

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO Departamento de Engenharia Elétrica/CCET Trabalho de Conclusão de Curso - TCC

# TIAGO GIORDANO NASCIMENTO CORRÊA

# ANÁLISE COMPARATIVA DAS PERDAS DE ENERGIA EM UM CONDUTOR UTILIZANDO FERRAMENTA ANSYS<sup>®</sup> DE PROJETO CAD E SIMULAÇÃO

São Luís 2019

# TIAGO GIORDANO NASCIMENTO CORRÊA

# ANÁLISE COMPARATIVA DAS PERDAS DE ENERGIA EM UM CONDUTOR UTILIZANDO FERRAMENTA ANSYS<sup>©</sup> DE PROJETO CAD E SIMULAÇÃO

Monografia apresentada ao curso de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Maranhão, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Msc. Jonas da Silva Ribeiro Jr.

São Luís 2019

# TIAGO GIORDANO NASCIMENTO CORRÉA

# ANÁLISE COMPARATIVA DAS PERDAS DE ENERGIA EM UM CONDUTOR UTILIZANDO FERRAMENTA ANSYS DE PROJETO CAD E SIMULAÇÃO

Monografia apresentada ao curso de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Maranhão, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Aprovada em: <u>11,07,2019</u>

BANCA EXAMINADORA

Prof. MSC Jonas da Silva Riberro Júnior (Orientador) Universidade Federal do Maranhão (UFMA)

Prof. Dr. Fernando Diniz Penha Universidade Federal do Maranhão (UFMA)

Prof. Dr. Angel Fornando Torrico Cárceres Universidade Federal do Maranhão (UFMA) Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a). Núcleo Integrado de Bibliotecas/UFMA

Nascimento Corrêa, Tiago Giordano. Análise comparativa das perdas de energia em um condutor utilizando ferramenta ANSYS de projeto CAD e simulação / Tiago Giordano Nascimento Corrêa. - 2019. 66 f.

Orientador(a): Jonas da Silva Ribeiro Júnior. Monografia (Graduação) - Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2019.

 Condutividade. 2. Condutores de potência. 3.
 Modelagem de condutores de potência. 4. Perdas de energia. I. Ribeiro Júnior, Jonas da Silva. II. Título.

#### AGRADECIMENTOS

Meus agradecimentos em primeiro lugar à minha mãe, Antônia Maria, e à minha tia, Raimunda dos Remédios, pelos anos de incentivo para o termino desta graduação.

Ao meu orientador, professor Jonas da Silva Ribeiro Jr, pela atenção, ensinamentos e paciência no desenvolvimento desta monografia.

Aos meus amigos de graduação, Filipe Bastos e Eduardo Vinicius, pelos anos de amizade, incentivo e motivação frente aos diversos momentos difíceis da graduação.

À mestranda Fernanda Bastos, pelas boas contribuições na confecção deste trabalho.

Aos professores do Departamento de Engenharia Elétrica da UFMA, que me propiciaram durante todos esses anos sinceras inspirações no ambiente acadêmico.

"Quando penso que cheguei ao meu limite, descubro que posso ir além."

Ayrton Senna

#### RESUMO

Em redes de distribuição de energia elétrica, diferentes seções de cabos são empregadas para determinados níveis de tensão da rede. Estes cabos possuem condutores fabricados ou em ligas de cobre ou em ligas de alumínio dependendo de suas aplicações. Para redes de distribuição de energia elétrica de até 15 kV, há tipicamente duas áreas de seção transversal para condutores de energia, sendo elas 35 e 50 mm<sup>2</sup> respectivamente. Este trabalho propõe investigar os níveis de perdas de energia para condutores em liga de cobre ou em liga de alumínio para estes dois valores de área de seção transversal, em uma área de pequeno comprimento, fazendo uso da ferramenta ANSYS que utiliza o método dos elementos finitos em suas análises computacionais.

**Palavras-chave:** Condutividade. Perdas de energia. Condutores de potência. Modelagem de condutores de potência.

### ABSTRACT

In electric power distribution networks, different cable sections are used for certain levels of main voltages. These cables possess conductors that are manufactured in copper alloys or aluminum alloys depending on their applications. For electric power distribution networks up to 15 kV, there are typically two cross-section areas for power cables, being 35 and 50 mm<sup>2</sup> respectively. This work proposes to investigate the energy loss levels for conductors in a copper alloy or aluminum alloy for these two values of cross-section area, in an area of small length, making use of the ANSYS tool that uses the finite element method in their computational analyzes.

Keywords: Conductivity. Energy losses. Power conductors. Power cable modeling.

### LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Cabos e Condutores Elétricos4
Figura 2 - Principais Tipos de Condutores Utilizados nas Classes da NBR NM 2805
Figura 3 - Campo Elétrico em uma Linha de Carga14
Figura 4 - Campo elétrico em uma superfície de carga15
Figura 5 - Campo Elétrico em um Volume de Carga17
Figura 6 - densidade de corrente por uma velocidade no eixo
Figura 7 - Condutor Sob um Campo Elétrico Aplicado24
Figura 8 - Condição de Fronteira em um Condutor26
Figura 9 - Elemento, Nó e Aresta de um Domínio28
Figura 10 - Condutor Completo Construído36
Figura 11 - Sólido Representando um Único Fio Condutor
Figura 12 - Malha do Fio Condutor
Figura 13 - Densidade Total de Corrente no Condutor Liga de Alumínio Seção 35mm <sup>2</sup> em
A/m <sup>2</sup>
Figura 14 - Densidade Total de Corrente no Condutor Liga de Cobre Seção 35 mm <sup>2</sup> em A/m <sup>2</sup> . 40
Figura 15 - Densidade Direcional de Corrente Sobre o Eixo X no Condutor Liga de Alumínio
35mm <sup>2</sup> em A/m <sup>2</sup>
Figura 16 - Densidade Direcional de Corrente Sobre o Eixo X no Condutor Liga de Cobre Seção 35mm <sup>2</sup> em A/m <sup>2</sup>
Figura 17 - Densidade Direcional de corrente Sobre o Eixo Y no Condutor Liga de Alumínio
Secão 35 mm <sup>2</sup> em $A/m^2$
Figura 18 - Densidade Directional de Corrente Sobre o Eixo Y no Condutor Liga de Cobre
Secão 35 mm <sup>2</sup> em A/m <sup>2</sup>
Figura 19 - Perdas por Efeito Joule no Condutor Liga de Alumínio Seção 35 mm <sup>2</sup> em W/m <sup>3</sup> .
Figura 20 - Perdas por Efeito Joule no Condutor Liga de Cobre Secão 35 mm <sup>2</sup> em W/m <sup>3</sup> 43
Figura 21 - Densidade Total de Corrente no Condutor Liga de Alumínio secão 50 mm <sup>2</sup> em
A/m <sup>2</sup>
Figura 22 - Densidade Total de Corrente no Condutor Liga de Cobre Seção 50 mm <sup>2</sup> em A/m <sup>2</sup> .

Figura 23 - Densidade Direcional de Corrente Sobre o Eixo X no Condutor Liga de Alumínio
Seção 50 mm <sup>2</sup> em A/m <sup>2</sup>
Figura 24 - Densidade Direcional de Corrente Sobre o eixo X no Condutor Liga de Cobre
Seção 50 mm <sup>2</sup> em A/m <sup>2</sup> 45
Figura 25 - Densidade Direcional de Corrente Sobre o Eixo Y no Condutor Liga de Alumínio
Seção 50 mm <sup>2</sup> em A/m <sup>2</sup> 45
Figura 26 - Densidade Direcional de Corrente Sobre o Eixo Y no Condutor Liga de Cobre
Seção 50 mm <sup>2</sup> em A/m <sup>2</sup>
Figura 27 - Perdas por Efeito Joule no Condutor Liga de Alumínio Seção 50 mm <sup>2</sup> em W/m <sup>3</sup> .
Figura 28 - Perdas por Efeito Joule no Condutor Liga de Cobre Seção 50 mm <sup>2</sup> em W/m <sup>3</sup> 47

# LISTA DE TABELAS

Tabela I - Dimensao dos Condutores.	35
Tabela 2 - Propriedades Fisicas dos Materiais Condutores.	35
Tabela 3 - Condutividade térmica da Liga de Alumínio	35
Tabela 4 - Resistividade Isotrópica da Liga de Alumínio	36
Tabela 5 - Resistividade Isotrópica da Liga de Cobre	36
Tabela 6 - Volume e Massa dos Condutores	38
Tabela 7 - Tempo de execução da solução	38

### LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT: Associação Brasileira de Normas Técnicas

NBR: Norma Brasileira de regulamentação

MEF: Método dos Elementos Finitos

CAD: Computer Aided Design

EDP: Equações Diferenciais Parciais

**SI:** Sistema Internacional de Unidade

**KB:** QuiloByte

# LISTA DE SÍMBOLOS

- **D:** Densidade de Fluxo Elétrico
- B: Densidade de Fluxo Magnético
- E: Intensidade de Campo Elétrico
- H: Intensidade de Campo Magnético
- J: Densidade de Corrente Elétrica
- A: Potencial Vetor Magnético
- **T:** Potencial Vetor Corrente
- V: Potencial Elétrico
- **ε:** Permissividade Elétrica
- **µ:** Permeabilidade magnética
- **ρ:** Densidade de Carga
- **σ:** Condutividade Elétrica
- t: Tempo
- **F** (**x**): Qualquer Função Forçante
- V: Operador Del
- **Ω:** Domínio
- **Γ:** Fronteira do Domínio
- °C: Graus Celsius
- **mm<sup>2</sup>:** milímetros quadrados
- KV: QuiloVolts
- A/m<sup>2</sup>: Ampéres por metro quadrado
- W/m<sup>3</sup>: Webber por metro cúbico

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1	Objetivos	2
1.1.1.	Objetivo Geral	2
1.1.2.	Objetivos Específicos	2
1.2	Justificativa	2
1.3	Organização do Trabalho	3
2.	CONDUTORES	4
2.1	Encordoamento	4
2.2	Temperatura nos Condutores	6
2.2.1.	Temperatura em regime permanente	6
2.2.2.	Temperatura em regime de sobrecarga	6
2.2.3.	Temperatura em regime de curto – circuito	6
2.3	Queda de Tensão	6
2.4	Resistência	7
2.4.1.	Resistência do Condutor em Corrente Contínua	7
2.4.2.	Resistência do Condutor em Corrente Alternada	8
2.5	Indutância e Reatância	9
3.	CARACTERIZAÇÃO DO CAMPO ELÉTRICO EM CONDUTORES	. 10
3.1	Campo Elétrico	10
3.2	Equações Fundamentais do Campo Elétrico	. 10
3.2 3.3	Equações Fundamentais do Campo Elétrico Campo Elétrico de uma Distribuição Contínua de Cargas	10 12
<b>3.2</b> <b>3.3</b> 3.3.2.	Equações Fundamentais do Campo Elétrico Campo Elétrico de uma Distribuição Contínua de Cargas Campo Elétrico por uma Linha de Cargas	. <b>. 10</b> . <b>. 12</b> 12
<b>3.2</b> <b>3.3</b> 3.3.2. 3.3.3.	Equações Fundamentais do Campo Elétrico Campo Elétrico de uma Distribuição Contínua de Cargas Campo Elétrico por uma Linha de Cargas Campo Elétrico por uma Superfície de Cargas	. <b>. 10</b> . <b>. 12</b> 12 14
<b>3.2</b> <b>3.3</b> 3.3.2. 3.3.3. 3.3.6.	Equações Fundamentais do Campo Elétrico Campo Elétrico de uma Distribuição Contínua de Cargas Campo Elétrico por uma Linha de Cargas Campo Elétrico por uma Superfície de Cargas Gradiente do Potencial	<b>10</b> <b>12</b> 12 14 18
<ul> <li><b>3.2</b></li> <li><b>3.3</b></li> <li><b>3.3.3</b></li> <li><b>3.3.6</b></li> <li><b>3.4</b></li> </ul>	Equações Fundamentais do Campo Elétrico         Campo Elétrico de uma Distribuição Contínua de Cargas         Campo Elétrico por uma Linha de Cargas         Campo Elétrico por uma Superfície de Cargas         Gradiente do Potencial         Corrente em Condutores	10 12 12 14 18 19
<ul> <li><b>3.2</b></li> <li><b>3.3</b></li> <li><b>3.3.2</b>.</li> <li><b>3.3.3</b>.</li> <li><b>3.3.6</b>.</li> <li><b>3.4</b></li> <li><b>3.4.1</b>.</li> </ul>	Equações Fundamentais do Campo Elétrico         Campo Elétrico de uma Distribuição Contínua de Cargas         Campo Elétrico por uma Linha de Cargas         Campo Elétrico por uma Superfície de Cargas         Gradiente do Potencial         Corrente em Condutores         Caracterização	10 12 12 14 18 19 19
<ul> <li><b>3.2</b></li> <li><b>3.3</b></li> <li><b>3.3.2</b>.</li> <li><b>3.3.3</b>.</li> <li><b>3.3.6</b>.</li> <li><b>3.4</b></li> <li><b>3.4.1</b>.</li> <li><b>3.4.2</b>.</li> </ul>	Equações Fundamentais do Campo Elétrico         Campo Elétrico de uma Distribuição Contínua de Cargas         Campo Elétrico por uma Linha de Cargas         Campo Elétrico por uma Superfície de Cargas         Gradiente do Potencial         Corrente em Condutores         Caracterização         Corrente de Convecção	10 12 12 14 18 19 19 19
<ul> <li><b>3.2</b></li> <li><b>3.3</b></li> <li><b>3.3.2</b>.</li> <li><b>3.3.6</b>.</li> <li><b>3.4</b></li> <li><b>3.4.1</b>.</li> <li><b>3.4.2</b>.</li> <li><b>3.4.3</b>.</li> </ul>	Equações Fundamentais do Campo Elétrico         Campo Elétrico de uma Distribuição Contínua de Cargas         Campo Elétrico por uma Linha de Cargas         Campo Elétrico por uma Superfície de Cargas         Gradiente do Potencial         Corrente em Condutores         Caracterização         Corrente de Convecção         Corrente de Condução	10 12 12 14 18 19 19 19 21
<ul> <li><b>3.2</b></li> <li><b>3.3</b></li> <li><b>3.3.2</b>.</li> <li><b>3.3.3</b>.</li> <li><b>3.3.6</b>.</li> <li><b>3.4</b></li> <li><b>3.4.1</b>.</li> <li><b>3.4.2</b>.</li> <li><b>3.4.3</b>.</li> <li><b>3.5</b></li> </ul>	Equações Fundamentais do Campo Elétrico         Campo Elétrico de uma Distribuição Contínua de Cargas         Campo Elétrico por uma Linha de Cargas         Campo Elétrico por uma Superfície de Cargas         Gradiente do Potencial.         Corrente em Condutores         Caracterização         Corrente de Convecção         Corrente de Condução         Continuidade de Corrente no Condutor Metálico	10 12 12 14 14 18 19 19 19 21 22
<ul> <li><b>3.2</b></li> <li><b>3.3</b></li> <li><b>3.3.2</b>.</li> <li><b>3.3.3</b>.</li> <li><b>3.3.6</b>.</li> <li><b>3.4</b></li> <li><b>3.4.1</b>.</li> <li><b>3.4.2</b>.</li> <li><b>3.4.3</b>.</li> <li><b>3.5</b></li> <li><b>3.6</b></li> </ul>	Equações Fundamentais do Campo Elétrico         Campo Elétrico de uma Distribuição Contínua de Cargas         Campo Elétrico por uma Linha de Cargas         Campo Elétrico por uma Superfície de Cargas         Gradiente do Potencial         Corrente em Condutores         Caracterização         Corrente de Convecção         Corrente de Convecção         Corrente de Condução         Continuidade de Corrente no Condutor Metálico         Condutividade	10 12 12 14 14 18 19 19 19 21 22 23
<ul> <li><b>3.2</b></li> <li><b>3.3</b></li> <li><b>3.3.2</b>.</li> <li><b>3.3.3</b>.</li> <li><b>3.3.6</b>.</li> <li><b>3.4</b></li> <li><b>3.4</b>.1.</li> <li><b>3.4.2</b>.</li> <li><b>3.4.3</b>.</li> <li><b>3.5</b></li> <li><b>3.6</b></li> <li><b>3.7</b></li> </ul>	Equações Fundamentais do Campo Elétrico         Campo Elétrico de uma Distribuição Contínua de Cargas         Campo Elétrico por uma Linha de Cargas         Campo Elétrico por uma Superfície de Cargas         Gradiente do Potencial         Corrente em Condutores         Caracterização         Corrente de Convecção         Corrente de Condução         Continuidade de Corrente no Condutor Metálico         Condutividade	10 12 12 14 14 18 19 19 21 22 23 24
<ol> <li>3.2</li> <li>3.3</li> <li>3.3.2.</li> <li>3.3.3.</li> <li>3.3.6.</li> <li>3.4</li> <li>3.4.1.</li> <li>3.4.2.</li> <li>3.4.3.</li> <li>3.5</li> <li>3.6</li> <li>3.7</li> <li>3.8</li> </ol>	Equações Fundamentais do Campo Elétrico         Campo Elétrico de uma Distribuição Contínua de Cargas         Campo Elétrico por uma Linha de Cargas         Campo Elétrico por uma Superfície de Cargas         Gradiente do Potencial.         Corrente em Condutores         Caracterização         Corrente de Convecção         Corrente de Condução         Continuidade de Corrente no Condutor Metálico         Condutividade         Lei de Ohm	10 12 12 14 18 19 19 21 22 23 24 25

# SUMÁRIO

4.1	Método de Rayleigh-Ritz	
4.2	Método de Garlerkin	
4.3	Método dos Elementos Finitos em Eletromagnetismo	
4.3.1.	Equações de Maxwell	
4.3.2.	Formulações	
1.Form	ulação A-V	
2.Form	ulação T-Omega	
3.Form	ulação E	
4.Form	ulação H	
5.	METODOLOGIA	
5.1	Funcionamento Básico do ANSYS	
5.2	Construção do Modelo	
5.3	Modelagem e Solução	
6.	ANÁLISE DOS RESULTADOS	
6.1	Densidade Total de Corrente em Condutor de Seção 35 mm <sup>2</sup>	
6.2	Densidade Direcional de Corrente em Condutor de Seção 35 mm <sup>2</sup>	
6.3	Perdas por Efeito Joule em Condutor de Seção 35 mm <sup>2</sup>	
6.4	Densidade Total de Corrente em Condutor de Seção 50 mm <sup>2</sup>	
6.5	Densidade Direcional de Corrente em Condutor de Seção 50 mm <sup>2</sup>	
6.6	Perdas por Efeito Joule	
6.7	Considerações Gerais dos Resultados	
7.	CONCLUSÔES E TRABALHOS FUTUROS	
7.1	Trabalhos Futuros	
REFE	RÊNCIAS	

### 1. INTRODUÇÃO

Os cabos XLPE são cabos de alumínio revestidos por polietileno reticulado, são empregados na rede de distribuição aérea compacta de energia e possuem uma vantagem em relação a cabos utilizados na rede convencional de distribuição, por possuírem uma camada de material isolante, que contribui para uma maior confiabilidade e segurança da rede, uma vez que se evita a ocorrência de curto-circuito pelo problema da poda de árvores próximo da rede elétrica.

Os condutores dos cabos do tipo XLPE empregados na rede de distribuição aérea compacta de energia, possuem diferentes valores para suas seções transversais, dependendo do valor de tensão aplicados aos mesmos. No entanto, para a rede de distribuição em que se utilizam tensões nominais de até 15 KV, segundo a NBR NM 280 (ABNT, 2011), sua área de seção transversal deve ser de 35 mm<sup>2</sup> e 50 mm<sup>2</sup>.

Os condutores, para algumas áreas de seções transversais, podem apresentar perdas por aquecimento em maior ou menor grau, dependendo do diâmetro de sua espessura, como também, podem apresentar perdas em maior ou menor amplitude com relação ao tipo de material que o compõe.

Este trabalho propõe fazer uma modelagem do condutor de potência no qual será analisada somente uma pequena seção do condutor, da ordem de 200 mm de comprimento, para dois tipos de condutores utilizados na fabricação dos cabos tipo XLPE de potência, sendo eles de liga de alumínio e liga de cobre.

#### 1.1 Objetivos

#### 1.1.1. Objetivo Geral

Construir um modelo 3D de um condutor de energia utilizando uma ferramenta computacional CAD, e elaborar um modelo eletromagnético para estudo da densidade de corrente e perdas de energia por aquecimento no condutor.

#### 1.1.2. Objetivos Específicos

- ✓ Fazer uma abordagem dos principais cabos e condutores utilizados na rede de distribuição de energia.
- ✓ Fazer um estudo teórico das principais grandezas eletromagnéticas que agem em um condutor, quando aplicado tensão.
- ✓ Projetar e modelar o condutor do cabo de potência.
- ✓ Simular campos eletromagnéticos e densidades de corrente elétrica nos condutores.
- ✓ Simular as perdas por aquecimento nos condutores quando submetidos a elevadas tensões.
- Comparar e analisar os resultados de perdas por aquecimento em diferentes tipos de seções e materiais dos condutores.

#### 1.2 Justificativa

Em uma rede de distribuição de energia, sendo ela primária ou secundária, existem vários níveis de tensão em que as mesmas podem ser submetidas, sendo assim, na composição dessas redes, diferentes tipos de condutores são utilizados, com seções diferentes para cada tipo de aplicação. Deste modo torna-se importante a investigação dos níveis de perdas de energia que cada seção do condutor pode apresentar, assim também como as perdas pelo tipo de material, alumínio ou cobre, que compõem os cabos de potência.

Além disso, é necessária uma investigação ótima dessas perdas, em seções pequenas, para que se avalie com maior precisão os níveis de perdas de energia que um condutor pode ter em grandes distâncias, de forma mais otimizada, através do uso de ferramenta computacional que se utilize do método dos elementos finitos para sua solução.

### 1.3 Organização do Trabalho

O presente trabalho encontra-se dividido em seis capítulos, sendo a introdução já apresentada neste primeiro capítulo. Os assuntos abordados em cada um deles encontram-se descritos abaixo.

- No capítulo 2 é feito uma abordagem geral dos principais parâmetros dos condutores utilizados nos cabos da rede de distribuição de energia elétrica, abordando seus aspectos construtivos e conceituando alguns parâmetros elétricos quando se encontram em operação.
- No capítulo 3 é feito uma revisão bibliográfica a respeito do campo e corrente elétrica nos condutores, a fim de criar um modelo físico para a densidade de corrente que age nos condutores.
- No capítulo 4 é feito uma abordagem das principais formulações do método dos elementos finitos, para uso em softwares de simulação.
- No capítulo 5 é descrito a metodologia abordada neste trabalho, desde a criação do projeto à simulação computacional do condutor de potência.
- No capítulo 6 é apresentado os resultados das simulações e as discussões sobre os resultados.
- No capítulo 7 finalmente é feita as conclusões do trabalho e apresentada as propostas para trabalhos futuros.

#### 2. CONDUTORES

Condutores, segundo (Serway e Jewett, 2018) no contexto da Engenharia elétrica, são materiais nos quais as cargas elétricas se deslocam de maneira relativamente livre. Neste contexto, quando tais materiais são carregados em alguma região pequena, a carga distribui-se prontamente sobre toda a superfície do material (Serway e Jewett, 2018).

Os metais em geral são tidos como bons condutores, alumínio e cobre são exemplos de materiais utilizados na indústria para a fabricação de fios e cabos elétricos de potência, por serem materiais que apresentam uma elevada condutividade.



Figura 1 - Cabos e Condutores Elétricos

Fonte: CMR Condutores Elétricos

### 2.1 Encordoamento

Com base em NBR NM 280 (ABNT, 2011), define-se 5 classes de encordoamentos para condutores de cobre e alumínio, sendo elas:

- Classe 1 Condutor sólido
- Classe 2 Condutores encordoados, compactados ou não
- Classes 4, 5 ou 6 Condutores flexíveis

Segundo a NBR NM 280 (ABNT, 2011) os principais tipos de condutores de cobre e alumínio utilizados nestas 5 classes são apresentados abaixo:

- Condutor sólido condutor de seção transversal maciça
- Condutor rígido condutor constituído por fios sólidos dispostos helicoidalmente em camadas ou coroas alternadas com passos distintos.
- Condutor flexível condutor constituído por feixes de fios dispostos helicoidalmente em camadas ou coroas alternadas com passos distintos.
- Condutor compactado condutor encordoado, onde os espaços ou interstícios entre os fios foram reduzidos por compressão mecânica.
- Condutor setorial condutor cuja seção transversal tem a forma de um setor circular.
- Condutor comprimido condutor encordoado onde os espaços ou interstícios da última camada são reduzidos por compressão mecânica
- Condutor anular condutor constituído por fios redondos, reunidos helicoidalmente em camadas em torno do núcleo, formando um canal central
- Condutor segmentado condutor formado por elementos com seção em forma de setor circular.
- Condutor concêntrico condutor constituído por um conjunto de fios dispostos helicoidalmente em torno de um núcleo com espaçamento entre fios pré-definidos.
- Condutor flexível condutor encordoado nos quais os fios individuais são reunidos numa posição helicoidal de maneira aleatória, mesmo sentido e passo, mas sem formar camadas ou coroas definidas.

A figura 2 ilustra os principais tipos de condutores que compõem estas 5 classes, com base na norma NBR NM 280 (ABNT, 2011).



Fonte: (Condumax, 2015).

### Figura 2 - Principais Tipos de Condutores Utilizados nas Classes da NBR NM 280.

Condutor

Compressed

#### 2.2 Temperatura nos Condutores

Em fios e cabos com isolação, são caracterizados três tipos de temperaturas nos condutores, sendo elas medidas em regime permanente, de sobrecarga e de curto-circuito nos mesmos (Condumax, 2015).

#### 2.2.1. Temperatura em regime permanente

É a temperatura alcançada em qualquer ponto do condutor quando o mesmo opera em condições estáveis de funcionamento. Para cada tipo de material de isolamento existe uma temperatura máxima para serviços contínuos (Condumax, 2015).

2.2.2. Temperatura em regime de sobrecarga

É a temperatura alcançada em qualquer ponto do condutor quando o mesmo opera em regime de sobrecarga. É estabelecido em normas, que as temperaturas máximas em regime de sobrecarga, para cada tipo de material de isolação, não ultrapassem a quantidade de 100 horas durante um período de 12 meses consecutivos, ou a quantidade de 500 horas durante toda a vida útil do cabo (Condumax, 2015).

### 2.2.3. Temperatura em regime de curto – circuito

É a temperatura alcançada em qualquer ponto do condutor quando o mesmo opera em regime de curto – circuito, em cabos de potência a temperatura máxima em regime de curtocircuito, que o cabo pode suportar em função da sua isolação, não pode ultrapassar o tempo de 5 segundos (Condumax, 2015).

#### 2.3 Queda de Tensão

A queda de tensão nos condutores de potência é um parâmetro importante no que diz respeito à concepção econômica da potência de alimentação, nos circuitos de distribuição ou em qualquer outro circuito de forma geral, onde estes tipos de condutores estão presentes (Condumax, 2015).

O cálculo da queda de tensão em condutores é obtido em forma de percentagem, em que é calculado para uma determinada seção do condutor já conhecida, assim também como

para um determinado valor unitário de queda de tensão  $\Delta v$ , que cada condutor possui, a partir de sua seção estabelecida (determinado em tabela).

Segundo (Condumax, 2015) a expressão que determina a queda de tensão em um condutor, é obtida como segue na equação 2.1.

$$\Delta V (\%) = \frac{\Delta V.l.l.1000}{V}$$
(2.1)

Onde:

 $\Delta V(\%)$  = Queda de tensão percentual

 $\Delta V$  = Queda de tensão unitária (V/A.km)

l = comprimento do circuito do alimentador à carga (km)

I =corrente a ser transportada (A)

V = Tensão nominal da linha (V)

### 2.4 Resistência

### 2.4.1. Resistência do Condutor em Corrente Contínua

A resistência em corrente contínua dos condutores é calculada para dois tipos de condutores com base em sua seção nominal a uma temperatura de 20 °C, sendo eles os condutores redondos normais e os condutores compactados (Condumax, 2015). A resistência em corrente contínua é dada como se segue na equação (2.2).

$$R = \frac{\rho_{20}}{A} \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \tag{2.2}$$

Onde:

 $\rho_{20}$  = Resistividade padrão (para o cobre 17,241  $\Omega$ mm<sup>2</sup>/km, para o alumínio 28,264  $\Omega$ mm<sup>2</sup>/km)

 $A = \frac{n \cdot \pi \cdot d^2}{4} \text{ mm}^2 \text{ para condutores redondos}$   $A = \text{seção nominal em mm}^2 \text{ para condutores compactos}$  n = número de fios elementares do condutor  $d = \text{diâmetro dos fios elementares do condutor (mm}^2)$ 

7

 $k_1$  = fator que depende do diâmetro dos fios elementares e do tipo de metal (tabela)

- $k_2$  = fator que depende do tipo de encordoamento (tabela)
- $k_3$  = fator que depende da forma de reunião das veias isoladas (tabela)

#### 2.4.2. Resistência do Condutor em Corrente Alternada

A resistência dos condutores sob regime de corrente alternada, é determinada por meio de três principais parâmetros, sendo eles a resistência em corrente contínua do condutor à temperatura de operação Rcc, dado pela equação 2.2, o fator devido ao efeito pelicular Ys e o fator devido ao efeito de proximidade Yp (Condumax, 2015). O cálculo da resistência em corrente alternada é obtido como segue na equação (2.3).

$$R_{CA} = R_{CCT} (1 + Y_S + Y_P) \quad (\Omega/Km)$$
(2.3)

Sendo;

$$R_{CCT} = R_{CC20} [1 + \alpha_{20} + (t - 20)]$$

$$Y_s = \frac{X_s^4}{192 + 0.8 X_s} \qquad X_s^2 \frac{8\pi f}{R_{RCCT}} 10^{-7} k_s$$

$$Y_s = \frac{X_p^4}{192 + 0.8 X_p^4} (\frac{d_c}{s})^2 2,9 \qquad X_p^2 \frac{8\pi f}{R_{RCCT}} 10^{-7} k_p \qquad (p/\text{cabo de 2 condutores})$$

Onde:

- $R_{CCT}$  = Resistência do condutor em corrente continua  $\Omega/km$
- R<sub>CC20</sub> = Resistência do condutor em corrente contínua a 20 °C
- $\alpha_{20} = 0,00393$  para o cobre
- $\alpha_{20} = 0,00403$  para o alumínio
- t = temperatura do condutor em  $^{\circ}C$
- $Y_S$  = fator devido ao efeito pelicular
- $Y_p$  = fator devido ao efeito de proximidade
- f = frequência em Hz

 $d_c = diâmetro do condutor em mm$ 

S = distância entre os eixos dos condutores em mm

 $K_p e K_s$  = constantes experimentais

### 2.5 Indutância e Reatância

A indutância de cabos condutores, especificamente em sistemas de distribuição, é um dos parâmetros que afetam o transporte de energia, em sistemas elétricos de uma forma geral. A corrente elétrica que flui através do condutor produz um campo e fluxo magnético, sendo assim a intensidade deste fluxo nos condutores elétricos de uma forma geral, depende de alguns fatores, tais como o valor da corrente elétrica que atravessa este condutor, a sua geometria, assim como a distribuição espacial dos fios condutores formadores cabo, e do meio em que este condutor está inserido.

A partir do fluxo gerado no condutor que concatena o circuito, é determinada a F.E.M induzida ou tensão elétrica gerada, fazendo-se uso da lei de Faraday descrita na equação (2.4), considerando a permeabilidade do meio sendo constante, pela equação (2.4) temos uma relação linear do fluxo concatenado e da corrente elétrica no condutor, mostrado na equação (2.5). A partir de (2.5) podemos escrever finalmente a indutância como a variação do fluxo concatenado com a corrente, como mostra-se na equação (2.6) (Condumax, 2015).

$$E = \frac{d\phi_C}{dt} \tag{2.4}$$

$$E = \frac{d\phi_C}{dt} = L\frac{di}{dt}$$
(2.5)

$$L = \frac{d\phi_C}{di} \tag{2.6}$$

A reatância indutiva XL em condutores elétricos, é obtida em função da frequência em que o sistema está submetido e da indutância L. A equação 2.7 descreve a reatância indutiva em condutores. De uma forma geral em (2.8) podemos escrever a impedância série de um condutor em termos dos seus valores de resistência e reatância.

$$XL = \omega L = 2\pi f L \quad (\Omega/m) \tag{2.7}$$

$$Z = R + JXL \quad (\Omega/m) \tag{2.8}$$

### 3. CARACTERIZAÇÃO DO CAMPO ELÉTRICO EM CONDUTORES

Neste capitulo é introduzido uma abordagem sobre os aspectos teóricos fundamentais que regem os conceitos e definições de campo elétrico, é definido os conceitos fundamentais que regem a eletrostática ,descrevendo a Lei de Coulomb, a intensidade de campo elétrico e por fim é descrito o modelo de campo elétrico para um condutor em forma cilíndrica, estes são no entanto modelados pelo conceito de campo devido a uma distribuição volumétrica de cargas e ao conceito de campo por uma linha de cargas.

#### 3.1 Campo Elétrico

Nesta seção será feita uma abordagem dos principais parâmetros que caracterizam o campo elétrico em um cabo condutor, para isso, será feito uma breve revisão das equações fundamentais que caracterizam o campo elétrico, além de suas formulações complementares, para casos que o campo elétrico age em uma linha de cargas, em uma superfície e por fim em um volume, esta caracterização do campo elétrico nos dará um melhor entendimento para descrevermos como age em um cabo condutor do tipo XLPE, objeto de estudo do presente trabalho.

### 3.2 Equações Fundamentais do Campo Elétrico

Antes de descrevermos o campo elétrico em termos de intensidade de força e de quantidade de carga, é necessário descrevermos a intensidade de força entre duas cargas que interagem em um meio, dada pela lei de Coulomb.

A formulação matemática para a lei de Coulomb é descrita como segue em 3.1:

$$F = \frac{\mathrm{K}Q_1 Q_2}{\mathrm{R}^2} \tag{3.1}$$

Onde;

F = Intensidade de Força [ N Ou C/m2]
K = Constante Eletrostática de Proporcionalidade
Q<sub>1</sub>=Carga 1
Q<sub>2</sub>= Carga 2
R = Distância entre Q<sub>1</sub> e Q<sub>2</sub>

As relações complementares para a constante K, são descritas como segue em 3.2 e 3.3:

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \tag{3.2}$$

Onde  $\varepsilon_0$  é a constante de permissividade do espaço livre dado pela unidade de medida no SI em Farads por metros (F/m). A constante  $\varepsilon_0$  possui o valor de (8,854 X 10<sup>-12</sup>) que equivale a aproximadamente ao valor de (10-9/36 $\pi$ ).

$$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \rightarrow \frac{10^{-9}}{36\pi}$$

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \rightarrow 9 \times 10^9 \tag{3.3}$$

A partir de (3.3) a expressão de (3.1) pode ser representada da seguinte forma:

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R^2} \tag{3.4}$$

A lei de Coulomb nos diz que a força entre as cargas  $Q_1$  e  $Q_2$  é diretamente proporcional ao seu produto e inversamente proporcional ao quadrado das distâncias entre elas (Sadiku, 2004).

O campo elétrico é dado pela relação entre a intensidade de forma e a carga elétrica imersa no campo, como é descrito na equação 3.5.

$$E = \frac{F}{Q} \tag{3.5}$$

Em que;

E = intensidade de campo elétrico (Newton/Coulomb ou Volts/metro)

F = Força entre as cargas (Newton)

Q = Carga elétrica imersa no campo (Coulomb)

Segundo (Hayt e Buck, 2003), formas complementares para a equação do campo elétrico podem ser obtidas como se segue:

$$E = \frac{Q_1 Q_t}{4\pi\varepsilon_0 R_{1t}^2 Q_t} a_{1t}$$
(3.6)

$$E = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_{1t}^2} a_{1t} \tag{3.7}$$

Em que;

 $a_{1t}$  = Direção do campo elétrico **E** (mesma direção da intensidade de força **F**)  $R_{1t}$  = Segmento de reta entre  $Q_1$  e  $Q_t$ 

A expressão descrita em (3.7), nos diz que a intensidade de campo elétrico é dependente da carga e do segmento entre a carga  $Q_1$  e a carga de teste  $Q_t$  imersa no campo, esta relação caracteriza por fim o campo elétrico.

Além das expressões já obtidas, o campo elétrico também pode ser expresso por um número N de cargas imersas em um campo, para cada uma localizada em distâncias  $R_n$ , para esta situação, podemos obter a sua forma compacta fazendo uso das equações (3.6) e (3.7) (Sadiku, 2004), como segue;

$$F = \frac{Q1 (r-r1)}{4\pi\epsilon_0 |r-r1|^3} + \frac{Q2 (r-r2)}{4\pi\epsilon_0 |r-r2|^3} + \dots + \frac{Qn (r-rn)}{4\pi\epsilon_0 |r-rn|^3}$$
(3.8)

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{k=1}^{N} \frac{Qk (r-rk)}{4\pi\varepsilon_0 |r-rk|^3}$$
(3.9)

#### 3.3 Campo Elétrico de uma Distribuição Contínua de Cargas

Para uma melhor descrição do comportamento de um campo elétrico em um meio material, como em condutores, é necessário além de trata-los em relação a cargas pontuais, também descrevermos como se comportam em termos de um arranjo contínuo de cargas, nesta seção será caracterizado o campo elétrico por uma linha de carga, superfície e volume, com o conhecimento destes parâmetros, será possível modelar melhor o campo elétrico em termos da geometria que apresenta o condutor do cabo tipo XLPE.

#### 3.3.2. Campo Elétrico por uma Linha de Cargas

Esta seção tem por objetivo a caracterização do campo elétrico, quando o mesmo age em uma linha do material condutor, será de grande importância para este trabalho descrever os parâmetros do campo nestas circunstâncias, uma vez que levará posteriormente, a uma melhor análise do material condutor, por meio de tais conceitos. Em um arranjo contínuo de cargas em uma linha, duas são as equações que descrevem o comportamento do campo ao longo da linha, são elas dadas pelas equações (3.10) e (3.11) como segue;

$$Q = \int_{L} \rho_{L} dl \tag{3.10}$$

Em que;

 $\rho_L$  = Densidade linear de carga dl = elemento incremental de linha

Vemos por (3.10) que a quantidade de carga Q em um arranjo continuo de cargas em uma linha, é dado pela integral de linha da densidade de carga pelo seu elemento incremental.

Substituindo a equação (3.10) na equação (3.8) obtemos a expressão geral para o campo elétrico em uma linha;

$$E = \int \frac{\rho_{\rm L} dl}{4\pi\epsilon_0 R^2} \tag{3.11}$$

Por fim, para um campo elétrico dado por uma linha de carga infinita, considerando uma linha de carga com uma densidade de carga  $\rho_L$ , estendendo-se de A até B em torno do eixo Z como mostra a Figura 3 é dado pela equação (3.12).



Figura 3 - Campo Elétrico em uma Linha de Carga.

Fonte: (Sadiku, 2004)

$$E = \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0\rho} \mathbf{a}\boldsymbol{\rho} \tag{3.12}$$

Por (3.12) pode-se notar, que o campo cai inversamente com a distância à linha de cargas quando comparado ao campo sob efeito de cargas pontuais, em que o campo cai com o quadrado da distância.

#### 3.3.3. Campo Elétrico por uma Superfície de Cargas

Analogamente à expressão obtida para o campo elétrico em uma linha de carga, podemos determinar o campo elétrico em uma lâmina ou superfície de carga através de uma integração de sua densidade superficial pelo elemento incremental de superfície, desta maneira a expressão que caracteriza o campo elétrico para uma superfície finita, é dada pelas equações (3.13) e (3.14) como segue;

$$Q = \int_{S} \rho_s \, ds \tag{3.13}$$

$$E = \int \frac{\rho_s ds}{4\pi\varepsilon_0 R^2} a_R \tag{3.14}$$

Fazendo uso da figura 3.2 podemos chegar a expressão para o campo elétrico em uma superfície infinita, como segue;





Fonte: Adaptado de Elementos de Eletromagnetismo (Sadiku, 2004)

$$dE = \frac{\mathrm{dQ}}{4\pi\varepsilon_0 \mathrm{R}^2} \tag{3.15}$$

Da figura 4 podemos fazer as seguintes relações como segue;

$$R = \rho(-a_{\rho}) + ha_{z}$$

$$R = |R| = [\rho^{2} + h^{2}]^{1/2}$$

$$a_{R} = \frac{R}{R}$$

$$dE = \frac{\rho s \rho d\phi d\rho [-\rho a_{\rho} + ha_{z}]}{4\pi\varepsilon_{0}[\rho^{2} + h^{2}]^{3/2}}$$

$$E = \int dE_{z} = \frac{\rho_{s}}{4\pi\varepsilon_{0}} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\rho=0}^{\infty} \frac{h\rho d\rho d\phi}{[\rho^{2} + h^{2}]^{3/2}} \mathbf{a}z$$

$$E = \frac{\rho_{s}}{2\varepsilon_{0}} \mathbf{a}z$$
(3.17)

Considerando apenas o plano xy percebemos que E tem somente componentes ao longo do eixo Z de forma geral para uma superfície infinita a expressão é dada por;

$$E = \frac{\rho_s}{2\varepsilon_0} \mathbf{an} \tag{3.18}$$

A partir das expressões dadas, nota-se que o campo elétrico é normal à lamina e independente da distância entre o ponto de observação P da figura 4 e a placa (Sadiku, 2004). Com isso então podemos concluir que o campo é constante em modulo e direção, isso nos diz que ele é tão intenso a milhares de quilômetros de distâncias da placa quanto junto dela.

#### 3.3.4. Campo Elétrico por um Volume de Cargas

Seguindo a mesma analogia feita nas seções 3.2.1 e 3.2.2 podemos definir a quantidade de carga Q que é distribuída continuamente em um volume, por uma integral de volume da densidade volumétrica de carga  $\rho_v$  pelo seu elemento incremental de volume dv.

Assim como nas duas últimas seções, as expressões para a quantidade de carga Q e campo elétrico são descritas pelas equações (3.19) e (3.20) como segue;

$$Q = \int_{Vol} \rho_{\nu} \, d\nu \tag{3.19}$$

$$E = \int \frac{\rho_v dv}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \mathbf{ar}$$
(3.20)

Em que;

ρ<sub>v</sub> = Densidade volumétrica de carga
 dv = Elemento incremental de volume
 ε<sub>0</sub> = Constante de permissividade do espaço livre

R = Distância entre o campo e o elemento incremental de volume

 $a_r$  = direção do vetor campo elétrico

Além da expressão para o campo elétrico em um volume continuo de carga dado na equação (3.19), podemos ainda expressá-lo em termos da analise vetorial do campo em uma superfície esférica, como é exemplificado na figura 5, através de cálculo vetorial em termos de coordenadas esféricas para o campo elétrico agindo neste elemento de volume, podemos finalmente chegar a expressão final para o campo elétrico em um volume de carga, dado pela equação (3.21), como segue;



Figura 5 - Campo Elétrico em um Volume de Carga.

Fonte: (Silva UFPE, 2018)

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \mathbf{ar} \tag{3.21}$$

Em que;

Q = Carga geradora do campo

 $\varepsilon_0$  = Constante de permissividade do espaço livre

r =Raio da esfera

a<sub>r</sub> = direção do vetor campo elétrico

É interessante ressaltar que os valores obtidos para R e ar na equação (3.21) depende do tipo de integração que é utilizado a integral desta expressão (Sadiku, 2004).

3.3.5. Potencial Elétrico

O potencial elétrico de uma forma geral, é descrito em termos de quantidade de trabalho por unidade de carga, ou seja, é a relação que se encontra de trabalho necessário para

mover uma carga de um ponto a outro, em meio a um campo elétrico, esta relação é também denominada de diferença de potencial entre dois pontos, e sua equação é descrita como segue em (3.22).

$$V_{ab} = \frac{W}{Q} = -\int_A^B E.\,dl \tag{3.22}$$

Outra maneira de se expressar a relação de potencial elétrico é substituindo os termos do campo elétrico na equação anterior, descrito na equação (3.24).

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \mathbf{ar} \tag{3.23}$$

$$V_{ab} - \int_{rb}^{ra} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} d\mathbf{r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$
(3.24)

$$V_{ab} = V_a - V_b \tag{3.25}$$

### 3.3.6. Gradiente do Potencial

Gradiente do potencial, é uma relação do potencial elétrico com o elemento incremental de linha  $\Delta L$  na direção em que se determine o máximo valor do campo potencial  $\Delta V$ , esta direção em que ocorre o máximo potencial, é estabelecido quando  $\Delta L$  aponta na direção oposta e perpendicular ao campo elétrico.

A equação (3.26) descreve o campo elétrico em termos do gradiente de potencial, obtido pela taxa de variação máxima do potencial pelo elemento incremental de linha.

$$E = \frac{dV}{dN} a_N \tag{3.26}$$

Onde:

dV = variação do potencial

dN = variação do incremento de linha normal ao campo elétrico

a<sub>N</sub> = direção do incremento de linha normal ao campo elétrico

Em termos de análise vetorial, o divergente do potencial elétrico é representado em termos de derivadas parciais para o sistema de coordenadas cartesianas, cilíndricas e esféricas como é descrito nas equações (3.27), (3.28) e (3.29) respectivamente.

$$\forall V = \frac{\partial V}{\partial x} ax + \frac{\partial V}{\partial y} ay + \frac{\partial V}{\partial z} az$$
(3.27)

$$\forall V = \frac{\partial V}{\partial \rho} a\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial \phi} a\phi + \frac{\partial V}{\partial z} az$$
(3.28)

$$\forall V = \frac{\partial V}{\partial r} \operatorname{ar} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \operatorname{a} \theta + \frac{1}{r \operatorname{sen} \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \operatorname{a} \phi \qquad (3.29)$$

#### **3.4** Corrente em Condutores

Neste capitulo é caracterizado a ação do campo elétrico em um meio condutor. É feito uma abordagem sobre os principais conceitos das grandezas elétricas que caracterizam os condutores, em especial a densidade de corrente J, afim de descrever suas formulações matemáticas, relações fundamentais e complementares para que se possa fazer melhor uso, nas descrições das análises das simulações dos condutores tipo liga de cobre e liga de alumínio, objeto de estudo deste trabalho de monografia. É também caracterizado a equação da continuidade, para que se possa descrever melhor o fenômeno da lei de ohm em um cabo condutor.

#### 3.4.1. Caracterização

Neste trabalho, o vetor densidade de corrente J é descrito em termos de análise das simulações feita no software ANSYS no capitulo 5. Para isso se faz importante descrever os parâmetros ou grandezas para que a densidade de corrente está sob função, isso nos ajuda a perceber como essa grandeza pode variar em torno de um condutor elétrico, objeto de estudo desta monografia.

### 3.4.2. Corrente de Convecção

A corrente de convecção é a corrente predominante em um fluxo de carga através de algum meio isolante, sendo ele um liquido, um gás ou mesmo o vácuo. A corrente de convecção segundo (Sadiku, 2004) não satisfaz à lei de ohm, logo não é uma corrente que se, aplica diretamente a condutores. Contudo, se faz importante defini-la para uma melhor descrição das demais seções deste presente trabalho.

A definição de corrente elétrica nos diz que corrente elétrica é o movimento de cargas elétricas em um dado intervalo de tempo, por esta relação a corrente elétrica I é definida pela equação 3.30 (Hayt e Buck, 2003).

$$I = \frac{dQ}{dt} \tag{3.30}$$

Em que;

I = Corrente elétrica (Coulombs/segundos ou Ampéres)

dQ = Variação de carga elétrica

dt = Intervalo de tempo

Para o presente trabalho, estamos interessados em descrever como a corrente age em um determinado ponto, então para isso fazemos uso da grandeza vetorial densidade de corrente, que irá nos descrever como a corrente está agindo em determinado ponto do material condutor, podendo assumir valores para as componentes x, y ou z.

A equação que descreve o vetor densidade de corrente J é descrito como segue, na equação 3.31 (Hayt e Buck, 2003).

$$J = \frac{\Delta I}{\Delta S} \tag{3.31}$$

Em que;

J = vetor densidade de corrente

 $\Delta I$  = Elemento incremental de corrente

 $\Delta s$  = Elemento incremental de superfície

Pela relação em (3.31) vemos que a densidade de corrente é dada em termos da variação do elemento incremental de corrente pela superfície. Pela equação (3.31) é possível também perceber quanto do elemento incremental de corrente  $\Delta I$  atravessa uma superfície incremental  $\Delta S$ .

A expressão para a corrente total que atravessa uma superfície, é obtida pela integração da equação (3.31) em termos da corrente I, como é apresentado na equação (3.32) (Hayt e Buck, 2003).

$$I = \int_{S} J.\,dS \tag{3.32}$$

Uma outra maneira de descrever o vetor densidade de corrente é mostrado na equação (3.36), neste caso o vetor densidade de corrente será dado em termos da densidade volumétrica  $\rho_v$  e da velocidade em torno do eixo x, para demostrar melhor esta formulação, é apresentado na Figura 6 uma ilustração e em seguida as equações que o caracterizam.



Figura 6 - densidade de corrente por uma velocidade no eixo.

Fonte: (Hayt & Buck, 2004)

$$\Delta I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \Delta S \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{3.33}$$

$$\Delta I = \rho_v \Delta S v x \tag{3.34}$$

$$\rho_{v}v_{x} = \frac{\Delta I}{\Delta S} \tag{3.35}$$

$$J = \rho_v v_x \tag{3.36}$$

Pela equação (3.35) nota-se que a variação do fluxo de corrente em uma superfície, varia linearmente com a densidade de carga como também com a velocidade que a carga se desloca em torno do eixo x.

A densidade de corrente em um dado ponto é a corrente através de uma área unitária normal àquele ponto (Sadiku, 2004).

#### 3.4.3. Corrente de Condução

A corrente de condução é a corrente presente em condutores, a este tipo de corrente também é associado um vetor densidade de corrente de condução. Segundo (Sadiku, 2004) condutores são caracterizados por um grande número de elétrons livres que promovem a corrente de condução ao serem impulsionados por um campo elétrico.

Tomando estas definições podemos definir a densidade de corrente de condução como segue na equação 3.37 (Hayt e Buck, 2003).

$$I = \sigma. E \tag{3.37}$$

Em que;

J = Vetor densidade de corrente de condução

 $\sigma$ = Coeficiente de condutividade do condutor

E = Campo elétrico

Por 3.37 vemos que o fluxo de corrente em um condutor, varia linearmente com o campo elétrico que está sendo aplicado como também com os valores do coeficiente de condutividade para o tipo de condutor, neste trabalho o tipo de condutor utilizado para a abordagem nas simulações, serão os condutores tipo liga de alumínio e liga de cobre.

### 3.5 Continuidade de Corrente no Condutor Metálico

A continuidade de corrente na sua forma integral em um condutor é obtida fazendo-se uso do princípio da conservação de carga como também pela equação de continuidade. O princípio da conservação de carga nos diz que cargas não podem ser criadas nem destruídas, embora quantidades iguais de cargas positivas e negativas possam ser simultaneamente criadas, obtidas por separação, destruídas ou perdidas por recombinação (Hayt e Buck, 2003).

Pelos dois princípios citados anteriormente, podemos definir a corrente em uma superfície fechada, como segue na equação (3.38).

$$I = \oint_{S} J.\,dS \tag{3.38}$$

Como definido em 3.38 a corrente em uma superfície fechada é equivalente a integral fechada da densidade de corrente pelo elemento diferencial de superfície.

Para um ponto especifico no condutor, forma pontual, a equação de continuidade para a corrente é obtida como demonstrado nas equações 3.39 a 3.41 (Hayt e Buck, 2003).

$$I = \oint_{S} J.\,dS = \int_{vol} (\nabla.J)\,dv \tag{3.39}$$

$$\int_{vol} (\nabla J) \, dv = -\frac{d}{dt} \int_{vol} \rho_v \, dv \tag{3.40}$$

$$\int_{vol} (\nabla J) \, dv = \int_{vol} -\frac{\partial \rho_v}{\partial t} dv \tag{3.41}$$

$$(\nabla J)\Delta v = \frac{\partial \rho_v}{\partial t}\Delta v \tag{3.42}$$

$$(\nabla J) = \frac{\partial \rho_v}{\partial t} \tag{3.43}$$

Em que;

 $(\nabla, J)$  = Divergente da densidade de corrente  $\partial \rho_v$  = Quantidade parcial da densidade volumétrica de carga  $\partial t$  = tempo

A equação 3.43 segundo (Hayt e Buck, 2003) nos diz que a corrente ou a carga por segundo que diverge de um pequeno volume por unidade de volume é equivalente à taxa de diminuição de carga por unidade de volume em cada ponto.

#### 3.6 Condutividade

Um condutor é um sólido cristalino que possui elétrons livres em abundância, para um condutor perfeito iremos fazer uso da equação 3.44 para algumas análises (Hayt e Buck, 2003).

A teoria de condutores nos diz que dentro da superfície de um condutor, o potencial, tensão ou voltagem elétrica é o mesmo em qualquer ponto, isso se justifica pela relação de divergência da voltagem elétrica igual a zero, ou seja;

$$E = -\nabla V = 0 \tag{3.44}$$

Em condutores para que a relação obtida em 3.37 e 3.44 seja satisfeita, devemos considerar uma condutividade  $\sigma$  muito alta tendendo ao infinito, assim os valores de densidade de corrente e campo elétrico dentro do condutor serão necessariamente zero.

No interior do condutor, portanto o campo elétrico é nulo, assim com a densidade de carga e a voltagem elétrica em cada ponto.

#### 3.7 Lei de Ohm

Na seção 3.5 foi discutido a condutividade para um meio estático, como já mencionado na seção 3.5 não há a presença de um campo elétrico no interior do condutor quando o mesmo se encontra isolado pois na situação descrita em 3.5 existe um equilíbrio estático.

No entanto faz-se interessante ressaltar o caso em que não há um equilíbrio estático no condutor (sem presença de isolante) neste caso em que existe a presença de um campo elétrico no interior do condutor, será o objeto de discussão desta seção.

Para definir melhor a lei de Ohm em termos de resistência e um melhor entendimento das equações que irão seguir, é ilustrado na figura 7 um condutor submetido a esta situação.



Figura 7 - Condutor Sob um Campo Elétrico Aplicado.

Fonte: (Sadiku, 2004)

Da figura 7, é possível notar que um campo elétrico E é predominante no interior do condutor, isto se justifica pelo fluxo de cargas elétricas dentro do condutor (corrente) quando o mesmo é submetido a uma diferença de potencial, pois deve existir um campo elétrico no interior do condutor para manter este fluxo de carga.

A equações que se seguem, definem a resistência elétrica que as cargas elétricas encontram no interior do condutor, assim como definem a lei de Ohm para a resistência.

$$E = \frac{v}{\iota} \tag{3.45}$$

Em que;

E = Campo elétrico no interior do condutor

V = Diferença de Potencial

l =comprimento do condutor

$$J = \frac{I}{s} \tag{3.46}$$

$$\frac{l}{s} = \sigma E = \sigma \frac{v}{l} \tag{3.47}$$

$$R = \frac{V}{I} = \frac{l}{\sigma S} \tag{3.48}$$

$$R = \frac{\rho_c l}{s} \tag{3.49}$$

Em que;

R = Resistencia elétrica do condutor

 $\rho_c$  = Resistividade do material (inverso da condutividade)

l =comprimento do condutor

S =Área da superfície do condutor

É interessante ressaltar que a equação 3.39 se aplica apenas para o caso em que o condutor possui uma seção reta uniforme, para este trabalho será considerado o condutor do tipo reto uniforme, descrito pela equação 3.39, uma vez este modelo é o utilizado para condutores de potência, objeto de estudo do presente trabalho.

### 3.8 Condições de Fronteira

Nesta seção será apresentada as condições de fronteira entre o condutor e o espaço livre, uma vez que no presente trabalho, será abordado e simulado o condutor do cabo tipo XLPE, sem sua camada isolante, apenas o sólido condutor de liga de alumínio e liga de cobre, por isso, faz-se necessário determinar a condição de fronteira entre o mesmo e o espaço livre.

As condições de fronteiras que satisfazem o condutor para o espaço-livre, é que o campo elétrico, assim como a densidade de fluxo elétrico e densidade de carga elétrica no seu interior seja igual a zero. Porém deve existir densidade de fluxo elétrico assim como densidade de carga elétrica em sua superfície.

Nas equações seguintes, é descrita, definida e formulada os parâmetros de densidade de fluxo, densidade de carga, assim como o campo elétrico que satisfaz as condições de fronteiras.

A figura 8 é usada como base para ilustrar as próximas equações.



Figura 8 - Condição de Fronteira em um Condutor.

Fonte: (Hayt e Buck, 2003)

Como segue a equação 3.50 a 3.52 nos dá a expressão que define os valores da densidade de fluxo equivalente ao valor de densidade de carga na superfície do condutor.

$$\oint_{S} D. \, dS = Q \tag{3.50}$$

$$D_n \Delta s = Q = \rho_s \Delta s \tag{3.51}$$

$$D_n \Delta s = \rho_s \tag{3.52}$$

Para a condição que determina a densidade de fluxo e campo elétrico tangente aos campos iguais a zero, definimos tomando por base a figura 8 como segue nas próximas equações.

$$\oint E.\,dl = 0 \tag{3.53}$$

$$E_t \Delta W - E_{N \text{ pontoB};} \frac{1}{2} \Delta h + E_{N \text{ pontoA};} \frac{1}{2} \Delta W = 0 \qquad (3.54)$$

$$E_t \Delta W = 0 \tag{3.55}$$

$$E_t = 0 \tag{3.56}$$

Na equação 3.54 tomamos o valor de  $\Delta h$  muito pequeno, de forma que o vetor de intensidade de campo elétrico normais à superfície do condutor é igual nos pontos a e b da figura 8, assim então as componentes no ponto a e no ponto b é anulado, como mostrado na equação 3.55, e por fim chega-se ao resultado de que a componente tangencial do campo elétrico na superfície é igual a zero, o que obedece à condição de fronteira.

Por fim, duas são as condições que definem as condições de fronteira no espaço livre, a primeira que a densidade de fluxo elétrico se equivale em valores à densidade de carga na sua superfície, a segunda é que a densidade de fluxo tangencial na superfície se equivale à componente tangencial do campo elétrico onde a mesma é igual a zero, como demonstrado nas equações anteriormente descritas.

Segundo (Sadiku, 2004) é interessante ainda ressaltar 3 princípios ou propriedades dos condutores que melhor resumem esta presente seção:

- 1. A intensidade de campo elétrico estático dentro do condutor é zero.
- O vetor intensidade de campo elétrico estático na superfície de um condutor é em qualquer ponto normal à superfície.
- 3. A superfície do condutor é uma superfície equipotencial.

#### 4. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos tem suas origens no ano de 1940, tendo sido vastamente utilizado apenas nos seus últimos 30 anos, graças aos avanços experimentado pelos computadores, em termos de aplicação na engenharia, a aparição deste método matemático data a partir da década de 1950 (Vidar, 2001). O método dos elementos finitos é utilizado para a solução de Equações Diferenciais Parciais (EDP), em casos onde a solução dos problemas em engenharia e eletromagnetismo, se tornam impossíveis e de difíceis solução por métodos analíticos (Bastos, 1992).

Na solução destas EDP, o método dos elementos finitos substitui o domínio continuo das equações para o domínio discreto para uma determinada região, denominada região de contorno. Esta região de contorno é composta por elementos, nós e arestas. Por elemento entende-se como subdivisões da região ou domínio a ser estudado, nós e arestas são entendidas como a fronteira dos elementos. Na Figura 9 podemos ver um exemplo de elemento, nó e aresta ilustrado.





Fonte: Do Autor

Após a equação ser substituída para o domínio discreto, uma nova função é obtida e definida em cada elemento, são funções polinomiais chamadas de funções de interpolação, onde seus coeficientes se relacionam com os valores das funções nos nós e arestas. A partir dos coeficientes destas funções polinomiais, é possível montar um sistema de equações para que se conheça os coeficientes da função de interpolação em cada nó e aresta.

Para o desenvolvimento do método dos elementos finitos, dois foram os métodos matemáticos que lhe serviu como base, sendo eles, o método de Rayleigh-Ritz e o método de Galerkin. Estes métodos são importantes por serem métodos que permitem encontrar o sistema de equações das grandezas estudadas em cada nó, como por exemplo a densidade de corrente ou campo elétrico em cada nó de um condutor.

Nas seções seguintes, é descrito de forma resumida os passos para chegar na solução por esses dois métodos.

### 4.1 Método de Rayleigh-Ritz

Segundo (Jianming, 2002), é um método numérico que baseia-se na formulação do problema de valor de contorno em termos de uma expressão variacional chamada de funcional. Este variacional é o equivalente à equação diferencial sob as condições de contorno ou fronteira definidas no problema, a aproximação é então encontrada, quando este variacional é minimizado em relação às variáveis que definem a aproximação da solução.

De maneira geral, para (Young e Hyochoong, 2000), duas são as etapas que resumem este método, sendo elas:

- Assumir uma solução admissível que satisfaça a condição de fronteira de Dirichlet (seção A1) e contenha coeficientes desconhecidos
- Substituir a solução presumida no funcional e então encontrar os coeficientes desconhecidos que minimizem o funcional.

A equação 4.1 exemplifica um problema de valor de contorno:

$$\frac{d^2\phi}{d^2x} = f(x) \ e \ \phi \ (0) = \phi \ (c) = 0 \tag{4.1}$$

Em que;

 $\phi$  = função a ser estudado o comportamento

f(x) = função forçante

c = um ponto na reta

Escolhendo uma função linear para aproximar o valor da função  $\phi$  em um elemento j, a expressão para  $\Phi$  é mostrada na equação 4.2.

$$\Phi_j = A_j + B_j x \tag{4.2}$$

A equação 4.2 é uma expressão para uma equação de reta, onde a determinação dos coeficientes para este caso, depende apenas de dois pontos. Aplicando a equação 4.2 em dois nós i e i+1 do elemento j com coordenadas  $x_i$  e  $x_{i+1}$  pode-se chegar à expressão da equação 4.3 em termos de  $\Phi$ .

$$\Phi_j(x) = \Phi_j(x_i) \frac{x_i + 1 - x_i}{x_i + 1 - x_i} + \Phi_j(x_i + 1) \frac{x - x_i}{x_i + 1 - x_i}$$
(4.3)

Define-se então como funcional da expressão 4.3, a equação expressa por 4.4, em que os valores dos coeficientes já estão definidos como valores de  $\Phi_i$  nos nós de cada elemento.

$$F(\Phi) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left[ \frac{d\phi}{dx} \right] \left[ \frac{d\phi}{dx} \right] d\Omega - \int_{\Omega} [\phi] [f] d\Omega$$
(4.4)

Depois que se define a função de aproximação substitui-se no Funcional, e a partir do caso para o problema unidirecional, chega-se na expressão 4.5 e 4.6, finalmente são então substituídas na expressão do Funcional apresentada em 4.7.

$$H_{1}(x)\frac{x_{i}+1-x}{x_{i}+1-x_{i}} + H_{2}(x)\frac{x-x_{i}}{x_{i}+1-x_{i}}$$

$$[H] = [H_{1} \quad H_{2}]; \quad \frac{dH}{dx} = \left[\frac{dH_{1}}{dx} \quad \frac{dH_{2}}{dx}\right]$$

$$[\Phi] = \begin{bmatrix}\Phi_{1}\\\Phi_{2}\end{bmatrix}$$

$$(4.6)$$

$$\frac{1}{2} \int_{\Omega} [\Phi]^T \left[ \frac{dH}{dx} \right]^T \left[ \frac{dH}{dx} \right] [\Phi] d\Omega + \int_{\Omega} f[H] [\Phi] d\Omega$$
(4.7)

### 4.2 Método de Garlerkin

O método de Garlerkin, é o método que minimiza o resíduo entre duas funções através de uma média ponderada. Para (Zohdi, 2014) dentre os métodos de resíduos ponderados, o de Garlerkin é o mais utilizado e o que produz resultados mais aprimorado. No método de Garlerkin, os resíduos são calculados pela expressão 4.8, sendo assim, as condições para minimizar os valores de r da expressão apresentada em 4.8, é estabelecido pela equação 4.9, em que o domínio  $\Omega$  são funções de interpolação, a expressão de 4.9 é reescrita em 4.10 e finalmente é apresentada em 4.11 a expressão para o resíduo ponderado, de onde pode então se formar a matriz e o vetor para cada elemento.

$$r = \frac{d^2\Phi}{d^2x} - f(x) \neq 0 \tag{4.8}$$

$$R_i = \int_{\Omega} \omega_i r d\Omega = 0 \tag{4.9}$$

$$R_i = \int_{\Omega} \omega_i \left[ \frac{d^2 \Phi}{dx^2} \right] - \omega_i [f(x)] d\Omega = 0$$
(4.10)

$$R_{i} = \int_{\Omega} [H] \frac{d^{2}}{dx^{2}} [H]^{T} [\Phi] - [H] [f] d\Omega = 0$$
(4.11)

### 4.3 Método dos Elementos Finitos em Eletromagnetismo

Em eletromagnetismo, o Método dos Elementos Finitos (MEF) surge como um modelo de solução para problemas de difícil solução por métodos analíticos. Neste sentido o MEF é aplicado a problemas de eletromagnetismo, considerando formulações bem definidas para os diversos problemas que envolvem grandezas eletromagnéticas com base nas equações de Maxwell.

### 4.3.1. Equações de Maxwell

Nesta subseção, é apresentado de forma resumida as 4 equações de Maxwell, a título de melhor esclarecimento a respeito das formulações da subseção 4.3.2.

Segundo (Barboza, 2005) para problemas eletrostáticos as equações de Maxwell são divididas em 4 tipos, sendo apresentadas nas equações de 4.12 a 4.15, como segue:

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = \boldsymbol{0} \tag{4.12}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho \tag{4.13}$$

$$\nabla \times \frac{B}{\mu} = J \tag{4.14}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \tag{4.15}$$

Em que;

 $\mathbf{E}$  = intensidade de campo elétrico (V/m)

- **D** = Densidade de fluxo elétrico (C/m<sup>2</sup>)
- **J** = Densidade de corrente (A/m<sup>2</sup>)
- **B** = Densidade de campo magnético (Wb/m<sup>2</sup>)
- $\rho$  =Densidade de carga elétrica (C/m<sup>3</sup>)
- $\mu$  = Permeabilidade magnética

As equações 4.12 e 4.13 são utilizadas em definições de problemas eletrostáticos e as equações 4.14 e 4.15 são utilizados em problemas magnetostáticos (Barboza, 2005).

#### 4.3.2. Formulações

Segundo (Santos, 2017) para resolver as 4 equações de Maxwell, faz-se uso de formulações, que visam utilizar métodos numéricos para soluções especificas de eletromagnetismo que envolvem tais equações. Abaixo é apresentado 4 formulações importantes, para o método de elementos finitos em eletromagnetismo.

#### 1.Formulação A-V

É a formulação que utiliza o potencial vetor magnético (A) e o potencial elétrico (V). Para (Santos, 2017) esta formulação apresenta como vantagem, a generalidade de sua solução, pois é possível obter os campos elétricos e magnéticos a partir de sua resposta. A expressão na equação 4.16 apresenta esta formulação.

$$\mu \sigma \frac{\partial A}{\partial t} - \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = -\mu \sigma \nabla V \tag{4.16}$$

No presente trabalho, a formulação A-V é a mais importante, pois o software ANSYS se utiliza desta formulação para resolver as matrizes locais de densidade de corrente como também os campos elétricos e magnéticos das simulações.

#### 2.Formulação T-Omega

É a formulação que utiliza o potencial vetor corrente (T) e o potencial vetor magnético  $(\Omega)$ . É muito utilizada em problemas que envolvam a corrente de Foucault (Santos, 2017). As equações 4.17 e 4.18 definem os potenciais (T) e  $(\Omega)$  e as equações 4.19 e 4.20 apresentam a formulação com base nessas definições (Santos, 2017).

$$T = \nabla \times \boldsymbol{J} \tag{4.17}$$

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{T} - \nabla \Omega \tag{4.18}$$

$$\nabla^2 \Omega = 0 \tag{4.19}$$

$$\nabla \times \rho \nabla \times T = \mu \frac{\partial (T - \nabla \Omega)}{\partial t}$$
(4.20)

### 3.Formulação E

Para se obter o campo elétrico diretamente é usado a formulação expressa na equação 4.21.

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{E} = \mu \frac{\partial \sigma \boldsymbol{E}}{\partial t} \tag{4.21}$$

# 4.Formulação H

Assim como para a formulação do campo elétrico, a formulação do campo magnético é usada quando se deseja obter o campo magnético diretamente (Santos, 2017), a equação 4.22 descreve a expressão para esta formulação.

$$\nabla \times \rho \nabla \times \boldsymbol{H} = \mu \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} \tag{4.22}$$

### 5. METODOLOGIA

#### 5.1 Funcionamento Básico do ANSYS

O ANSYS Multiphysics, é um software de método dos elementos finitos utilizado para simulação computacional de elementos, sistemas e estruturas, nas mais diversas áreas da engenharia. Alguns dos tipos de análise presentes no ANSYS multiphysics são: análise elétrica, análise termo-elétrica, análise magnetostática, entre outras. No presente trabalho utilizou-se apenas a análise do tipo elétrica para as simulações dos condutores.

No ANSYS multiphysics, 3 são os procedimentos para a obtenção das simulações em uma análise elétrica:

- Construção do modelo Nesta etapa define-se o tipo de geometria a ser simulada, assim também como as propriedades dos materiais utilizados (densidade, coeficiente de condutividade térmica, resistividade isotrópica, etc).
- Modelagem e solução Nesta etapa define-se o tipo de grandeza física utilizada como parâmetro de entrada a ser simulado (voltagem, corrente, temperatura, etc), para o sistema ou estrutura de interesse, como também é definido o ponto dessa estrutura onde será aplicado algum destes parâmetros.
- Revisão dos resultados Após a etapa de solução os resultados resolvidos são apresentados nesta etapa de forma gráfica como também em animação da simulação do sistema.

Nas próximas seções é apresentada a construção e modelagem da estrutura dos condutores do presente trabalho. A título de melhor estruturação do trabalho, as imagens da etapa 3 de revisão dos resultados, serão apresentadas no capítulo 6, em que trata da análise dos resultados.

### 5.2 Construção do Modelo

Os desenhos da estrutura dos condutores foram feitos utilizando a guia design modeler do software ANSYS. Neste trabalho utilizou-se o modelo de condutor do cabo de potência do tipo XLPE, utilizado na rede de distribuição aérea compacta de energia, para dois tipos de condutores em duas seções transversais diferentes, como especificado na tabela 1.

Seção	Тіро	Comprimento	N° de fios	Diâmetro do fio
25 mm <sup>2</sup>	Liga de alumínio	200 mm	7	7 mm
55 11111	Liga de cobre	200 mm	7	7 mm
<b>5</b> 0 mm <sup>2</sup>	Liga de alumínio	200 mm	7	8 mm
30 mm-	Liga de cobre	200 mm	7	8 mm
Fonte: NBR NM 280				

Tabela 1 - Dimensão dos Condutores.

Os valores das propriedades dos materiais utilizados na simulação são apresentados na Tabela 2.

Densidade (Kg/m <sup>3</sup> )	Coeficiente de expansão térmica ( Cº)	Condutividade térmica ( W/m/C°)	Calor específico (J/Kg/C°)
2770	2,3 x 10 <sup>-5</sup>	Tabular	875
8300	1,8 x 10 <sup>-5</sup>	401	385
	Densidade (Kg/m <sup>3</sup> ) 2770 8300	Densidade (Kg/m³)Coeficiente de expansão térmica ( Cº)27702,3 x 10-583001,8 x 10-5	Densidade (Kg/m³)Coeficiente de expansão térmica ( Cº)Condutividade térmica ( W/m/Cº)27702,3 x 10-5Tabular83001,8 x 10-5401

Tabela 2 - Propriedades Fisicas dos Materiais Condutores.

Fonte: Biblioteca do ANSYS

Nas tabelas 3; 4 e 5 são apresentados os valores tabulares de condutividade térmica e resistividade isotrópica do alumínio, assim como a resistividade isotrópica da liga de cobre respectivamente.

Tabela 3 - Condutividade térmica da Liga de Alumínio.

Temperatura (C <sup>o</sup> )	Condutividade térmica (W/m/Cº)
-100	114
0	144
100	165
200	175

Fonte: Biblioteca do ANSYS 2019

Temperatura (Cº)	Resistividade (Ohm/m
0	2,43 x 10 <sup>-8</sup>
20	2,67 x 10 <sup>-8</sup>
100	3,63 x 10 <sup>-8</sup>
Eanta: Dibliata	ANSVS 2010

Tabela 4 - Resistividade Isotrópica da Liga de Alumínio.

Fonte: Biblioteca do ANSYS 2019

Tabela 5 - Resistividade Isotrópica da Liga de Cobre.

Temperatura (C <sup>o</sup> )	Resistividade (Ohm/m)
0	1,548 x 10 <sup>-8</sup>
20	1,694 x 10 <sup>-8</sup>
100	2,277 x 10 <sup>-8</sup>

Fonte: Biblioteca do ANSYS 2019

Na construção deste trabalho simulou-se apenas um dos fios condutores que constitui o cabo de potência para a investigação de suas perdas e densidades superficiais de corrente em sua geometria. Nas figuras 10;11 e 12 é mostrado a forma final dos condutores no cabo completo, em um só fio e a malha gerada com o ANSYS para um único fio respectivamente. O número de nós gerado na malha da figura 12 para a seção transversal tanto de 35 mm<sup>2</sup> quanto de 50 mm<sup>2</sup> foram de 2478 com 462 elementos, este número é limitado pelo próprio programa.

Figura 10 - Condutor Completo Construído.





Figura 11 - Sólido Representando um Único Fio Condutor.

Figura 12 - Malha do Fio Condutor.



Na tabela 6 é mostrado os valores distintos para a massa e volume de cada condutor após serem projetados no ANSYS.

Seção	Tipo	Volume (cm <sup>3</sup> )	Massa (g)
	Liga de alumínio	7,6	59,7
$35 \text{ mm}^2$	Liga de cobre	7,6	63,1
	Liga de alumínio	9,93	27,5
$50 \text{ mm}^2$	Liga de cobre	9,93	82,4
	Fo	onte: Autor	

Tabela 6 - Volume e Massa dos Condutores

### 5.3 Modelagem e Solução

Neste trabalho, foi criado dois tipos de condutores com seções transversais de valores diferente, sendo um de 35 mm<sup>2</sup> e outro de 50 mm<sup>2</sup>, para cada tipo de condutor (Liga de alumínio ou Liga de cobre). Foi aplicado uma tensão de 15 kv na frequência comercial da rede (60 Hz) na face frontal de um único fio condutor, para que pudéssemos obter os valores das grandezas eletromagnéticas de interesse, assim como as perdas por efeito Joule agindo na superfície do condutor.

As grandezas eletromagnéticas de interesse a serem obtidas nas simulações deste trabalho, foram as densidades totais de corrente, densidades direcionais para o plano XY e as perdas por efeito Joule.

Na solução da simulação, o tempo gasto para o programa solucionar os resultados, foram distintos para alguns tipos de condutores e seções, no entanto é interessante ressaltar, que a primeira simulação foi a que atingiu o maior tempo até a sua completa solução, justificada pelo maior uso de memória quando se inicia o programa, estes valores são especificados na tabela 7. Em relação ao tamanho do arquivo gerado após a solução, a simulação de todos os condutores possuiu o mesmo tamanho, sendo de 832 KB.

Seção	Tipo	Tempo (s)
25	Liga de alumínio	18
55 mm	Liga de cobre	4
$50 \text{ mm}^2$	Liga de alumínio	4
50 mm-	Liga de cobre	3
	Fonte: Autor	

Tabela 7 - Tempo de execução da solução

### 6. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nesta seção será apresentado os resultados das simulações dos condutores de energia, submetidos a uma tensão de 15 KV na frequência comercial da rede (60 Hz) e comparado os seus resultados, como descrito na seção anterior, utilizou-se o software de simulação pelo método dos elementos finitos ANSYS, para geração dos resultados de perdas de potência e distribuição da densidade de corrente na superfície do condutor.

### 6.1 Densidade Total de Corrente em Condutor de Seção 35 mm<sup>2</sup>

Abaixo as figuras 13 e 14 mostram a densidade total de corrente distribuídas na superfície do condutor do tipo liga de alumínio e condutor tipo liga de cobre respectivamente. Percebe-se pelas figuras que os valores máximos de amplitude da densidade total de corrente no condutor tipo liga de cobre é superior às amplitudes máximas de densidade total no condutor tipo liga de alumínio, os valores de amplitudes máximas de densidade total no cobre chega a valores de aproximadamente 54,05% do valor da densidade total no tipo liga de alumínio.



Figura 13 - Densidade Total de Corrente no Condutor Liga de Alumínio Seção 35mm<sup>2</sup> em A/m<sup>2</sup>.



Figura 14 - Densidade Total de Corrente no Condutor Liga de Cobre Seção 35 mm<sup>2</sup> em A/m<sup>2</sup>.

### 6.2 Densidade Direcional de Corrente em Condutor de Seção 35 mm<sup>2</sup>

Abaixo as figuras 15 e 16 mostram respectivamente as densidades direcionais de corrente distribuídas no eixo x da superfície do condutor tipo liga de alumínio e liga de cobre, nota-se pela figura que os valores das amplitudes máximas das grandezas obtidas para o tipo de condutor liga de cobre, atingem valores da ordem de 61% dos valores máximos de amplitude do condutor tipo liga de alumínio. É interessante também ressaltar que, os valores máximos de amplitude atingem a borda lateral direita da superfície, o que indica que esta região de condução está susceptível a ação de maiores perdas, por se tratar de uma região onde a amplitude de corrente é maior.

Figura 15 - Densidade Direcional de Corrente Sobre o Eixo X no Condutor Liga de Alumínio 35mm<sup>2</sup> em A/m<sup>2</sup>.



Figura 16 - Densidade Direcional de Corrente Sobre o Eixo X no Condutor Liga de Cobre Seção 35mm<sup>2</sup> em A/m<sup>2</sup>.



Dando continuidade aos resultados de densidade direcional de corrente nos condutores, as figuras 17 e 18 na sequência, mostra os resultados das amplitudes de densidade de corrente em relação ao eixo Y da superfície, percebe-se que também as amplitudes máximas de maior valor, estão presentes no condutor tipo liga de cobre, através das mesmas, percebe-se também que as amplitudes máximas em ambos os casos, estão concentradas na parte superior da superfície, definindo que esta é a região de maior concentração de corrente neste eixo, logo também é a região onde possui a maior perda de energia por efeito joule.

Figura 17 - Densidade Direcional de corrente Sobre o Eixo Y no Condutor Liga de Alumínio Seção 35 mm<sup>2</sup> em  $A/m^2$ .



Figura 18 - Densidade Direcional de Corrente Sobre o Eixo Y no Condutor Liga de Cobre Seção 35 mm<sup>2</sup> em A/m<sup>2</sup>.



#### 6.3 Perdas por Efeito Joule em Condutor de Seção 35 mm<sup>2</sup>

Nas figuras 19 e 20 é apresentado os resultados das perdas por efeito Joule nos dois tipos de condutores na escala W/m<sup>3</sup> (Watt por metro cúbico). Percebe-se pelas figuras, como já esperado, que as perdas no condutor de liga de cobre em relação ao condutor de liga de alumínio são maiores, em virtude dos maiores níveis de amplitude da densidade de corrente, observados nas simulações anteriores. Observa-se que as perdas no condutor liga de cobre são da ordem de 49,5% maiores que os valores das perdas no condutor de liga de alumínio.



Figura 19 - Perdas por Efeito Joule no Condutor Liga de Alumínio Seção 35 mm<sup>2</sup> em W/m<sup>3</sup>.



Figura 20 - Perdas por Efeito Joule no Condutor Liga de Cobre Seção 35 mm<sup>2</sup> em W/m<sup>3</sup>.

43

### 6.4 Densidade Total de Corrente em Condutor de Seção 50 mm<sup>2</sup>

Nas figuras 21 e 22 apresentadas abaixo, tem-se os resultados das simulações para a densidade total de corrente distribuída na superfície dos condutores tipo liga de alumínio e tipo liga de cobre respectivamente, percebe-se que os valores de amplitude máxima para o condutor tipo liga de cobre, supera em aproximadamente 57,4% os valores de amplitude máxima do condutor tipo liga de alumínio em termos de densidade total de corrente, interessante ainda ressaltar, que estes valores de amplitude máxima estão concentrados nas bordas da superfície condutora.







Figura 22 - Densidade Total de Corrente no Condutor Liga de Cobre Seção 50 mm<sup>2</sup> em A/m<sup>2</sup>.

### 6.5 Densidade Direcional de Corrente em Condutor de Seção 50 mm<sup>2</sup>

Nas figuras 23 e 24 é apresentado os resultados das simulações de densidade direcional de corrente para o eixo X da superfície, a mesma descrição dos parâmetros e analogias da seção 6.2 é aplicado aqui, tanto para o eixo X quanto para o eixo Y, porém percebe-se que os valores de densidade de corrente do condutor tipo liga de cobre, é superior na ordem de 57,7% em termos de amplitudes máximas em relação às amplitudes máximas do condutor tipo liga de alumínio.

Figura 23 - Densidade Direcional de Corrente Sobre o Eixo X no Condutor Liga de Alumínio Seção 50 mm<sup>2</sup> em  $A/m^2$ .



Figura 24 - Densidade Direcional de Corrente Sobre o eixo X no Condutor Liga de Cobre Seção 50 mm<sup>2</sup> em  $A/m^2$ .



Na sequência, figuras 25 e 26, é apresentado os resultados das simulações nos condutores para a densidade direcional em relação ao eixo Y, nota-se que em relação ao condutor de alumínio, o condutor de cobre possui amplitudes máximas de densidades também na ordem de 57,7%. Maiores que no condutor liga de alumínio.

Figura 25 - Densidade Direcional de Corrente Sobre o Eixo Y no Condutor Liga de Alumínio Seção 50 mm<sup>2</sup> em A/m<sup>2</sup>.



Figura 26 - Densidade Direcional de Corrente Sobre o Eixo Y no Condutor Liga de Cobre Seção 50 mm<sup>2</sup> em  $A/m^2$ .



### 6.6 Perdas por Efeito Joule

As perdas por efeito Joule no condutor de seção 50 mm<sup>2</sup> é análoga à apresentada no item 6.3 para o condutor de seção 35 mm<sup>2</sup>, porém nos resultados das simulações apresentados nas figuras 27 e 28, percebe-se que com o aumento da seção houve uma porcentagem ainda maior de perdas do condutor tipo liga de cobre em relação ao condutor tipo liga de alumínio, tais perdas na ordem percentual de 57,8% das perdas observadas no condutor do tipo liga de alumínio.







Figura 28 - Perdas por Efeito Joule no Condutor Liga de Cobre Seção 50 mm<sup>2</sup> em W/m<sup>3</sup>.

# 6.7 Considerações Gerais dos Resultados

A tabela 8, mostra os resultados numéricos, das simulações nos condutores liga de cobre e liga de alumínio. A partir da mesma, é comparado os resultados para os dois tipos de condutores, assim como para os dois tipos de áreas de seções transversais dos condutores, utilizados neste trabalho.

Тіро	Seção	Amplitudes	Densidade Total de Corrente (A/m <sup>2</sup> )	Densidade direcional de corrente X (A/m <sup>2</sup> )	Densidade direcional de corrente Y (A/m <sup>2</sup> )	Perdas por aquecimento (W/m <sup>3</sup> )
Condutor tipo liga de alumínio	35 mm <sup>2</sup>	Máxima	117,54	94,07	80,644	0,0001506
		Média	17,87	0,125	5,71e <sup>-2</sup>	2,87e <sup>-5</sup>
		Mínima	0,4428	-117,44	-80,468	2,17e <sup>-5</sup>
		Máxima	102,84	82,344	70,392	0,0001153
	50 mm <sup>2</sup>	Média	15,51	0,130	3,63e <sup>-2</sup>	2,23e <sup>-5</sup>
		Mínima	0,14097	-102,8	-70,419	1,66e <sup>-5</sup>
Condutor tipo liga de cobre	35 mm <sup>2</sup>	Máxima	181,07	151,42	126,99	0,0002251
		Média	28	0,2105	0,1281	4,52e <sup>-5</sup>
		Mínima	1,3961	-181	-122,01	2,92e <sup>-5</sup>
		Máxima	161,94	130	111	0,0001818
	50 mm <sup>2</sup>	Média	24,63	0,2	5e <sup>-2</sup>	3,53e <sup>-5</sup>
		Mínima	0,5085	-161,87	-111	2,62e <sup>-5</sup>

Como visto na tabela 8, com o aumento da área de seção transversal do condutor, há uma diminuição das amplitudes de densidades totais e direcionais de corrente no condutor, esta diminuição das amplitudes é justificada fisicamente, pelo menor número de cargas concentradas em uma região maior da seção transversal do condutor. O valor percentual de diminuição das amplitudes máximas de densidade total de corrente com o aumento da área da seção transversal do condutor de 35 para 50 mm<sup>2</sup>, foi de 54,05%, para o condutor de liga de alumínio, para o condutor de liga de cobre esse valor percentual aumentou para 57,4%.

Em relação às perdas por aquecimento também da tabela 8, percebe-se que, para condutores de mesma área de seção transversal e diferentes materiais, há um aumento percentual, para os valores das amplitudes máximas de perdas de energia nos condutores liga de cobre em relação ao de liga de alumínio, respectivamente nos valores de 49,5% e 57,8% para os condutores de seções  $35 e 50 mm^2$  de área.

Com relação às perdas de energia entre condutores de mesmo material e áreas de seções transversais diferentes, observou-se uma diminuição percentual nos valores das amplitudes máximas de perdas de energia, no valor de 23,45% para o condutor liga de alumínio, e de 19,23% para o condutor liga de cobre, com o aumento da área de seção (35 para 50 mm<sup>2</sup>).

No que diz respeito às perdas entre condutores de materiais e valores de áreas de seções diferentes, observou-se que entre o condutor de liga de alumínio com seção de 35 mm<sup>2</sup> e o condutor de liga de cobre com seção 50 mm<sup>2</sup>, houve um aumento das perdas no condutor tipo liga de cobre no valor de 20,8%. Em se tratando do condutor liga de alumínio de 50 mm<sup>2</sup> em relação ao de liga de cobre de 35 mm<sup>2</sup> o valor da perda aumentou em 94,6% para o condutor liga de cobre nesta ocasião.

### 7. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho buscou-se apresentar de maneira clara e sucinta, os principais conceitos de eletromagnetismo presentes em um problema de perda de energia por aquecimento, através de um software computacional que utiliza o método dos elementos finitos para soluções das simulações.

No capítulo 2 foi feito uma abordagem geral dos principais parâmetros dos condutores utilizados na rede de distribuição de energia, no capítulo 3 foi apresentado os principais conceitos sobre campo elétrico e condutividade para que se pudesse ter um melhor entendimento dessas grandezas agindo em um condutor de energia, no capitulo 4 a título de um melhor entendimento das soluções do MEF nas simulações do software, foi apresentado um breve resumo dos dois principais métodos usados como base no desenvolvimento do método dos elementos finitos, por fim no capitulo 6 foi apresentado e discutido os resultados para o problema proposto.

O que se percebeu nos resultados para este projeto, foi que, para um mesmo nível de tensão aplicado a diferentes tipos de seções do condutor, em termos percentuais, as perdas por aquecimento são menores quanto maior for a seção transversal do condutor, como já esperado. Também se conclui, que o tipo de material utilizado na composição dos condutores, também é fator importante na análise de suas perdas de energia, pois neste trabalho constatouse que as maiores amplitudes de perdas no material foram advindas dos condutores de material liga cobre, pois os mesmos possuíram as maiores amplitudes de densidades de corrente nas simulações.

Comparando os dois condutores com tipos distintos de áreas de seções, chega-se à conclusão que em relação ao tipo de material que os compõe, os condutores do tipo liga de cobre possui os maiores níveis percentuais de perda. Em contrapartida possuem os maiores níveis de condução de corrente, pois suas amplitudes de densidade máxima são maiores neste caso, em relação ao tamanho das áreas das seções transversais que os compõe, os condutores de maiores áreas de seções possuem um menor percentual de perdas.

Conclui-se, portanto, deste trabalho, que em termos de projeto, existem perdas consideráveis para o dimensionamento das áreas de seções transversais dos condutores, e que, ferramentas computacionais que se utilizam dos Métodos dos Elementos Finitos em suas simulações, oferecem uma melhor otimização dos parâmetros eletromagnéticos em projetos de condutores. Finalmente constata-se deste trabalho que a construção de um modelo

eletromagnético para estudo de densidade de corrente e perdas de energia, contribui para uma melhor eficiência de um projeto.

### 7.1 Trabalhos Futuros

Apesar de todo empenho na elaboração deste trabalho, não foi possível abordar de maneira total alguns pontos discutidos neste projeto. Desta forma, como proposta de trabalhos futuros, propõe-se:

- Implementar um algoritmo que tenha como base o MEF e alguns parâmetros das equações de Maxwell, para comparação de resultados gerados pelo ANSYS e deste modelo proposto, para diferentes geometrias de condutores;
- Propor um modelo de cabo de potência ótimo, onde através do método dos elementos finitos se possa definir um modelo de menores perdas e maior condutividade.

## REFERÊNCIAS

SERWAY, Raymond A.; JEWETT Jr., John W (2008). **Princípios de Física**. Eletromagnetismo. **3** 1 ed. São Paulo: Cengage Learning. p. 679

VIDAR, Thomée. From finite differences to finite elements - a short history of numerical analysis of partial differencial equations. Journal of Computational and Applied Mathematics, 128:1 – 54, 2001.

BASTOS, João Pedro Assumpção. **Eletromagnetismo e cálculo de campos**. 2. ed. Florianópolis: Ed. da UFSC, 1992. 452 p.

JIN JIANMING. The Finite Element Method in Electromagnetics. Wiley Interscience, second edition, 2002.

YOUNG W. Kwon and Hyochoong Bang. The Finite Element Method Using MATLAB. CRC, second edition, 2000.

ZOHDI, T. Introduction to finite elements. 2014

BARBOZA, Carlos Ruy Nunez. O método dos elementos de contorno aplicados a problemas de potencial bidimensional com acoplamentos interativos entre sub regiões, USP,2005.

SANTOS, Barbara maria O. Simulação de sistemas eletromagnéticos usando método dos elementos finitos e método das diferenças finitas no tempo. UFRJ. 2017. 140 p.

NBR NM 280 – **Condutores de cabos isolados**. Associação Brasileira de Normas Técnicas,2011.

CONDUMAX. Catálogo técnico. **Fios e cabos elétricos**. Disponível em: <u>www.condumax.com.br</u>. Acesso em 02/06/2019

SADIKU, Matthew N O. Elementos de eletromagnetismo. 3 ed. São Paulo: Bookman. 2004.

HAYT, Willian H; BUCK, John A. Eletromagnetismo. 6 ed. Rio de Janeiro: LTC. 2003.