

No Capítulo 4 tem-se uma discussão sobre os resultados obtidos através da técnica desenvolvida, e também uma comparação visual e de desempenho com técnicas encontradas na literatura, que são devidamente explicadas no Capítulo 2. Neste capítulo também

encontra-se uma validação matemática, através do cálculo do erro quadrático médio, para maior solidez no que se refere ao resultado final.

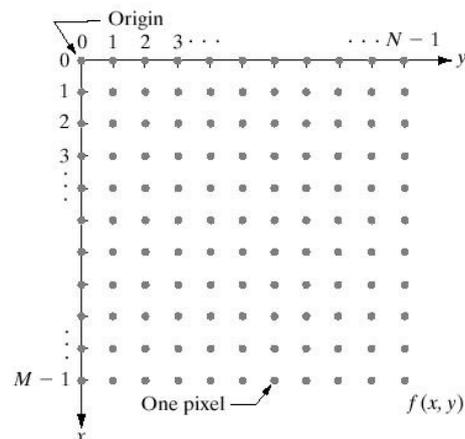
O Capítulo 5 apresenta as considerações finais acerca do trabalho realizado, além da possibilidade de aprimoramentos para o futuro.

2 Referencial Teórico

Segundo [Gonzales e Woods \(1992\)](#), as técnicas de extração de informação a partir de imagens pertencem à área do processamento conhecida como análise de imagens, que, para ser executada, tem como passo inicial a realização de uma etapa de pré-processamento. Dentro da área conhecida como visão computacional, o pré-processamento refere-se ao processo de melhoria, suavização ou acentuação de características da imagem ([JAIN, 1989](#)).

Logo, uma imagem pode ser definida por uma função bidimensional $f(x,y)$, onde x e y são coordenadas espaciais e onde a amplitude de f em qualquer par de coordenadas (x, y) corresponde a intensidade daquela imagem nesse ponto. Quando os valores de f e das coordenadas x e y assumem quantidades discretas e finitas, a imagem é designada por imagem digital. A Figura 2 representa o sistema de coordenadas de uma imagem digital.

Figura 2 – Sistema de coordenadas usado para representar uma imagem.

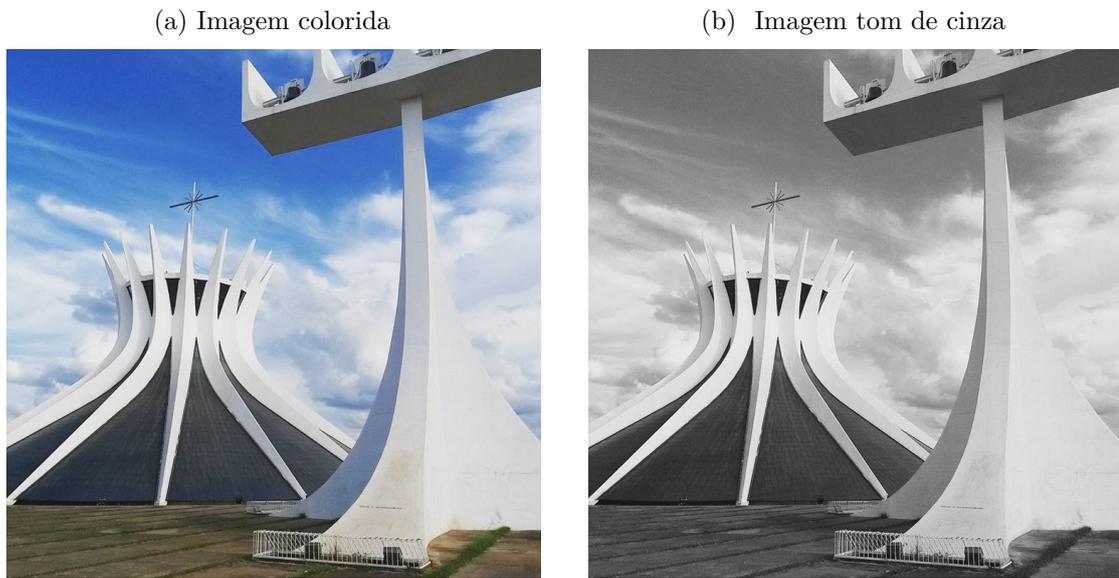


Fonte: [Gonzalez e Woods \(2010\)](#).

2.1 Imagem em escala de cinza

Em geral, as cores em imagens digitais são baseadas nas cores aditivas primárias vermelho, verde e azul que constituem o chamado sistema de cor RGB (do inglês, *red, green e blue*) ([WILHELM; MARK, 2016](#)). Nesse sistema, essas cores são chamadas de canais, e a sobreposição delas representa a cor real, ou seja, é criada uma paleta de cores onde para cada ponto da imagem tem-se o valor de intensidade correspondente a da sua cor. Para imagens coloridas os valores de cada canal do RGB variam entre 0 e 255 ([WILHELM; MARK, 2016](#)). A Figura 3 mostra uma imagem colorida e uma em tons de cinza.

Figura 3 – Diferença entre imagem colorida e tons de cinza



Fonte: Elaborado pelo autor.

A imagem em escala de cinza, é uma imagem onde suas cores são representadas por uma faixa de tons monocromáticos, ou seja, a variação de intensidades de preto para branco, que também pode ser chamada de luminância. Portanto, uma imagem nesse formato contém apenas um canal, e é exibida em tons de cinza. Assim, esses dados consistem além da intensidade, o brilho e a densidade da imagem que está sendo representada (WILHELM; MARK, 2016).

Para realizar a transformação de uma imagem colorida para tons de cinza, tem-se duas fórmulas básicas, podendo escolher-se uma ou outra. A primeira, exibida na Equação 2.1, utiliza a média dos valores dos 3 canais. O resultado desse cálculo é o novo valor do pixel na imagem em tons de cinza.

$$Pixel_{(x,y)} = (vermelho + verde + azul)/3 \quad (2.1)$$

A segunda fórmula, discriminada na Equação 2.2, utiliza uma atribuição pesos diferentes para os canais de cores vermelho, verde e azul e os multiplica pelos valores respectivos de cada canal. O resultado desse cálculo se torna o novo valor do pixel na imagem em tons de cinza. Esta ponderação é feita para ressaltar a luminância da imagem.

$$Pixel_{(x,y)} = (0.3 * r + 0.59 * g + 0.11 * b) \quad (2.2)$$

2.2 Fundamentação matemática

Nesta seção são descritas as funções matemáticas que são utilizadas neste trabalho. Todas as técnicas serão explanadas posteriormente bem como a descrição de suas aplicações.

2.2.1 Média

A média indica onde mais se concentram os dados de uma distribuição. Em grande parte das imagens a média pode revelar de uma forma global a região de interesse, e um valor em que se baseiam todos as outras características estatísticas. Utilizando como exemplo uma imagem digital, a média é definida pela Equação 2.3 (SANTOS, 2007), onde h é a altura da imagem, w é a largura e $f(x,y)$ é o valor do pixel da imagem na posição (x,y) .

$$\bar{t} = \frac{1}{h.w} \sum_{x=0}^h \sum_{y=0}^w f(x, y) \quad (2.3)$$

2.2.2 Variância

Na teoria da probabilidade e na estatística, a variância de uma variável aleatória é uma medida da sua dispersão, que mostra o quão distante cada valor desse conjunto está do valor central (médio). Considere que x_1, x_2, \dots, x_n são os n elementos de uma amostra e que \bar{t} é a média aritmética desses elementos. O cálculo da variância é dado pela Equação 2.4 (SANTOS, 2007), onde h é a altura da imagem, w é a largura e $f(x,y)$ é o valor do pixel da imagem na posição (x,y) .

$$\bar{v} = \frac{1}{h.w} \sum_{x=0}^h \sum_{y=0}^w (f(x, y) - \bar{t})^2 \quad (2.4)$$

2.2.3 Mediana

A mediana é o valor numérico médio que separa valores maiores e menores de uma amostra de dados ordenados, sejam eles de forma crescente ou decrescente (SANTOS, 2007). Se existir um número total ímpar de observações existe um valor inteiro para mediana, entretanto se for um número par de observações, então não existe um valor médio único, e a mediana é, geralmente definida como a média dos dois valores do meio. Logo, existem duas fórmulas de cálculo da mediana que serão definidos como **caso 1** para amostras com valor total ímpar de elementos e **caso 2** para amostras com valor total par de elementos .

Caso 1:

$$\bar{m} = f(x_{\frac{H}{2}}, y_{\frac{W}{2}}) \quad (2.5)$$

Onde, h é a altura e w é a largura da amostra, pelo número total de observações ser ímpar a mediana será o elemento central.

Caso 2:

$$\bar{m} = f\left(x_{\frac{\frac{h}{2} + (\frac{h}{2} + 1)}{2}}, y_{\frac{\frac{w}{2} + (\frac{w}{2} + 1)}{2}}\right) \quad (2.6)$$

Novamente, h é a altura e w é a largura da amostra, mas pelo número total de observações ser par, é necessário fazer a média dos dois elementos centrais como podemos observar na Equação 2.6.

2.2.4 Moda

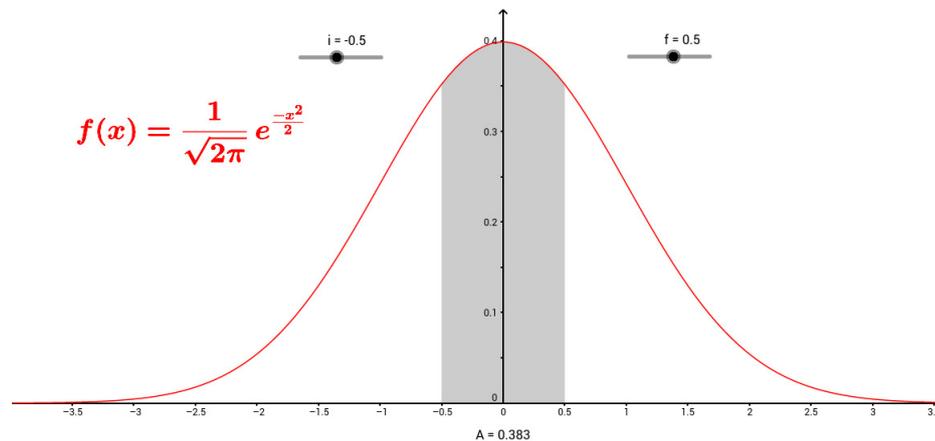
A moda estatística é definida pelo maior número de repetições de um mesmo elemento em uma determinada amostra (SANTOS, 2007), ou seja, é o valor que surge com mais frequência se os dados são discretos, ou, o intervalo de classe com maior frequência se os dados são contínuos.

2.2.5 Distribuição normal (gaussiana)

Para qualquer tipo de cálculo se está sujeito a erros, tais erros acontecem quando transporta-se ou cria-se uma discretização de um certo conjunto de dados, em um espaço contínuo ou devida a variação de temperatura ou tempo em um determinado experimento, entre outras situações.

Para ponderar a medida desses erros, tem-se uma função densidade de probabilidade, que é conhecida como distribuição normal ou gaussiana. Na Figura 4 tem-se uma representação visual de como é essa distribuição.

Figura 4 – Representação da distribuição normal com média igual a 1.



Fonte: [Moreira \(2018\)](#).

Essa distribuição proporciona uma boa aproximação de curvas de ocorrências para medidas de dimensões e características, visando encontrar o ponto médio de erro das distribuições de dados ([CAIRE, 2012](#)). Esta função depende da variância e a sua fórmula para o cálculo de 2 dimensões é descrita na Equação 2.7, onde \bar{v} é a variância, x e y são os pontos de análise.

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\bar{v}^2} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{\bar{v}^2}} \quad (2.7)$$

2.2.6 Erro quadrático médio

O erro quadrático médio mostra quão próximos os dados estão da reta de regressão linear. Esse processo informa o quão preciso foi o resultado das estimativas iniciais dos dados em relação ao que deveriam ser. É gerado através do somatório de todas as distâncias dos pontos até a reta, utilizando o valor do erro ao quadrado, para evitar números negativos. A Equação 2.8 ([KAY, 1993](#)), é utilizada para o cálculo do erro quadrático médio.

$$\varepsilon = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y - \bar{Y})^2 \quad (2.8)$$

Nesta equação o Y é o conjunto com os valores de dados observados ou concretos, enquanto que o valor \bar{Y} é o conjunto de valores obtidos do experimento, n é o número total de amostras.

2.2.7 Cálculo de Distâncias

É preciso medir a similaridade entre os elementos a serem agrupados para saber se de fato eles são similares entre si, afim de que a região de interesse seja precisa e para que

o resultado do processamento seja confiável.

Existem diversas formas na literatura para calcular essa distância entre elementos e medir a similaridade entre eles. Baseado na pesquisa feita por Linden (2009), as formas mais comumente utilizadas para esses cálculos são:

- Métrica de *Minkowski*.
- Distância *Euclidiana*.
- Distância *Manhattan*.

Segue-se a expansão das técnicas de cálculo que foram utilizadas para este trabalho. A métrica de *Minkowski* é a técnica utilizada indiretamente pois dela se baseiam as duas fórmulas utilizadas neste trabalho.

2.2.7.1 Métrica de *Minkowski*

Para o cálculo das distâncias, as métricas de *Minkowski* são uma norma. Para verificar isto, basta multiplicar todos os elementos da Equação 2.9 por a (LINDEN, 2009). Dentro da raiz, o valor a^q pode ser colocado em evidência e posteriormente retirado da raiz, assumindo o valor de a , como exige a definição.

$$d(i, j) = \sqrt[q]{(|x_{i_1} - x_{j_1}|^q + |x_{i_2} - x_{j_2}|^q + \dots + |x_{i_n} - x_{j_n}|^q)} \quad (2.9)$$

2.2.7.2 Distância Euclidiana

A distância Euclidiana ou distância métrica é a distância entre dois pontos que pode ser provada pela aplicação repetida do teorema de Pitágoras. É um caso especial da métrica de *Minkowski* quando na Equação 2.9 tem-se o valor de $q = 2$, ela resulta na Equação da distância de Euclides. No contexto de definição, a distância euclidiana se resume a raiz da soma das diferenças absolutas ao quadrado de todos os pontos do conjunto $X = \{(x_1, y_1), (x_2, x_2), \dots, (x_n, x_n)\}$, a fórmula é dada pela Equação 2.10.

$$d(i, j) = \sqrt{(|x_{i_1} - x_{j_1}|^2 + |x_{i_2} - x_{j_2}|^2 + \dots + |x_{i_n} - x_{j_n}|^2)} \quad (2.10)$$

2.2.7.3 Distância Manhattan

Considerada por Hermann Minkowski no século XIX, é uma forma de geometria em que a usual métrica da geometria euclidiana é substituída por uma nova métrica em que a distância entre dois pontos é a soma das diferenças absolutas de suas coordenadas $\{(x_{i_1}, x_{j_1}), (x_{i_2}, x_{j_2}), \dots, (x_{i_n}, x_{j_n})\}$. Quando tem-se na Equação 2.9, o valor de q assumindo um valor igual a 1, resultando na Equação 2.11.

$$d(i, j) = \sqrt{(|x_{i_1} - x_{j_1}| + |x_{i_2} - x_{j_2}| + \dots + |x_{i_n} - x_{j_n}|)} \quad (2.11)$$

2.3 Técnicas de remoção de ruídos (Suavização)

Para o processamento das imagens digitais, principalmente para as técnicas utilizadas neste trabalho, é fundamental entender o conceito de filtro e sua importância dentro do contexto desse trabalho.

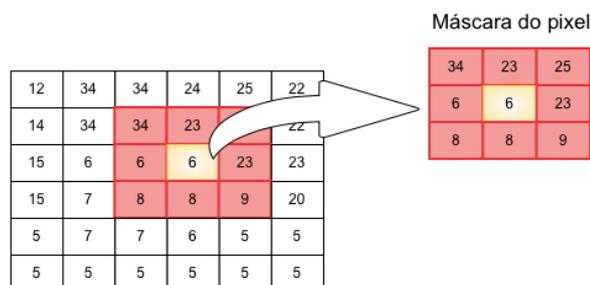
Russ (2016) define como filtro o processo que remove frequências selecionadas e orientações através da redução da magnitude dos valores desses termos, reduzindo em parte ou até mesmo zerando seu valor. Woods e Gonzales (2017) diz que os filtros lidam com operações de performance, como por exemplo, o aumento da nitidez, suavização, definição de bordas, mapa de relevo entre diversas outras, pois atua sobre a vizinhança de cada pixel.

Assim sendo, pode-se dizer de forma simples que a filtragem digital é um conjunto de técnicas destinadas a corrigir e realçar uma imagem, onde a correção ou suavização pode ser definida como remoção de características indesejáveis, enquanto que a melhoria ou realce é a acentuação das características presentes, logo é possível perceber que sem os filtros seria praticamente impossível acontecer o processamento digital das imagens.

Uma das formas de aplicação desses filtros é através do processo chamado de convolução. A convolução pode ser definida como o processo de analisar cada pixel da imagem, através de um núcleo, ou do inglês, *kernel*, e realizar um determinado processamento em cada pixel (WOODS; GONZALES, 2017).

Esse núcleo também é chamado de máscara, pois é como pode-se perceber na Figura 5, o ponto de análise fica oculto ou atrás da matriz *kernel*, dando a impressão de sombra. Essa máscara é criada para cada valor da matriz, utilizando a vizinhança do pixel que está em análise.

Figura 5 – Representação do kernel ou máscara de tamanho 3x3 .



Fonte: Elaborado pelo autor.

Após a análise do conteúdo dessa máscara, o valor do pixel central é alterado ou não, essa alteração é feita mediante uma determinada restrição ou peso definida previamente pelo usuário.

Fora feita uma pesquisa bibliográfica para selecionar as técnicas de remoção de ruídos mais comumente utilizadas na literatura, afim de que estas sirvam para comparação e validação dos resultados obtidos através da técnica desenvolvida neste trabalho. Analisando o trabalho de [Carvalho et al. \(2003\)](#), que destaca a relação entre a aquisição de imagens e o seu processamento, é destacado como técnicas para suavizar ou remover ruídos os filtros de média, mediana, passa-baixa e gaussiano.

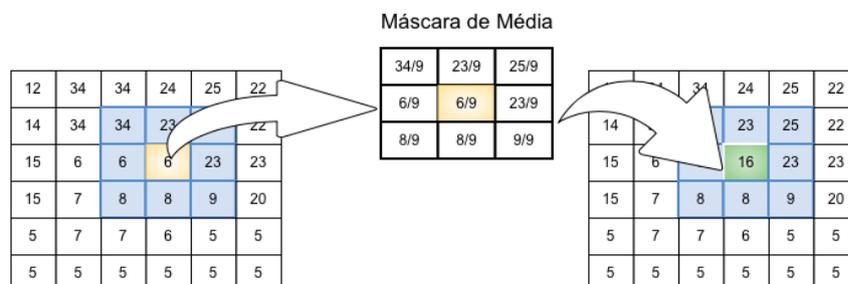
O trabalho de [Sanches et al. \(2015\)](#) que visa a suavização da imagem e redução de ruídos destaca a utilização do processamento da imagem utilizando as Técnicas de média, mediana e gaussiana, aliadas ao filtro de *Kuwahara*, para preservar as bordas da imagem. [Costa \(2015\)](#) propõe a redução de ruídos através de métodos híbridos, destacando como base dessas técnicas os filtros de média e mediana aliadas a *wavelets*.

[Jesus e Costa \(2015\)](#) analisa o processamento de imagens pela técnica do filtro gaussiano, destacando os seus efeitos na remoção dos ruídos da imagem submetida e na possibilidade de criação de novas técnicas a partir dessa.

2.3.1 Filtro de Média

O filtro de média é um dos filtros estatísticos mais simples e também um dos mais amplamente utilizados ([WOODS; GONZALES, 2017](#)). É possível definir este filtro como a substituição do valor da coordenada do pixel em análise $f(x,y)$ pelo valor da média aritmética da sua vizinhança, neste caso o tamanho da vizinhança é o mesmo raio de análise, definido previamente pelo usuário. A Figura 6 mostra uma representação visual do funcionamento desse filtro.

Figura 6 – Representação do filtro de Média com *kernel* 3x3.



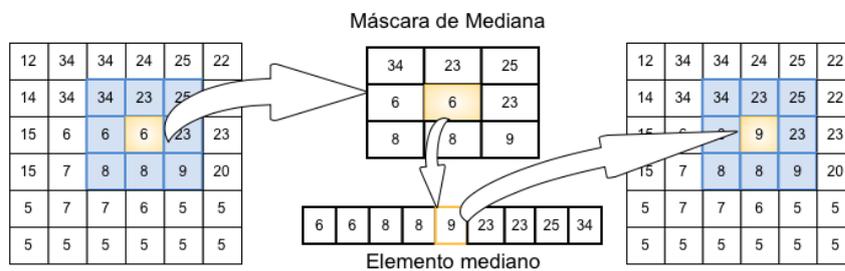
Fonte: Elaborado pelo autor.

2.3.2 Filtro de Mediana

O filtro da mediana acompanha o mesmo raciocínio do filtro de média (WOODS; GONZALES, 2017), entretanto o valor da coordenada $f(x,y)$ não mais irá receber o valor da média, mas sim da mediana dos elementos que foram previamente organizados em ordem de grandeza.

O resultado da aplicação desta técnica é uma suavização da imagem em relação a original, que se torna mais evidente quanto maior for o tamanho do raio R de análise utilizado ou quanto maior a vizinhança. A Figura 7 mostra uma representação visual do funcionamento desse filtro.

Figura 7 – Representação do filtro de Mediana com *kernel* 3x3.



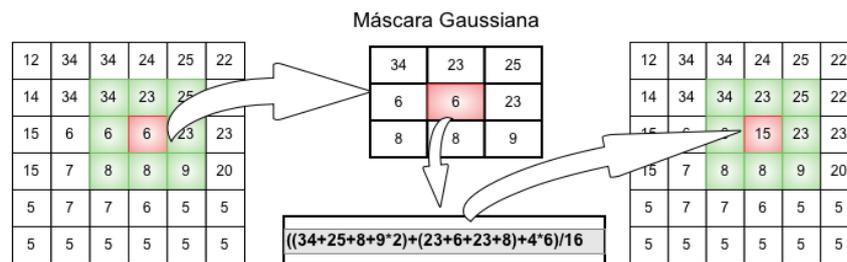
Fonte: Elaborado pelo autor.

2.3.3 Filtro de Gaussiana

Com a utilização do filtro gaussiano, é obtida uma imagem borrada ou com desfoque, que vai se tornando mais evidente levando-se em consideração o tamanho do raio de análise. A Figura 8 mostra uma representação visual do funcionamento desse filtro.

Esta técnica é utilizada no que se refere ao pré-processamento da imagem, a fim de tornar sua a estrutura extensível para diferentes escalas (JESUS; COSTA, 2015).

Figura 8 – Representação do filtro gaussiano com *kernel* 3x3.



Fonte: Elaborado pelo autor.

2.4 Função K Ripley

A Função K de Ripley é amplamente utilizada na geoestatística, principalmente para análise de imagens de satélite sobre florestas (RIPLEY, 1977). Analisando o trabalho de Capretz (2004) pode-se destacar como principais vantagens dessa função, a possibilidade de detectar o padrão espacial em diversas escalas de distâncias simultaneamente em uma mesma imagem, e avaliar a dependência espacial entre grupos.

Nesta monografia foi realizada uma adaptação dessa função para que a análise fosse realizada sobre os pixels da imagem e não sobre a vegetação como usualmente é utilizada. A Equação 2.12 é utilizada para calcular a Função K de Ripley sobre um determinado pixel para um certo raio ou distância de análise chamado aqui de R.

$$K(R) = \lambda^{-1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, i \neq j}^N \delta_{ij}(d_{ij}) \quad (2.12)$$

Nessa função o valor de λ é obtido como sendo $\frac{A}{N}$ onde N representa o número total de ocorrências de um determinado evento, A a área amostrada ou de estudo e a função $\delta_{ij}(d_{ij})$ retorna 1 se a distancia de Manhattan d_{ij} entre os valores de estudo i e j é menor ou igual a distância do raio de análise R ou zero se for maior.

$$\delta_{ij}(d_{ij}) = \begin{cases} 1, & (d_{ij}) \leq R \\ 0, & (i - j) > R \end{cases} \quad (2.13)$$

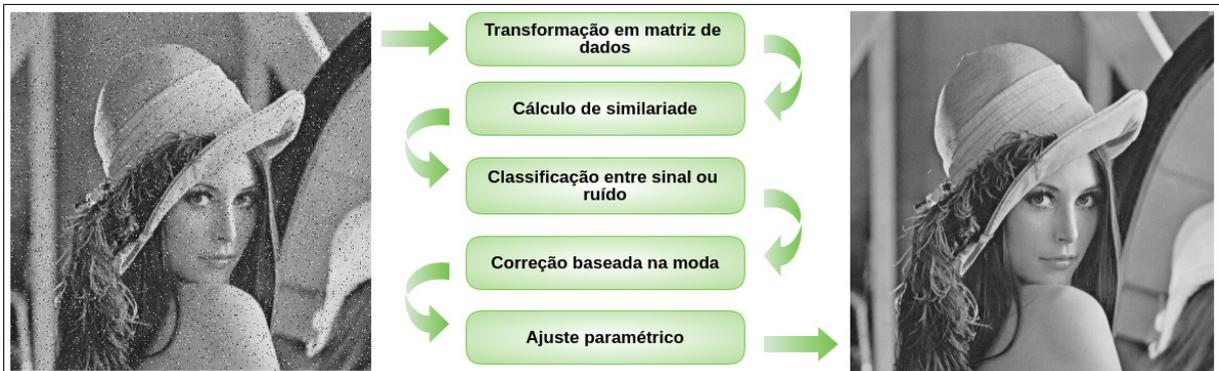
De maneira mais simplificada, pode-se dizer que a Função de K de Ripley conta o total de ocorrências de determinado evento dentro do seu raio de análise a partir do pixel central i .

3 Remoção de ruídos baseada na distribuição espacial (RBDE)

3.1 Metodologia

Nesta seção serão explicadas as etapas da metodologia, a partir da imagem com ruído até a imagem final suavizada. A Figura 9 mostra uma ilustração dessas etapas.

Figura 9 – Representação da metodologia



Fonte: Elaborada pelo Autor.

3.1.1 Transformação em matriz de dados

Os cálculos que serão realizados só podem ser feitos sobre os valores inteiros ou decimais, portanto, a imagem é convertida para uma matriz de valores utilizando-se a Equação 2.2 descrita no referencial teórico. A Figura 10 mostra uma representação desse processo.

Figura 10 – Representação da transformação da imagem

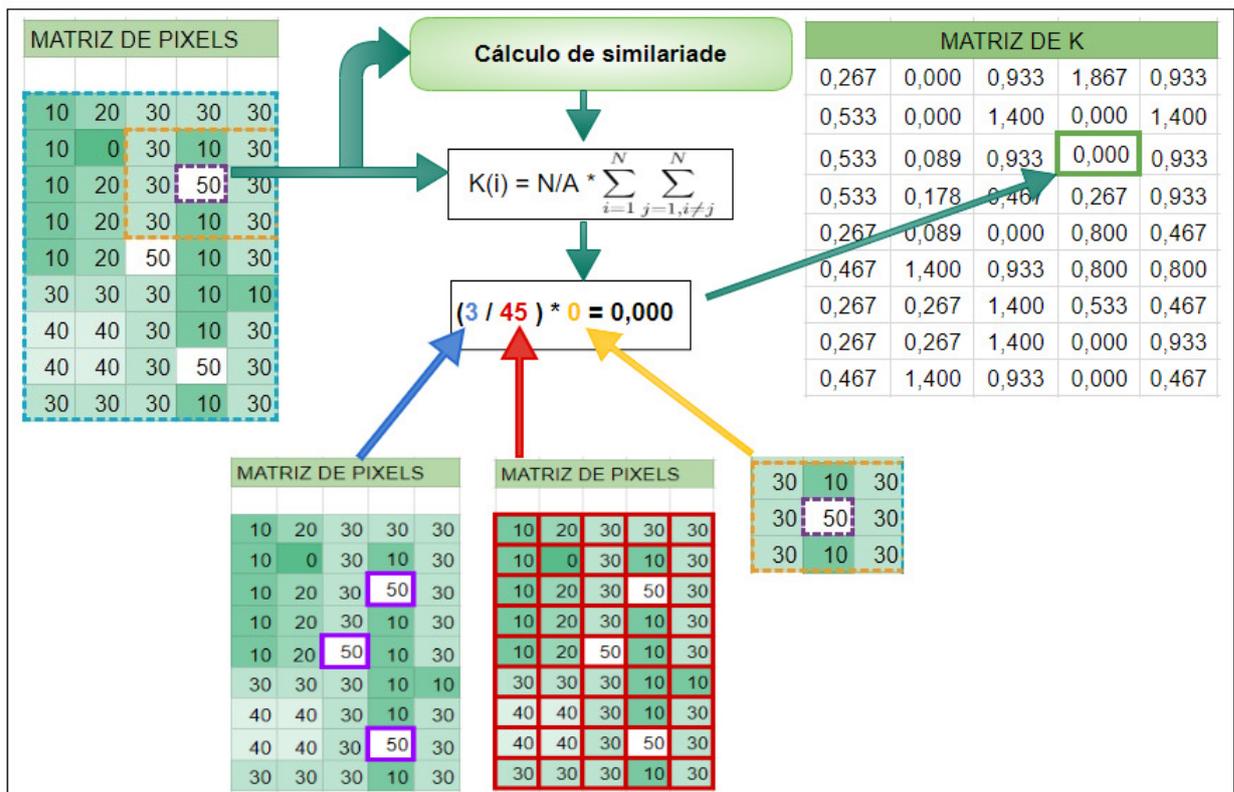


Fonte: Elaborada pelo Autor.

3.1.2 Cálculo de similaridade

Após a criação dessa matriz de pixels, aplica-se a Função K de Ripley sobre os valores de cada um dos elementos pertencentes a essa matriz. Esses resultados dão origem a uma nova matriz de valores chamada matriz de K, em que nela constam os valores dos desvios para cada elemento da imagem. A matriz de pixels originais não é alterada, continuando assim com os valores de intensidade do início. A Figura 11 mostra o resultado do processo utilizando um raio de tamanho 1.

Figura 11 – Geração da Matriz de K através do cálculo de similaridade.



Fonte: Elaborada pelo Autor.

3.1.3 Classificação entre sinal ou ruído

Tendo construído a matriz de K, utiliza-se o valor do limiar, que deve ser informado previamente pelo usuário. A classificação só pode ser feita mediante essa informação, pois, cada elemento da matriz de K tem seu valor comparado com o valor do limiar informado, e caso o valor K_i seja menor do que esse limiar este é considerado ruído e se o valor do elemento for maior que este limiar, ele é considerado como sinal. Assim, ao final deste processo, tem-se definidos o que é ruído e o que não é, bem como a posição desses elementos dentro da matriz de pixels. A Figura 12 apresenta uma idéia sobre o resultado desse processo aplicando um limiar de 0.1 sobre os valores da matriz de K inicial.

Figura 12 – Matriz de classificação sinal/ruído



Fonte: Elaborada pelo Autor.

3.1.4 Correção baseada na moda

Nesta etapa, utiliza-se as informações geradas pela classificação entre sinal ou ruído para que seja feita uma nova varredura de análise ponto por ponto, que irá remover o ruído na matriz de pixels original. Caso o elemento $f(x,y)$ da matriz de pixels esteja classificado como sinal, a análise passa para o próximo pixel, entretanto, se o elemento está classificado como ruído, é criada uma máscara do tamanho do raio informado, sendo o pixel definido como ruído, elemento central.

É calculada a moda sobre a máscara que foi criada e o valor resultante da moda substitui o valor do pixel que era ruído. Após realizar esse processo para todos os elementos classificados como ruído, tem-se como resultando apenas os sinais ou valores que devem pertencer a imagem.

Para fazer essa correção do pixel de forma efetiva, é necessário encontrar o melhor valor para ele. Ao utilizar as técnicas da pesquisa bibliográfica, como média, mediana e gaussiana, obtém-se valores que geralmente foge ao grupo ao qual esse pixel deveria pertencer, entretanto o mesmo não acontece com a moda. A Figura 13 exibe o resultado da aplicação e cada uma das técnicas, como fora mencionado anteriormente, para o mesmo tamanho de máscara 3x3.

Figura 13 – Matrizes de valores resultantes por técnica.

Filtro - RBDE				
10	10	30	30	30
10	10	30	30	30
10	10	30	30	30
10	20	30	10	30
10	30	30	10	30
30	30	30	10	10
40	40	30	10	30
40	40	30	30	30
30	30	30	30	30

Filtro - Mediana				
10	20	30	30	30
10	20	30	30	30
10	20	20	30	30
10	20	20	30	30
10	30	20	30	30
30	30	30	30	10
40	30	30	30	30
40	30	30	30	30
30	30	30	10	30

Filtro - Média				
10	17	20	27	25
12	18	24	30	30
12	18	22	28	27
15	22	27	30	27
20	26	23	23	17
28	31	26	23	17
37	34	30	26	23
37	34	30	28	27
35	33	32	30	30

Filtro - Gaussiano				
6	13	18	20	16
8	15	24	28	21
9	18	26	30	23
10	21	28	26	20
13	25	28	21	15
21	31	28	19	13
28	36	29	24	18
28	36	32	30	23
19	24	22	20	16

Fonte: Elaborada pelo Autor.

É possível perceber que o o filtro de mediana e a técnica desenvolvida são as que mais chegam perto de um real agrupamento do conjunto de pixels, entretanto o filtro gaussiano e o filtro de média distorcem demasiadamente os valores dos pixels.

3.1.5 Ajuste Paramétrico

A escolha do raio e do limiar são fatores importantíssimos para o resultado final da imagem, bem como o tipo de imagem a ser processada. Se a imagem for bem detalhada, ou seja com muitas faixas de tonalidades diferentes, ao realizar o cálculo de similaridade os valores tendem a ser extremamente baixos, na faixa de centésimos ou milésimos, em alguns casos podem ser menores ainda. Por outro lado, quando a imagem tem menos detalhes, ou seja, uma pequena concentração de tonalidades diferentes, este cálculo costuma retornar valores bem altos .

Quando a imagem é mais homogênea, a questão do raio não é tão importante quanto o limiar, pois como a vizinhança possui os valores iguais, é mais fácil de classificá-lo entre

ruído ou não, assim ao aplicar a moda, o valor será substituído sem maiores problemas. Entretanto, quando a imagem for heterogênea, os valores da vizinhança serão na sua maioria diferentes, portanto, utilizar um raio maior implicará em uma taxa de acerto menor devido a muitas diferenças de valores. Logo, quanto menor a vizinhança nesses casos, maior será a chance desse pixel ter o valor correto associado a ele. A Figura 14 mostra visualmente o resultado da imagem final ao variar o limiar.

Figura 14 – Exemplo de resultados mediante variação de limiar.

(a) Limiar 0.0005



(b) Limiar 0.005



(c) Limiar 0.05



(d) Limiar 0.5



4 Análise experimental e discussão dos resultados

Neste capítulo estão dispostos os resultados da aplicação da técnica implementada, bem como os testes realizados pela comparação de resultados com outras técnicas descritas nos capítulos anteriores.

4.1 Adição artificial de ruídos

Para realizar os testes, fez-se necessário a aplicação de ruído artificialmente para fins de comparação entre a imagem original, com ruído e a imagem resultante após a aplicação dos filtros. O processo de adição de ruídos foi feito utilizando-se a ferramenta *ImageJ*¹. Neste software foram submetidas todas as imagens e aplicada sobre cada uma delas o tipo de ruído Sal e Pimenta (inglês, *Salt and Pepper*).

O ruído Sal e Pimenta altera o valor dos pixels para o valor máximo ou mínimo de intensidade ou seja, o ponto da imagem será branco ou preto. O ruído gaussiano, altera aleatoriamente cores e luminosidade da imagem. Ambos os ruídos aplicados foram sobre todo o conteúdo de cada uma das imagens de teste.

4.2 Amostra de Imagens

Nesta seção serão expostas as imagens originais que foram resigstradas pelo autor e que foram utilizadas como base para o processamento. Devido ao seu tamanho a primeira parte está representada na Figura 15, outra parte na Figura 16 e a conclusão na Figura 17.

¹ Disponível no endereço (<https://imagej.nih.gov/ij/download.html>).

Figura 15 – Base de imagens - parte 1.

(a) ams



(b) bsb



(c) forte



(d) plantas



(e) haia



(f) rest



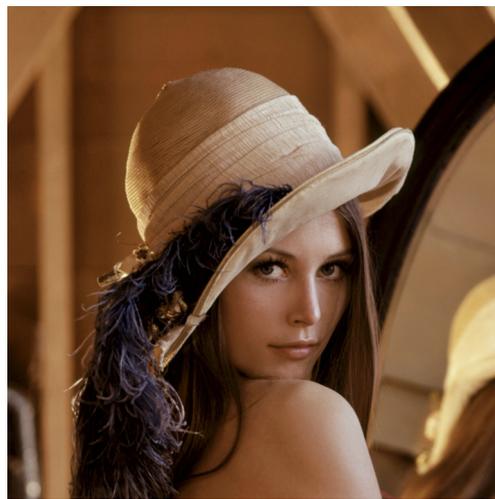
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 16 – Base de imagens - parte 2.

(a) oasis



(b) lena Fonte: (SANTO, 2014)



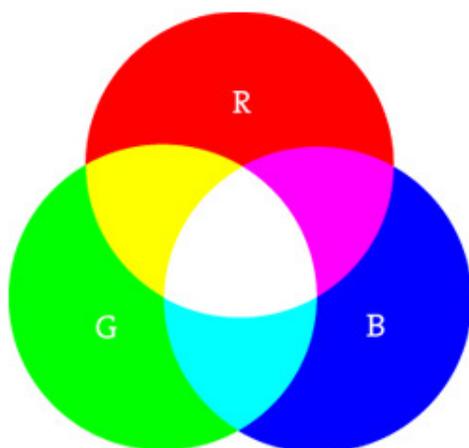
(c) ceu



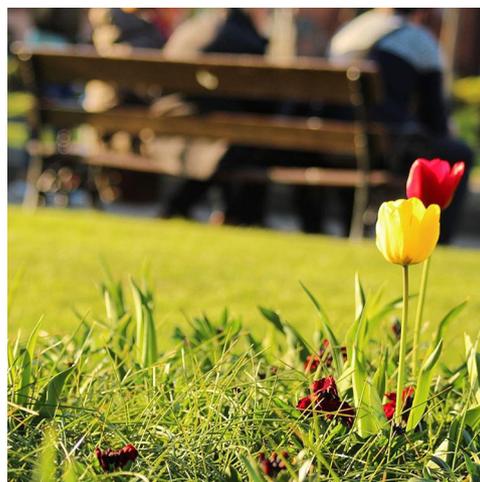
(d) praia



(e) vein



(f) tulipa



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 17 – Base de imagens - parte 3.

(a) yach



(b) casarao



(c) ufma



Fonte: Elaborado pelo Autor

4.3 Análise visual

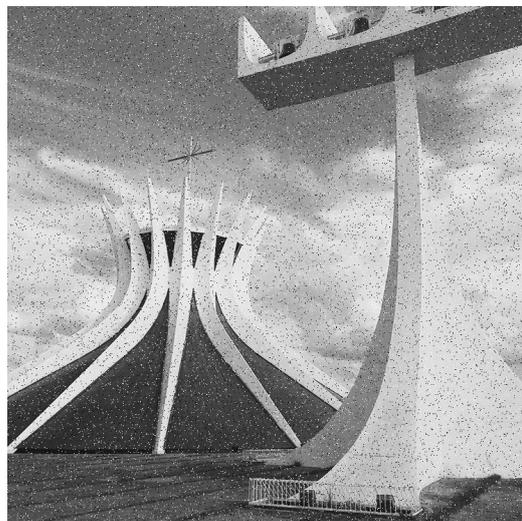
Nesta seção tem-se dispostas o resultado para análise visual da aplicação de todas as técnicas utilizadas nesta monografia. Foram escolhidas aleatoriamente 5 imagens da base, afim de proporcionar uma ampla visão da qualidade inicial e final de cada uma das imagens, bem como as imagens resultantes das técnicas de suavização mais frequentemente utilizadas na literatura.

Figura 18 – Amostra de resultados na imagem bsb.

(a) Imagem Original



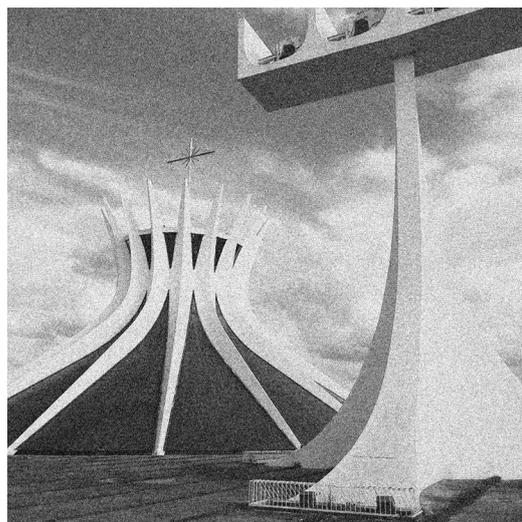
(b) Imagem com ruído



(c) Filtro RBDE



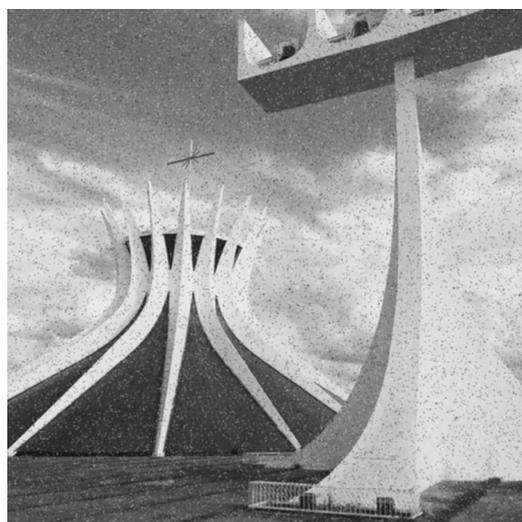
(d) Filtro Gaussiano



(e) Filtro de mediana



(f) Filtro de média



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 19 – Amostra de resultados na imagem lena.

(a) Imagem Original



(b) Imagem com ruído



(c) Filtro RBDE



(d) Filtro Gaussiano



(e) Filtro de mediana



(f) Filtro de média



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 20 – Amostra de resultados na imagem oasis.

(a) Imagem Original



(b) Imagem com ruído



(c) Filtro RBDE



(d) Filtro Gaussiano



(e) Filtro de mediana



(f) Filtro de média



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 21 – Amostra de resultados na imagem yacht.

(a) Imagem Original



(b) Imagem com ruído



(c) Filtro RBDE



(d) Filtro Gaussiano



(e) Filtro de mediana



(f) Filtro de média



Figura 22 – Amostra de resultados na imagem ufma.

(a) Imagem Original



(b) Imagem com ruído



(c) Filtro RBDE



(d) Filtro Gaussiano



(e) Filtro de mediana



(f) Filtro de média



Fonte: Elaborado pelo autor.

Pode-se perceber que, a técnica desenvolvida retorna uma imagem visualmente mais próxima da imagem original em comparação com as outras técnicas. O filtro de média e gaussiana suavizam os ruído, entretanto, não é possível perceber uma melhora significativa como é percebido no filtro de mediana e no filtro desenvolvido.

O filtro da mediana exibe um resultado bem melhor e consegue remover praticamente todos os ruídos, entretanto, como pode ser observado nas Figuras, perde-se os detalhes finos de transição entre tonalidades diferentes como por exemplo, nas folhas do coqueiro, na imagem oasis, ou nas pedras da imagem yach, e o filtro RBDE consegue manter estas características.

O conjunto completo com todos os resultados obtidos em cada uma das imagens, juntamente com toda a base de imagens originais pode ser visualizada no link <https://www.dropbox.com/sh/r6jzjz8ojrzibbj/AADUitQQLk4vYGMUJvGIrkVKa?dl=0>.

4.4 Análise quantitativa

A análise foi realizada mediante a coleta dos dados que foram gerados a partir de cada uma das imagens. Foi calculado o erro quadrático total e médio para cada uma delas anotando-se também, a respectiva técnica ao qual essa imagem foi submetida.

Avaliou-se o grau de melhoria da imagem com ruído, que foi processada em relação a imagem original sem ruído, utilizando-se a comparação pixel-a-pixel. A Tabela 1 mostra os resultados percentuais médios por técnica, que fora obtido no processamento de toda a base de imagens.

Tabela 1 – Análise quantitativa por técnica.

Filtro utilizado	Melhoria percentual média
Ruído Sal e Pimenta	9,49%
Gaussiano	7,22%
Média	8,12%
Mediana	19,09%
RBDE	44,64%

A média percentual do ruído sal e pimenta foi utilizado como limite mínimo para se ter um resultado geral que fosse satisfatório. Foi utilizado também o cálculo do erro quadrático médio de cada imagem. A Tabela 2 mostra o resultado desse erro médio para cada uma das técnicas.

Tabela 2 – Erro quadrático médio por técnica.

Filtro utilizado	Erro quadrático médio
Ruído Sal e pimenta	3269,86
Gaussiano	3374,66
Média	2989,45
Mediana	2779,03
RBDE	1684,26

Pode-se perceber com esses dados e a análise visual, que a técnica desenvolvida alcançou resultados significativos e possui grande potencial. Tem-se a lista completa dos resultados obtidos na Tabela 3 localizada no Apêndice A.

5 Conclusão

Este trabalho descreveu o processo e os conhecimentos necessários para o desenvolvimento e implementação de uma nova técnica de processamento de imagens digitais afim de retirar ou suavizar ruídos. Fez-se, com um bom resultado, uma combinação da função K de Ripley, para análise de indivíduos, com a função estatística Moda e o processamento de imagens para criar o filtro proposto.

Como pode ser percebido na análise quantitativa, o grau de melhoria obtida através da aplicação da técnica desenvolvida foi 2x maior que a segunda técnica, e o erro quadrático médio, mostrou-se quase 50% menor que o erro obtido pela segunda melhor técnica. Entretanto, apesar dos bons resultados atingidos, a técnica desenvolvida não consegue retornar todos os valores corretos de todos os pixels da imagem, e também acaba por deixar alguns pontos de ruídos em determinadas imagens decorrente do valor do limiar aplicado.

Um resultado melhor ou pior, gira em torno da escolha do limiar e do raio de análise, pois, estes parâmetros são a base, como já fora descrito previamente na seção 3.1.5. Tendo isto em mente e após a análise dos resultados obtidos, pode-se verificar que para o ruído sal e pimenta a técnica proposta se mostrou extremamente eficaz e dado a qualidade final percebida a olho nu, tem-se que a utilização desta técnica no âmbito geral das imagens digitais é válida e bem.

5.1 Trabalhos futuros

Pode-se aqui destacar a dificuldade em selecionar um limiar que proporcione o melhor resultado, pois neste trabalho este limite foi definido empiricamente, através da análise puramente visual, logo a criação ou otimização de alguma outra metodologia, no futuro, para automatizar essa escolha teria um impacto significativo no resultado final do processamento.

Neste trabalho foram utilizadas a função K de Ripley e a moda, logo, é interessante verificar os resultados que podem ser obtidos ao utilizar a combinação de outras técnicas, como a própria mediana. O próximo passo é estender esta técnica para que o resultado gerado seja uma Imagem RGB.

Referências

- BORCHARTT, T. *Análise de imagens termográficas para a classificação de alterações na mama*. Tese (Doutorado), 2013. Citado na página 15.
- CAIRE, E. *A história da origem da curva normal*. Dissertação (Mestrado), 2012. Citado na página 21.
- CAPRETZ, R. L. *Análise dos padrões espaciais de árvores em quatro formações florestais do estado de São Paulo, através de análises de segunda ordem, como a função K de Ripley*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2004. Citado na página 26.
- CARVALHO, A. A. de et al. O mundo das imagens digitais. *Matéria*, v. 8, n. 2, p. 167–186, 2003. Citado na página 24.
- COSTA, A. L. N. T. *Redução de Ruído em Imagens*. Dissertação (Mestrado) — UFRJ/COPPE, 2015. Citado na página 24.
- GONZALES, R. C.; WOODS, R. E. Digital image processing, addison & wesley publishing company. *Reading, MA*, 1992. Citado na página 17.
- GONZALEZ, R.; WOODS, R. *Processamento Digital de Imagens*. 3. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010. Citado na página 17.
- JAIN, A. K. *Fundamentals of digital image processing*. New Jersey: Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1989. Citado na página 17.
- JESUS, E. O.; COSTA, J. R. A utilização de filtros gaussianos na análise de imagens digitais. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, v. 3, n. 1, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 26.
- KAY, S. M. *Fundamentals of statistical signal processing, volume i: Estimation theory (v. 1)*. PTR Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1993. Citado na página 21.
- LINDEN, R. Técnicas de agrupamento. *Revista de Sistemas de Informação da FSMA*, v. 1, n. 4, p. 18–36, 2009. Citado na página 22.
- MARQUES, O. F.; HUGO, V. N. *Processamento digital de imagens*. [S.l.]: Brasport, 1999. Citado na página 14.
- MOREIRA, J. *Distribuição Normal*. 2018. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/vafBvztE>>. Citado na página 21.
- RIPLEY, B. D. Modelling spatial patterns. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, JSTOR, p. 172–212, 1977. Citado na página 26.
- RUSS, J. C. *The image processing handbook*. Florida: CRC press, 2016. Citado na página 23.
- SANCHES, C. H. et al. Técnicas de suavização de imagens e eliminação de ruídos. *Anais do EATI-Encontro Anual de Tecnologia da Informação*, p. 21–30, 2015. Citado na página 24.

- SANTO, U. F. do E. *Filtragem Espacial*. 2014. Disponível em: <<https://felipemk.webnode.com.br/news/filtragem-espacial/>>. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 35.
- SANTOS, C. Estatística descritiva. *Manual de auto-aprendizagem*, v. 2, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 20.
- VELHO, L.; GOMES, J. Computação gráfica: imagem. *IMPA/SBM. Série de Computação Gráfica. Rio de Janeiro-RJ*, 1994. Citado na página 13.
- VERMA, R.; ALI, J. A comparative study of various types of image noise and efficient noise removal techniques. *International Journal of advanced research in computer science and software engineering*, v. 3, n. 10, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 14.
- WILHELM, B.; MARK, J. B. *Digital image processing: an algorithmic introduction using Java*. Berlin: Springer, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.
- WOODS, R. E.; GONZALES, R. C. *Digital Image Processing*. 4. ed. London: Person, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 23, 24 e 25.

Apêndices

APÊNDICE A – Resultados gerais.

Tabela 3 – Tabelas de resultados gerais

Imagem e técnica	Erro quadrático Total	Erro quadrático médio	Acertos pixel-pixel	Percentual de melhoria
ams.ruido_S&P	5.737.160,0	3,193	48.054	8,54%
ams.gaussiano	11.233.894,0	4,486	9.122	1,62%
ams.media	5.854.078	3,226	28.091	4,99%
ams.mediana	3.213.258	2,39	55.570	9,88%
ams.rbde	2.262.116,0	2,005	149.795	26,63%
bsb.ruido_S&P	5.709.819	3,186	53.117	9,44%
bsb.gaussiano	1.111.049	4,444	8.872	1,58%
bsb.media	4.717.524	2,895	45.854	8,15%
bsb.mediana	1.748.470	1,763	100.835	17,93%
bsb.rbde	1.009.004	1,339	271.350	48,24%
casarao.ruido_S&P	7.989.571	3,187	75.687	9,62%
casarao.gaussiano	5.606.555	2,671	80.831	10,28%
casarao.media	6.367.190	2,845	67.672	8,60%
casarao.mediana	2.356.063	1,73	161.804	20,57%
casarao.rbde	1.384.998	1,327	370.077	47,06%
ceu.ruido_S&P	8.044.569	2836,294	81.904	10,41%
ceu.gaussiano	4.253.348	2062,364	100.577	12,79%
ceu.media	5.088.094	2255,681	83.165	10,57%
ceu.mediana	995.466	997,731	219.144	27,87%
ceu.rbde	558.889	747,588	485.131	61,69%
forte.ruido_S&P	10.661.438	3265,185	101.480	9,68%
forte.gaussiano	6.876.145	2622,242	108.505	10,35%
forte.media	7.930.370	2816,091	91.873	8,76%
forte.mediana	2.435.715	1560,677	216.893	20,68%
forte.rbde	1.489.848	1220,593	502.016	47,88%
haia.ruido_S&P	5.753.947	2398,738	50.613	9,00%

Tabela 3 – Tabelas de resultados gerais

Imagem e técnica	Erro quadrático Total	Erro quadrático médio	Acertos pixel-pixel	Percentual de melhoria
haia.gaussiano	5.547.612	2355,336	40.618	7,22%
haia.media	5.881.631	2425,207	35.387	6,29%
haia.mediana	3.167.174	1779,655	80.233	14,26%
haia.rbde	2.240.958	1496,982	212.773	37,83%
lena.ruido_S&P	27.176.004	5213,062	50	0,02%
lena.gaussiano	26.926.548	5189,079	0	0,00%
lena.media	26.924.844	5188,915	0	0,00%
lena.mediana	26.839.802	5180,714	1	0,00%
lena.rbde	26.859.420	5182,607	33	0,01%
oasis.ruido_S&P	5.764.271	2400,889	47.695	8,48%
oasis.gaussiano	11.388.357	3374,663	9.174	1,63%
oasis.media	8.936.791	2989,446	22.419	3,99%
oasis.mediana	7.723.031	2779,034	46.843	8,33%
oasis.rbde	3.502.639	1871,533	150.381	26,73%
plantas.ruido_S&P	10.691.991	3269,861	102.880	9,81%
plantas.gaussiano	7.575.622	2752,384	96.265	9,18%
plantas.media	8.425.092	2902,601	83.278	7,94%
plantas.mediana	2.959.068	1720,194	197.779	18,86%
plantas.rbde	1.980.995	1407,478	463.306	44,18%
praia.ruidoS&P	8.027.004	2.833.196	75.071	9,55%
praia.gaussiano	5.604.670	2.367.418	75.480	9,60%
praia.media	6.346.599	2.519.245	62.858	7,99%
praia.mediana	2.417.108	1.554.705	150.166	19,09%
praia.rbde	1.337.773	1.156.621	351.074	44,64%
rest.ruido_S&P	6.526.935	2.554.786	61.212	9,56%
rest.gaussiano	12.880.454	3.588.934	9.828	1,54%
rest.media	4.650.815	2.156.574	55.618	8,69%
rest.mediana	1.388.691	1.178.427	128.026	20,00%
rest.rbde	731.518	855.288	346.738	54,18%

Tabela 3 – Tabelas de resultados gerais

Imagem e técnica	Erro quadrático Total	Erro quadrático médio	Acertos pixel-pixel	Percentual de melhoria
tulipa.gaussiano	10.816.844	3.288.897	10.335	1,84%
tulipa.media	5.970.068	2.443.372	49.118	8,73%
tulipa.mediana	2.713.000	1.647.118	114.088	20,28%
tulipa.ruido_S&P	5.553.185	2.356.519	69.208	12,30%
tulipa.rbde	2.378.580	1.542.264	164.891	29,31%
ufma.ruido_S&P	8.018.038	2.831.614	74.643	9,49%
ufma.gaussiano	6.020.320	2.453.634	76.757	9,76%
ufma.media	6.737.836	2.595.734	63.820	8,12%
ufma.mediana	2.579.207	1.605.990	159.668	20,30%
ufma.rbde	1.718.208	1.310.804	378.047	48,07%
vein.ruido_S&P	420.015	648.085	63.856	96,02%
vein.gaussiano	1.310.181	1.144.631	1.520	2,29%
vein.media	547.077	739.646	14.992	22,54%
vein.mediana	67.818	260.418	53.401	80,30%
vein.rbde	44.268	210.39	58.775	88,38%
yach.ruido_S&P	8.047.570	2.836.823	72.365	9,20%
yach.gaussiano	8.981.269	2.996.876	50.331	6,40%
yach.media	8.856.766	2.976.031	49.237	6,26%
yach.mediana	6.451.820	2.540.043	256.223	32,58%
yach.rbde	2.757.407	1.660.544	309.906	39,41%