



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO  
CAMPUS BALSAS  
COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

**MARÍLIA PEREIRA SILVA**

**EFEITO DA VARIAÇÃO TÉRMICA NO PROCESSO DE  
CURA EM BLOCO DE CONCRETO**

**BALSAS-MA  
2019**

Marília Pereira Silva

Efeito da variação térmica no processo de cura em bloco de concreto

Trabalho de Conclusão de Curso na modalidade Monografia, submetido à Coordenação de Engenharia Civil da Universidade Federal do Maranhão como parte dos requisitos necessários para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Me. Gislane Pinho de Oliveira

Coorientador: Prof. Dr. Raimundo Nonato Diniz Costa  
Filho

Balsas-MA  
2019

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).  
Núcleo Integrado de Bibliotecas/UFMA

Pereira Silva, Marília.

Efeito da variação térmica no processo de cura em bloco  
de concreto / Marília Pereira Silva. - 2019.

93 f.

Coorientador(a): Raimundo Nonato Diniz Costa Filho.

Orientador(a): Gislane Pinho de Oliveira.

Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do  
Maranhão, Balsas, 2019.

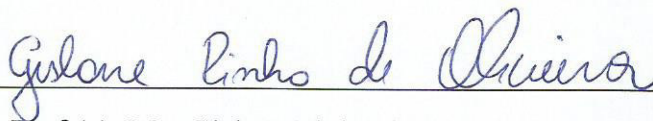
1. Concreto. 2. Diferenças Finitas. 3. Tensões. 4.  
Variações térmicas. I. Diniz Costa Filho, Raimundo  
Nonato. II. Pinho de Oliveira, Gislane. III. Título.

Marília Pereira Silva

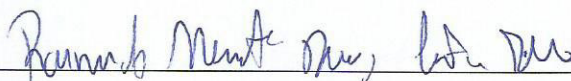
Efeito da variação térmica no processo de cura em bloco de concreto

Trabalho de conclusão de curso na modalidade Monografia, submetido à Coordenação de Engenharia Civil da Universidade Federal do Maranhão como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

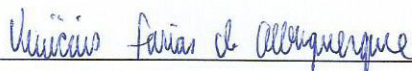
**Aprovado em 11 de julho de 2019**



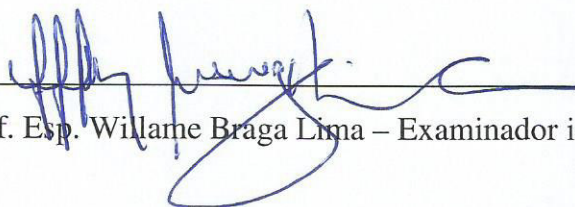
Prof (a). Me. Gislane Pinho de Oliveira – Orientador



Prof. Dr. Raimundo Nonato Diniz Costa Filho – Coorientador



Prof. Me. Vinícius Farias de Albuquerque – Examinador interno



Prof. Esp. Willame Braga Lima – Examinador interno

Balsas-MA

2019

À minha família.

## **Agradecimentos**

Gostaria de expressar minha gratidão às pessoas que me deram apoio durante todo o período de realização deste trabalho. Não é possível mencionar todas elas, porém, sou grata primeiramente a Deus, que me concedeu forças e determinação diante dos desafios.

Aos meus pais por todo amor, cuidado e disposição para me proporcionarem sempre o melhor, em especial minha querida mãe que me compreendeu e me acompanhou em todas as etapas de desenvolvimento deste trabalho.

A minha querida orientadora Prof. Me. Gislane Pinho de Oliveira, por toda sua dedicação e disposição no decorrer do trabalho. Por todo apoio e cuidado. Palavras não descrevem a minha gratidão!

Ao Prof. Dr. Raimundo Nonato Diniz Costa Filho pelo auxílio nas atividades acadêmicas, contribuindo para o meu aprimoramento e crescimento profissional.

Ao meu querido amigo Newson Pereira da Cruz por todo companheirismo durante essa longa jornada, por todo auxílio e apoio sempre.

Aos professores da banca, Prof. Me. Vinicius Farias da Albuquerque e Prof. Esp. Willame Braga Lima.

## Resumo

As obras exigem cada vez mais um controle de qualidade para prevenção de eventos indesejados e assim, garantir o bom desempenho da estrutura e segurança aos usuários. O controle da temperatura do concreto é de fundamental importância, uma vez que a variação da mesma pode ocasionar diversas patologias nos elementos estruturais, e está associada ao calor de hidratação do concreto, condutividade térmica do material, temperatura do entorno e dimensões da peça. Nos blocos é possível o alcance de altos gradientes de temperatura, em virtude do grande volume de concreto e da geração de calor pela reação química do cimento. Com o gradiente de temperatura desenvolvido no interior do concreto durante o processo de resfriamento têm-se o aparecimento de tensões, e como resposta a este fenômeno acontece a fissuração. Neste trabalho analisou-se os efeitos das variações térmicas em um bloco de concreto, através da modelagem matemática da equação do calor, utilizando o Método das Diferenças Finitas e, com o auxílio de um software para o desenvolvimento do código fonte referente ao problema. Posteriormente, observou-se as tensões desenvolvidas e, a influência de propriedades do concreto. De maneira geral, os picos de tensões se associam aos picos de temperaturas e, são proporcionais ao gradiente de temperatura alcançado no bloco.

Palavras chave: variações térmicas, concreto, diferenças finitas, tensões.

## **Abstract**

The building works increasingly requires a quality control to prevent unwanted events and thus, ensure the structure's good performance and safety to users. It is fundamental to control the temperature of the concrete, since its variation can cause several pathologies in the structural elements, as a function of the concrete hydration heat, material thermal conductivity, ambient temperature and part dimensions. During the cure of the blocks it is possible to reach high temperature gradients, due to the large volume of concrete and the heat generation by the chemical reaction of the cement's hydration. The temperature gradient developed inside the concrete during the cooling process causes the generation of tensions that can lead to the cracking. In this work the effects of the thermal variations in a concrete block were analyzed through a mathematical modeling of the heat equation using Finite Differences Method and a code related to the problem was developed assisted by software. Subsequently, the tensions developed and the influence of concrete properties were observed. In general, the stress peaks are associated with the peaks of temperature and are proportional to the temperature gradient reached in the block.

Palavras chave: thermal variations, concrete, finite differences, thermal tensions.



## Lista de Figuras

Figura 1 – Representação do volume de controle para determinação das taxas de transferência de calor. ....	20
Figura 2 – Condutividade do concreto em função da temperatura.....	23
Figura 3 – Calor específico em função da temperatura e três teores de umidade. ....	25
Figura 4 – Fator de redução da resistência do concreto em função da temperatura.....	27
Figura 5 – Fator de redução do módulo de elasticidade do concreto em função da temperatura. ....	30
Figura 6 – Influência do teor de $C_3A$ na reação de hidratação. ....	32
Figura 7 – Influência do teor de $C_3S$ na reação de hidratação. ....	32
Figura 8 – Liberação de calor de diversos tipos de cimento. ....	33
Figura 9 – Liberação de calor de diversos tipos de cimento. ....	35
Figura 10 – Comportamento dos sólidos sob carga. a) tensão constante b) tensão variando...	36
Figura 11 – Representação das tensões com somatório de incrementos de tensão. ....	38
Figura 12 – Grau de restrição em uma seção central.....	42
Figura 13 – Representação da aproximação por diferenças finitas. ....	45
Figura 14 – Representação da malha nodal utilizada. ....	49
Figura 15 – Representação do ponto nodal interior.....	50
Figura 16 – Ponto nodal localizado em superfície lateral direita submetida a convecção. ....	51
Figura 17 – Ponto nodal localizado em superfície lateral esquerda submetida a convecção. ..	53
Figura 18 – Ponto nodal localizado em superfície superior submetida a convecção. ....	53
Figura 19 – Ponto nodal localizado em superfície inferior adiabática. ....	54
Figura 20 – Ponto nodal em um vértice superior direito com convecção. ....	54
Figura 21 – Ponto nodal em um vértice superior esquerdo com convecção. ....	55
Figura 22 – Ponto nodal em um vértice inferior esquerdo com convecção. ....	56
Figura 23 – Ponto nodal em um vértice inferior direito com convecção. ....	56
Figura 24 – Fluxograma das etapas de implementação do código fonte para obtenção da matriz de temperaturas.....	57
Figura 25 – Fluxograma das etapas de implementação do código fonte para o cálculo da tensão térmica. ....	58
Figura 26 - Temperatura na região superior do bloco de concreto – Caso 1.....	60
Figura 27 - Temperatura na região central do bloco de concreto – Caso 1.....	60
Figura 28 - Temperatura na região inferior do bloco de concreto – Caso 1.....	61

Figura 29 - Distribuição de temperatura em 3 dias – Caso 1. ....	62
Figura 30 - Distribuição de temperatura em 7 dias – Caso 1. ....	62
Figura 31 - Distribuição de temperatura em 14 dias – Caso 1. ....	63
Figura 32 - Distribuição de temperatura em 28 dias – Caso 1. ....	63
Figura 33 - Calor de Hidratação – Caso 1. ....	64
Figura 34 - Elevação da temperatura adiabática – Caso 1.....	65
Figura 35 - Tensão térmica em um ponto superior do bloco de concreto – Caso 1. ....	66
Figura 36 - Tensão térmica em um ponto central do bloco de concreto – Caso 1. ....	66
Figura 37 - Tensão em um ponto inferior no bloco de concreto – Caso 1. ....	67
Figura 38 - Temperatura na região superior do bloco de concreto – Caso 2.....	68
Figura 39 - Temperatura na região central do bloco de concreto – Caso 2.....	68
Figura 40 - Temperatura na região inferior do bloco de concreto – Caso 2.....	69
Figura 41 - Distribuição de temperatura em 3 dias – Caso 2. ....	70
Figura 42 - Distribuição de temperatura em 7 dias – Caso 2. ....	70
Figura 43 - Distribuição de temperatura em 14 dias – Caso 2. ....	71
Figura 44 - Distribuição de temperatura em 28 dias – Caso 2. ....	71
Figura 45 - Elevação da temperatura adiabática - Caso 2. ....	72
Figura 46 - Tensão térmica em um ponto superior do bloco de concreto – Caso 2. ....	73
Figura 47 - Tensão térmica em um ponto central do bloco de concreto – Caso 2. ....	73
Figura 48 - Tensão térmica em um ponto inferior do bloco de concreto – Caso 2. ....	74
Figura 49 - Temperatura na região superior do bloco de concreto – Caso 3.....	75
Figura 50 - Temperatura na região central do bloco de concreto – Caso 3.....	75
Figura 51 - Temperatura na região inferior do bloco de concreto – Caso 3.....	76
Figura 52 - Distribuição de temperatura em 3 dias – Caso 3. ....	77
Figura 53 - Distribuição de temperatura em 7 dias – Caso 3. ....	77
Figura 54 - Distribuição de temperatura em 14 dias – Caso 3. ....	78
Figura 55 - Distribuição de temperatura em 28 dias – Caso 3. ....	78
Figura 56 - Tensão térmica em um ponto superior do bloco de concreto – Caso 3. ....	79
Figura 57 - Tensão térmica em um ponto central do bloco de concreto – Caso 3. ....	80
Figura 58 - Tensão térmica em um ponto inferior do bloco de concreto – Caso 3. ....	80
Figura 59 - Temperatura na região superior do bloco de concreto – Caso 4.....	81
Figura 60 - Temperatura na região central do bloco de concreto – Caso 4.....	82
Figura 61 - Temperatura na região inferior do bloco de concreto – Caso 4.....	82
Figura 62 - Distribuição de temperatura em 3 dias – Caso 4. ....	83

Figura 63 - Distribuição de temperatura em 7 dias – Caso 4. ....	84
Figura 64 - Distribuição de temperatura em 14 dias – Caso 4. ....	84
Figura 65 - Distribuição de temperatura em 28 dias – Caso 4. ....	85
Figura 66 - Tensão térmica em um ponto superior do bloco de concreto – Caso 4. ....	86
Figura 67 - Tensão térmica em um ponto central do bloco de concreto – Caso 4. ....	86
Figura 68 - Tensão térmica em um ponto inferior do bloco de concreto – Caso 4. ....	87

## Lista de Símbolos

Símbolo	Nomenclatura	Unidade (SI)
$k$	Condutividade térmica	W/(m · K)
$A$	Área	m <sup>2</sup>
$h$	Coefficiente de transferência de calor por convecção	W/(m <sup>2</sup> · K)
$T_s$	Temperatura da superfície	°C
$T_\infty$	Temperatura do fluido	°C
$\dot{E}_g$	Taxa de geração de energia	W
$\dot{E}_{ent}$	Taxa de energia para dentro do volume de controle	W
$\dot{E}_{sai}$	Taxa de energia para fora do volume de controle	W
$\dot{E}_{acu}$	Taxa de energia acumulada no volume de controle	W
$\rho$	Massa específica	Kg/m <sup>3</sup>
$C_p$	Calor específico	J/(kg · K)
$\alpha$	Coefficiente de dilatação térmica	°C <sup>-1</sup>
$f_{ck}$	Resistência à compressão do concreto	MPa
$f_{ct,m}$	Resistência média do concreto à tração	MPa
$f_{cm28}$	Resistência do concreto à compressão aos 28 dias	MPa
$T_a$	Temperatura adiabática	°C
$E_{ci}$	Módulo de elasticidade inicial do concreto	MPa
$J$	Fluência	MPa <sup>-1</sup>
$\phi$	Coefficiente de fluência	-
$\varepsilon$	Deformação do concreto	mm/mm
$K_r$	Coefficiente de restrição	-
$\sigma$	Tensão térmica	MPa
$M_c$	Consumo de cimento	Kg/m <sup>3</sup>
$T^p$	Temperatura no tempo anterior	°C
$T^{p+1}$	Temperatura no tempo posterior	°C
$p$	Passo temporal	

$w$	Profundidade do volume de controle	m
$Fo$	Número de Fourier	-
$Bi$	Número de Biot	-

## Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>16</b>
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	<b>18</b>
<b>2.1</b>	<b>Mecanismos de transferência de calor</b> .....	<b>18</b>
2.1.1	Condução.....	18
2.1.2	Convecção.....	19
2.1.3	Radiação.....	19
<b>2.2</b>	<b>Equação do calor</b> .....	<b>20</b>
<b>2.3</b>	<b>Propriedades térmicas do concreto</b> .....	<b>22</b>
4.3.1	Condutividade térmica .....	22
4.3.2	Calor específico.....	24
4.3.3	Massa específica.....	25
4.3.4	Coefficiente de dilatação térmica .....	25
<b>2.4</b>	<b>Propriedades físicas e mecânicas do concreto</b> .....	<b>26</b>
2.4.1	Resistência à compressão .....	26
2.4.2	Resistência à tração .....	29
4.2.3	Módulo de Elasticidade.....	29
<b>4.4</b>	<b>Calor de hidratação</b> .....	<b>30</b>
<b>4.5</b>	<b>Retração do concreto</b> .....	<b>34</b>
<b>4.6</b>	<b>Fluência do concreto</b> .....	<b>35</b>
<b>4.7</b>	<b>Tensões térmicas</b> .....	<b>37</b>
<b>4.8</b>	<b>Método das Diferenças Finitas</b> .....	<b>44</b>
<b>5</b>	<b>METODOLOGIA</b> .....	<b>48</b>
<b>4.1</b>	<b>Condições iniciais</b> .....	<b>48</b>
<b>4.2</b>	<b>Equações de diferenças finitas para cada ponto nodal que compõe a malha</b> ...	<b>49</b>
<b>4.3</b>	<b>Cálculo das tensões térmicas</b> .....	<b>56</b>
<b>4.4</b>	<b>Proposta de algoritmo</b> .....	<b>57</b>

<b>6</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>59</b>
<b>7</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>89</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>91</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A todo instante são projetadas obras gigantescas de engenharia, sejam elas superficiais ou profundas, como por exemplo, as barragens, blocos e elementos estruturais com grandes dimensões e que demandam alto volume de concreto. Em virtude da reação de hidratação do cimento e da baixa condutividade térmica do concreto, o interior da peça pode alcançar significativos gradientes de temperatura que induzem tensões de tração e compressão. Dado que o concreto possui baixa resistência à tração, pode ocorrer o aparecimento de fissuras, comprometendo a vida útil da estrutura.

Essa patologia surge devido à diferença de temperatura entre a superfície que tende a esfriar mais rapidamente que o interior da peça, ocasionando tensões de tração na superfície e tensões de compressão no interior. Segundo Townsend (2012) quando a tensão de tração concebida ultrapassa a resistência à tração do concreto acontece a fissuração da peça. Constata-se que tais patologias se manifestam ainda através das cargas empregadas à estrutura, no entanto são provenientes principalmente de alterações volumétricas e do calor gerado pela reação de hidratação do cimento.

Além da fissuração, é também de grande valia a análise da retração térmica, que contempla o comportamento de difusão do calor no interior do concreto. Esse fenômeno é influenciado principalmente pelas condições climáticas a que são submetidas às estruturas durante a construção e pelas mudanças de temperatura ao longo da cura. Quanto maior for a área de contato da estrutura com o ambiente, mais propicia estar a peça ao fenômeno de retração.

É certo que atualmente, tem sido muito comum a adoção de elementos de fundação com grandes volumes, tanto pela necessidade do aumento da rigidez nas fundações, proximidades de pilares com consequente associação de seus apoios ou pela facilidade de execução (COUTO et al., 2016, p.962).

O aumento considerável dos elementos de fundação se explica pela exigência de edifícios cada vez mais altos, que requerem fundações rígidas e que suportem cargas de grandes magnitudes. Couto et al. (2016) realizaram um estudo térmico para uma sapata com cerca de 800 m<sup>3</sup> projetada para um Shopping Center na cidade de São Paulo, de modo a obter uma previsão confiável do comportamento da mesma.

O aparecimento de fissuras nas estruturas de concreto causa efeitos desagradáveis na aparência, estabilidade, durabilidade e desempenho (TOWNSEND, 2012). Por esse motivo, o fenômeno térmico do concreto e sua influência nas estruturas tem sido bastante explorado,



como por exemplo, Santos (2019) publicou um livro para auxiliar os estudantes desta área, apresentando a problemática e apresentando campos de aplicação. Coelho (2012) apresentou um estudo numérico do efeito térmico em concreto massa, analisando a distribuição de temperatura para diferentes geometrias e propriedades térmicas do concreto. Coelho (2016) elaborou um estudo analítico e numérico de estruturas de concreto massa, através da obtenção da distribuição de temperaturas e posteriormente as tensões resultantes. Calmon (1995) apresenta um modelo computacional para análise térmica e tensional, e os efeitos térmicos de estruturas maciças nas primeiras idades. Araújo (2013) analisou as tensões térmicas em blocos de concreto armado e sugeriu uma metodologia para o cálculo das armaduras de pele.

O objetivo deste trabalho é realizar uma análise dos efeitos da variação de temperatura em um bloco de concreto, através da modelagem computacional de um software, utilizando o Método das Diferenças Finitas, avaliar tensões térmicas decorrentes do gradiente de temperatura, analisando-se a influência de parâmetros do concreto.

## **2 REFERENCIAL TEÓRICO**

A situação – problema do tema é verificada em obras de grandes dimensões e que consomem um grande volume de concreto. Nessas condições, ocorre o desenvolvimento de altas temperaturas no interior da peça, afetadas principalmente pelos fenômenos físico-químicos, responsáveis pela redução de volume de concreto, quando essas deformações são restringidas a peça fica vulnerável à fissuração.

Dos agentes motivadores para tal ocorrência, tem-se a perda da água - seja por evaporação ou pela hidratação do cimento que causa uma contração volumétrica conhecida como retração - e a elevação e queda de temperatura devido ao calor de hidratação (NEVILLE; BROOKS, 2013). Portanto, é relevante realizar uma análise sobre os riscos de fissuração, a fim de que esta patologia seja minimizada e controlada, visando o desempenho adequado da estrutura.

Nesta seção apresenta-se os conceitos básicos para realizar-se a análise térmica e tensional, relatando-se os mecanismos de transferência de calor e as propriedades do concreto que estão relacionadas a este estudo.

### **2.1 Mecanismos de transferência de calor**

A transferência de calor ocorre sempre que houver uma diferença de temperatura em um sistema, partindo do princípio de que o calor flui do corpo de maior temperatura para o de menor temperatura, gerando um gradiente de temperatura. Segundo Calmon (1995), todo sistema está submetido à troca de calor com o meio que o circunda através de suas superfícies e também, através das suas partículas internas. Dentre os mecanismos de transferência de calor pode-se citar: condução, convecção e radiação.

#### **2.1.1 Condução**

A transferência de calor por condução determina a transferência de energia térmica em um meio sólido ou fluido estacionário, da região de maior temperatura para a de menor temperatura, gerando um gradiente de temperatura (CELSO, 2013).

Conforme Incropera, Dewitt e Bergman (2008), a taxa de calor transferida por condução é dada pela Equação (1):

$$\dot{q}_{cond} = -kA \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1)$$

O parâmetro  $k$  é a condutividade térmica (W/(m · K)) que depende do material. É relevante notar-se que o sinal é necessário visto que o calor é sempre transferido no sentido da diminuição das temperaturas.

### 2.1.2 Convecção

É a transferência de calor causada pelo deslocamento da massa fluida (CELSO, 2013). O contato entre um fluido em movimento e uma superfície, gera um gradiente de temperatura ocasionando a transferência de calor. Pode-se classificá-la conforme a natureza do movimento do fluido, se diz forçada quando é promovida por meios externos, ou natural, quando ocorre por diferenças de densidades devido a diferença de temperatura no fluido (INCROPERA; DEWITT; BERGMAN, 2008).

Calmon (1995) menciona que o modo de transferência de calor por convecção é complexo e depende de fatores como: a diferença de temperatura entre a massa fluida e a superfície, as propriedades térmicas, físicas e a intensidade de variação da posição do fluido, e características físicas do corpo.

Conforme Incropera, Dewitt e Bergman (2008), a taxa de calor transferida por convecção é dada pela Equação (2):

$$\dot{q}_{conv} = h \cdot A \cdot (T_s - T_\infty) \quad (2)$$

Tem-se que o processo de transferência por condução é proporcional à diferença de temperatura entre a temperatura do fluido e da superfície. O parâmetro  $h$  (W/(m<sup>2</sup> · K)), é o coeficiente de transferência de calor por convecção.

### 2.1.3 Radiação

É a transferência de calor que ocorre por meio da radiação térmica, sem necessidade de um meio físico e com máxima eficiência através do vácuo (CELSO, 2013).

Observando-se estruturas expostas ao ambiente nota-se que durante o dia há uma absorção de energia térmica como consequência da radiação incidente e também, da absorvida. Em contraposição, durante a noite acontece a emissão da energia absorvida pelo corpo (CALMON, 1995).

A radiação ser dividida em radiação de ondas curtas, com comprimento de onda entre 0,25 e  $3\mu\text{m}$  e, radiação de ondas largas, com comprimento de onda entre 6 e  $60\mu\text{m}$ . A primeira relaciona-se com a radiação que incide na superfície da estrutura diretamente do Sol, a segunda, com a radiação emitida da própria energia calorífica armazenada (CALMON, 1995).

Conforme Incropera, Dewitt e Bergman (2008), a taxa de emissão de calor por radiação de um corpo negro é dada pela Lei de Stefan-Boltzmann na Equação (3):

$$\dot{q}_{rad} = \sigma \cdot T_s^4 \quad (3)$$

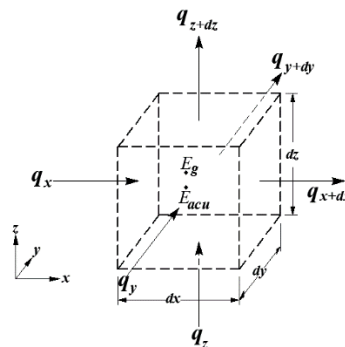
Onde  $T_s$  é a temperatura absoluta (K) da superfície e  $\sigma$  é a constante de Stefan-Boltzmann ( $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ ). O calor emitido por radiação por um corpo real é dado pela Equação (4), em que  $\varepsilon$  é a emissividade.

$$\dot{q}_{rad} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T_s^4 \quad (4)$$

## 2.2 Equação do calor

Considerando-se um meio homogêneo, conforme o volume de controle apresentado na Figura (1).

Figura 1 – Representação do volume de controle para determinação das taxas de transferência de calor.



Fonte: Incropera; Dewitt; Bergman (2008).

As taxas de transferência de calor por condução se dão ao longo das faces, representadas por  $q_x$ ,  $q_y$  e  $q_z$ . Nas faces opostas, utilizando a aproximação por Série de Taylor, as taxas são definidas de acordo com as Equações (5), (6) e (7):

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \quad (5)$$

$$q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \quad (6)$$

$$q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \quad (7)$$

Na parte interna do volume de controle pode ocorrer geração de energia, representada pela Equação (8):

$$\dot{E}_g = \dot{q} dx dy dz \quad (8)$$

Sendo  $\dot{q}$  a taxa de energia gerada por unidade de volume.

A taxa de variação de energia interna, relacionada com a temperatura, é definida pela Equação (9).

$$\dot{E}_{acu} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad (9)$$

Por fim, a Equação (10) representa a conservação de energia, aplicando-se as taxas definidas anteriormente:

$$\dot{E}_{ent} + \dot{E}_g - \dot{E}_{sai} = \dot{E}_{acu} \quad (10)$$

Substituindo as taxas de entrada, têm-se a Equação (11):

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} - \frac{\partial q_z}{\partial z} + \dot{q} dx dy dz = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad (11)$$

Determinando as taxas de calor pela lei de Fourier, Equação (12):

$$q_n = -kA \frac{\partial T}{\partial n} \quad (12)$$

Onde  $q_n$  representa a taxa de calor transferida por condução, proporcional ao gradiente de temperatura. E  $k$  é a condutibilidade térmica do material que indica a capacidade do meio de conduzir calor.

Assim, obtêm-se a forma geral da equação do calor, Equação (13):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (13)$$

Caso a condutividade térmica for constante caracterizando o meio como isotrópico, a equação do calor se resume a Equação (14):

$$\frac{\partial T}{\partial x^2} + \frac{\partial T}{\partial y^2} + \frac{\partial T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (14)$$

Onde  $\alpha$  é difusibilidade térmica do material, dada pela capacidade do material de transferir calor e a capacidade de armazenar energia térmica. E  $\rho$  é a massa específica e  $C_p$  o calor específico do material.

## 2.3 Propriedades térmicas do concreto

Conhecer as propriedades térmicas do concreto é de grande relevância para a determinação do gradiente de temperatura, dado que estas controlam a variação de volume e a dissipação do calor no concreto. Portanto, nesta seção apresenta-se os principais parâmetros térmicos, condutividade térmica ( $k$ ), calor específico ( $C_p$ ) e massa específica ( $\rho$ ) e outros.

### 4.3.1 Condutividade térmica

A condutividade térmica mede a facilidade de um material de conduzir calor e expressa a relação entre a taxa de energia térmica e a distribuição de temperatura produzido por tal fluxo. A condutividade térmica do material é relacionada com sua composição e teor de umidade. (NEVILLE, 2016). Além disso, a condutividade térmica sofre intervenções das propriedades físicas e químicas dos minerais, proporção dos mesmos, temperatura e consistência do concreto (CALMON, 1995).

A condutividade eleva-se com o aumento da temperatura, até aproximadamente 50 e 60 °C. Com a perda de água do concreto, a condutividade diminui abruptamente. Em temperaturas acima de 120 a 140 °C, o valor da condutividade tende a estabilizar (NEVILLE, 2016, p. 392).

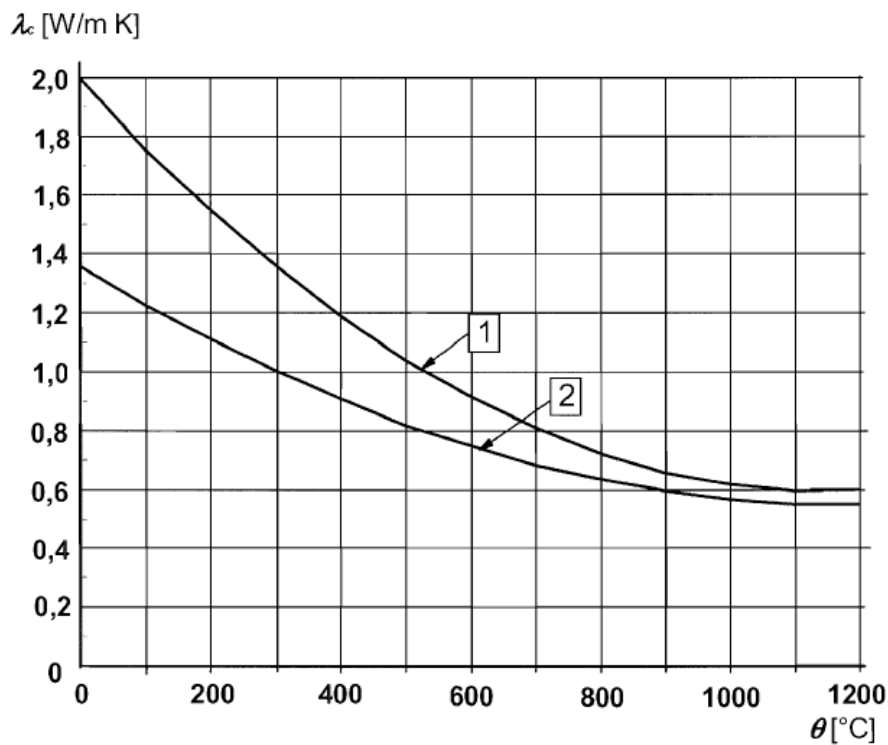
O EUROCODE 2 (EN, 2004) estabelece limite superior e inferior para determinação da condutividade em função da temperatura ( $\theta$ ), apresentados pelas Equações (15) e (16), respectivamente.

$$\lambda_c = 2 - 0,2451 \left( \frac{\theta}{100} \right) + 0,0107 \left( \frac{\theta}{100} \right)^2 \quad 20 \text{ °C} \leq \theta \leq 1200 \text{ °C} \quad (15)$$

$$\lambda_c = 1,36 - 0,136 \left( \frac{\theta}{100} \right) + 0,0057 \left( \frac{\theta}{100} \right)^2 \quad 20 \text{ °C} \leq \theta \leq 1200 \text{ °C} \quad (16)$$

A variação do limite superior e inferior da condutividade em função da temperatura é apresentado pelas curvas 1 e 2, respectivamente, na Figura (2).

Figura 2 – Condutividade do concreto em função da temperatura.



Fonte: EUROCODE (2004).

A condutividade térmica é dada também, a partir da difusibilidade térmica, expressa pela Equação (17).

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} \quad (17)$$

O parâmetro  $k$  representa a condutividade térmica do material,  $\rho$  a densidade e  $C_p$ , o calor específico.

Deste modo, o calor se moverá com maior velocidade e facilidade em uma massa de concreto com maior difusividade térmica.

#### 4.3.2 Calor específico

O calor específico é definido pela variação térmica do material em função da sua massa. É proporcional ao aumento de temperatura e inversamente proporcional a massa específica do concreto (NEVILLE, 2016).

O EUROCODE 2 (EN, 2004) determina as Equações (18) a (21) para o calor específico com dependência a temperatura do concreto ( $\theta$ ):

$$C_p(\theta) = 900 \text{ (J/kg K)} \quad 20^\circ\text{C} \leq \theta \leq 100^\circ\text{C} \quad (18)$$

$$C_p(\theta) = 900 + (\theta - 100) \text{ (J/kg K)} \quad \text{Para } 100^\circ\text{C} < \theta \leq 200^\circ\text{C} \quad (19)$$

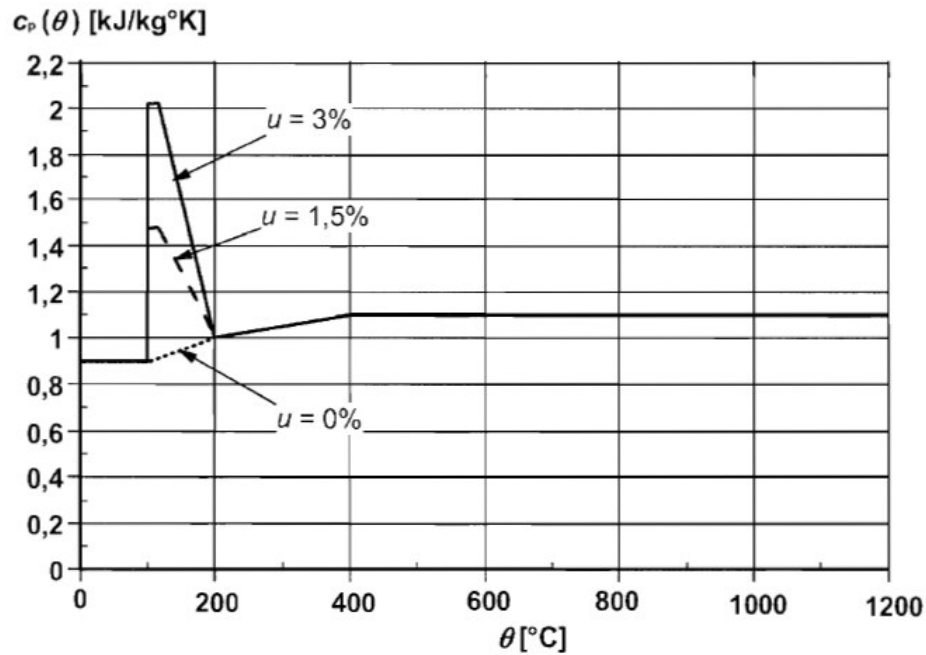
$$C_p(\theta) = 1000 + (\theta - 200)/2 \text{ (J/kg K)} \quad \text{Para } 200^\circ\text{C} < \theta \leq 400^\circ\text{C} \quad (20)$$

$$C_p(\theta) = 1100 \text{ (J/kg K)} \quad \text{Para } 400^\circ\text{C} < \theta \leq 1200^\circ\text{C} \quad (21)$$

Para outras ocasiões é necessário que se faça uma interpolação através do gráfico representado na Figura (3).



Figura 3 – Calor específico em função da temperatura e três teores de umidade.



Fonte: EUROCODE (2004).

#### 4.3.3 Massa específica

Massa específica é o quociente da massa sobre o volume correspondente a um corpo. A redução do fator água/cimento eleva a massa específica, visto que aumenta a porosidade, dificultando o desenvolvimento do calor interno (COELHO, 2012).

Segundo o EUROCODE 2 (EN, 2004), a massa específica em função da temperatura é definida conforme as Equações (22) a (25).

$$\rho(\theta) = \rho(20\text{ °C}) \quad \text{Para } 20\text{ °C} \leq \theta \leq 115\text{ °C} \quad (22)$$

$$\rho(\theta) = \rho(20\text{ °C}) \cdot (1 - 0,02(\theta - 115)/85) \quad \text{Para } 115\text{ °C} < \theta \leq 200\text{ °C} \quad (23)$$

$$\rho(\theta) = \rho(20\text{ °C}) \cdot (0,98 - 0,03(\theta - 200)/200) \quad \text{Para } 200\text{ °C} < \theta \leq 400\text{ °C} \quad (24)$$

$$\rho(\theta) = \rho(20\text{ °C}) \cdot (0,95 - 0,07(\theta - 400)/800) \quad \text{Para } 400\text{ °C} < \theta \leq 1200\text{ °C} \quad (25)$$

#### 4.3.4 Coeficiente de dilatação térmica

O coeficiente de dilatação térmica ( $\alpha$ ) expressa a variação na unidade de comprimento por grau de temperatura. Para Mehta e Monteiro (2014) a retração pode ser evitada com a

escolha de um agregado com baixo coeficiente de expansão térmica, tendo em vista que, as tensões que geram fissuras depende da queda de temperatura da reação de hidratação e coeficiente de dilatação térmica do agregado, constituinte primário do concreto.

Para Hibbeler (2010), o comprimento de um elemento pode variar com a mudança de temperatura, conforme representa-se na Equação (26):

$$\Delta L = \alpha_1 \Delta T L \quad (26)$$

Onde o parâmetro  $\alpha_1$  é o coeficiente de dilatação térmica do material,  $\Delta T$  é a mudança de temperatura no elemento e  $L$  o seu comprimento.

## 2.4 Propriedades físicas e mecânicas do concreto

É primordial conhecer-se as singularidades do concreto e associá-las com os efeitos térmicos, em virtude de estarem relacionadas a deformação do concreto e são determinantes para a avaliação do aparecimento de fissuras, advindas de tensões. Nesta seção, apresentam-se as principais propriedades do concreto.

### 2.4.1 Resistência à compressão

A resistência à compressão do concreto, principal característica do concreto é determinada através de ensaios padronizados, regulamentados pela ABNT NBR 5738 (ABNT, 2015) e o ensaio é feito conforme a ABNT NBR 5739 (ABNT, 2018).

Com base na Figura (4), especificada pela ABNT NBR 15200 (ABNT, 2012), observa-se que a medida que a temperatura se eleva, diminui-se a resistência à compressão do concreto. Pode-se obter a resistência a compressão pela Equação (27):

$$f_{c,\theta} = k_{c,\theta} f_{ck} \quad (27)$$

Em que,  $f_{ck}$  é a resistência característica à compressão do concreto em situação normal, e  $k_{c,\theta}$  é o fator de redução da resistência do concreto na temperatura  $\theta$ .

Figura 4 – Fator de redução da resistência do concreto em função da temperatura.



Fonte: ABNT (2012).

Conforme Santos (2004) a resistência a compressão está associada ao tipo e processo de fabricação do cimento, fator a/c, consistência do concreto fresco, agregados, aditivos e processo de cura. O ganho de resistência do concreto é resultado do tempo e da temperatura de hidratação, quando exposto a altas temperaturas nas primeiras idades, o concreto alcança altas resistências a curto prazo e, no entanto, a resistência a longo prazo diminui, afetando a segurança e desempenho da estrutura.

A ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014) define a resistência característica do concreto à compressão tal como a Equação (28), que leva em conta a média aritmética dos valores obtidos pelos ensaios dos corpos de prova e o coeficiente de variação ( $\delta$ ):

$$f_{ck} = f_{cm} (1 - 1,645 \cdot \delta) \quad (28)$$

Ou,

$$f_{ck} = f_{cm} - 1,645 \cdot s \quad (29)$$

Onde,  $f_{cm}$  é a resistência média,  $s = f_{cm} \cdot \delta$  conhecido como o desvio padrão da distribuição dos ensaios e  $\delta$  o coeficiente de variação, determinado pela Equação (30):

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left( \frac{f_{ci} - f_{cm}}{f_{cm}} \right)^2} \quad (30)$$

A resistência a compressão do concreto sofre uma variação contínua em razão da reação de hidratação do cimento, para tal fenômeno designamos envelhecimento. A ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014) descreve a função de envelhecimento para controle da resistência à compressão do concreto tal como a Equação (31).

$$f_{cd} \cong \beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (31)$$

Sendo  $\beta_1$  a Equação (32),

$$\beta_1 = \exp \left\{ s \left[ 1 - \left( \frac{28}{t} \right)^{1/2} \right] \right\} \quad (32)$$

Em que,

$s = 0,38$  para concreto de cimento CPIII e IV;

$s = 0,25$  para concreto de cimento CPI e II;

$s = 0,20$  para concreto de cimento CPII-ARI;

$t$  é a idade efetiva do concreto, em dias.

O ACI 209.2R (ACI, 2008) descreve a Equação (33), como forma de previsão da resistência compressão.

$$f_c = \left( \frac{t}{a + bt} \right) f_{cm28} \quad (33)$$

Em que  $f_{cm28}$  é a resistência do concreto à compressão aos 28 dias em Mpa, e  $t$  é a idade do concreto. As constantes  $a$  e  $b$  são definidas em função da Quadro (1).

Quadro 1 – Valores para as constantes  $a$  e  $b$  para utilização na Equação (33).

Tipo de cimento	Cura úmida		Cura à vapor	
	$a$	$b$	$a$	$b$
I	4,0	0,85	1,0	0,95

II	2,3	0,92	0,7	0,98
----	-----	------	-----	------

Fonte: ACI (2008).

#### 2.4.2 Resistência à tração

Essa propriedade se relaciona com a capacidade de resistência da peça e, conseqüentemente, a fissuração. É indicador significativo na determinação das fissuras, visto que estas acontecem pela baixa resistência do concreto à tração.

A resistência à tração pode ser mensurada por três tipos de ensaios padronizados. São eles: tração direta, compressão diametral e na flexão.

Segundo a ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014), a resistência à tração indireta ( $f_{ct,sp}$ ) e a resistência à tração na flexão ( $f_{ct,f}$ ) devem ser obtidas por meio de ensaios padronizados pela ABNT NBR 7222 (ABNT, 2011) e a ABNT NBR 12142 (ABNT, 2010), respectivamente. Quanto à tração direta pode-se considerar igual a  $0,9 \cdot f_{ct,sp}$  ou  $0,7 \cdot f_{ct,f}$ . Na falta de ensaios determina-se seu valor característico por meio das Equações (34) a (35).

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad (34)$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 \cdot f_{ct,m} \quad (35)$$

Ou ainda, para concretos de classes até C50, têm-se a Equação (36):

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (36)$$

Para concretos de classes de C50 até C90, têm-se a Equação (37):

$$f_{ct,m} = 2,12 \cdot \ln (1 + 0,11 \cdot f_{ck}) \quad (37)$$

#### 4.2.3 Módulo de Elasticidade

O módulo de elasticidade está relacionado com a rigidez do material e pode ser definido a partir das relações entre tensões e deformações. O módulo de elasticidade inicial do concreto deve ser determinado através da ABNT NBR 8522 (ABNT, 2017). Com base na Figura (5), a ABNT NBR 15200 (ABNT, 2012) considera que com o aumento da temperatura o módulo de elasticidade diminui, e pode ser obtido pela Equação (38):

$$E_{ci,\theta} = k_{cE,\theta} E_{ci} \quad (38)$$

Em que,  $E_{ci}$  é o módulo de elasticidade inicial do concreto em condições normais, e  $k_{cE,\theta}$  é o fator de redução do módulo de elasticidade do concreto na temperatura  $\theta$ .

Figura 5 – Fator de redução do módulo de elasticidade do concreto em função da temperatura.



Fonte: ABNT (2012).

Para a ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014), o módulo de elasticidade do concreto é estimado a partir das Equações (39) e (40).

$$E_c = \alpha_E 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (39)$$

$$E_c = \alpha_E 21500 \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^3 \quad f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (40)$$

Onde  $f_{cm} = f_{ck} + 12,5 \text{ MPa}$  e  $\alpha_E$  é um coeficiente que depende do tipo de agregado.

#### 4.4 Calor de hidratação

Ao entrar em contato com a água os compostos do cimento reagem, liberando calor, caracterizando uma reação exotérmica, com liberação de energia de até 500 J/g. O calor de hidratação refere-se à quantidade de calor liberado, até a hidratação completa a uma dada temperatura (NEVILLE, 2016).

O que de fato interessa é a velocidade que o calor de hidratação se desenvolve, com isso, sabendo-se que os compostos de cimento se hidratam em velocidades diferentes, conclui-se que a velocidade do calor de hidratação varia conforme a composição do cimento. Segundo Carvalho (2002), é permissível a modificação da reação dos compostos do cimento com a água, através da alteração da quantidade dos mesmos. Afirma ainda que, a hidratação está associada a natureza do clínquer, ao consumo de cimento, fator água/cimento, temperatura e aditivos.

Assim, reduzindo-se a proporção dos compostos que possuem uma velocidade maior de hidratação ( $C_3A$  e  $C_3S$ ), e grande liberação de calor, diminui-se a quantidade de calor liberada nas primeiras idades da mistura (NEVILLE, 2016, p. 40). Ademais, cimentos com essa composição terão alta resistência inicial, e em contrapartida cimentos com alto teor de  $C_2S$ , terá baixa resistência inicial e baixa liberação de calor (FARIA, 2004).

A reação de hidratação do cimento compreender reações de anidrido com água. Os aluminatos se destacam pela rápida hidratação em relação aos silicatos, e são responsáveis pela diminuição da consistência e solidificação da pasta de cimento. Já os silicatos são responsáveis pela propriedade de endurecimento, compondo cerca de 75% da composição do cimento (MEHTA e MONTEIRO, 2014). Os principais compostos do cimento Portland são listados na Tabela (1).

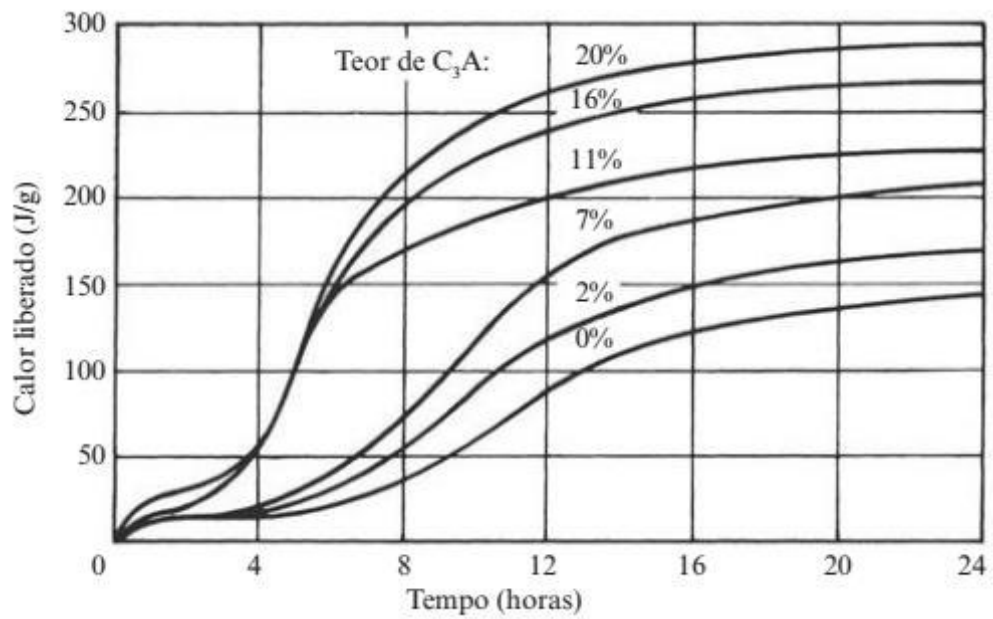
Tabela 1 – Principais compostos do cimento Portland.

Composto	Composição	Abreviatura
Silicato tricálcico	$3CaO.SiO_2$	$C_3S$
Silicato dicálcico	$2CaO.SiO_2$	$C_2S$
Aluminato tricálcico	$3CaO.Al_2O_3$	$C_3A$
Ferroaluminato tetracálcico	$4CaO.Al_2O_3.Fe_2O_3$	$C_4AF$

Fonte: (NEVILLE, 2016, p. 8).

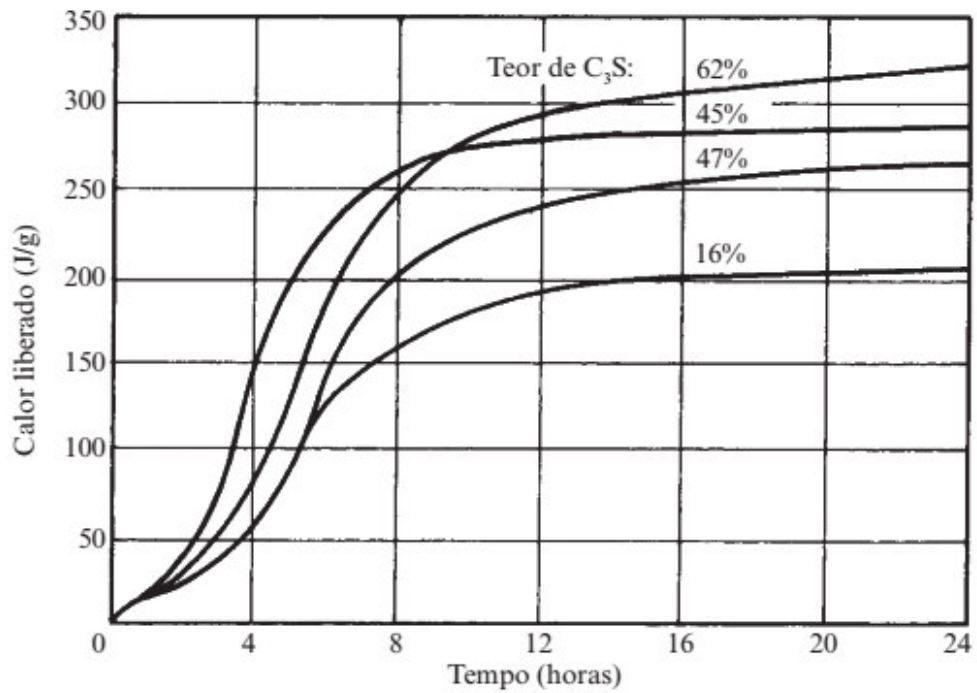
Através das Figuras (6) e (7), pode-se analisar a influência do teor de  $C_3A$  e  $C_3S$  na reação de liberação do calor e, na Figura (8), expõe-se a influência para outros tipos de cimento.

Figura 6 – Influência do teor de  $C_3A$  na reação de hidratação.



Fonte: NEVILLE (2016, p. 40).

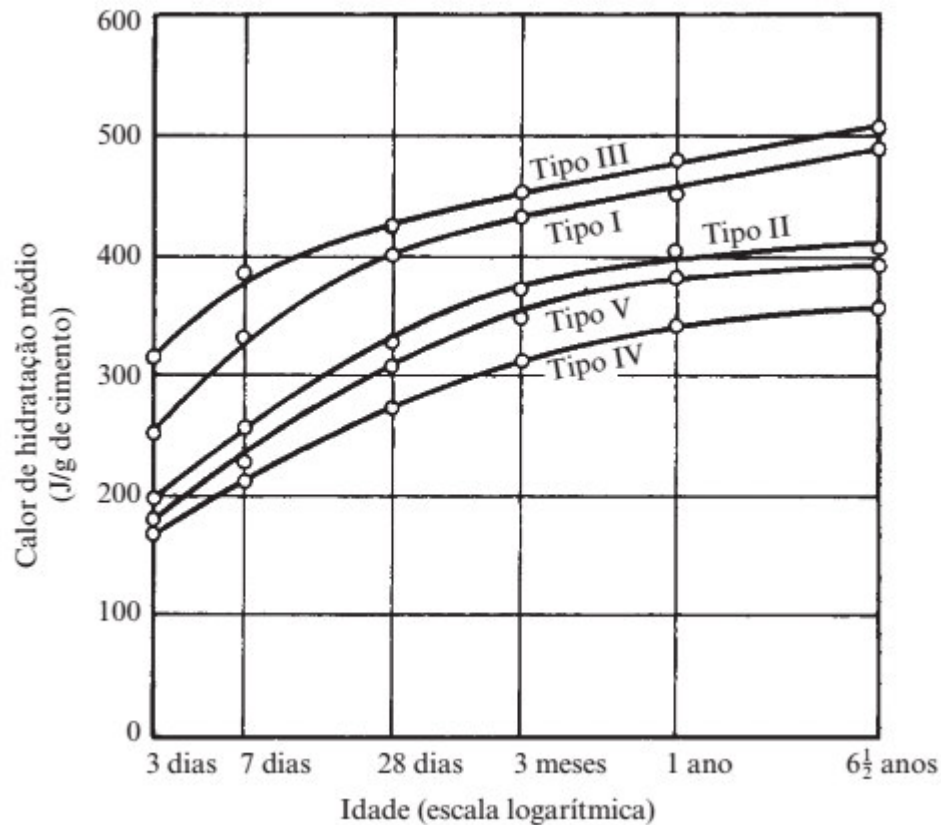
Figura 7 – Influência do teor de  $C_3S$  na reação de hidratação.



Fonte: NEVILLE (2016, p. 40)



Figura 8 – Liberação de calor de diversos tipos de cimento.



Fonte: NEVILLE (2016, p. 41).

Muitas são as formas de obtenção da quantidade de calor liberada por um volume de concreto devido ao processo de hidratação do cimento. O Quadro (2) apresenta algumas formulações apresentadas por Calmon (1995), Santos (2004) e Araújo (2013).

Quadro 2 – Formulações para obtenção da geração de calor interno do concreto.

Fórmula	Observações
$\dot{q} = C_c \cdot n \cdot b \cdot (t_c)^{-n-1} \cdot E \cdot e^{-b \cdot (t_c)^{-n}} \cdot \frac{2^{0,10(T_t - T_r)}}{3600}$	<p>Onde <math>C_c</math> é o consumo de cimento, <math>E</math>, <math>b</math> e <math>n</math> são constantes dependentes do tipo de cimento, determinadas através de interpolação de Mínimos Quadrados, <math>t_c</math> representa o tempo equivalente transcorrido, <math>T_t</math> é a temperatura do processo durante o intervalo de tempo <math>\Delta t</math> e <math>T_r</math> é a temperatura de referência.</p>

$\dot{q} = \rho \cdot c \cdot \frac{dT_{ad}}{dt}$	<p>Onde <math>\rho</math> é a massa específica e <math>c</math> a condutividade térmica do concreto e <math>T_{ad} = T_{m\acute{a}x}(1 - e^{1,25t})</math>.</p>
$\dot{q} = \rho \cdot c \cdot \alpha \cdot K \cdot e^{-\alpha \cdot t}$	<p>Onde <math>\dot{q}</math> é o fluxo de calor interno, <math>K</math> é a máxima temperatura do concreto sob condições adiabáticas e <math>\alpha</math> é o parâmetro que representa a taxa de geração de calor interno.</p>
$\dot{q} = \rho \cdot c \cdot C_R \cdot M_c \cdot \left( \frac{0,35 \cdot e^{-0,5 \cdot t^{0,7}}}{t^{0,3}} \right)$	<p>Onde <math>C_R = (Q_h / \rho \cdot c)</math> é o coeficiente de rendimento térmico, <math>M_c</math> é o consumo de cimento para uma idade de <math>t</math> dias.</p>

Fonte: Adaptado (Santos, 2004).

#### 4.5 Retração do concreto

Define-se o fenômeno da retração como a contração do concreto durante o processo de endurecimento, como consequência da movimentação de água no seu interior juntamente com a evaporação. Essa movimentação provoca o desenvolvimento de tensões de tração no concreto, capazes de serem absorvidas por armaduras caso, a tensão de tração seja maior que as tensões geradas pelo processo de retração, caso contrário, ocorrerá o aparecimento de fissuras (RECENA, 2014).

A retração do concreto ocorre através das seguintes maneiras:

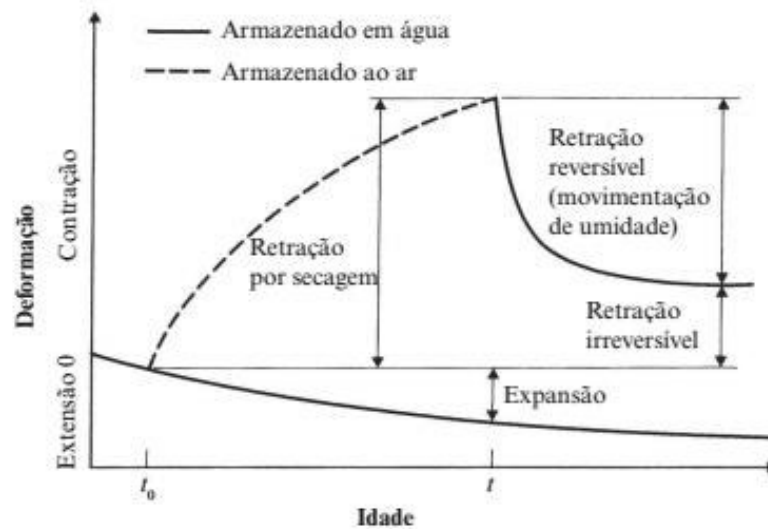
- a) Retração plástica: ocorre no concreto ainda fresco, por meio da evaporação rápida da água utilizada na mistura do aglomerante com os agregados ou pela superfície exposta do concreto causando fissuração superficial.
- b) Retração hidráulica ou por secagem: perda de água capilar ou livre ocasionando o aparecimento de tensões.
- c) Retração por hidratação do cimento ou retração autógena: ocorre por meio da restrição da pasta de cimento e pelos agregados ou redução da umidade relativa dos poros como resultado da reação de hidratação.
- d) Retração por carbonatação: ocorre pela reação entre os compostos do cimento e o  $CO_2$ .

A redução de volume do concreto está associada principalmente aos processos químicos e não somente ao carregamento. É indispensável a caracterização da retração, visto que esta provocará o aparecimento de tensões de tração no elemento e o tornará mais susceptível à fissuração (Santos, 2004).

Recena (2014), comenta que o aparecimento de fissuras, é um recurso espontâneo, definido pelo comportamento do material e desenvolvido para dissipar as tensões internas surgidas da restrição à livre movimentação imposta pela vinculação da peça, no caso do concreto endurecido, ou de porções definidas de concreto, quando ainda no estado plástico.

A figura (9) representa o comportamento de um concreto na secagem ao ar e em água, que irá expandir devido à absorção de água, observa-se que nem toda retração por secagem é recuperada, classificando-se a retração por secagem em retração reversível, que é a parte retração total reproduzível em ciclos molhagem-secagem.

Figura 9 – Liberação de calor de diversos tipos de cimento.



Fonte: (NEVILLE, 2016).

#### 4.6 Fluência do concreto

Pode-se definir fluência como sendo a deformação gradual do concreto, a uma tensão constante, responsável pelo comportamento viscoelástico do concreto (SANTOS, 2019).

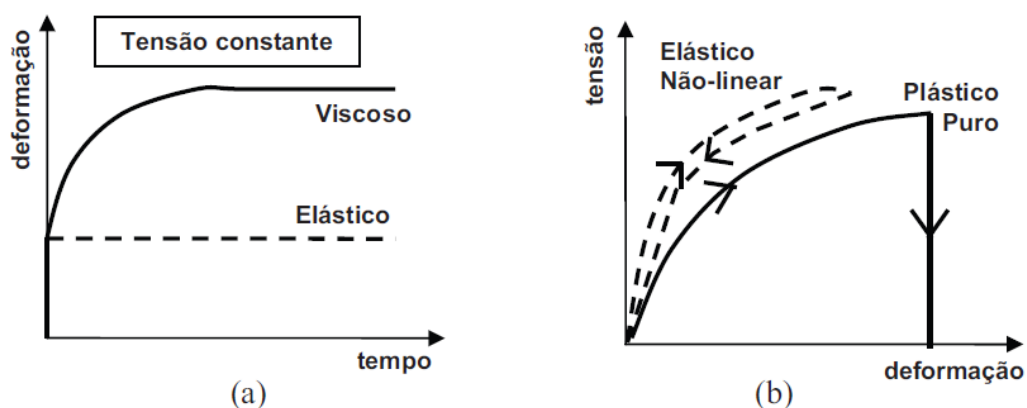
As deformações podem ser classificadas em: elástica, plástica e viscosa, ou ainda elastoplástica ou viscoelástica.

As deformações elástica e plástica associam-se à alteração das dimensões volumétricas do material ao fim do carregamento, e a deformação viscosa refere-se à condição de conservação do carregamento (BASTOS, 2011).

O concreto apresenta comportamento viscoelasto-plástico, ou seja, sob carregamento tem comportamento viscoso, quando o carregamento é retirado, parte da deformação volta a seu estado original, ou seja, comportamento elástico, porém acumula uma parte da mesma, comportamento plástico. O desempenho correspondente ao estado viscoso é representado pela Figura (10.a) e o intermediário entre o estado plástico puro e elástico não linear pela Figura (10.b) (BASTOS, 2011).

Tendo em vista que o comportamento do concreto sob tensão é elasto-plástico, em condição de carregamento, pode-se definir o comportamento da fluência como viscoelástico (BASTOS, 2011).

Figura 10 – Comportamento dos sólidos sob carga. a) tensão constante b) tensão variando.



Fonte: Santos (2011).

Segundo Mehta e Monteiro (2014), as causas da fluência no concreto são complexas e estão relacionadas à remoção da água adsorvida, a não-linearidade do diagrama tensão-deformação, às condições de secagem, e a deformação elástica retardada no agregado, posto que a pasta de cimento e o agregado estão aderidos, a tensão na primeira diminui gradualmente à medida que a carga é transferida para o último, que deforma elasticamente com o aumento da transferência de carga.

A modelagem da fluência ainda é um desafio nos dias de hoje, uma vez que se busca modelos mais condizentes com a realidade. Dos vários modelos para determinação da

fluência, apresenta-se a seguir o modelo utilizado no cálculo das tensões térmicas, designado pelo ACI 209.2R (ACI, 2008).

A função de fluência  $J(t, t_0)$  é dada tal como a Equação (41):

$$J(t, t_0) = \frac{1 + \phi(t, t_0)}{E_{cmto}} \quad (41)$$

Onde,  $E_{cmto}$  (MPa) é o módulo de elasticidade, definido pela Equação (42), no momento do carregamento  $t_0$ , e  $\phi(t, t_0)$  é o coeficiente de fluência, dado pela Equação (43).

$$E_{cmto} = 0,043 \cdot \gamma_c^{1,5} \sqrt{f_{cmto}} \quad (42)$$

Em que,  $\gamma_c$  é o peso unitário do concreto ( $\text{kg/m}^3$ ), e  $f_{cmto}$  é a resistência média à compressão do concreto no momento do carregamento.

$$\phi(t, t_0) = \frac{(t - t_0)^\psi}{d + (t - t_0)^\psi} \cdot \phi_u \quad (43)$$

Recomenda-se  $d = 10$  dias,  $\psi = 0,6$  e  $\phi_u = 2,35$ .

#### 4.7 Tensões térmicas

As peças mais robustas de concreto sofrem grande influência do calor gerado pela hidratação do concreto correlacionado a sua baixa condutividade térmica. O gradiente de temperatura e o coeficiente de dilatação térmica são responsáveis pelas tensões térmicas da estrutura (SOUSA; SILVA; CASTRO, 2014).

Conforme Coelho (2016), dado o gradiente de temperatura, extrai-se as matrizes de variação térmica  $[\Delta T]$  e temporal  $[\Delta t]$ . Utilizando-se o coeficiente de dilatação térmica do material, encontra-se a matriz de deformação  $[\Delta \varepsilon]$ . Dividindo-se a matriz de deformação pela matriz de fluência  $[J]$ , determina-se a variação das tensões  $[\Delta \sigma]$ .

Segundo Coelho (2016), dada a matriz de deformação  $[\Delta \varepsilon]$ , tal como a Equação (44):

$$[\Delta \varepsilon] = [J][\Delta \sigma] \quad (44)$$

Em que, a matriz de deformação térmica é definida pela Equação (45):

$$[\Delta\varepsilon_T] = [-K_r \cdot \alpha \cdot (T(t) - T_0)] \quad (45)$$

Onde  $K_r$  é o coeficiente de restrição,  $\alpha$  é o coeficiente de dilatação térmica do material e  $\Delta T = (T(t) - T_0)$  a variação de temperatura, conhecendo-se esses parâmetros é possível determinar  $\Delta\varepsilon$ .

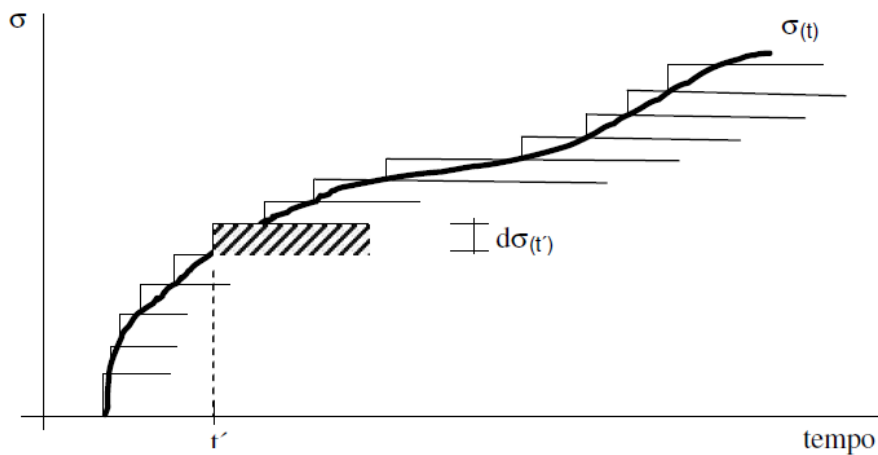
Define-se uma função de fluência [J] e, assim, determina-se a matriz  $[\Delta\sigma]$ , em que:

$$\sigma_i = \sigma_{i-1} + \Delta\sigma_i \quad (46)$$

Com isso, determina-se a matriz de tensão  $[\sigma]$ , em função de um tempo  $t_n$ , através do somatório de todos os incrementos de tensão, Equação (52), representada graficamente pela Figura (11):

$$\sigma(t_n) = \sum \Delta\sigma_i \quad (47)$$

Figura 11 – Representação das tensões com somatório de incrementos de tensão.



Fonte: Santos (2019).

Para Santos (2019), a determinação do vetor de tensão em função da temperatura, ocorre a partir da discretização da Equação (48).

$$\Delta\sigma(t) = \Delta E(t) \cdot \varepsilon_{total} = \Delta E(t) \cdot [\alpha \cdot \Delta T(t) - \varepsilon_c(t)] \quad (48)$$

Em que  $\varepsilon_c$  é expressa o efeito amenizador deformacional da fluência, representada tal como a Equação (49), em que  $f(t_0, t - t_0)$  considera o fenômeno da fluência do concreto ao longo do tempo.

$$\varepsilon_c(t) = \int_{t_0}^t f(t_0, t - t_0) \cdot d\sigma(t) \quad (49)$$

A resolução da Equação (49) é dada considerando-se o princípio da superposição de efeitos válido, em que o acúmulo tensional em um ponto pode ser equivalente ao somatório de pequenos acréscimos de tensão proveniente dos efeitos térmicos, descontando o alívio provocado pela fluência, representado na Figura (11).

Segundo Santos (2009), a superposição das respostas dos incrementos de tensão é permitida somente se cada resposta for puramente linear. Para o concreto esta condição é aceitável se:

- A tensão for menor que 40% que a resistente.
- As deformações não diminuam em magnitude.
- Não houver perda de água significativa durante a fluência.
- Não existir grandes incrementos de tensões ao longo do tempo.

Santos (2019) afirma que, a função de fluência pode ser expressa conforme a Equação (50).

$$f(t_0, t - t_0) = F(t_0) \cdot \log(1 + t - t_0) + \frac{1}{E(t_0)} \quad (50)$$

Onde  $F(t_0)$  é o Coeficiente de Fluência e  $E(t_0)$  é o módulo de deformação do concreto. Santos (2019), apresenta a expressão do coeficiente de fluência como a Equação (51):

$$F(t_0) = \frac{V^{0,614} \cdot Ag^{1,511}}{1010,5 \cdot f_{cj}(t_0)^{0,326} \cdot E(t_0)^{0,446}} \quad (51)$$

Onde,  $V$  representa o volume de pasta dado em  $l/m^3$ ,  $Ag$  o consumo de água dado em  $kg/m^3$ ,  $f_{cj}$  a resistência à compressão em MPa na idade  $t_0$ ,  $E(t_0)$  o módulo de elasticidade.

A partir da discretização em vetores e matrizes da Equação (48), obtém-se a Equação (52):

$$\{\Delta\sigma(t)\}_n = [E_{(t_0,t)}]_{n \times n} \cdot [\alpha \cdot \Delta T_{(t)} - \varepsilon_{c(t)}]_{n \times 1} \quad (52)$$

Em que,  $[E_{(t_0,t)}]_{n \times n}$  refere-se a matriz de rigidez em módulo de elasticidade, tal como a Equação (53), para diferentes idades de carregamento  $t_0$  ao longo do tempo  $t$  de aplicação de carga decorrente do efeito térmico, o vetor  $\{\alpha \cdot \Delta T_{(t)}\}_{n \times 1}$ , definido conforme a Equação (54), e o vetor representante do efeito amenizador das tensões pela fluência  $\{\varepsilon_{c(t)}\}_{n \times 1}$  indicado pela Equação (55).

$$[E_{(t_0,t)}]_{n \times n} = \begin{bmatrix} E_{(t_{01},t_1)} & \cdots & E_{(t_{01},t_1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ E_{(t_{0n},t_1)} & \cdots & E_{(t_{0n},t_1)} \end{bmatrix} \quad (53)$$

$$\{\alpha \cdot \Delta T_{(t)}\}_{n \times 1} = \begin{Bmatrix} \alpha \cdot \Delta T_{(t)} \\ \vdots \\ \alpha \cdot \Delta T_{(t)} \end{Bmatrix} \quad (54)$$

$$\{\varepsilon_{c(t)}\}_{n \times 1} = \begin{bmatrix} f_{(t_{01},t_n)} & \cdots & f_{(t_{01},t_n)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{(t_{0n},t_n)} & \cdots & f_{(t_{0n},t_n)} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \alpha \cdot \Delta T_{(t)} \\ \vdots \\ \alpha \cdot \Delta T_{(t)} \end{Bmatrix} \quad (55)$$

Para a resolução da Equação (48), utilizando-se o princípio da superposição pode-se calcular o histórico de deformações  $\varepsilon(t)$  ocasionado pelo histórico de tensões  $\sigma(t)$ , através da Equação (56), que é semelhante a Equação (49).

$$\varepsilon_{c(t)} = \int_{t_0}^t J_{(t,t_0)} \cdot d\sigma_{(t_0)} \quad (56)$$

A expressão da deformação total pode ser calculada somando-se todas as deformações sofridas pela peça, sendo elas dependentes ou independentes da tensão aplicada. Neste trabalho considera-se que a deformação total ( $\varepsilon_{total}$ ) é composta apenas pela deformação térmica e fluência, tal como apresentado na Equação (57).



$$\varepsilon_{total} = \varepsilon_{fluência} + \varepsilon_0(t) = \int_{t_0}^t J_{(t,t_0)} \cdot d\sigma_{(t_0)} + \varepsilon_0(t) \quad (57)$$

Em que  $J_{(t,t_0)}$  é a função de fluência,  $t_0$  o incremento de tempo e  $\varepsilon_0(t)$  é a deformação independente da tensão aplicada, por exemplo, deformação térmica ou retração.

Mehta e Monteiro (2014) contemplam os fatores que influenciam nas tensões térmicas: grau de restrição, variação da temperatura e aumento adiabático de temperatura.

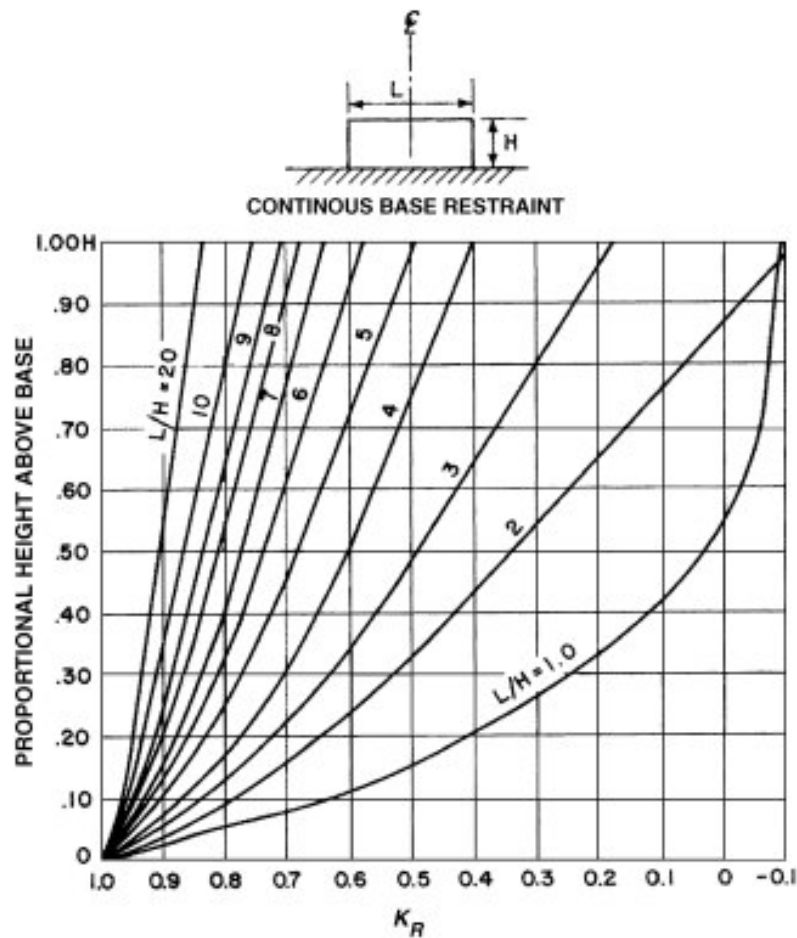
#### a) Grau de Restrição

O grau de restrição está associado a possibilidade de movimentação da estrutura. Estas, por sua vez, não possuem total liberdade para se deformar quando submetidas a uma variação de temperatura e, além disso, a ligação com a fundação, com estruturas adjacentes, com as armaduras e com a própria estrutura molecular do concreto causam restrições na estrutura que podem levar a fissuração da mesma, se caso forem superiores à sua capacidade de deformação (Santos, 2004).

Dessa maneira, a análise do grau de restrição é de grande valia para determinação das tensões térmicas. Santos (2004), afirma que um alto grau de restrição não necessariamente significa maiores níveis de tensão, pois espera-se que as tensões de restrições internas sejam absorvidas pela armadura.

Segundo o ACI 207.2R-95 (ACI, 1995) pode-se obtê-lo com base na Figura (12).

Figura 12 – Grau de restrição em uma seção central.



Fonte: ACI (1995).

O ACI 207.2R-95 (ACI, 1995) define ainda as Equações (58) e (59), para a análise das restrições, onde L refere-se à largura, H à altura da estrutura e h à altura em que se deseja obter o grau de restrição.

$$K_r = \left( \frac{\left( \frac{L}{H} \right) - 2}{\left( \frac{L}{H} \right) + 1} \right)^{h/H} \quad \text{Para } \frac{L}{H} > 2,5 \quad (58)$$

$$K_r = \left( \frac{\left( \frac{L}{H} \right) - 1}{\left( \frac{L}{H} \right) + 10} \right)^{h/H} \quad \text{Para } \frac{L}{H} < 2,5 \quad (59)$$

Para consideração do efeito da rigidez da fundação sobre a estrutura, o ACI 207.2R-07 (ACI, 2007) determina o Fator de Restrição da Fundação ( $K_f$ ), expresso pela Equação (60).

$$K_f = \frac{1}{1 + \frac{A_c \cdot E_c}{A_f \cdot E_f}} \quad (60)$$

Onde  $A_c$  é a área de contato da estrutura com a fundação,  $E_c$  é o módulo de elasticidade do concreto,  $A_f$  é a superfície da fundação e  $E_f$  é módulo de elasticidade da fundação.

#### b) Variação da temperatura

Segundo Mehta e Monteiro (2014) afirmam que, as tensões geradas pela reação de hidratação do cimento são pequenas visto que, o módulo de elasticidade do concreto nas primeiras idades é baixo e a fluência é grande.

A melhor maneira de reverter o problema do calor gerado pela hidratação do cimento é controlar a temperatura de lançamento do concreto visando evitar a fissuração, utilizando-se o gelo, por exemplo, para reduzir a temperatura.

Mehta e Monteiro (2014) sugerem que a tensão de tração causada pela queda de temperatura não deve exceder a capacidade de tensão de tração do concreto. Isso é expresso pela Equação (61):

$$T_i = T_{fc} + \frac{C}{\alpha K_r} - T_r \quad (61)$$

Em que,  $T_i$  é a temperatura de lançamento do concreto,  $T_{fc}$  é a temperatura final do concreto,  $C$  o limite de deformação à tração do concreto,  $K_r$  o grau de restrição,  $\alpha$  o coeficiente de expansão térmica e  $T_r$  o aumento inicial de temperatura do concreto.

#### c) Aumento adiabático de temperatura

Sousa, Silva e Castro (2014) afirmam que, o aumento adiabático de temperatura é influenciado pela relação entre superfície e volume, tal que essa é proporcional a facilidade de dissipação de calor.

Para Mehta e Monteiro (2014) cimentos portland finamente moídos, cimentos com altos teores C3A e C3S indicam maiores níveis de hidratação do que os cimentos mais

grosseiros ou cimentos com baixos teores  $C_3A$  e  $C_3S$ , gerando um maior gradiente adiabático de temperatura.

Araújo (2013) propõe a Equação (62) como ajuste de curva de dados experimentais para elevação adiabática da temperatura no concreto, com uma idade  $t$  em dias.

$$T_a(t) = T_{a,máx}(1 - e^{-0,5t^{0,7}}) \quad (62)$$

Em que, a temperatura máxima é definida tal como a Equação (63).

$$T_{a,máx} = \frac{Q_{h\infty}M_c}{c \cdot \rho} = C_r \cdot M_c \quad (63)$$

Onde  $Q_{h\infty}$  é o calor de hidratação final por kg de cimento,  $M_c$  é o consumo de cimento por metro cúbido de concreto e  $C_r = (Q_{h\infty}/c \cdot \rho)$  é o coeficiente de rendimento térmico.

Substituindo-se a Equação (63) na Equação (62), tem-se a Equação (64):

$$T_a(t) = C_r \cdot M_c(1 - e^{-0,5t^{0,7}}) \quad (64)$$

Araújo (2013) afirma que, o calor de hidratação gerado até uma idade  $t$  é dado conforme a Equação (65).

$$Q_h(t) = c \cdot \rho \cdot T_a(t) \quad (65)$$

Substituindo a Equação (66) na Equação (65), têm-se a Equação (66):

$$Q_h(t) = c \cdot \rho \cdot C_r \cdot M_c(1 - e^{-0,5t^{0,7}}) \quad (66)$$

Assim, a taxa de geração de calor  $\dot{q}_g = \frac{dQ_h(t)}{dt}$  é dada pela Equação (67).

$$\dot{q} = \rho \cdot c \cdot C_r \cdot M_c \cdot \left( \frac{0,35 \cdot e^{-0,5 \cdot t^{0,7}}}{t^{0,3}} \right) \quad (67)$$

#### 4.8 Método das Diferenças Finitas

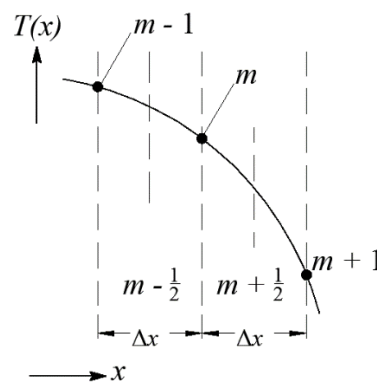
Para medirmos a taxa de variação de uma grandeza utiliza-se a diferenciação numérica, sendo esta aplicada a diversos problemas de engenharia. Para o caso da transferência térmica, o fluxo de calor é determinado pela derivada da temperatura. A função a ser discretizada pode estar na forma de expressão numérica ou de pontos discretos, sendo este último caso impossível de ser resolvido de forma analítica, fazendo necessário o uso de métodos numéricos (GILAT; SUBRAMANIAM, 2008).

Para a modelagem numérica do problema de transferência de calor é necessário inicialmente, a discretização do espaço, com a subdivisão do meio de interesse, em pontos nodais, em um número de pequenas regiões, estabelecendo para cada um ponto de referência no seu centro, possibilitando a determinação da temperatura em pontos discretos. Os pontos nodais são nomeados por um esquema de numeração, na qual as posições  $x$  e  $y$  são índices  $m$  e  $n$ , respectivamente. A indicação dos pontos não ocorre aleatoriamente, e vai depender da geometria adotada (INCROPERA; DEWITT; BERGMAN, 2008).

A determinação numérica da distribuição de temperaturas requer uma equação de conservação de energia para cada um dos pontos nodais. Assim, faz-se o uso da aproximação por diferenças finitas, para obtenção da equação para pontos nodais (INCROPERA; DEWITT; BERGMAN, 2008).

Com base na Figura (13), considera-se que a aproximação para a derivada segunda, no ponto nodal  $m$ ,  $n$  é dada pela Equação (68):

Figura 13 – Representação da aproximação por diferenças finitas.



Fonte: Incropera; Dewitt; Bergman (2008).

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right|_{m,n} \approx \frac{\partial T / \partial x|_{m+1/2,n} - \partial T / \partial x|_{m-1/2,n}}{\Delta x} \quad (68)$$

As taxas de variação de temperatura podem ser definidas em razão das temperaturas nodais, isto é Equação (69) e (70):

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{m+1/2,n} \approx \frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} \quad (69)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{m-1/2,n} \approx \frac{T_{m,n} - T_{m-1,n}}{\Delta x} \quad (70)$$

Através do Método do balanço de energia, que consiste na aplicação da conservação de energia em uma superfície de controle para a obtenção da equação de diferenças finitas de um ponto nodal, considera-se que todos os fluxos térmicos são orientados para o interior do ponto, visto que, a orientação real do fluxo é desconhecida, e que a transferência de calor ocorre entre o ponto nodal e os nós adjacentes, e que a área de transferência é orientada pelas faixas nas direções  $x$  e  $y$ , assim determina-se as expressões referentes as taxas de calor.

O conjunto de equações resulta em um sistema de equações lineares, e a solução do mesmo é a solução numérica da equação diferencial. A precisão da solução associa-se ao número de pontos adotados (INCROPERA; DEWITT; BERGMAN, 2008).

Nos problemas transientes, as temperaturas se alteram no decorrer do tempo, e a solução por diferenças finitas exigem uma discretização no tempo e no espaço (ÇENGEL & GHAJAR, 2012). Isto é realizado através da escolha do passo de tempo  $\Delta t$  conveniente para determinar as temperaturas nodais desconhecidas.

Assim, o inteiro  $p$ , definido através da Equação (71), é introduzido na equação do calor para tal finalidade.

$$t = p\Delta t \quad (71)$$

Conforme Incropera & Dewitt (2015, p.208) a aproximação em diferenças finitas para a derivada em relação ao tempo é definida pela Equação (72):

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_{m,n} \approx \frac{T_{m,n}^{p+1} - T_{m,n}^p}{\Delta t} \quad (72)$$

O índice  $p$  expressa a dependência temporal da temperatura  $T$  e a derivada em relação

ao tempo é representada em termos da diferença entre as temperaturas relacionadas aos instantes de tempo novo ( $p + 1$ ) e anterior ( $p$ ).

Desse modo, o cálculo das temperaturas desconhecidas é direto, visto que a temperatura em cada ponto nodal é conhecida em  $t = 0$ , os cálculos começam em  $t = \Delta t (p = 1)$ . Novamente, conhecidas as temperaturas em  $t = \Delta t$ , a equação de diferenças finitas adequada é, então, utilizada em cada nó para definir a sua temperatura. Com as temperaturas conhecidas em  $t = \Delta t$ , utiliza-se a equação de diferenças finitas correspondente para estabelecer a temperatura em  $t = 2\Delta t$ . Assim, a distribuição de temperaturas transiente é obtida avançando no tempo, utilizando intervalos de  $\Delta t$  (INCROPERA; DEWITT; BERGMAN, 2008).

A precisão da solução por diferenças finitas pode ser aperfeiçoada através da redução dos valores de  $\Delta x$  e  $\Delta t$ . Evidentemente o número de pontos nodais interiores aumenta à medida que  $\Delta x$  diminui, da mesma forma acontece para o número de intervalos de tempos necessários para gerar a solução aumenta com a diminuição de  $\Delta t$ . Entretanto, o valor de  $\Delta t$  é definido por meio de exigências de estabilidade e não de maneira aleatória (INCROPERA; DEWITT; BERGMAN, 2008).

Uma particularidade indesejada do método explícito é que ele não é incondicionalmente estável. Em um problema transiente, a solução para as temperaturas nodais com o avanço do tempo, tendem a se aproximar do regime estacionário (INCROPERA; DEWITT; BERGMAN, 2008).

Contudo, segundo Incropera, Dewitt e Bergman (2015, p.209) com o método explícito, essa solução pode ser caracterizada por oscilações induzidas numericamente, que são fisicamente impossíveis. As oscilações podem ser instáveis, gerando uma solução que divirja das condições do regime estacionário.

Para evitar esses resultados errados, o valor escolhido para  $\Delta t$  deve ser condicionado abaixo de um certo limite, que depende de  $\Delta x$  e de outros parâmetros. Essa dependência é denominada como critério de estabilidade (INCROPERA; DEWITT; BERGMAN, 2008).

O critério de estabilidade para o método explícito exige que o coeficiente associado ao nó de interesse no instante anterior seja zero ou positivo. Normalmente, isso é feito através do agrupamento dos termos que compreendem  $T_{m,n}^p$ , obtendo assim o coeficiente. Esse coeficiente é utilizado em uma relação limite com  $Fo$ , que nos diz o valor máximo permissível de  $\Delta t$  (INCROPERA; DEWITT; BERGMAN, 2008).

## 5 METODOLOGIA

A realização deste trabalho iniciou-se com uma revisão bibliográfica correspondente aos efeitos da variação de temperatura nas de estruturas de concreto, as propriedades térmicas do concreto, as deformações originadas por tensões térmicas e o fenômeno de retração.

Posteriormente, revisou-se as equações matemáticas que regem os efeitos térmicos, uma vez que as alterações volumétricas são influenciadas não só pela reação de hidratação do concreto, mas também por fatores externos, como a transferência de calor entre a temperatura ambiente e as superfícies laterais do bloco. Com isso, aplicando-se o balanço de energia acoplado ao Método das Diferenças Finitas, desenvolveu-se as equações para cada tipo de nó que compõe a malha da geometria utilizada.

Posteriormente, definiu-se as condições iniciais e, desenvolveu-se um modelo numérico de acordo com a geometria da estrutura e utilizando o Método das Diferenças Finitas, e iniciou-se a implementação computacional, utilizando-se uma linguagem de alto nível, para determinação do gradiente de temperatura do bloco de concreto em regime transiente.

Após essas etapas, realizou-se a análise do gradiente de temperatura obtido e, com base nas propriedades térmicas do concreto, calculou-se a variação das tensões térmicas.

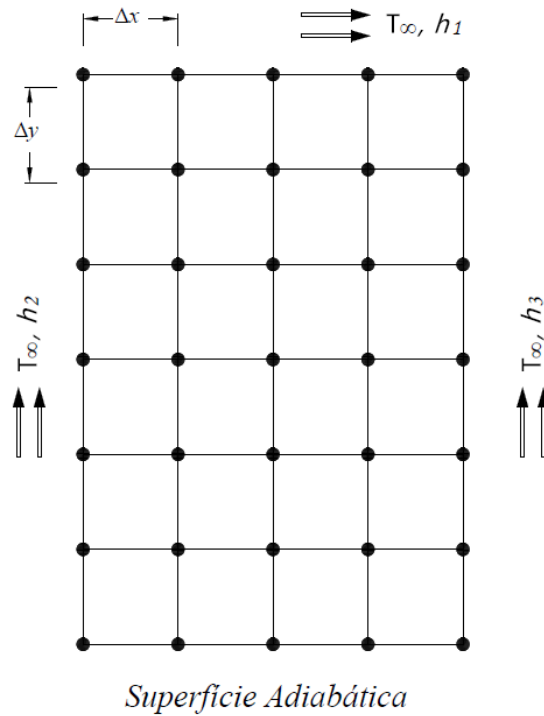
### 4.1 Condições iniciais

A princípio considerou-se uma malha retangular, sob condições de convecção em três de suas superfícies e superfície lateral inferior adiabática, conforme representação na Figura (14).

Com isso, identifica-se os pontos nodais de interesse, pontos de vértice externo com convecção, pontos em uma superfície plana com convecção, pontos nodais interiores, e partiu-se para o desenvolvimento das equações de diferenças finitas para cada tipo de ponto nodal.



Figura 14 – Representação da malha nodal utilizada.



Fonte: Própria do autor.

#### 4.2 Equações de diferenças finitas para cada ponto nodal que compõe a malha

Para um plano bidimensional, em regime transiente, com geração de energia, e a condutividade térmica constante caracterizando o meio como isotrópico, pode-se determinar a equação do calor pela Equação (73):

$$\frac{\partial T}{\partial x^2} + \frac{\partial T}{\partial y^2} + \dot{q} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (73)$$

Determinando-se um volume de controle e considerando-se que todos os fluxos térmicos são orientados para o interior do ponto define-se que a transferência de calor ocorre por meio da condução, entre  $m, n$  e os seus quatro nós adjacentes.

Com base na Figura (15), supõe-se que a energia transferida por condução se dá por toda a extensão das faixas orientadas nas direções  $x$  e  $y$ , dessa maneira determina-se as expressões referentes as taxas de condução. Do nó  $m - 1, n$ , para o nó  $m, n$ , tem-se a Equação (74):

$$q_{(m-1,n) \rightarrow (m,n)} = k(\Delta y \cdot w) \left( \frac{T_{m-1,n}^p - T_{m,n}^p}{\Delta x} \right) \quad (74)$$

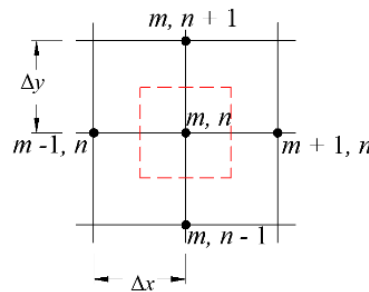
Onde o termo  $(\Delta y \cdot w)$  é a área de transferência de calor e  $\left( \frac{T_{m-1,n}^p - T_{m,n}^p}{\Delta x} \right)$  é a aproximação por diferenças finitas do gradiente de temperatura entre os dois pontos nodais. Com isso, as equações referentes aos outros pontos nodais, podem ser escritas conforme as Equações (75) a (77):

$$q_{(m+1,n) \rightarrow (m,n)} = k(\Delta y \cdot w) \left( \frac{T_{m+1,n}^p - T_{m,n}^p}{\Delta x} \right) \quad (75)$$

$$q_{(m,n-1) \rightarrow (m,n)} = k(\Delta y \cdot w) \left( \frac{T_{m,n-1}^p - T_{m,n}^p}{\Delta x} \right) \quad (76)$$

$$q_{(m,n+1) \rightarrow (m,n)} = k(\Delta y \cdot w) \left( \frac{T_{m,n+1}^p - T_{m,n}^p}{\Delta x} \right) \quad (77)$$

Figura 15 – Representação do ponto nodal interior.



Fonte: Incropera; Dewitt; Bergman (2008).

Aplicando-se o princípio da conservação de energia dada pela Equação (78):

$$\dot{E}_{ent} + \dot{E}_g = \rho C_p \forall \frac{\partial T}{\partial t} \quad (78)$$

Para o caso do ponto nodal interior tem-se o volume de controle  $\forall = \Delta x \Delta y w$ . Assim, substituindo-se as Equações (74) a (77), na Equação (78) e, considerando-se  $\Delta x = \Delta y$ , obtém-se a Equação (79), como equação de diferenças finitas para um ponto nodal interior.

$$T_{m,n}^{p+1} = Fo (T_{m-1,n}^p + T_{m+1,n}^p + T_{m,n-1}^p + T_{m,n+1}^p) + T_{m,n}^p (1 - 4Fo) + \dot{q} \frac{\Delta t}{\rho C_p} \quad (79)$$

Onde  $Fo$  é definido como o número adimensional de Fourier, representado tal como a Equação (80):

$$Fo = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x^2)} \quad (80)$$

Observando-se a Equação (81), identifica-se que para um ponto nodal interior o critério de estabilidade determina que,

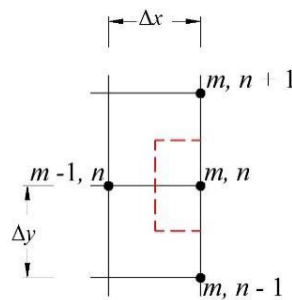
$$(1 - Fo) \geq 0 \quad (81)$$

Logo, a Equação (82) representa o valor máximo permissível de  $\Delta t$  para tal ponto.

$$\Delta t \leq \frac{1}{\left(\frac{4 \cdot \alpha}{\Delta x^2}\right)} \quad (82)$$

Para pontos nodais localizados em uma superfície submetida a convecção é necessário a formulação de novas equações.

Figura 16 – Ponto nodal localizado em superfície lateral direita submetida a convecção.



Fonte: Incropera; Dewitt; Bergman (2008).

Com base na Figura (16), e tomando-se as Equações (1) e (2), para transferência de calor por condução e convecção, respectivamente, pode-se determinar as Equações (83) a (86), como as taxas de transferência de calor para o ponto nodal localizado em uma superfície, submetida a convecção.

$$q_{(m-1,n) \rightarrow (m,n)} = k(\Delta y \cdot w) \left( \frac{T_{m-1,n}^p - T_{m,n}^p}{\Delta x} \right) \quad (83)$$

$$q_{(m,n-1) \rightarrow (m,n)} = k \left( \frac{\Delta x}{2} \cdot w \right) \left( \frac{T_{m,n-1}^p - T_{m,n}^p}{\Delta y} \right) \quad (84)$$

$$q_{(m,n+1) \rightarrow (m,n)} = k \left( \frac{\Delta x}{2} \cdot w \right) \left( \frac{T_{m,n+1}^p - T_{m,n}^p}{\Delta y} \right) \quad (85)$$

$$q_{conv_x} = h_2(\Delta y \cdot w)(T_\infty - T_{m,n}^p) \quad (86)$$

Para o caso de tal ponto nodal, tem-se o volume de controle  $\forall = \frac{\Delta x}{2} \Delta y w$ . Assim, substituindo-se as Equações (83) a (86), na Equação (78) e, considerando-se  $\Delta x = \Delta y$ , obtém-se a Equação (87), como equação de diferenças finitas para ponto nodal localizado em uma superfície, submetida a convecção.

$$T_{m,n}^{p+1} = Fo \left( T_{m,n+1}^p + T_{m,n-1}^p + 2T_{m-1,n}^p + 2Bi_3 T_\infty \right) + T_{m,n}^p (1 - 4Fo - 2Bi_3 Fo) + \dot{q} \frac{\Delta t}{\rho C_p} \quad (87)$$

Onde  $Bi$  é o número adimensional de Biot, que relaciona a transferência de calor por convecção com a condução, definido pela Equação (88):

$$Bi_n = \frac{h_n \Delta x}{k} \quad (88)$$

Observando-se a Equação (87), identifica-se que para um ponto nodal localizado em superfície lateral o critério de estabilidade determina que,

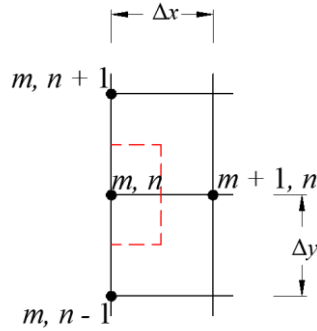
$$(1 - 4Fo - 2FoBi_3) \geq 0 \quad (89)$$

Logo, a Equação (90) representa o valor máximo permissível de  $\Delta t$  para tal ponto.

$$\Delta t \leq \frac{1}{\left( \frac{4 \cdot \alpha}{\Delta x^2} \right) + \left( \frac{2 \cdot \alpha \cdot h_3}{\Delta x \cdot k} \right)} \quad (90)$$

Da mesma forma, observando-se a Figura (17), determina-se a equação para os pontos nodais da superfície lateral esquerda, tal como a Equação (91).

Figura 17 – Ponto nodal localizado em superfície lateral esquerda submetida a convecção.

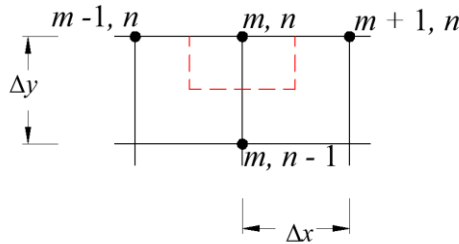


Fonte: Incropera; Dewitt; Bergman (2008).

$$T_{m,n}^{p+1} = Fo \left( T_{m,n+1}^p + T_{m,n-1}^p + 2T_{m+1,n}^p + 2Bi_2 T_\infty \right) + T_{m,n}^p (1 - 4Fo - 2Bi_2 Fo) + \dot{q} \frac{\Delta t}{\rho C_p} \quad (91)$$

Com igual procedimento, com base nas Figuras (18) e (19), determina-se a equação para os pontos nodais da superfície lateral superior e inferior, tal como as Equações (92) e (93), respectivamente:

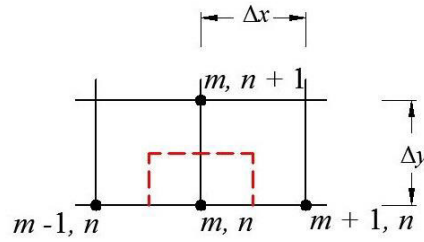
Figura 18 – Ponto nodal localizado em superfície superior submetida a convecção.



Fonte: Incropera; Dewitt; Bergman (2008).

$$T_{m,n}^{p+1} = Fo \left( T_{m-1,n}^p + T_{m+1,n}^p + 2T_{m,n-1}^p + 2Bi_1 T_\infty \right) + T_{m,n}^p (1 - 4Fo - 2Bi_1 Fo) + \dot{q} \frac{\Delta t}{\rho C_p} \quad (92)$$

Figura 19 – Ponto nodal localizado em superfície inferior adiabática.

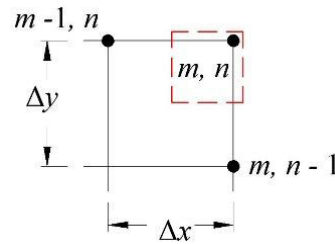


Fonte: Incropera; Dewitt; Bergman (2008).

$$T_{m,n}^{p+1} = Fo (T_{m-1,n}^p + T_{m+1,n}^p + 2T_{m,n+1}^p) + T_{m,n}^p (1 - 4Fo) + \dot{q} \frac{\Delta t}{\rho C_p} \quad (93)$$

Para pontos nodais localizados em um vértice externo com convecção, conforme a Figura (20), pode-se escrever as taxas de transferência de calor tal como as Equações (94) a (97):

Figura 20 – Ponto nodal em um vértice superior direito com convecção.



Fonte: Incropera; Dewitt; Bergman (2008).

$$q_{(m-1,n) \rightarrow (m,n)} = k \left( \frac{\Delta y}{2} \cdot w \right) \left( \frac{T_{m-1,n}^p - T_{m,n}^p}{\Delta x} \right) \quad (94)$$

$$q_{(m,n-1) \rightarrow (m,n)} = k \left( \frac{\Delta x}{2} \cdot w \right) \left( \frac{T_{m,n-1}^p - T_{m,n}^p}{\Delta y} \right) \quad (95)$$

$$q_{conv_x} = h_3 \left( \frac{\Delta y}{2} \cdot w \right) (T_\infty - T_{m,n}^p) \quad (96)$$

$$q_{conv_y} = h_1 \left( \frac{\Delta x}{2} \cdot w \right) (T_\infty - T_{m,n}^p) \quad (97)$$

Para o caso de tal ponto nodal tem-se o volume de controle  $\forall = \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2} w$ . Assim, substituindo-se as Equações (94) a (97), na Equação (78) e, considerando-se  $\Delta x = \Delta y$ , obtém-se a Equação (98), como equação de diferenças finitas para ponto nodal em um vértice superior direito com convecção.

$$T_{m,n}^{p+1} = 2Fo \left( T_{m-1,n}^p + T_{m,n-1}^p + Bi_1 T_\infty + Bi_3 T_\infty \right) + T_{m,n}^p \left( 1 - 4Fo - 2Bi_1 Fo - 2Bi_3 Fo \right) + \dot{q} \frac{\Delta t}{\rho C_p} \quad (98)$$

Observando-se a Equação (99), identifica-se que para um ponto nodal localizado em vértice o critério de estabilidade determina que,

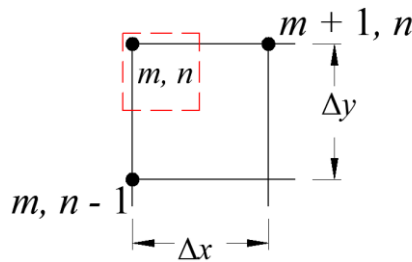
$$(1 - 4Fo - 2FoBi_1 - 2FoBi_3) \geq 0 \quad (99)$$

Logo, a Equação (100) representa o valor máximo permissível de  $\Delta t$  para tal ponto.

$$\Delta t \leq \frac{1}{\left( \frac{4 \cdot \alpha}{\Delta x^2} \right) + \left( \frac{2 \cdot \alpha \cdot h_1}{\Delta x \cdot k} \right) + \left( \frac{2 \cdot \alpha \cdot h_3}{\Delta x \cdot k} \right)} \quad (100)$$

Da mesma forma, observando-se a Figura (21), determina-se a equação para ponto nodal em um vértice superior esquerdo, tal como a Equação (101):

Figura 21 – Ponto nodal em um vértice superior esquerdo com convecção.

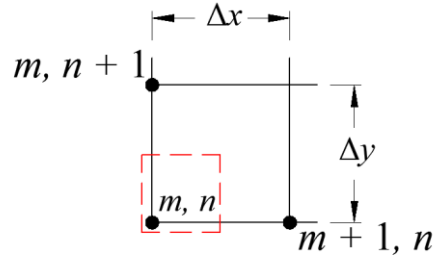


Fonte: Incropera; Dewitt; Bergman (2008).

$$T_{m,n}^{p+1} = 2Fo \left( T_{m+1,n}^p + T_{m,n-1}^p + Bi_1 T_\infty + Bi_2 T_\infty \right) + T_{m,n}^p \left( 1 - 4Fo - 2Bi_1 Fo - 2Bi_2 Fo \right) + \dot{q} \frac{\Delta t}{\rho C_p} \quad (101)$$

Com igual procedimento, com base nas Figuras (22) e (23), determina-se a equação para os pontos nodais de vértice inferior esquerdo e direito, tal como as Equações (102) e (103), respectivamente:

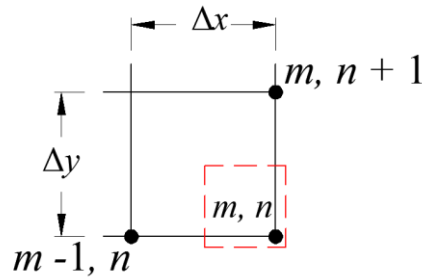
Figura 22 – Ponto nodal em um vértice inferior esquerdo com convecção.



Fonte: Incropera; Dewitt; Bergman (2008).

$$T_{m,n}^{p+1} = 2Fo (T_{m+1,n}^p + T_{m,n+1}^p + Bi_2 T_\infty) + T_{m,n}^p (1 - 4Fo - 2Bi_2 Fo) + \dot{q} \frac{\Delta t}{\rho C_p} \quad (102)$$

Figura 23 – Ponto nodal em um vértice inferior direito com convecção.



Fonte: Incropera; Dewitt; Bergman (2008).

$$T_{m,n}^{p+1} = 2Fo (T_{m-1,n}^p + T_{m,n+1}^p + Bi_3 T_\infty) + T_{m,n}^p (1 - 4Fo - 2Bi_3 Fo) + \dot{q} \frac{\Delta t}{\rho C_p} \quad (103)$$

### 4.3 Cálculo das tensões térmicas

Para o cálculo das tensões térmicas utilizou-se a Equação (48), em que o incremento de tensão está associado ao incremento evolutivo de rigidez ( $\Delta E$ ), ao coeficiente de dilatação térmica ( $\alpha$ ) e à deformação devido ao histórico térmico ( $\Delta T$ ), considerando-se o efeito amenizador da fluência ( $J$ ), e o coeficiente de restrição ( $K_r$ ), dado equação pela Equação (59).



Para o incremento da rigidez ou módulo de elasticidade, utilizou-se a função de envelhecimento para a resistência a compressão, dada pela Equação (32).

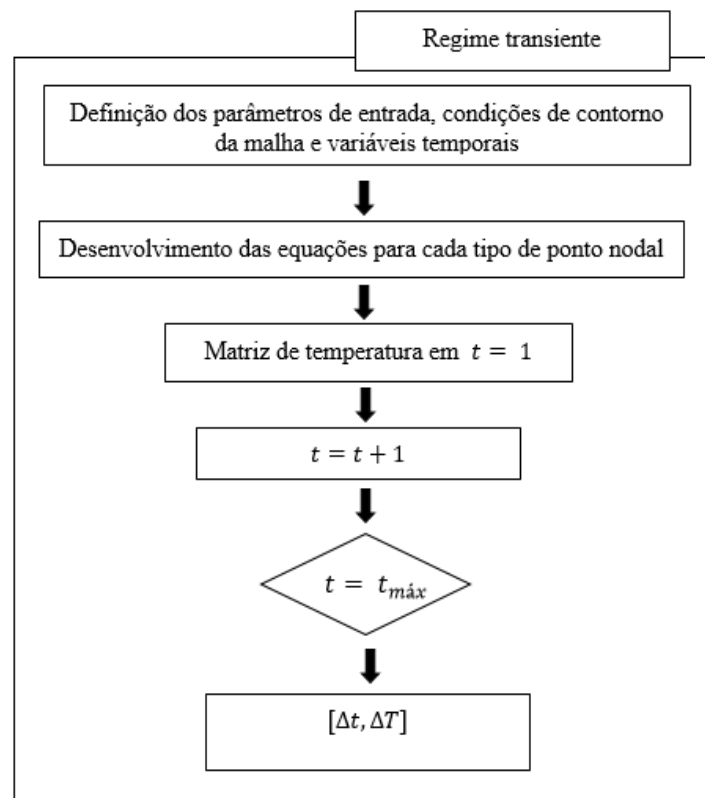
Para o cálculo de  $\varepsilon_c(t)$ , utilizou-se a função de fluência apresentada na Equação (41) e o coeficiente de fluência dado pela Equação (43).

Posteriormente, apresentam-se o fluxograma da implementação desenvolvida para determinar a distribuição de temperatura.

#### 4.4 Proposta de algoritmo

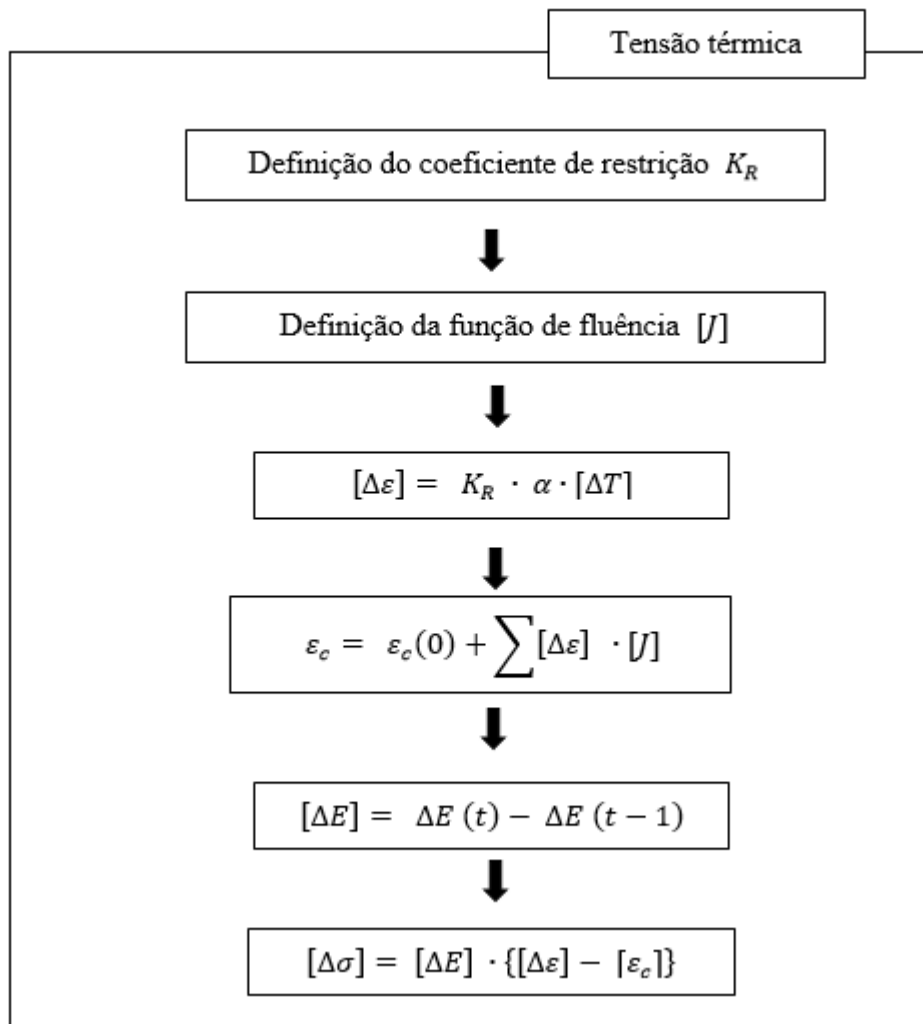
Para a implementação do código fonte considerou-se a distribuição de temperaturas iniciais, como sendo a temperatura de lançamento do concreto, utilizando-as para a determinação da temperatura no tempo  $t = 1$ . O fluxograma apresentado na Figura (24) apresenta as etapas do código fonte desenvolvido para obtenção da distribuição de temperaturas e na Figura (25) as etapas para o cálculo das tensões térmicas.

Figura 24 – Fluxograma das etapas de implementação do código fonte para obtenção da matriz de temperaturas.



Fonte: Própria do Autor (2019).

Figura 25 – Fluxograma das etapas de implementação do código fonte para o cálculo da tensão térmica.



Fonte: Própria do Autor (2019).

## 6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos através da análise térmica e tensional e as propriedades utilizadas em cada caso.

Inicialmente, analisou-se o Caso 1 para um bloco de concreto com comprimento  $L_x = 2,0 \text{ m}$  e  $L_y = 1,0 \text{ m}$  e  $d_x = d_y = 0,2 \text{ m}$ , utilizando-se as propriedades apresentadas no Quadro (3).

Quadro 3 – Propriedades utilizadas.

<b>Propriedade</b>	<b>Valor</b>
Condutividade térmica (W/m°C)	1,65
Coefficiente convectivo superior	13,5
Coefficiente convectivo lateral	3,0
Coefficiente convectivo inferior	0,0
Massa específica (kg/m <sup>3</sup> )	2400
Calor específico (J/kg°C)	900
Coefficiente de rendimento térmico (°C/(kg/m <sup>3</sup> ))	0,19
Consumo de cimento (kg/m <sup>3</sup> )	350
Resistência à compressão (Mpa)	25
Temperatura do fluido (°C)	30
Temperatura de lançamento (°C)	30
Coefficiente de dilatação térmica (°C)	$1,40 \times 10^{-5}$
Passo temporal $dt$	100
Número de iterações máxima $t_{máx}$	30.000

A variação de temperatura e das tensões térmicas foram analisadas na posição  $x = L_x/2$  a três alturas diferentes: na superfície ( $y = L_y$ ), no centro ( $y = L_y/2$ ) e na base do bloco ( $y = 0$ ).

Plotou-se as temperaturas atingidas na região superior, central e inferior, apresentadas nas Figuras (26), (27) e (28), respectivamente.

Figura 26 - Temperatura na região superior do bloco de concreto – Caso 1.

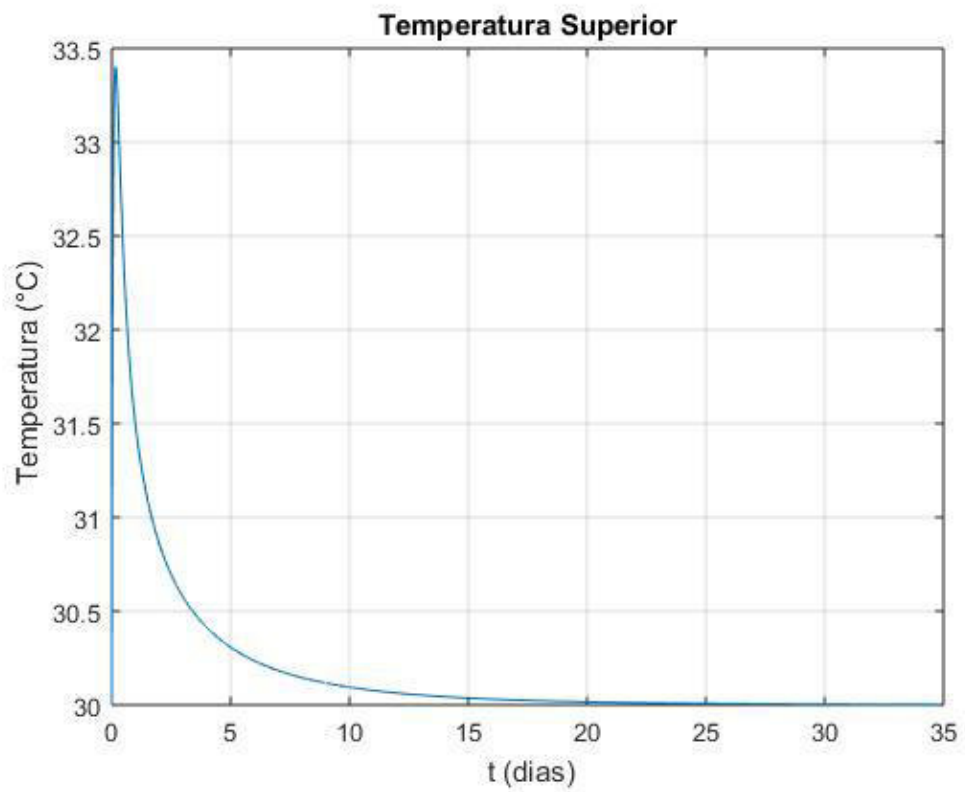


Figura 27 - Temperatura na região central do bloco de concreto – Caso 1.

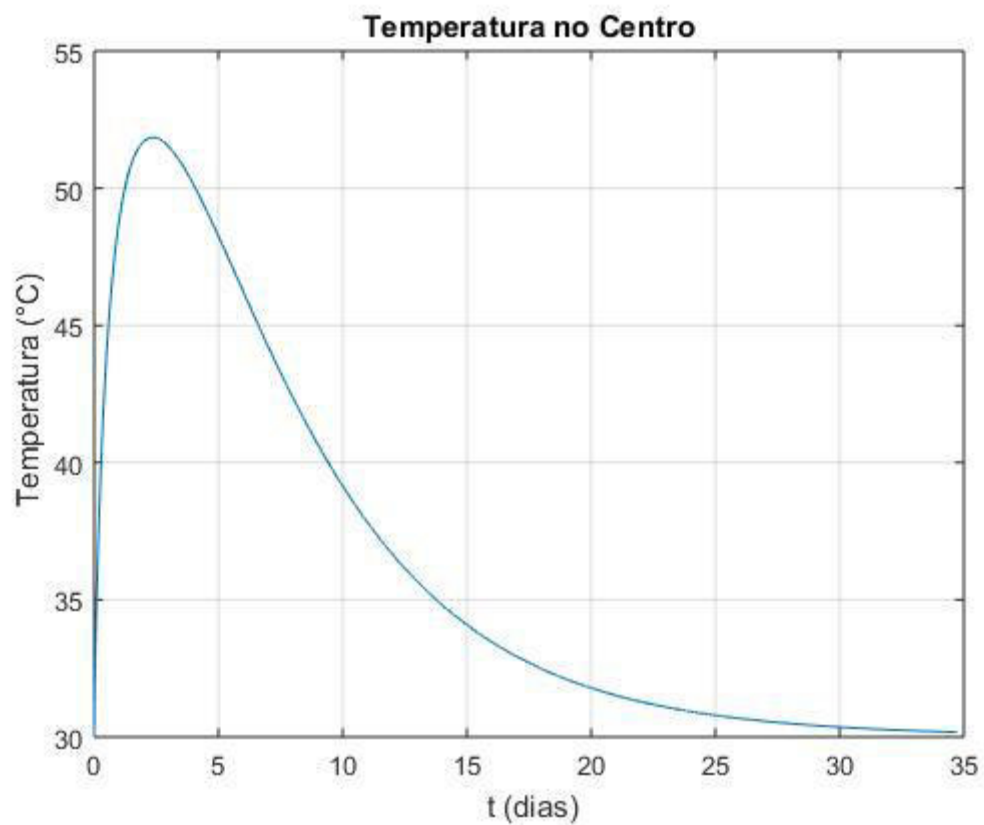
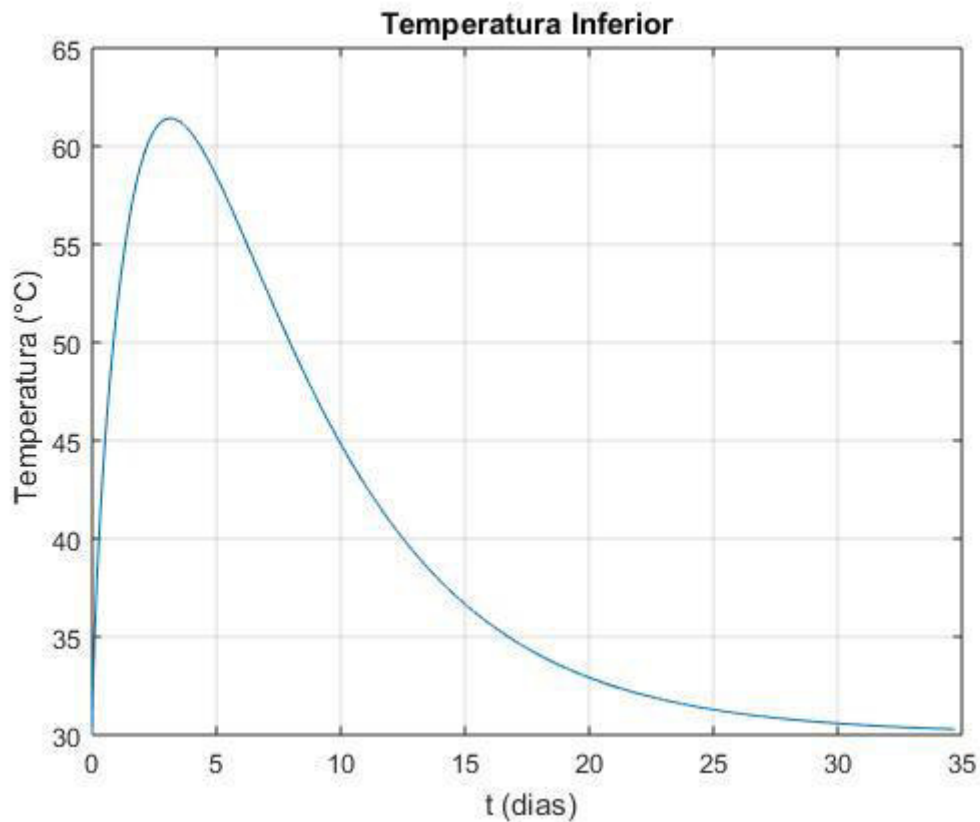


Figura 28 - Temperatura na região inferior do bloco de concreto – Caso 1.



Observa-se que a superfície do bloco não contempla um alto gradiente de temperatura, uma vez que ela se resfria rapidamente em comparação com outras regiões superficiais, devido ao coeficiente convectivo superior ser, aproximadamente, 4 vezes maior que o coeficiente convectivo lateral. Para a região central obtém-se um gradiente de aproximadamente 25 °C e para a região inferior tem-se um gradiente de aproximadamente 32 °C.

As maiores temperaturas no bloco são sempre observadas na posição  $x = L_x/2$  e  $y = 0$ , visto que, considerou-se que a superfície inferior do bloco é adiabática, ou seja, não troca calor com a superfície sobre a qual se encontra. Este comportamento é observado para todos os casos mostrados adiante.

As Figuras (29) a (32) apresentam a distribuição de temperatura para 3, 7, 14 e 28 dias em que, observa-se que aos 3 dias, a região central apresenta-se com temperatura elevada, enquanto que, a superfície do bloco apresenta temperatura mais próxima da temperatura ambiente. Com o passar dos dias, o bloco se resfria aos poucos, uma vez que a geração de

calor devido à hidratação do cimento cessa até que aos 14 dias o bloco encontra-se próximo de atingir o equilíbrio com a temperatura ambiente.

Figura 29 - Distribuição de temperatura em 3 dias – Caso 1.

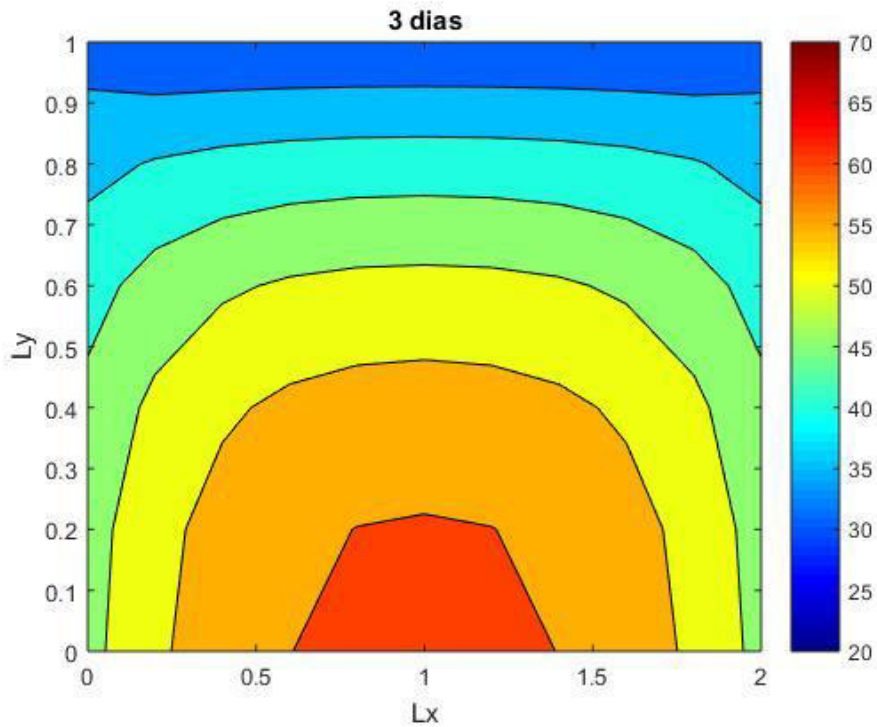


Figura 30 - Distribuição de temperatura em 7 dias – Caso 1.

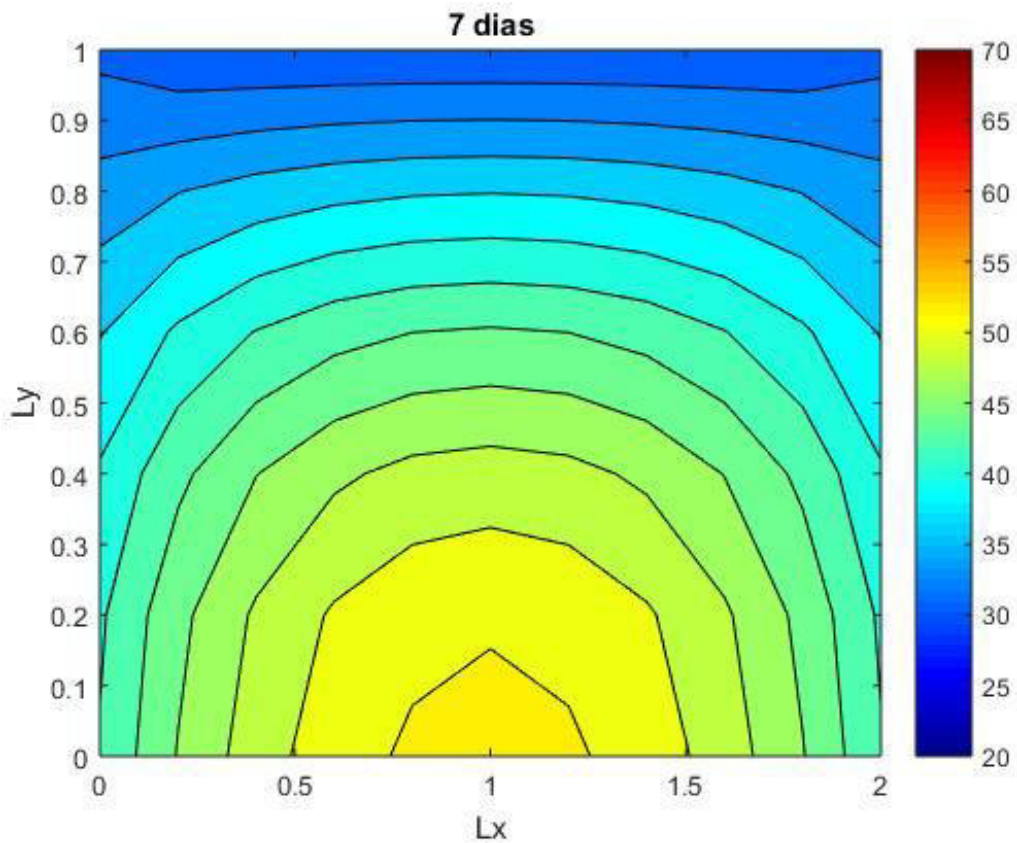


Figura 31 - Distribuição de temperatura em 14 dias – Caso 1.

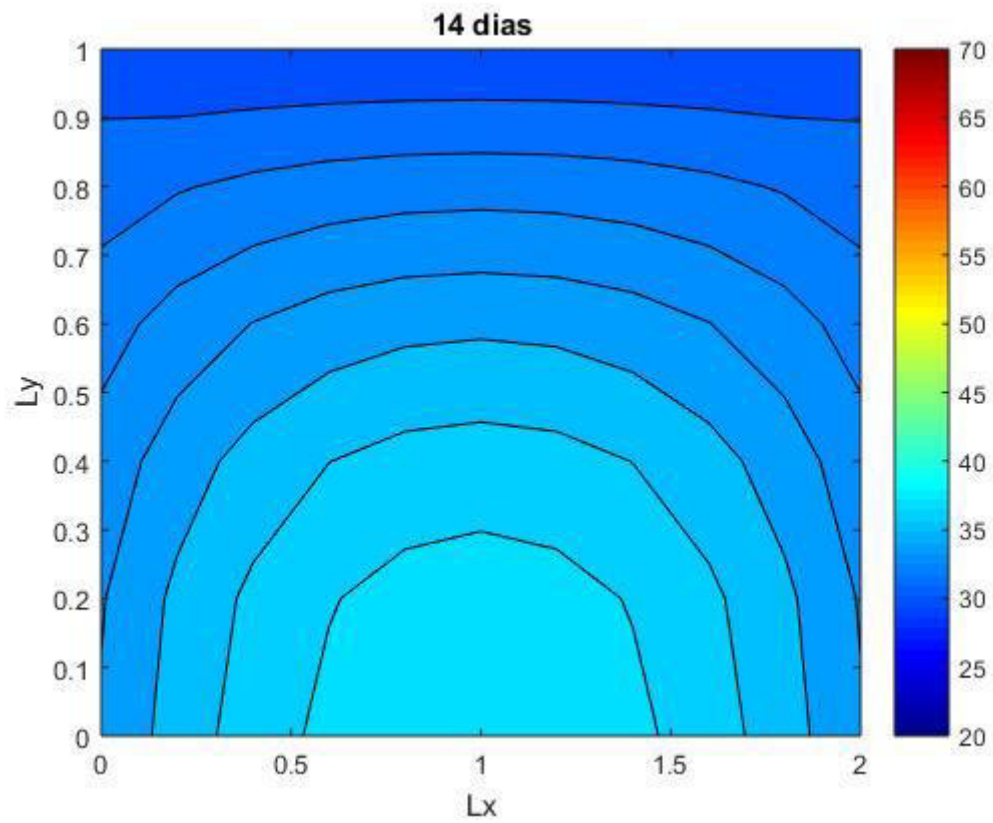
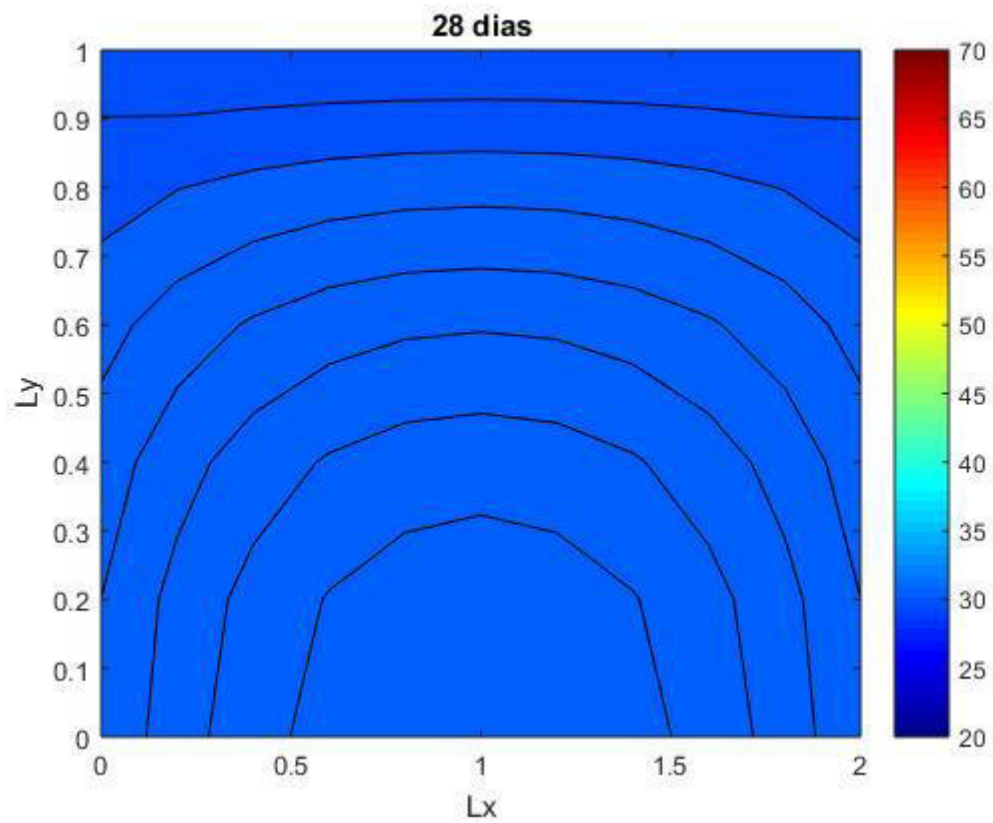
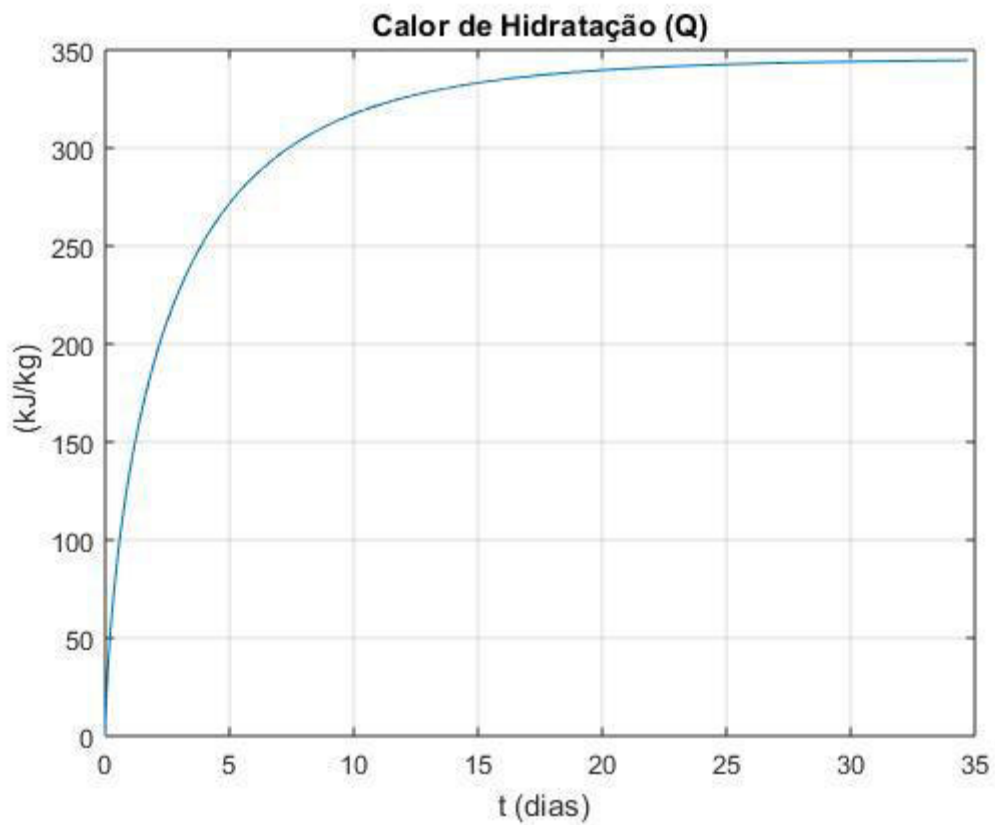


Figura 32 - Distribuição de temperatura em 28 dias – Caso 1.



Foi possível observar o calor gerado pela reação química do cimento, apresentado na Figura (33) e a elevação da temperatura adiabática, Figura (34).

Figura 33 - Calor de Hidratação – Caso 1.

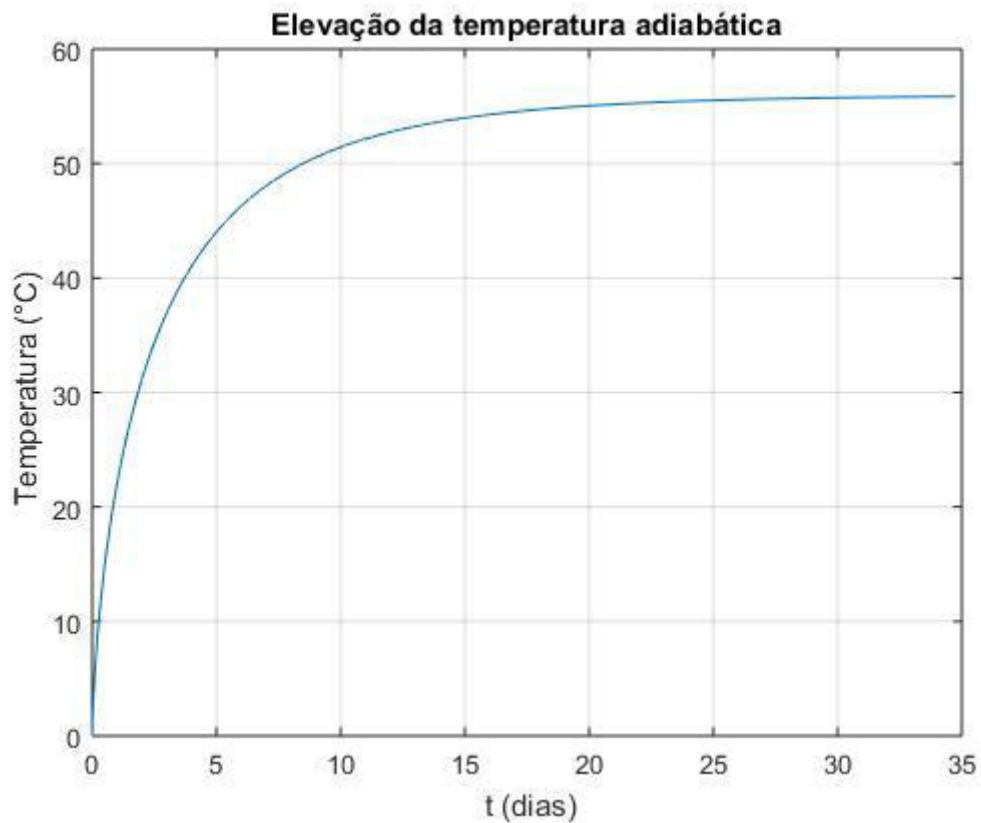


Observa-se que o calor de hidratação é liberado de maneira intensa nos primeiros cinco dias e continua existindo geração de calor até vinte dias, aproximadamente, entretanto de maneira discreta.

A temperatura adiabática apresenta uma elevação vigorosa inicialmente, observando-se um aumento de 45 °C nos primeiros cinco dias. Esta continua a se elevar até aproximadamente vinte dias, quando atinge a temperatura adiabática máxima de 56°C.



Figura 34 - Elevação da temperatura adiabática – Caso 1.



As Figuras (35), (36) e (37) apresentam as tensões analisadas em um ponto localizado na região superior, central e inferior, respectivamente.

Nota-se que as tensões para um ponto localizado na superfície superior do bloco tendem a zero e tornam-se mais significativas para a região central e inferior para as quais, por volta do décimo quinto dia, ultrapassa a linha de resistência à tração do concreto na região inferior e por volta do trigésimo dia na região central, ficando evidente a tendência de fissuração nessas idades.

Verifica-se também que, as maiores tensões de compressão sempre ocorrem logo após ao nó apresentar o maior pico de temperatura local. Assim, a superfície superior apresenta o pico de tensão por volta de 12 horas, a superfície central por volta de 3 dias e a superfície inferior por volta de 4 dias.

Figura 35 - Tensão térmica em um ponto superior do bloco de concreto – Caso 1.

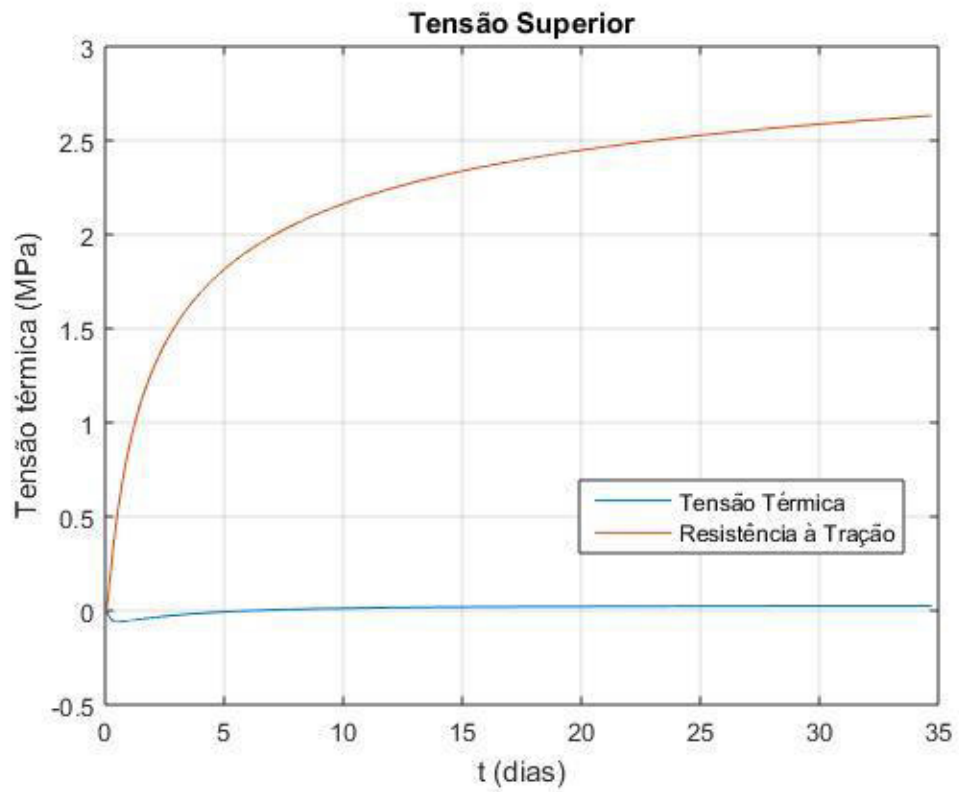


Figura 36 - Tensão térmica em um ponto central do bloco de concreto – Caso 1.

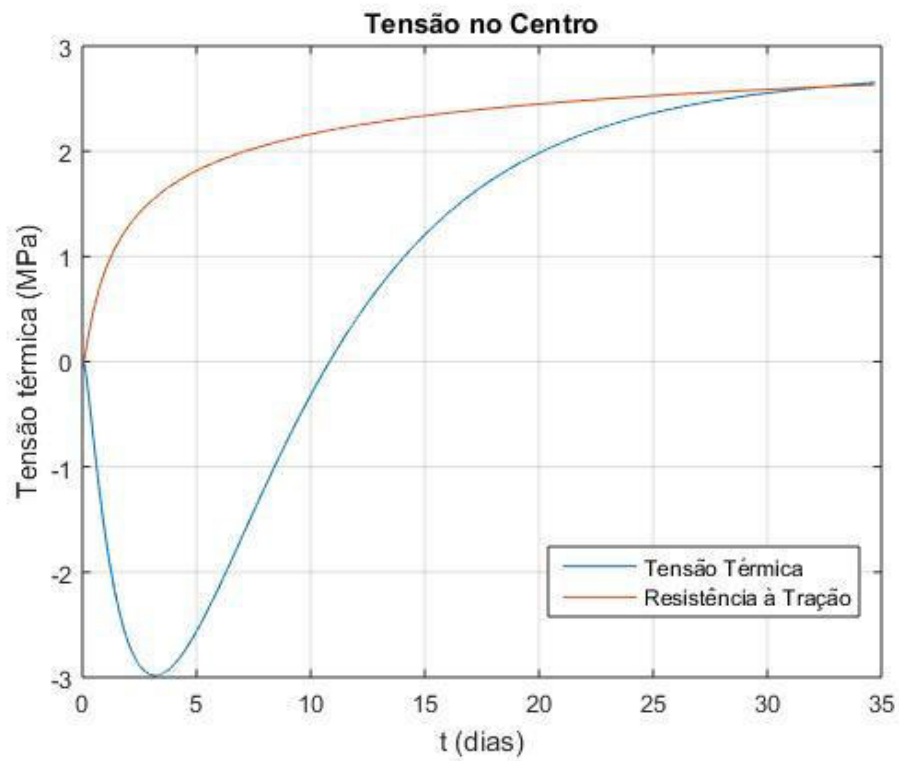
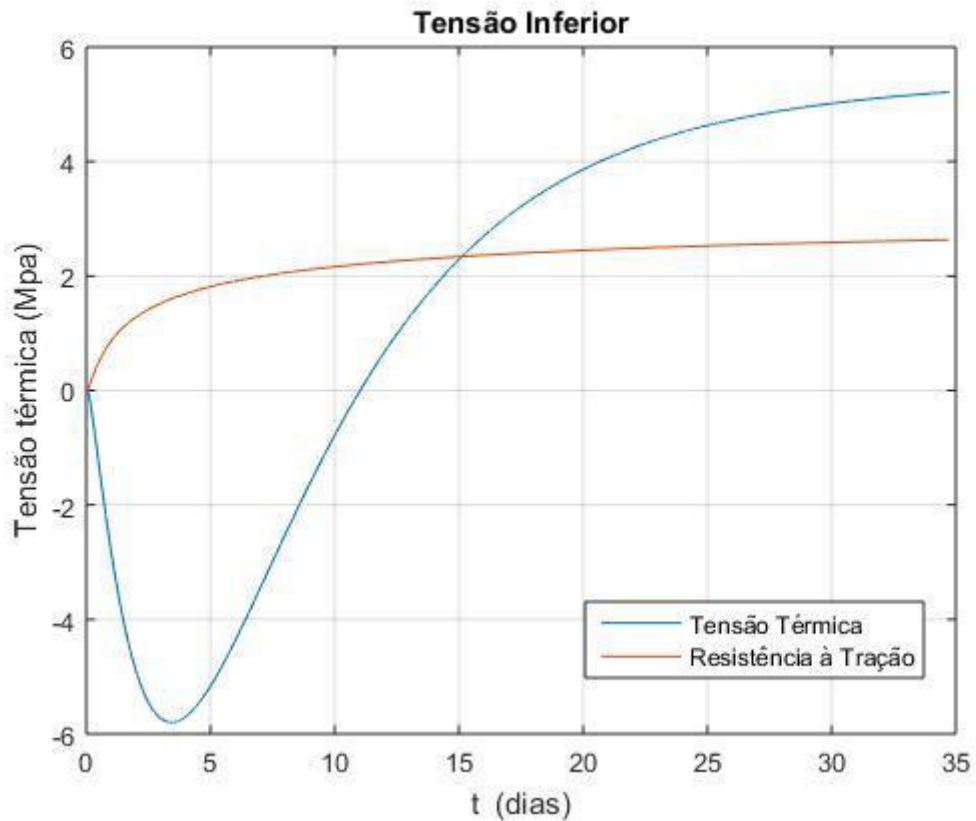


Figura 37 - Tensão em um ponto inferior no bloco de concreto – Caso 1.



Para o Caso 2, mantém-se as dimensões  $L_x = 2,0 m$  e  $L_y = 1,0 m$  e  $d_x = d_y = 0,2 m$  e propriedades indicadas na Tabela (2) e altera-se somente o consumo de cimento para  $500 kg/m^3$ , obtendo-se as Figuras (38), (39) e (40) para a temperatura na região superior, central e inferior, respectivamente.

Figura 38 - Temperatura na região superior do bloco de concreto – Caso 2.

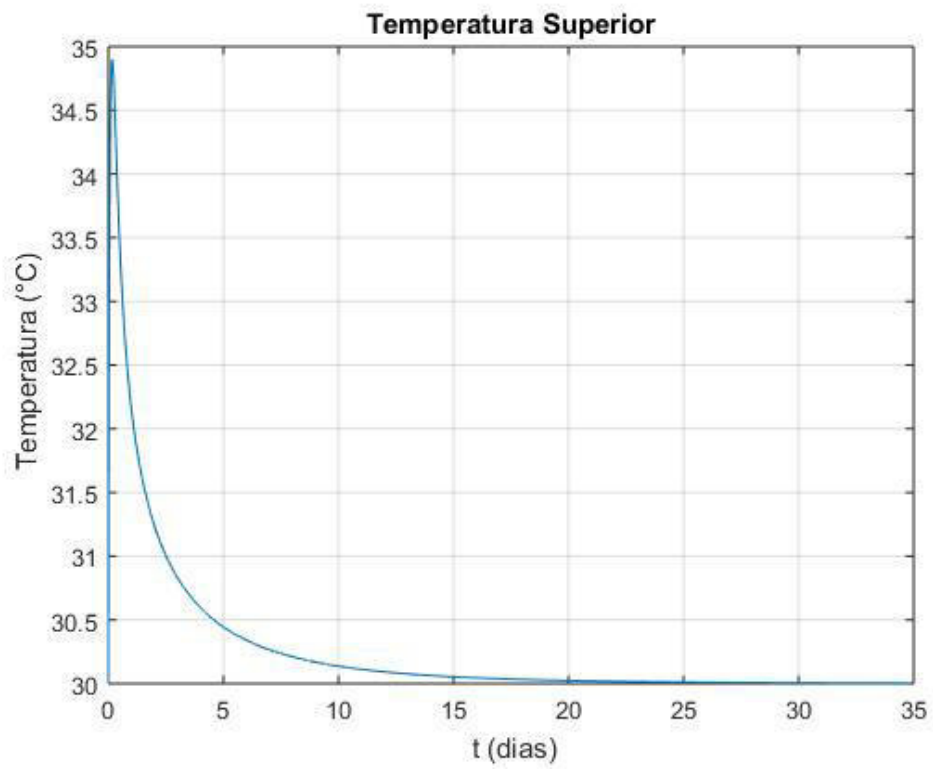


Figura 39 - Temperatura na região central do bloco de concreto – Caso 2.

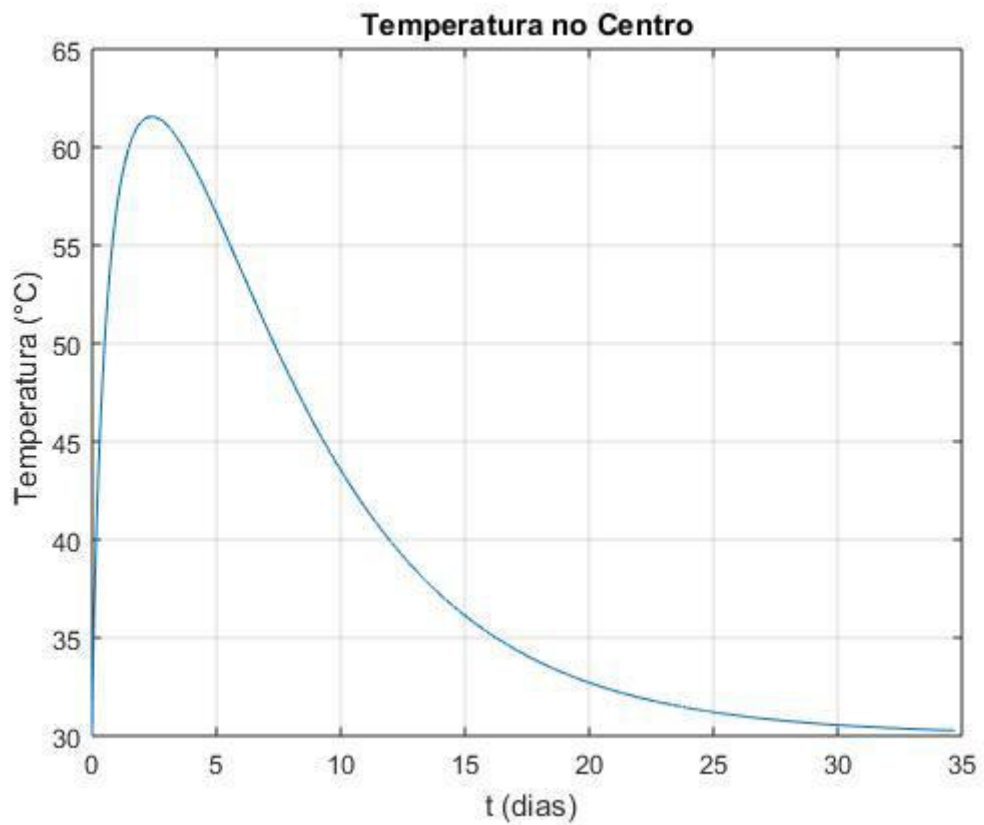
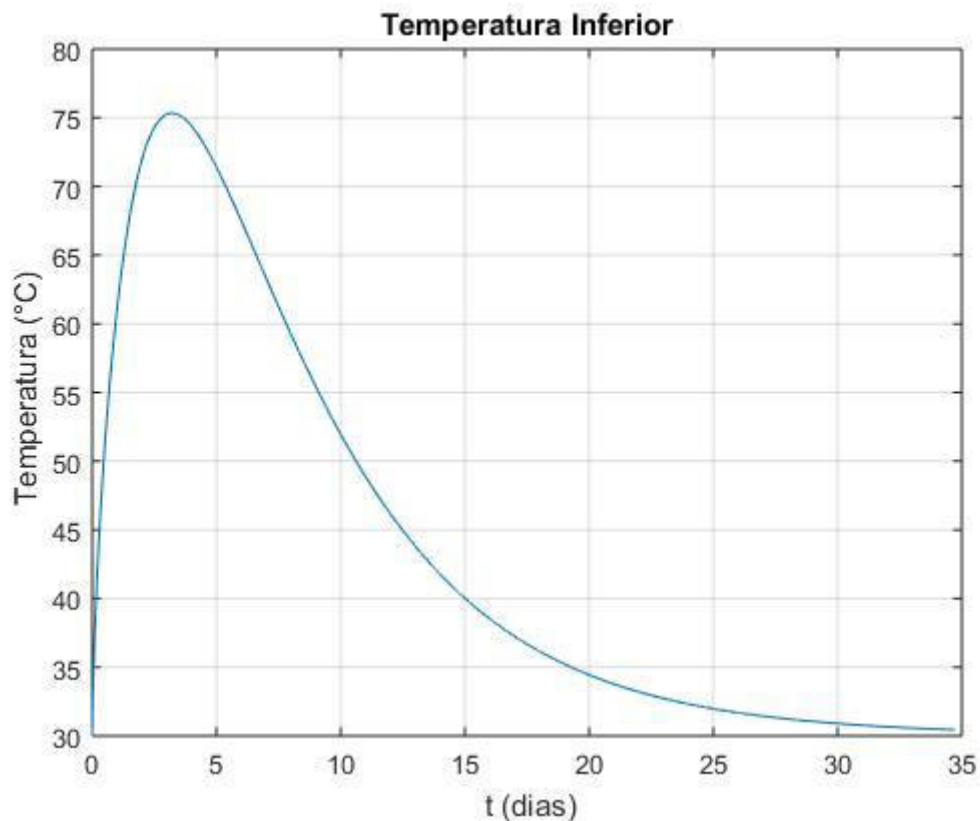


Figura 40 - Temperatura na região inferior do bloco de concreto – Caso 2.



Com o aumento do consumo de cimento, observa-se o aumento das temperaturas atingidas pelo bloco, o que era de se esperar. A temperatura máxima atingida na região superior eleva-se de 33,5 para 35 °C, na região central, de 52 para 62 °C e na região inferior de 62 para 75°C.

As Figuras (41) a (44) apresentam a distribuição de temperatura para 3, 7, 14 e 28 dias através das quais é possível observar que aos 3 dias a região central apresenta-se com temperatura elevada e aos 28 dias o bloco encontra-se próximo de atingir o equilíbrio com a temperatura ambiente.

Nota-se que a região inferior atinge temperaturas de 70 °C para  $y$  variando de 0 até 0,4 m, aproximadamente. Estes valores são maiores no Caso 2 quando comparados ao Caso 1, com temperaturas de 60 °C para  $y$  variando de 0 até 0,2 m e  $x$  variando de 0,6 até 1,4 m, aproximadamente.

Figura 41 - Distribuição de temperatura em 3 dias – Caso 2.

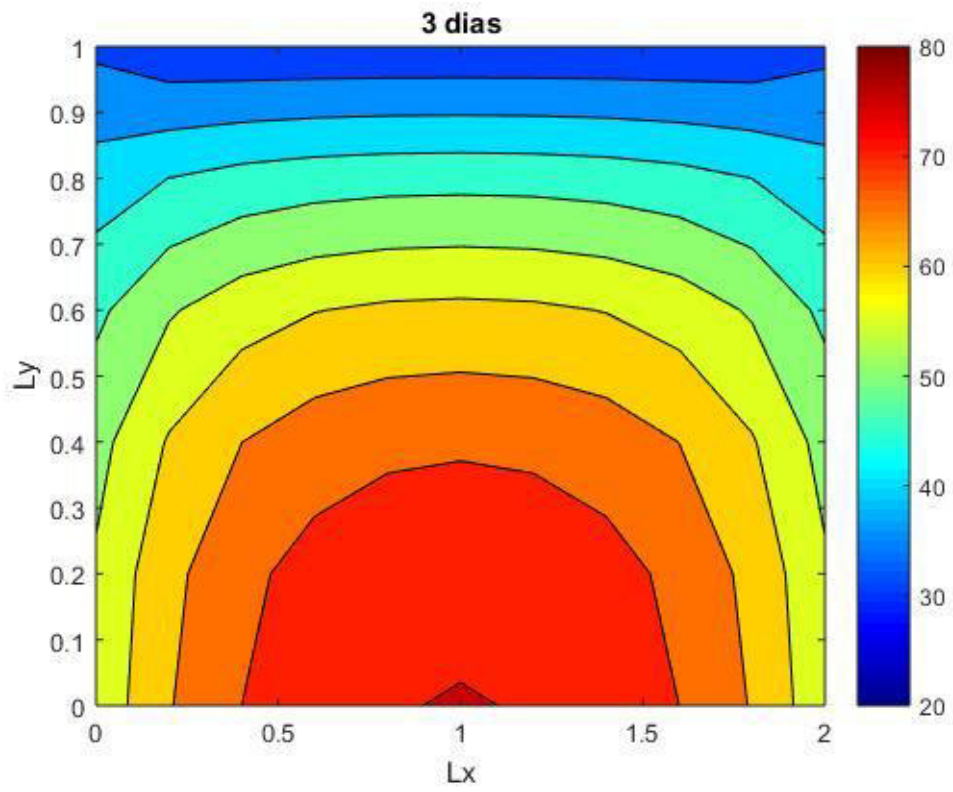


Figura 42 - Distribuição de temperatura em 7 dias – Caso 2.

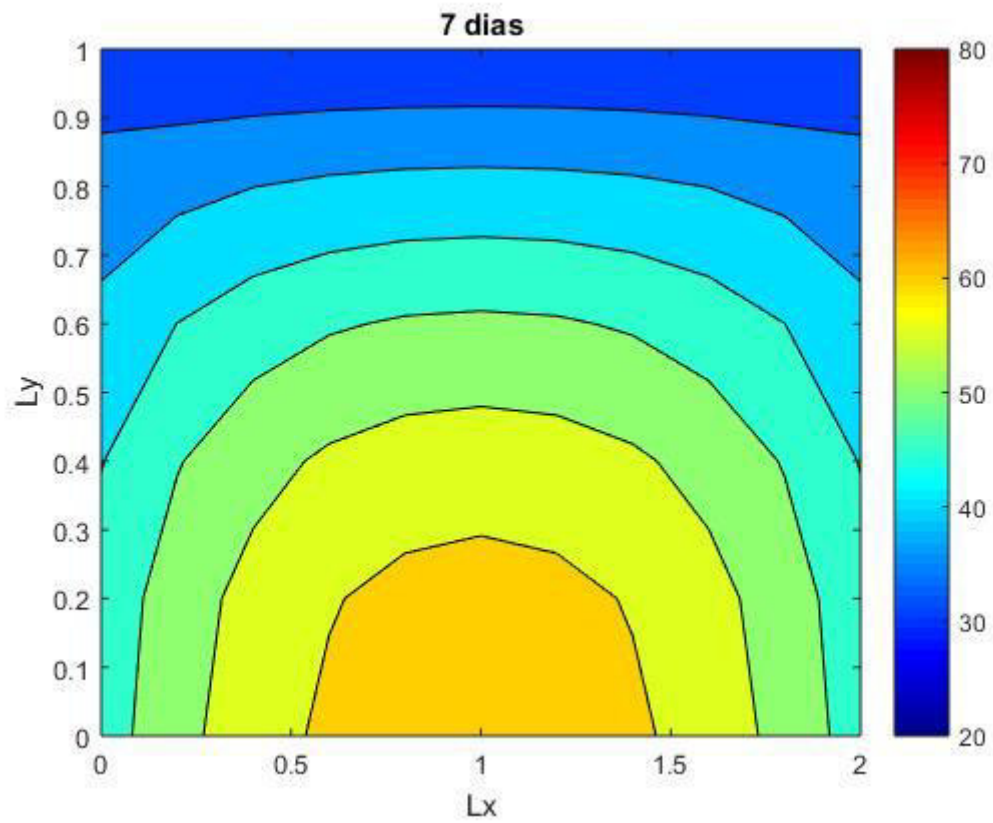


Figura 43 - Distribuição de temperatura em 14 dias – Caso 2.

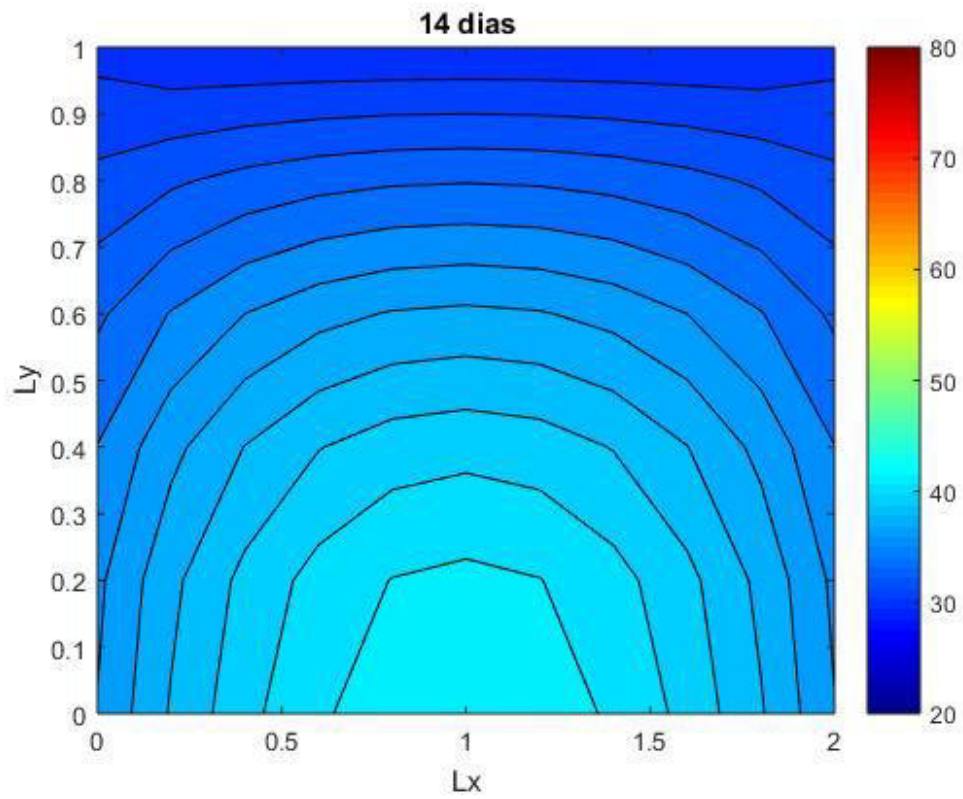
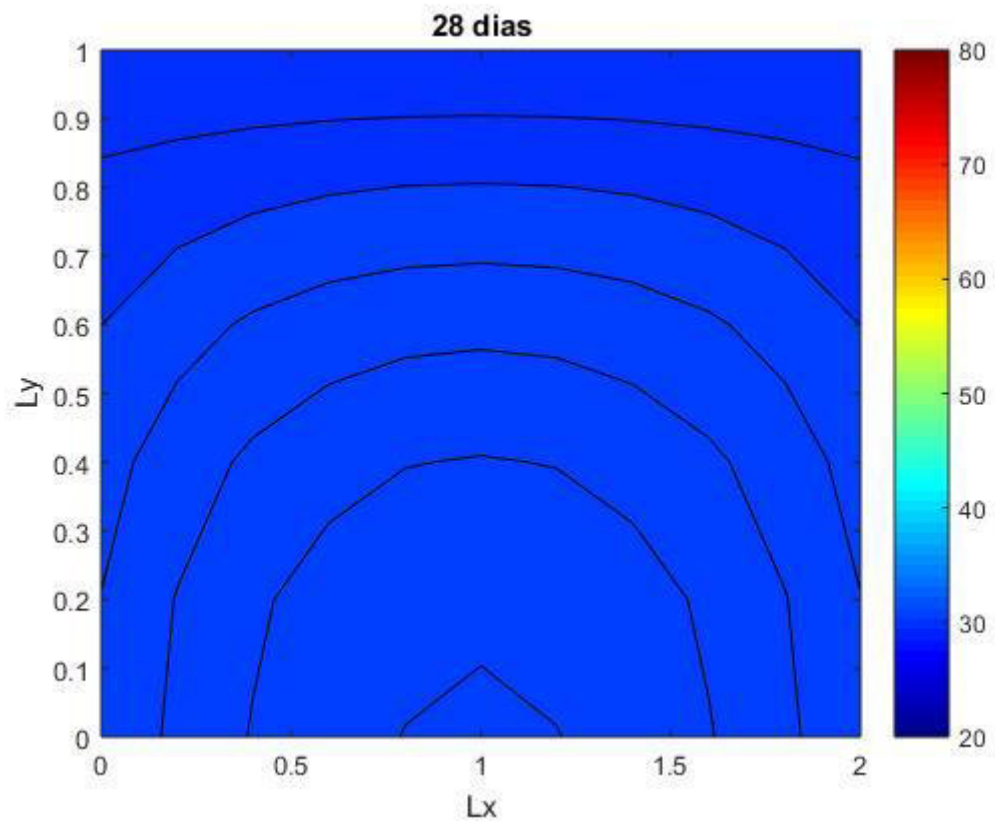
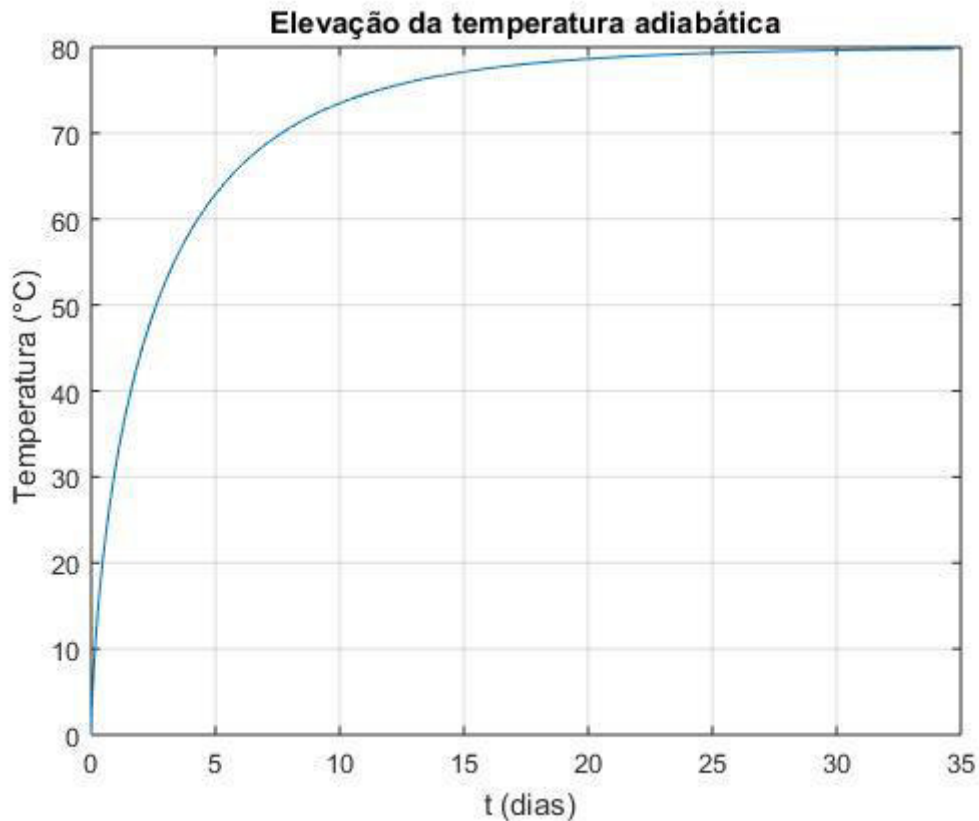


Figura 44 - Distribuição de temperatura em 28 dias – Caso 2.



A Figura (45) apresenta a elevação da temperatura adiabática. Esta manifesta uma elevação vigorosa inicialmente, observando-se um aumento de 60 °C nos primeiros cinco dias e continua a se elevar até, aproximadamente, vinte dias, quando atinge a temperatura adiabática máxima de 80 °C. Observa-se um aumento de 24°C na temperatura adiabática máxima quando comparados os Casos 1 e 2.

Figura 45 - Elevação da temperatura adiabática - Caso 2.



As Figuras (46), (47) e (48) apresentam as tensões analisadas em um ponto localizado na região superior, central e inferior, respectivamente.

Mais uma vez nota-se que, as tensões para um ponto localizado na superfície superior do bloco tendem a zero e tornam-se mais significativas para a região central e inferior para as quais, por volta do décimo quinto dia ultrapassam a linha de resistência à tração do concreto, ficando evidente a tendência de fissuração nessa idade.

As tensões (em módulo) apresentam-se maiores no Caso 2, se comparadas com o Caso 1, o que era de se esperar, em virtude do aumento das temperaturas atingidas pelo bloco.



Figura 46 - Tensão térmica em um ponto superior do bloco de concreto – Caso 2.

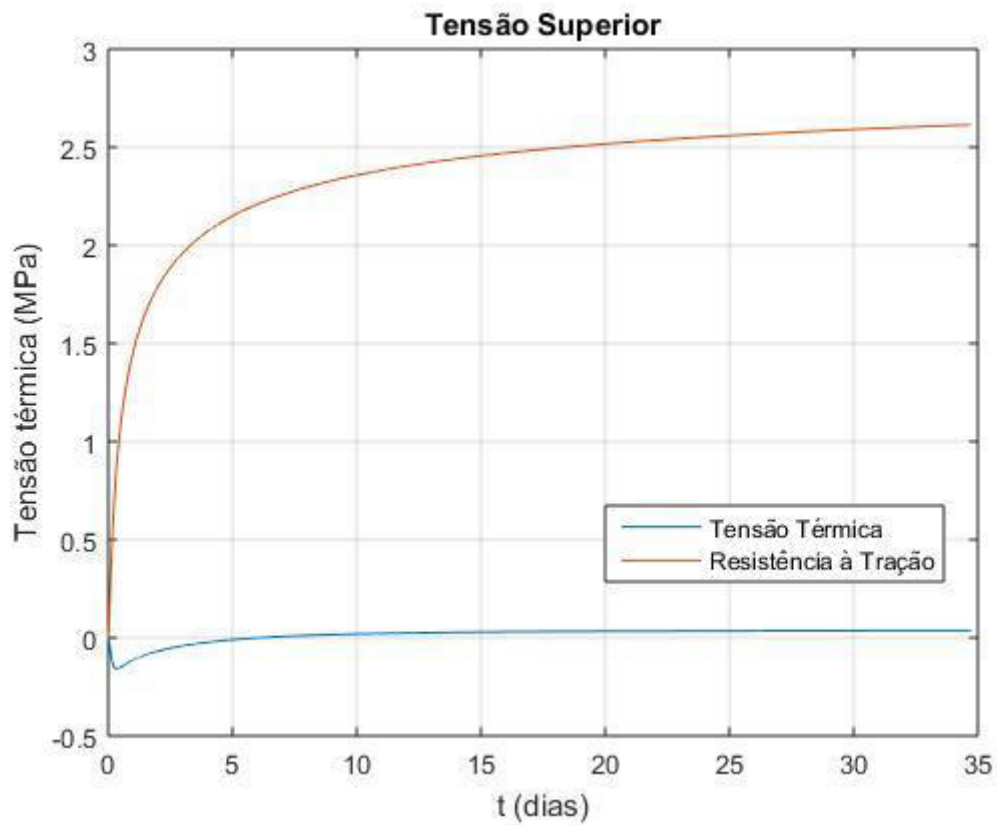


Figura 47 - Tensão térmica em um ponto central do bloco de concreto – Caso 2.

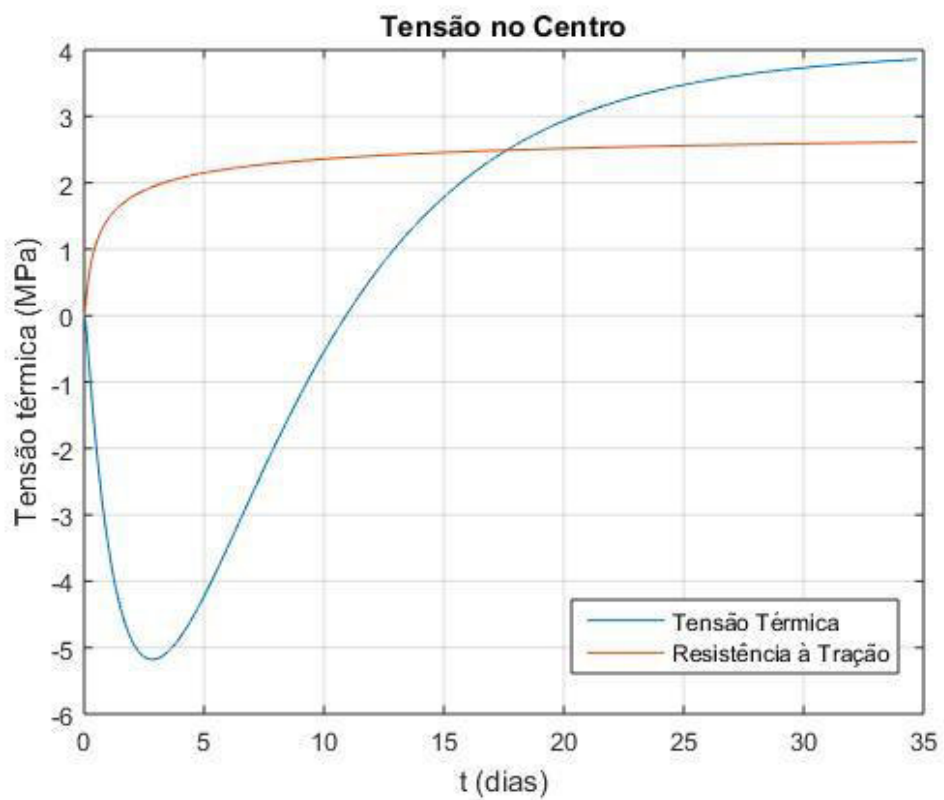
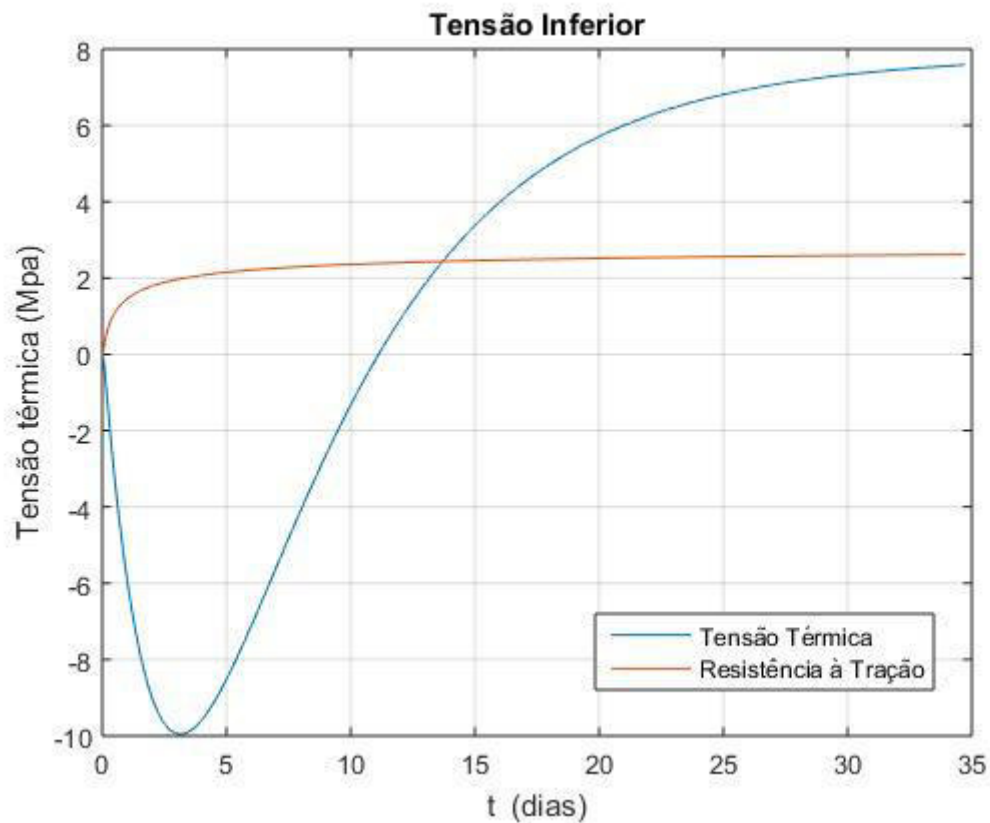


Figura 48 - Tensão térmica em um ponto inferior do bloco de concreto – Caso 2.



Para o Caso 3, considerou-se as mesmas dimensões e condições impostas no Caso 1, alterando-se a condutibilidade térmica para  $k = 4,48 (W/m \cdot ^\circ C)$ , apresentado como sendo o máximo para o concreto, por Santos (2019).

As temperaturas obtidas quanto ao Caso 3 para a região superior, central e inferior são apresentadas conforme Figuras (49), (50) e (51), respectivamente. Verifica-se temperaturas máximas mais baixas, se comparadas com o Caso 1, em virtude da maior condutibilidade térmica adotada, ou seja, aumentou-se a facilidade do material de dissipar calor, obtendo-se menores gradientes de temperatura.

Figura 49 - Temperatura na região superior do bloco de concreto – Caso 3.

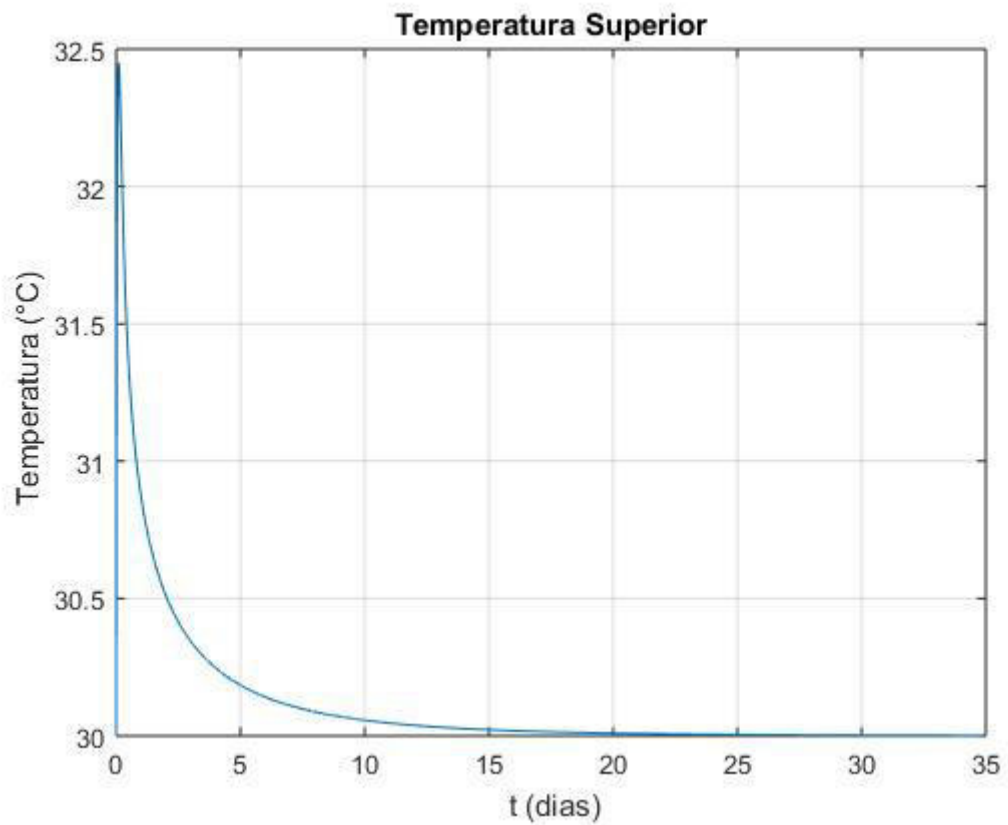


Figura 50 - Temperatura na região central do bloco de concreto – Caso 3.

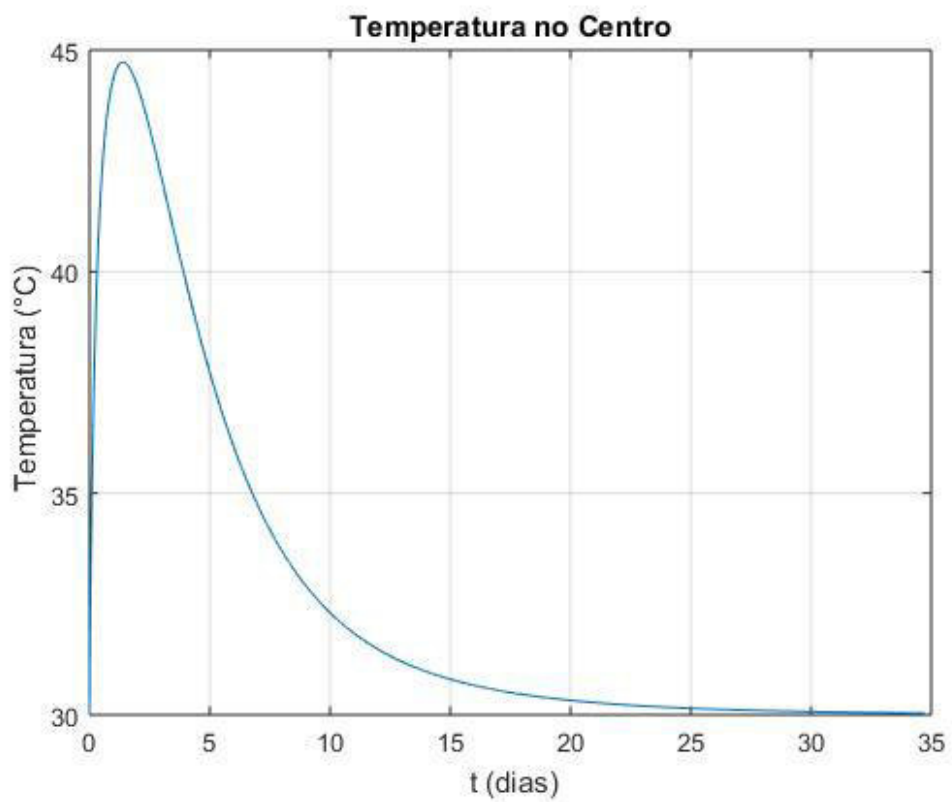
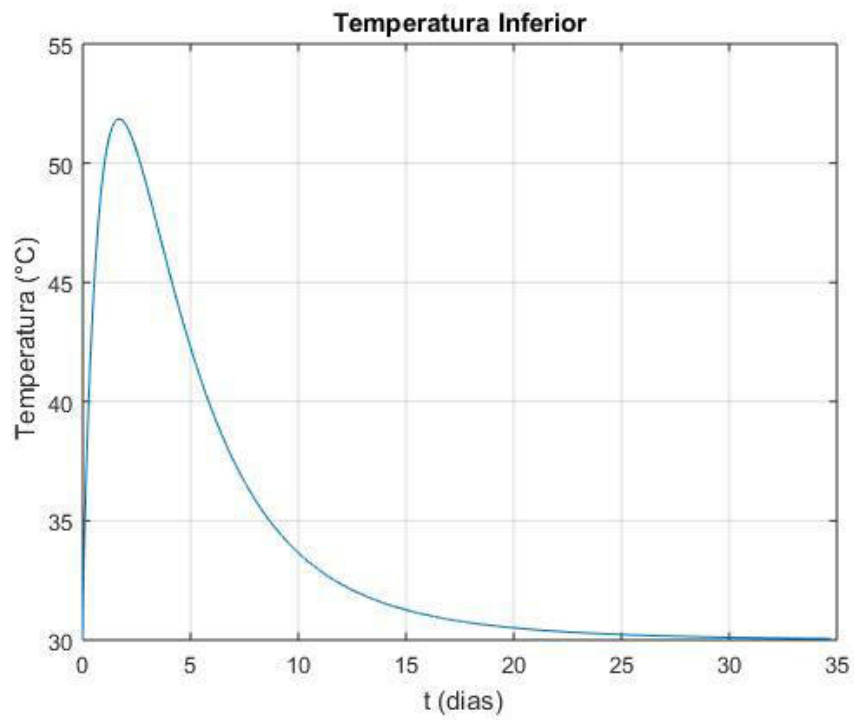


Figura 51 - Temperatura na região inferior do bloco de concreto – Caso 3.



As Figuras (52) a (55) apresentam a distribuição de temperatura para 3, 7, 14 e 28 dias em que, observa-se que aos 7 dias a região central encontra-se próxima de atingir o equilíbrio com a temperatura ambiente, enquanto no Caso 1 foram necessários 14 dias e no Caso 2 isto acontece por volta dos 28 dias.

Figura 52 - Distribuição de temperatura em 3 dias – Caso 3.

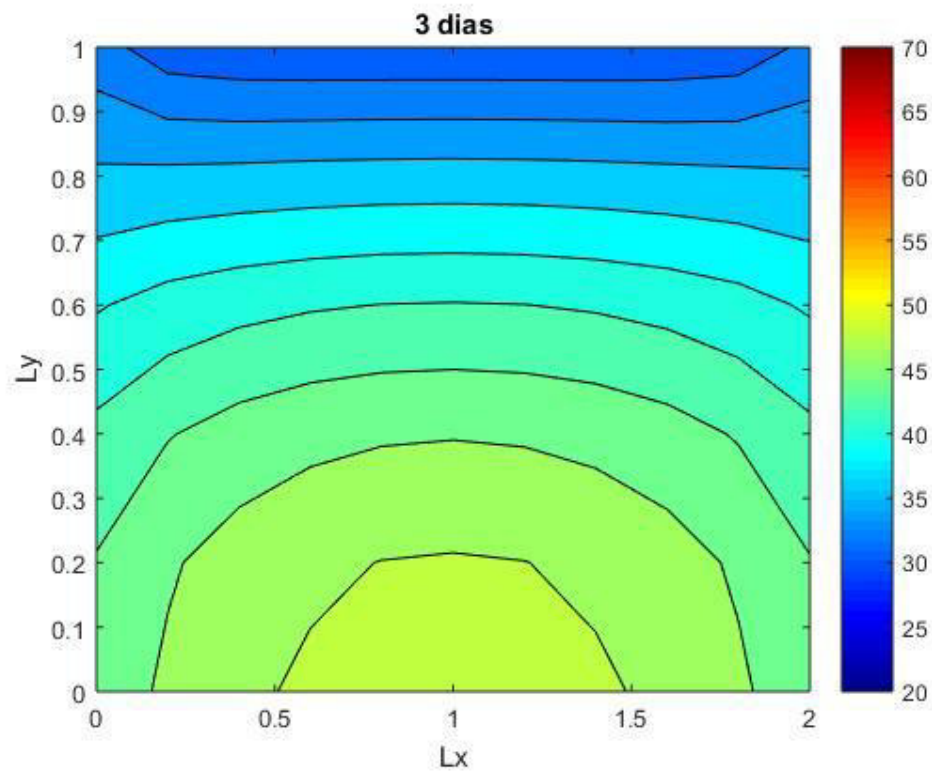


Figura 53 - Distribuição de temperatura em 7 dias – Caso 3.

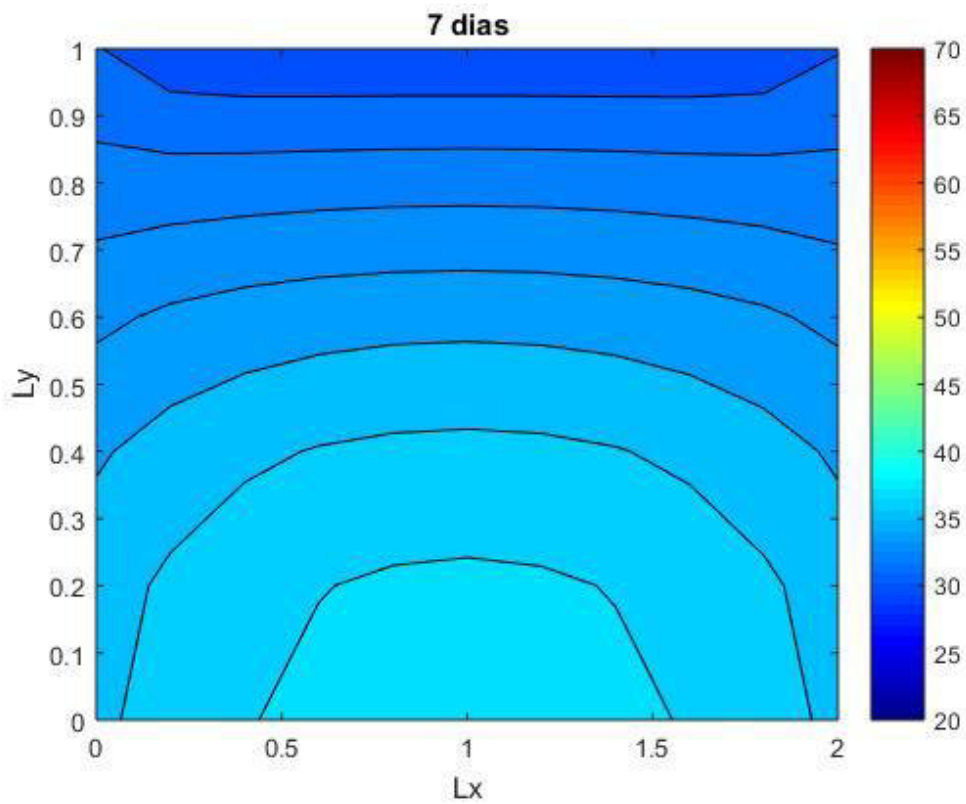


Figura 54 - Distribuição de temperatura em 14 dias – Caso 3.

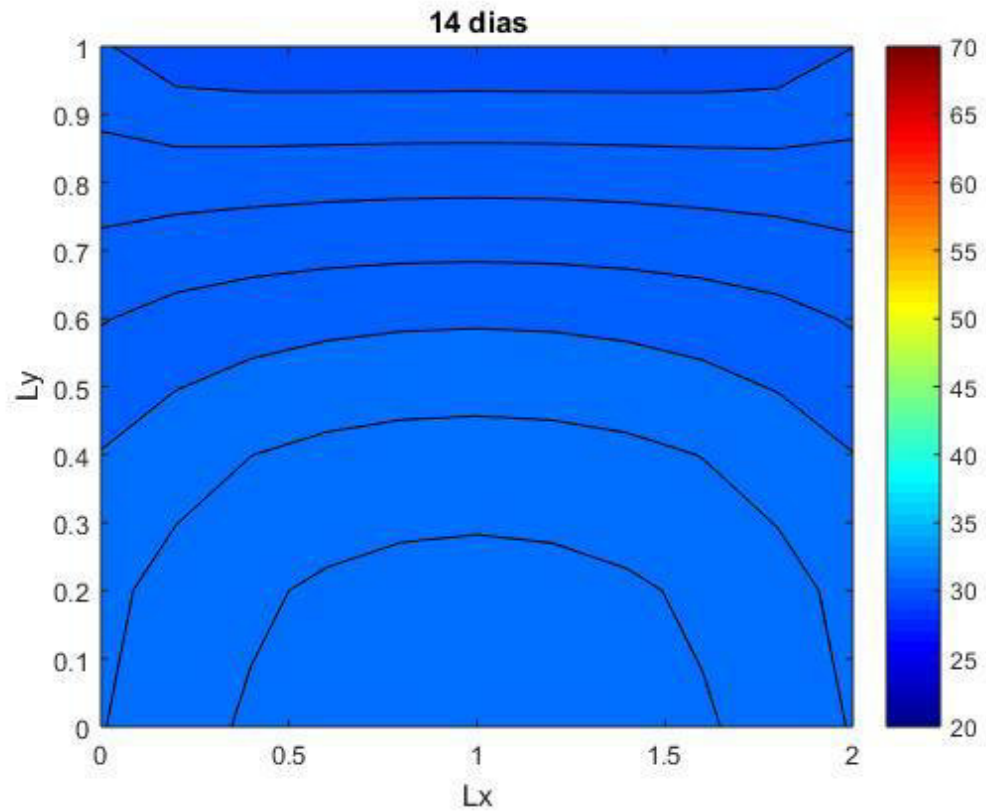
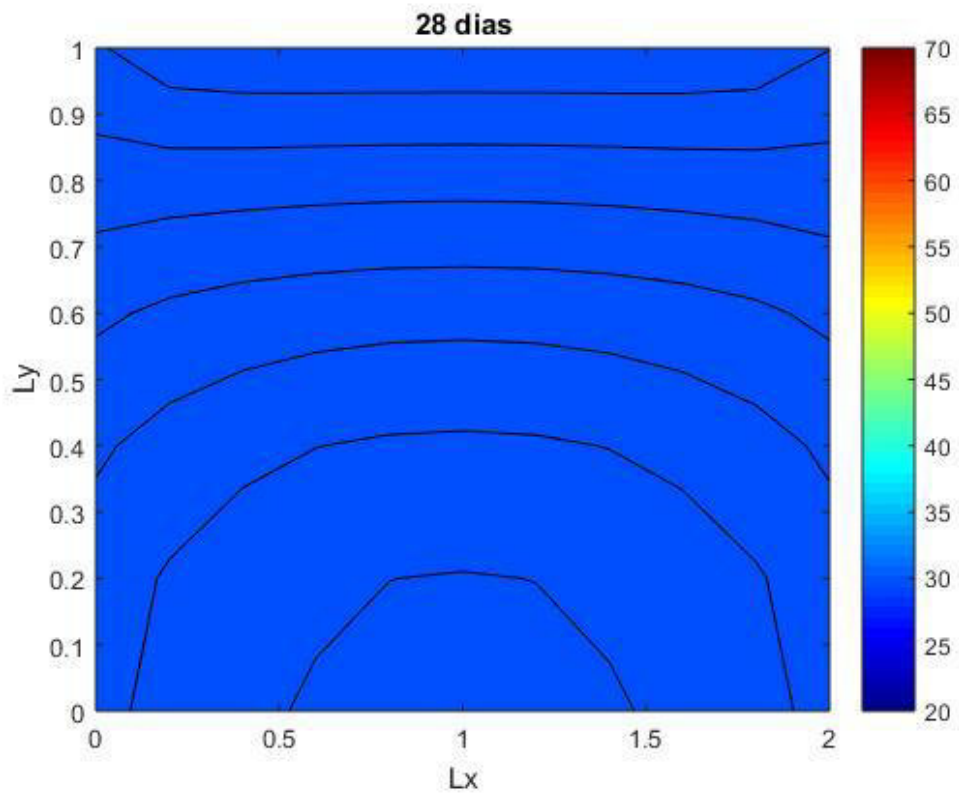


Figura 55 - Distribuição de temperatura em 28 dias – Caso 3.



As Figuras (56), (57) e (58) apresentam as tensões analisadas em um ponto localizado na região superior, central e inferior, respectivamente. As tensões também apresentam-se mais baixas, se comparadas ao Caso 1, em razão do baixo gradiente de temperatura, uma vez que a tensão é proporcional a este gradiente.

Observa-se que as tensões calculadas não ultrapassam a resistência a tração do concreto, indicando que as tensões térmicas geradas não provocam o aparecimento de fissuras em nenhum ponto do bloco.

Figura 56 - Tensão térmica em um ponto superior do bloco de concreto – Caso 3.

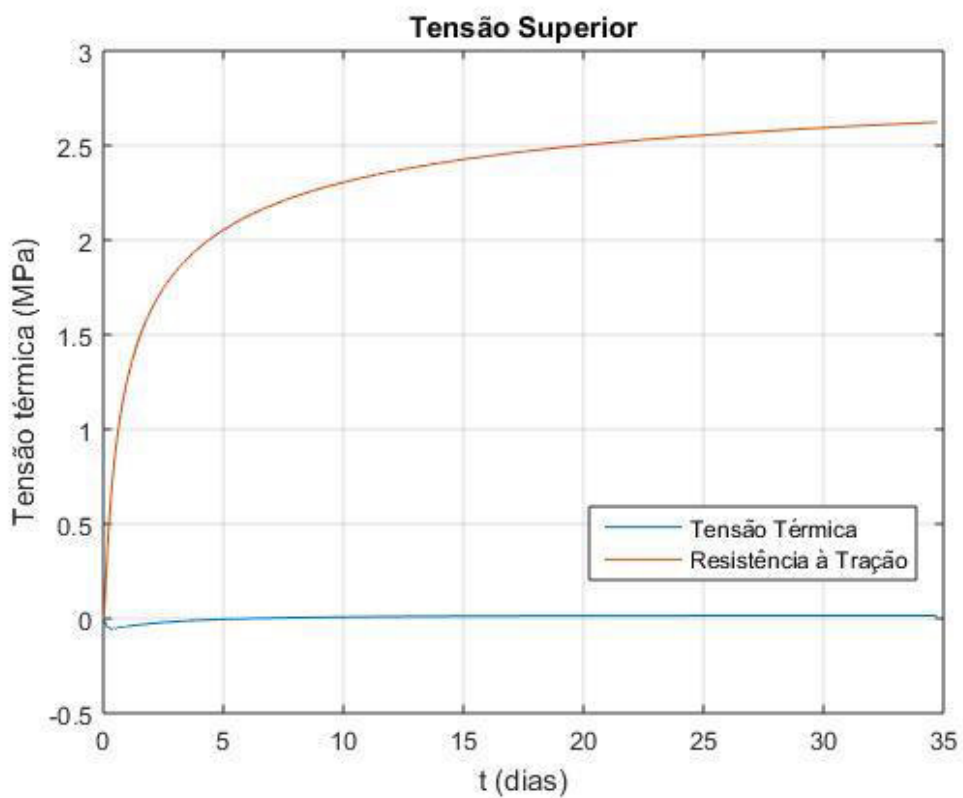


Figura 57 - Tensão térmica em um ponto central do bloco de concreto – Caso 3.

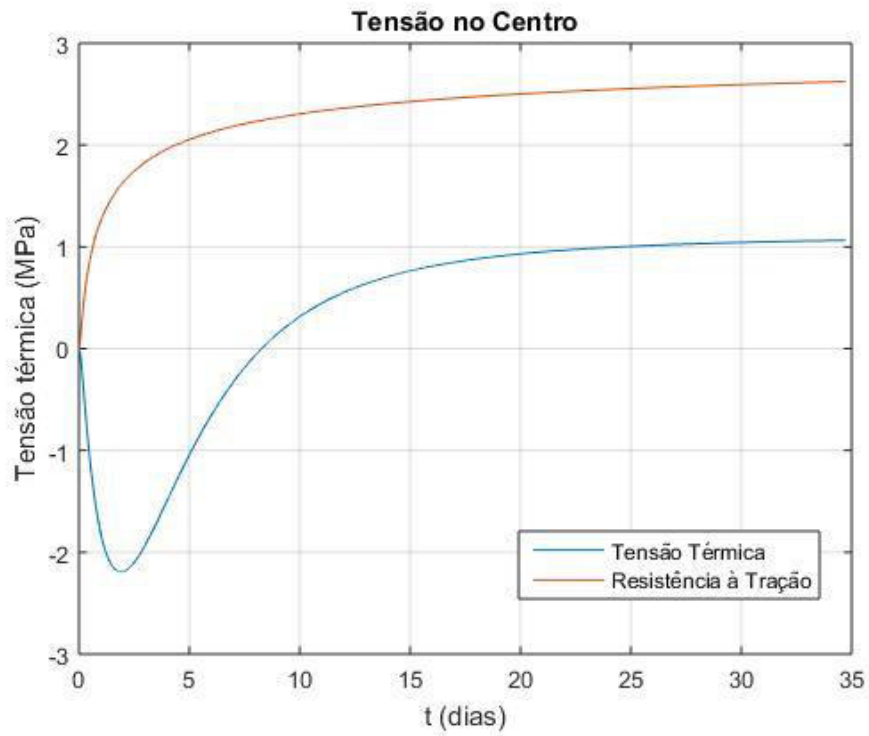
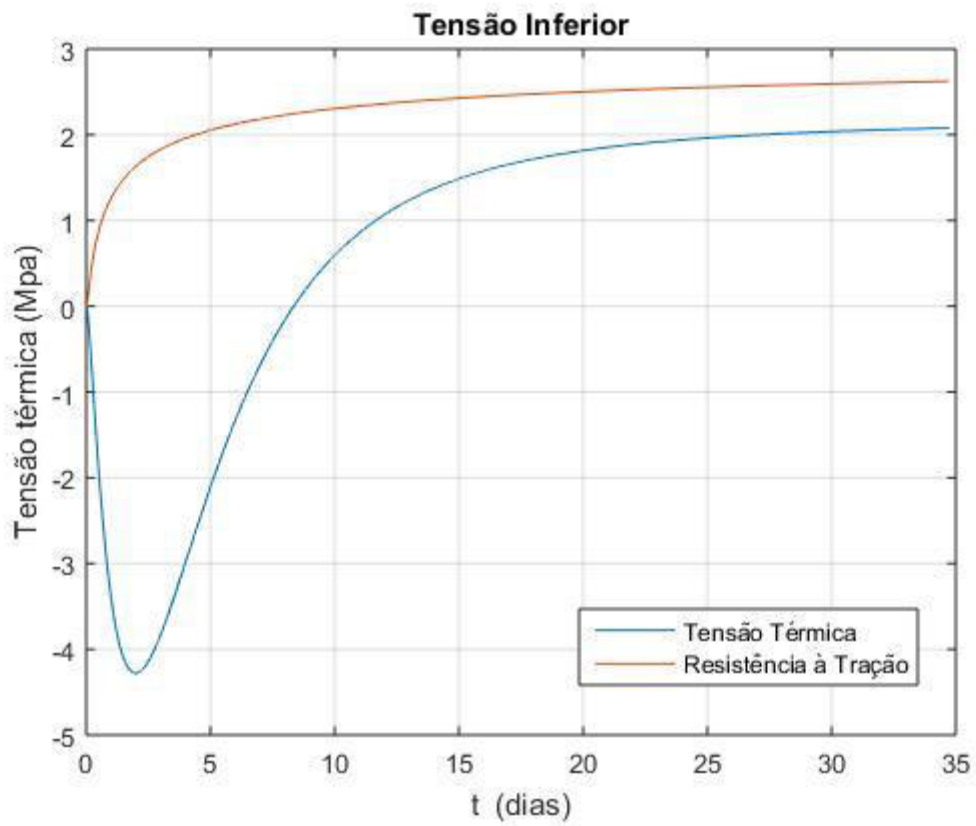


Figura 58 - Tensão térmica em um ponto inferior do bloco de concreto – Caso 3.





Para o Caso 4, adotou-se as dimensões  $L_x = 1,0 \text{ m}$  e  $L_y = 1,0 \text{ m}$  e  $d_x = d_y = 0,2 \text{ m}$ , um consumo de cimento de  $350 \text{ kg/m}^3$  e propriedades indicadas na Tabela (2).

Para tal caso, não utilizou-se o coeficiente de restrição  $K_r$ , visto que o mesmo não é válido para dimensões  $L_x$  e  $L_y$  iguais.

As temperaturas obtidas quanto ao Caso 4 para a região superior, central e inferior são apresentadas conforme Figuras (59), (60) e (61), respectivamente.

Figura 59 - Temperatura na região superior do bloco de concreto – Caso 4.

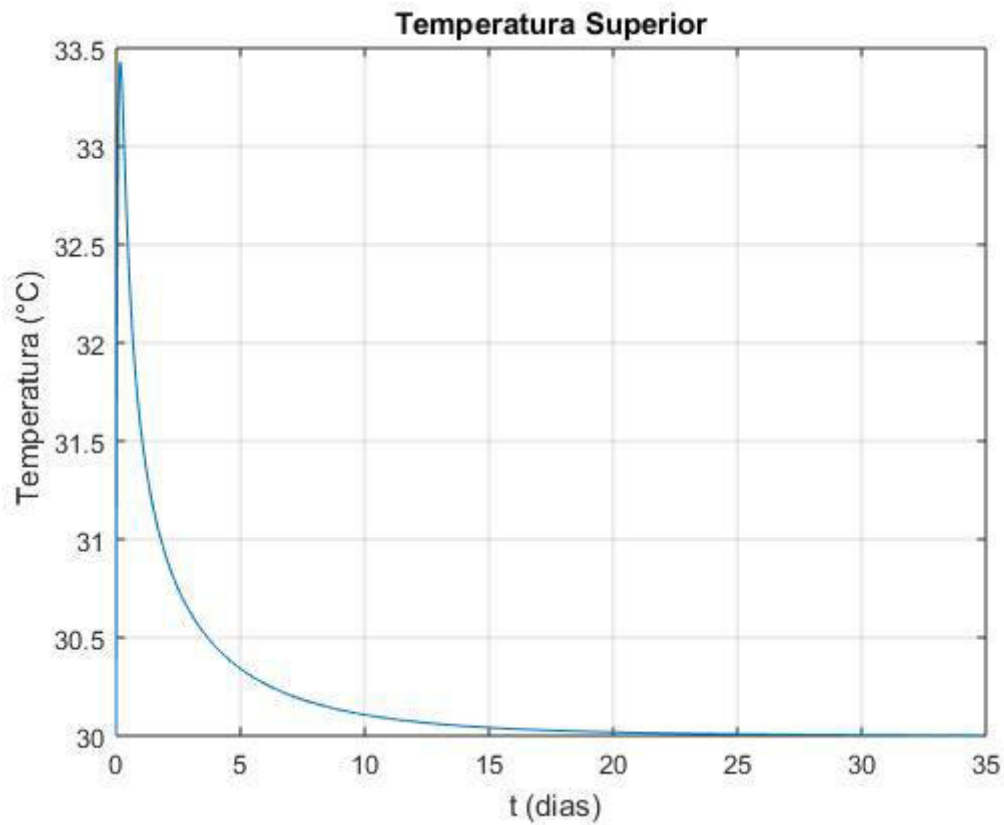


Figura 60 - Temperatura na região central do bloco de concreto – Caso 4.

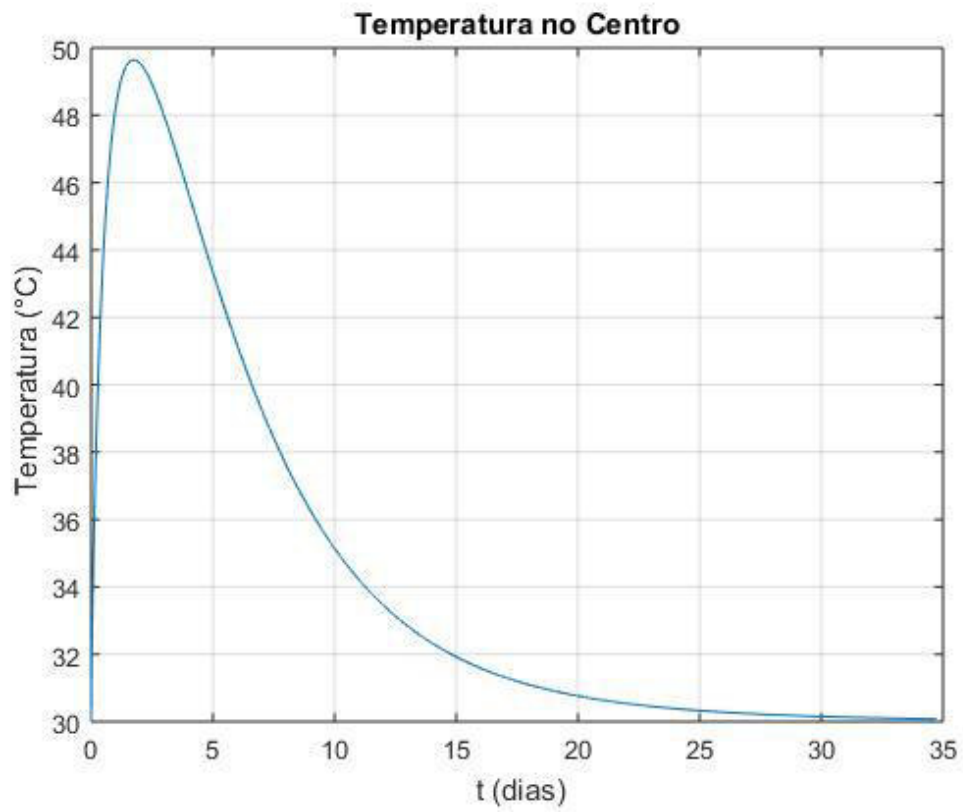
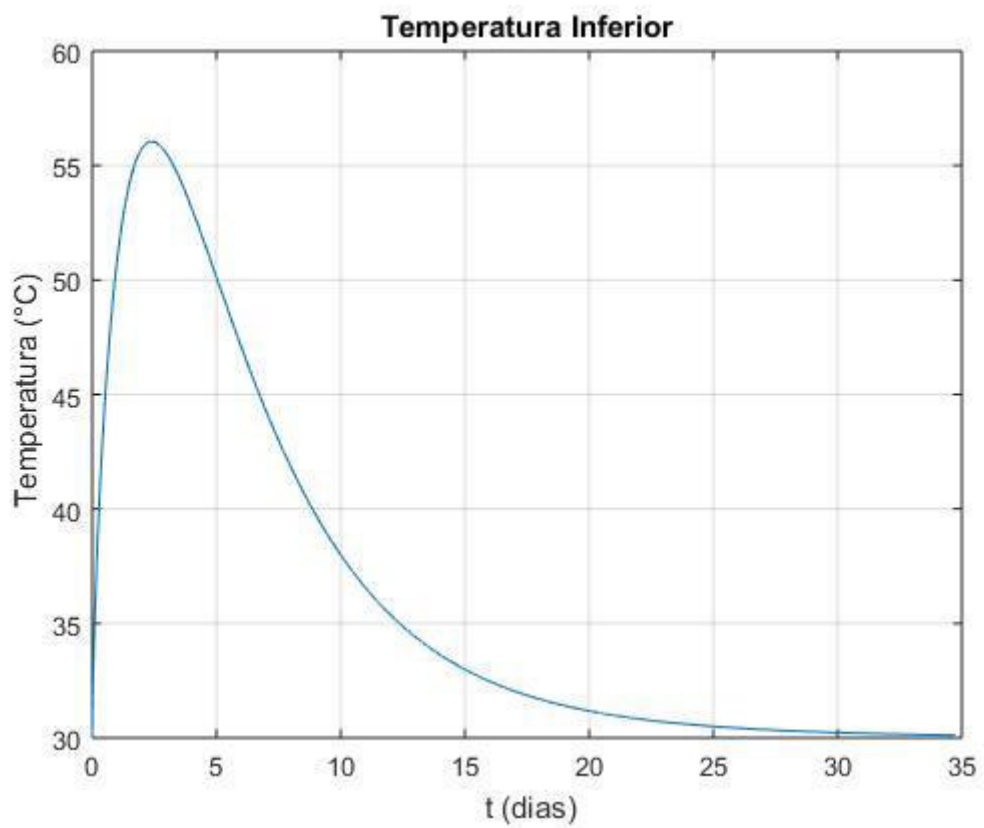


Figura 61 - Temperatura na região inferior do bloco de concreto – Caso 4.



Nota-se que com a redução das dimensões do bloco, menores são as temperaturas atingidas e mais rapidamente o concreto se resfria.

As Figuras (62) a (65) apresentam a distribuição de temperatura para 3, 7, 14 e 28 dias em que, observa-se que aos 7 dias a região encontra-se próxima de atingir o equilíbrio com a temperatura ambiente.

Figura 62 - Distribuição de temperatura em 3 dias – Caso 4.

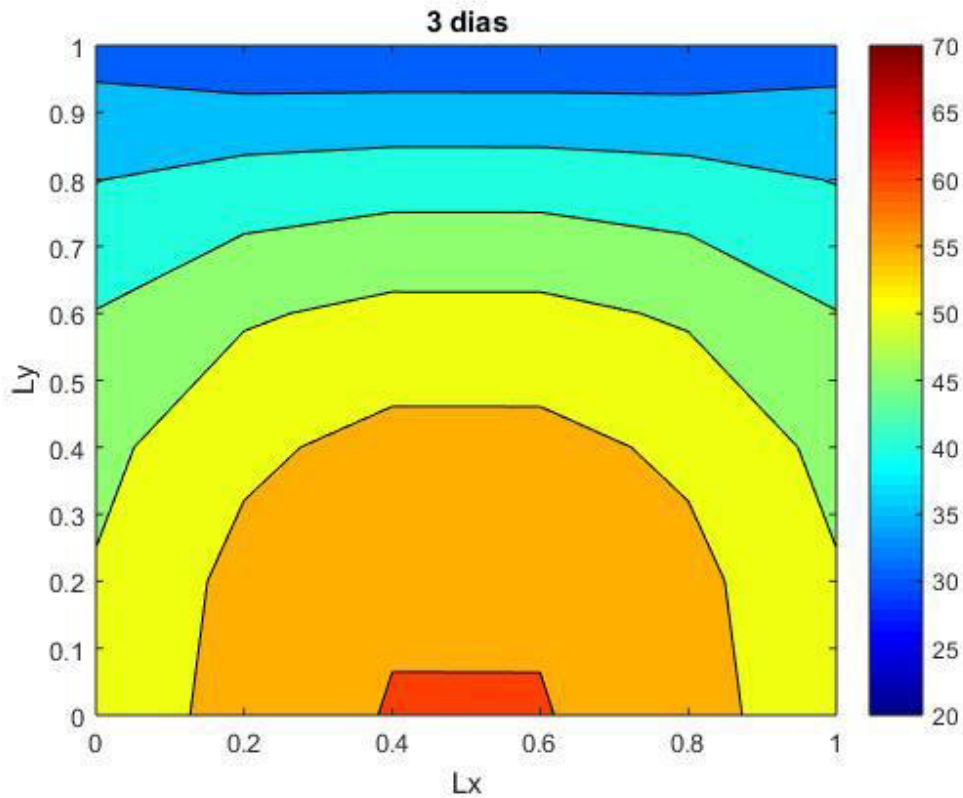


Figura 63 - Distribuição de temperatura em 7 dias – Caso 4.

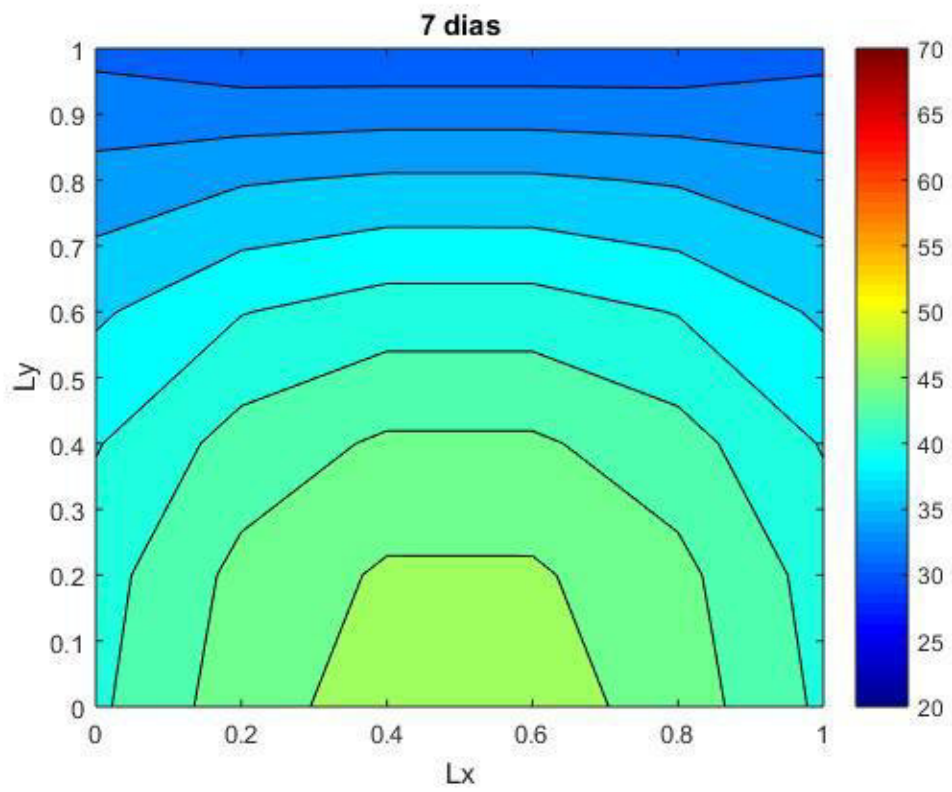


Figura 64 - Distribuição de temperatura em 14 dias – Caso 4.

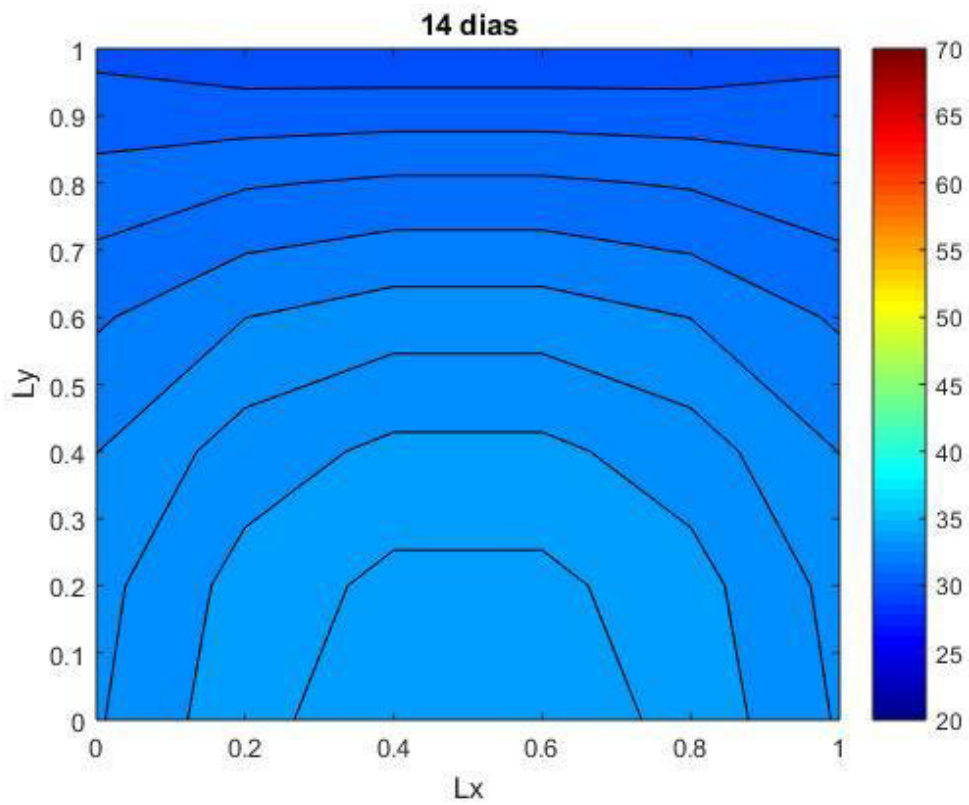
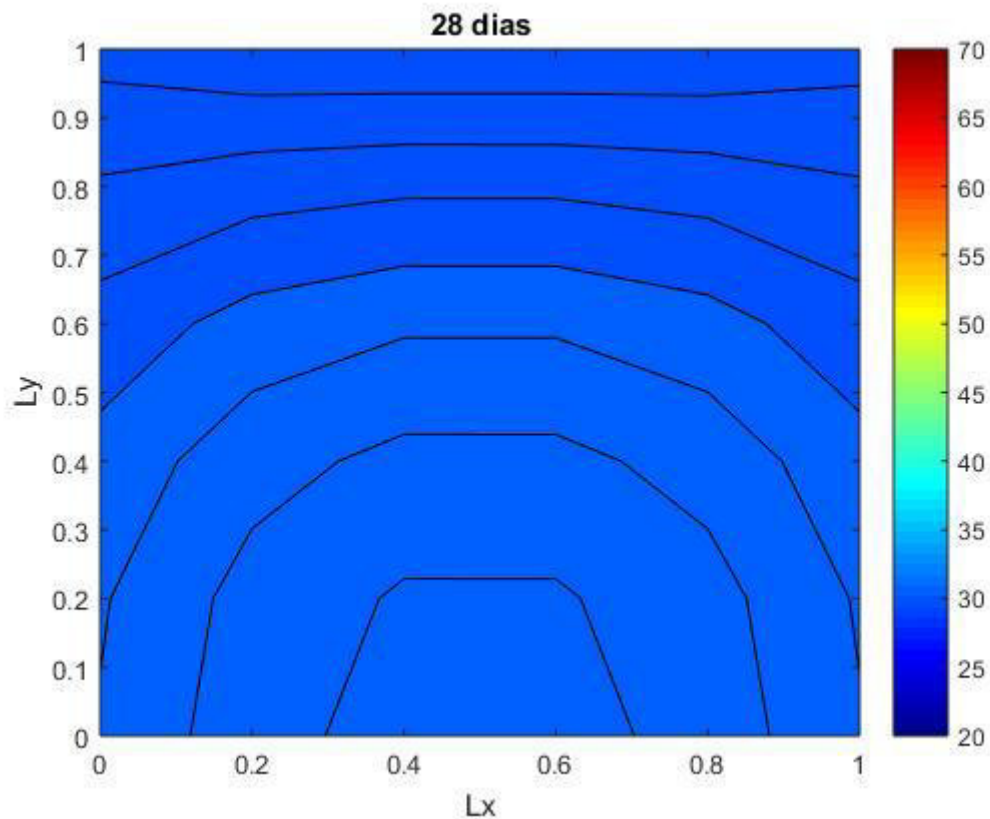


Figura 65 - Distribuição de temperatura em 28 dias – Caso 4.



As tensões foram analisadas em um ponto localizado na região superior, central e inferior, apresentadas nas Figuras (66), (67) e (68), respectivamente.

Novamente, é notório que as tensões para um ponto localizado na superfície superior do bloco tendem a zero, em virtude da pouca variação de temperatura nesta região (que é de aproximadamente  $3,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) e tornam-se mais significativas para a região central e inferior em que, por volta do décimo quinto dia ultrapassam a linha de resistência à tração do concreto, ficando evidente a tendência de fissuração nessa idade.

Figura 66 - Tensão térmica em um ponto superior do bloco de concreto – Caso 4.

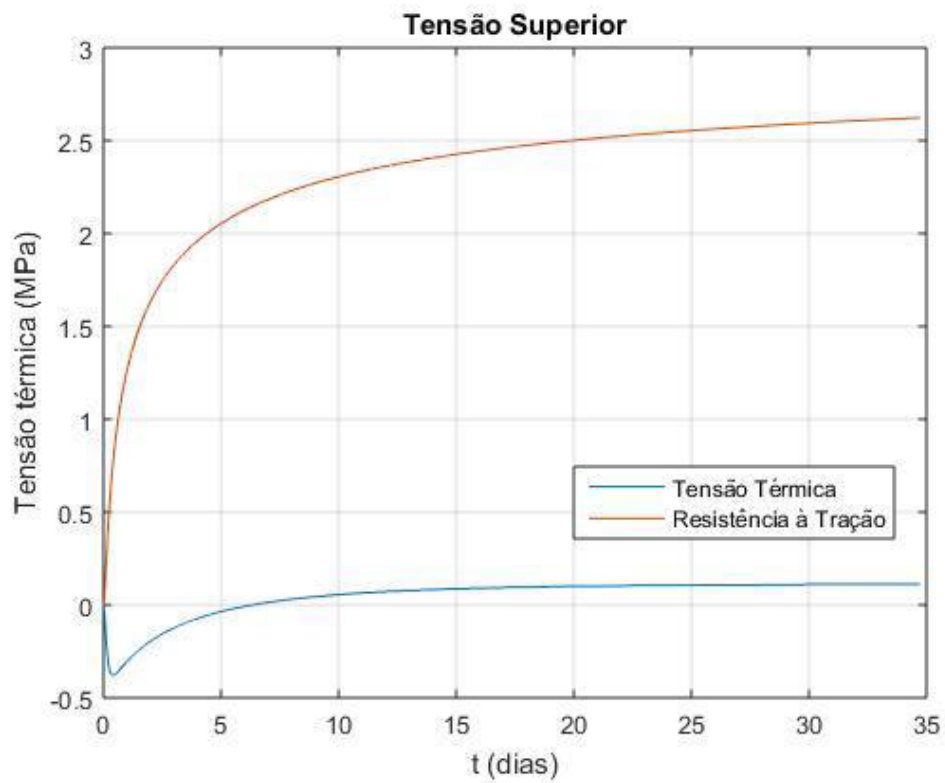


Figura 67 - Tensão térmica em um ponto central do bloco de concreto – Caso 4.

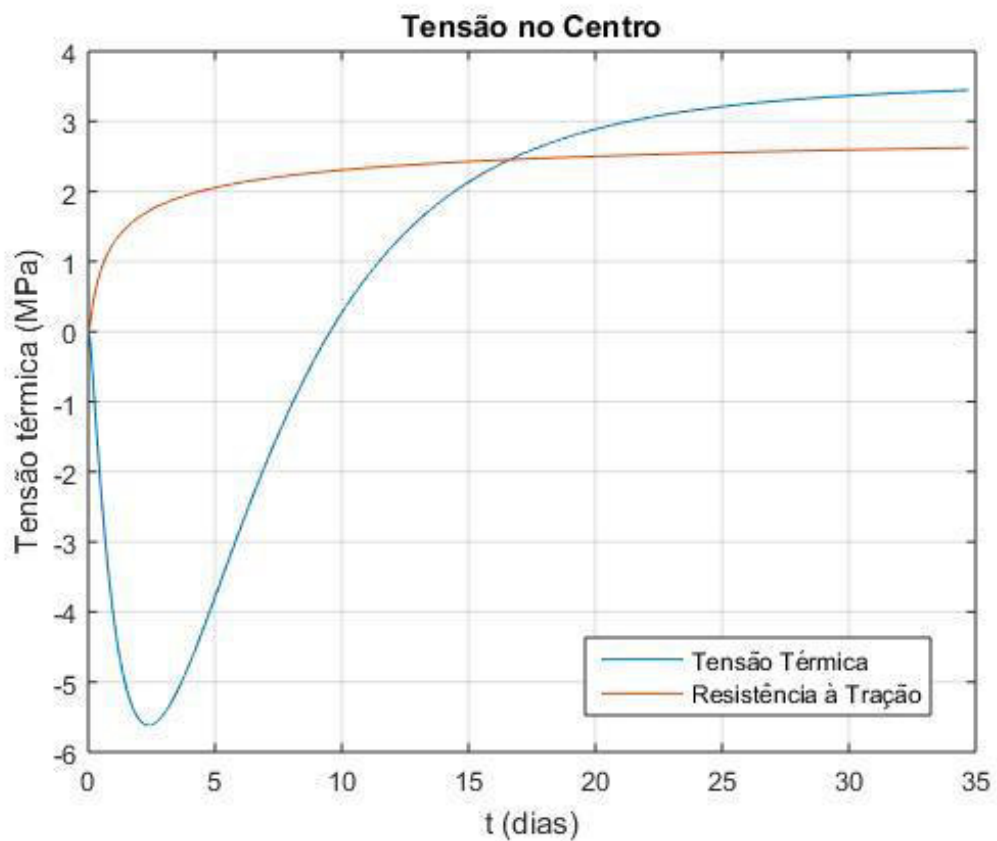
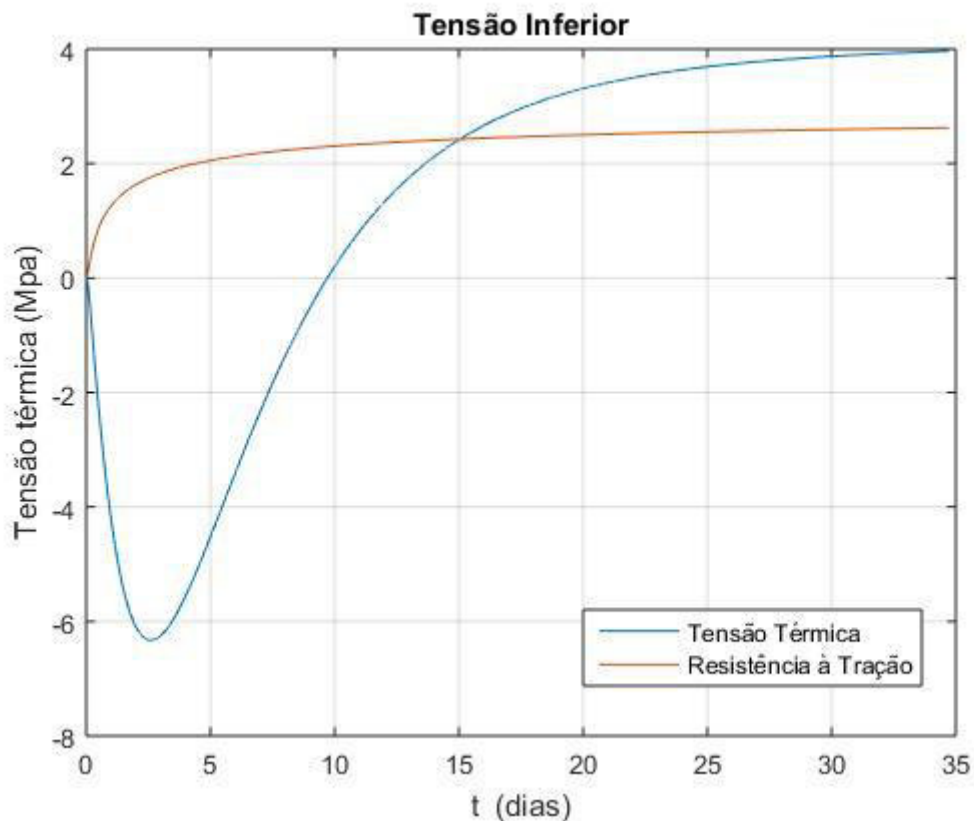


Figura 68 - Tensão térmica em um ponto inferior do bloco de concreto – Caso 4.



Para todos os casos aqui demonstrados, verifica-se tensões de compressão e de tração menores para a superfície superior, tendo em vista que nesta região se tem temperaturas mais baixas.

Correlacionando-se as curvas de temperatura com as de tensão térmica, observa-se que para o pico de temperatura tem-se o pico das tensões de compressão e alívio de tensões quando o concreto tende ao equilíbrio com a temperatura ambiente.

É notório que as maiores tensões de compressão acontecem na região inferior tendo em vista a adoção do coeficiente de restrição e os maiores gradientes de temperatura durante a fase de aquecimento.

Nota-se que todos os casos analisados, com exceção do Caso 3, possuem tendência a fissuração a partir do décimo quarto dia, uma vez que ao atingir essa idade, aproximadamente, ultrapassam a tensão limite de tração. O Caso 3 evidencia a relação da condutibilidade térmica do concreto com a susceptibilidade ao aparecimento de fissuras. Um pequeno aumento da condutibilidade térmica provoca uma diminuição no gradiente térmico e conseqüentemente tensões térmicas menos significativas, que não ultrapassam a resistência do concreto à tração.

Para efeito de simplificação de análise do risco de fissuração o ACI 301 (2010) delimita a temperatura máxima de pico em uma estrutura a 70°C e a máxima diferença de temperatura centro-superfície de 19°C para consideração do risco de fissuração esteja dentro do tolerável, o que indicia que os casos aqui analisados correm risco de fissuração.

Dos casos demonstrados anteriormente pode-se extrair que a elevação da temperatura é proporcional ao consumo de cimento e que o pico de temperatura na superfície acontece dentro de 24 horas, devido ao coeficiente de transferência de calor por convecção. Já para a região central e inferior os picos de temperatura levam de 3 a 4 dias para acontecer.

É interessante mencionar que o comportamento das curvas obtidos a partir das análises demonstradas são coerentes com os resultados obtidos por Coelho (2016) e por Santos (2019).



## 7 CONCLUSÃO

Baseando-se na pesquisa bibliográfica realizada para o desenvolvimento desta pesquisa, conclui-se que o estudo dos fenômenos térmicos em estruturas de concreto é de extrema importância para a detecção do surgimento de patologias, quer seja nas primeiras idades da estrutura ou ao longo do seu tempo de serviço. No entanto, verificou-se que o estudo térmico é complexo e depende de inúmeras variáveis, tais como a hidratação do cimento, deformação inicial, por fluência, por retração por secagem, térmica e dependente da tensão.

O estudo desse fenômeno desperta a visão crítica da importância do controle de temperatura durante o processo de cura de estruturas que consomem um alto volume de concreto, levando a formação de um gradiente de temperatura significativo e tornando a peça susceptível a fissuração.

Sabendo-se que dependendo do grau de desenvolvimento das fissuras pode haver o rompimento da estrutura e observando-se que as propriedades do concreto possuem relação direta com a temperatura, torna-se imprescindível o planejamento da concretagem e da cura, levando em conta a temperatura de lançamento do concreto, a composição do traço, possibilidade de circulação de água no concreto visando a minimização das tensões térmicas.

Para os casos analisados, observou-se que as propriedades do material, como massa específica e condutibilidade térmica permaneceriam constantes, visto que a temperatura máxima não ultrapassa os 100 °C.

Observou-se que o Método das Diferenças Finitas mostrou-se válido para a determinação da distribuição de temperatura. Para o alcance de resultados satisfatórios é importante a análise do critério de estabilidade, afim de determinar o passo no tempo, visto que sem ele obteve-se resultados fisicamente impossíveis.

Durante a realização de testes verificou-se que o coeficiente de restrição tem grande influência nas tensões atingidas pela peça e que sua presença faz uma grande diferença para o risco de fissuração ou não. Ressalta-se também o desejo de estudar apenas as tensões provenientes do gradiente térmico, por isso não foram consideradas a deformação por retração e por secagem, o que tornaria diferente o comportamento das tensões na região superior da peça, principalmente.

Após a análise dos gráficos, conclui-se que os resultados são satisfatórios, visto que o comportamento das temperaturas e das tensões são plausíveis em comparação com outras pesquisas.

Levando em consideração que para os Casos 1, 2 e 4 houve um risco de fissuração, pode-se sugerir algumas medidas para evitar esse risco, seriam elas: diminuir a temperatura de lançamento do concreto, utilizando-se água a uma temperatura mais baixa ou gelo, cura úmida, e, dependendo do tamanho e tipo de obra, realizar a concretagem em camadas e/ou fazendo o uso de drenos.

De forma geral, o estudo realizado contribuiu significativamente para o desenvolvimento e aplicação dos conhecimentos obtidos nas disciplinas de Estruturas de Concreto I e II, Materiais de Construção I e II, favorecendo o objetivo principal do Trabalho de Conclusão de Curso, que é a aplicação dos conhecimentos adquiridos.

Para trabalhos futuros propõe-se: a utilização do Método dos Elementos Finitos para a modelagem, comparação com uma análise experimental, estudo térmico em outros elementos estruturais, consideração de fatores como a deformação por retração por secagem, implementar no código fonte condições para o controle de fissuras.

## REFERÊNCIAS

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Guide for Modeling and Calculating Shrinkage and Creep in Hardened Concrete. **ACI 209.2R-08**. Farmington Hills, 2008.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Report on Thermal and Volume Change Effects on Cracking of Mass Concrete. **ACI 207. 207.2R-07**. Farmington Hills, 2007. 28 p.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Report on Thermal and Volume Change Effects on Cracking of Mass Concrete. **ACI 207. 207.2R-95**. Farmington Hills, 1995. 26 p.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Specifications for Structural Concrete. **ACI 301-10**. Farmington Hills, 2010. 79 p.
- ARAÚJO, J. M. **Tensões térmicas em blocos de concreto**. Teoria e Prática na Engenharia Civil, n.22, p.1-14, Outubro, 2013.
- ASSIS, Fernando Fernandes de; RABELO, Guilherme Quintino. **Fissuras por movimentação térmica em estruturas de concreto armado**. 2013. 66 f. Monografia (Especialização) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2013.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 12142**: Concreto - Determinação da resistência à tração na flexão de corpos de prova prismáticos. Rio de Janeiro, 2010.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 15200**: Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio. Rio de Janeiro, 2012. 48 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5738**: Moldagem e cura dos corpos de prova cilíndricos ou prismáticos de concreto. Rio de Janeiro, 2015. 9 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5739**: Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2018. 9 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7222**: Concreto e argamassa - Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2011.
- BATISTA, A. M.; SOUZA, H. O.; OYAKAWA, M. **Fatores que propiciam aparecimento de fissuras nas lajes maciças em edifícios de interesse social**. In Sustentabilidade, Inovação e Empreendedorismo Tecnológico, São Paulo, v. 1, p. 156-196, Agosto-Dezembro 2014.
- CALMON, J. L. **Estudio térmico y tensional em estructuras massivas de hormigón. Aplicación a las presas durante la etapa de construcción**. Tesis (Doctoral) – UPC. Barcelona. 1995.

CARVALHO, A. G. **Energia de Ativação dos Concretos: Experimentação e Modelagem.** 2002. 144 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ciências em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.

CELSO, P. **Fundamentos de Fenômenos de Transporte: um texto para cursos básicos.** 2.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013. 237 p.

ÇENGEL, Y. A; GHAJAR, A. J. **Transferência de Calor e Massa – Uma abordagem prática.** 4a.ed. Porto Alegre: AMGH, 2012.

COELHO, N. A. **Métodos analíticos e numéricos para o estudo dos efeitos termodinâmicos no concreto massa orientados.** 2016. 275 f. Tese (Doutorado) - Curso de Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Distrito Federal, 2016.

COELHO, N. A. **Um estudo numérico de efeito térmico em concreto massa.** 2012. 152 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2012.

EN 1992-1-2:2004 – Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-2: General rules – Structural fire design. European Committee for Standardization, December 2004, 97 p.

FARIA, É. F. **Predição da exotermia da reação de hidratação do concreto através de modelo termo-químico e modelo de dados.** 2004. 130 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

GILAT, A.; SUBRAMANIAM, V. **Métodos Numéricos para Engenheiros e Cientistas: Uma introdução com aplicações usando o MATLAB.** Porto Alegre: Bookman, 2008. 479 p.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos Materiais.** 7. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.  
INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P.; BERGMAN, T. L. **Fundamentos de Transferência de Calor e Massa.** 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008. 643 p.

KOHLER, Camila Roberta. **Comportamento do concreto em laje nas primeiras idades: Análise por simulação numérica.** 2013. 59 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

MARIN, J. S.; BRASIL, K. F. **Controle da retração plásticas em lajes de cobertura de concreto armado.** 2016. 65 f. Monografia (Especialização) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2016.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: Estrutura, Propriedades e Materiais.** 2 ed. São Paulo: IBRACON, 2014.

NEVILLE, A. M. **Propriedades do concreto.** 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2016. 889 p.

NEVILLE, A. M.; BROOKS, J. J. **Tecnologia do Concreto.** 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013. 448 p.

RECENA, F. A. P. **Retração do concreto**. Porto Alegre: Edipucrs, 2014. 151 p.

SANTOS, S. B. **Análise da Fluência do Concreto Massa nas Primeiras Idades de Carregamento**: Influência de Aditivos Plastificantes e Adições Mineraias. 262 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

SANTOS, S. B. **Fenômeno térmico do concreto**: fundamentos e aplicações práticas. Rio de Janeiro: Interciência, 2019. 142 p.

SANTOS, S. B. **Uma Contribuição ao Estudo do Comportamento Termomecânico de Estruturas Maciças de Concreto**: Modelagem Viscoelástica Linear e Aplicações. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, p. 238. 2004.

SOUSA, A. L.; SILVA, I. R. R.; CASTRO, P. H. **Retração térmica e fissuração em concreto por calor de hidratação**. 2014. 108 f. Monografia (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2014.

THOMAZ, E. **Trincas em edifícios: causas, prevenção e recuperação**. São Paulo: Pini; EPUSP; IPT, 1989.

THOMAZ, E.; HELENE, P. **Qualidade no projeto e na execução de alvenaria estrutural e de alvenarias de vedação em edifícios**. Boletim técnico da Escola Politécnica da USP, Departamento de Engenharia de Construção Civil. São Paulo: EPUSP, 2000.

TOWSEND, C. L. **Control of Cracking in Mass Concrete Structures**. Monografia de Engenharia. The United States: Bureau of Reclamation, 1981.