



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CURSO DE LICENCIATURA EM CIÊNCIAS NATURAIS
CAMPUS – SÃO BERNARDO**

TÂNIA PATRÍCIA SILVA E SILVA

**TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E GEOGEBRA: UMA EXPERIÊNCIA
NO ENSINO-APRENDIZAGEM DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO**

São Bernardo – MA

2019

TÂNIA PATRÍCIA SILVA E SILVA

**TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E GEOGEBRA: UMA EXPERIÊNCIA
NO ENSINO-APRENDIZAGEM DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO**

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Licenciatura em Ciências Naturais/Química da Universidade Federal do Maranhão, para obtenção do Grau de Licenciatura em Ciências Naturais com Habilitação em Química.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Maria José Herculano Macedo.

São Bernardo – MA

2019

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Núcleo Integrado de Bibliotecas/UFMA

Silva, Tânia Patrícia Silva e.

Teoria da Aprendizagem Significativa e GeoGebra : uma experiência no ensino-aprendizagem das funções seno e cosseno / Tânia Patrícia Silva e Silva. - 2019.

63 f.

Orientador(a): Maria José Herculano Macedo.

Monografia (Graduação) - Curso de Ciências Naturais - Química, Universidade Federal do Maranhão, São Bernardo, 2019.

1. Funções seno e cosseno. 2. Geogebra. 3. Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS). I. Macedo, Maria José Herculano. II. Título.

TÂNIA PATRÍCIA SILVA E SILVA

**TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E GEOGEBRA: UMA EXPERIÊNCIA
NO ENSINO-APRENDIZAGEM DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO**

Aprovado em ___/___/___

BANCA EXAMINADORA

Prof^a. Dr^a. Maria José Herculano Macedo (Orientadora)

Doutorado em Meteorologia – UFCG
Universidade Federal do Maranhão – Campus São Bernardo

Prof^a. Dr^a. Vilma Bragas de Oliveira (Examinador)

Doutorado em Produção Vegetal – UFMA
Universidade Federal do Maranhão – Campus São Bernardo

Prof. Me. Josberg Silva Rodrigues (Examinador)

Mestrado em Física – UFMA
Universidade Federal do Maranhão – Campus São Bernardo

Dedico este Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) ao meu grande Deus e a minha amada família que sempre estiveram comigo, nos momentos bons e ruins da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pelo dom da vida e por ter me sustentado até aqui, permitindo viver e concretizar este grande momento em minha vida acadêmica, sempre me guiando e iluminando meus passos no caminho correto.

Agradeço imensamente aos meus amados pais, Antônia Francisca Machado Silva e José Osmar Oliveira da Silva, por todo amor, educação, apoio, carinho e incentivo para que este sonho se realizasse sem medir esforços.

A minha querida irmã, Maria Eugênia Silva e Silva, por todo apoio e paciência nos dias bons e difíceis dessa jornada.

Aos meus amados avós paternos, Aloysa Oliveira da Silva (*in memoriam*) e José Ribeiro da Silva (*in memoriam*), por todos os momentos maravilhosos a mim proporcionados. Saudades eternas!

A minha orientadora Prof^ª. Dr^ª. Maria José Herculano Macedo pelo apoio, motivação e orientação criteriosa, além de seus ensinamentos, contribuições e dedicação para que este trabalho fosse possível.

A Universidade Federal do Maranhão (UFMA) pela oportunidade de poder realizar esse sonho, e poder fazer o ensino superior no Curso de Licenciatura em Ciências Naturais/Química. Assim como também, por ter me proporcionado experiências incríveis e ensinamentos valiosos ao longo desses 4 anos de curso.

Aos discentes participantes da pesquisa por contribuírem para que fosse possível a obtenção dos meus resultados.

Aos professores da banca examinadora Dr^ª. Vilma Bragas de Oliveira e Me. Josberg Silva Rodrigues por aceitarem ao meu convite, e por todos os ensinamentos e contribuições ao longo do curso.

Aos meus amigos e colegas de curso que tanto me apoiaram e compartilharam conhecimentos e experiências ao longo desta jornada que se finda, em especial Lucas Maciel Carvalho, por todo carinho, sentimento e apoio nos momentos difíceis ao longo dessa caminhada.

Assim como também, aos professores da UFMA que contribuíram direta ou indiretamente nos momentos vivenciados dentro e fora da sala de aula ao longo da trajetória do curso.

A estes, o meu sincero agradecimento!

“Através do erro se constrói o conhecimento”.

Jean Piaget

RESUMO

O objetivo deste trabalho consiste em comparar a aprendizagem discente acerca das funcionalidades dos parâmetros e aplicações das funções seno e cosseno após metodologia tradicional e o uso do software GeoGebra. Para isso, foram utilizadas sequências didáticas com atividades em um nível de exigência crescente aplicadas a 14 discentes de um Curso de Licenciatura em Ciências Naturais com habilitação em Química, divididos em Grupo A e Grupo B. Em ambos, foram realizadas etapas similares para a pesquisa, porém, para o Grupo B durante a aplicação da intervenção didática, utilizou-se o software e algumas orientações da Teoria de Aprendizagem de Ausubel enquanto para o outro grupo teve apenas a abordagem tradicional dos conteúdos função seno e cosseno. O uso do software possibilitou uma conexão entre a Matemática teórica (ou abstrata) e a prática, possibilitando a visualização mais detalhada dos gráficos das funções seno e cosseno de forma que apresentou mais vantagens quando comparadas as aulas tradicionais. Os grupos não apresentaram bom desempenho quanto às aplicações das funções, revelando a necessidade de ampliação na abordagem didática desse tipo de questão pelos docentes em todos os níveis de ensino.

Palavras-chave: Funções seno e cosseno, GeoGebra, Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS).

ABSTRACT

The objective of this work is to compare the student learning about the functionalities of the parameters and applications of sine and cosine functions after traditional methodology and the use of GeoGebra software. For this, didactic sequences were used with activities at a level of increasing demand applied to 14 students of a Bachelor's Degree in Natural Sciences with qualification in Chemistry, divided into Group A and Group B. In both, similar steps were carried out for the research, but for Group B during the application of the didactic intervention, the software and some guidelines of the Ausubel Learning Theory were used, while for the other group it only had the traditional approach of the sine and cosine function contents. The use of the software enabled a connection between the theoretical (or abstract) mathematics and the practice, allowing a more detailed visualization of the sine and cosine functions in a way that presented more advantages when compared to the traditional classes. The groups did not present a good performance regarding the applications of the functions, revealing the need to expand the didactic approach of this type of question by teachers at all levels of education.

Keywords: Sine and Cosine Functions, GeoGebra, Significant Learning Theory (SAT).

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Interface do software GeoGebra.....	22
Figura 2 - Esquematização da metodologia abordada na pesquisa.....	27
Figura 3 - Mapa conceitual sobre funções.....	28
Figura 4 - Mapa conceitual sobre funções trigonométricas.....	29

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Respostas dadas a Questão 1 do Teste Avaliativo no Grupo A e Grupo B.....	36
Gráfico 2 - Desempenho dos discentes nas questões objetivas do questionário avaliativo.....	37
Gráfico 3 - Desempenho dos participantes do Grupo A e Grupo B na Questão 7.....	38
Gráfico 4 - Respostas dadas a Questão 1 pelos discentes na Avaliação do minicurso.....	40

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 -	Justificativas dos discentes a Questão 2 do questionário diagnóstico.....	33
Quadro 2 -	Justificativas dos discentes a Questão 9 do questionário diagnóstico.....	35
Quadro 3 -	Justificativas dos discentes a Questão 2 da avaliação das metodologias aplicadas.....	40
Quadro 4 -	Justificativas dos discentes em relação à Questão 3 da avaliação das metodologias aplicadas.....	42

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Itens respondidos pelos discentes a Questão 1 do questionário diagnóstico.....	32
Tabela 2 - Mapa conceitual sobre funções.....	39
Tabela 3 - Mapa conceitual sobre funções trigonométricas.....	35

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AS	Aprendizagem Significativa
M1	Minicurso 1
M2	Minicurso 2
PCNEM's	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
OCEM's	Orientações Curriculares para o Ensino Médio
TAS	Teoria da Aprendizagem Significativa
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
TIC's	Tecnologias de Informação e Comunicação
UFMA	Universidade Federal do Maranhão

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	13
2	OBJETIVOS.....	15
2.1	Objetivo Geral.....	15
2.2	Objetivos Específicos.....	15
3	REFERENCIAL TEÓRICO.....	16
3.1	Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.....	16
3.2	O GeoGebra no ensino matemático.....	19
3.3	O software GeoGebra e suas funcionalidades.....	21
3.4	Reflexões acerca do ensino da trigonometria.....	23
3.5	Projeto de Ensino: Desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas no Curso de Licenciatura em Ciências Naturais-Química.....	25
4	METODOLOGIA.....	26
4.1	Mapas conceituais.....	27
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	30
5.1	Análise do conhecimento prévio dos discentes.....	30
5.2	Experiência com o software.....	32
5.3	Análise do desempenho discente.....	34
5.4	Avaliações das metodologias pelos discentes.....	37
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	41
	REFERÊNCIAS.....	43
	ANEXO A - Barra de ferramentas do software Geogebra organizada em forma de Blocos.....	47
	APÊNDICE A - Questionário Diagnóstico aplicado antes da aula tradicional e sequência com o software GeoGebra.....	48
	APÊNDICE B - Teste avaliativo utilizado após a aula tradicional e após a utilização do software.....	51
	APÊNDICE C - Questionário referente a avaliação discente acerca da aprendizagem decorrente da aula tradicional.....	53
	APÊNDICE D - Atividades realizadas com a utilização do software Geogebra.....	54
	APÊNDICE E - Questionário referente a avaliação discente acerca da aprendizagem decorrente do uso do software.....	63

1 INTRODUÇÃO

O avanço tecnológico contemporâneo tem promovido muitas mudanças relevantes na sociedade, em especial na área educacional, pois a todo o momento se tem em desenvolvimento a construção de softwares, jogos, simuladores e aplicativos, de forma a tornar o ensino mais dinâmico e interativo, com foco em uma maior aprendizagem nas diversas áreas do conhecimento. Dentre essas, merece destaque a área de Matemática, pois nas aulas dessa disciplina os docentes verificam grandes dificuldades na aprendizagem dos discentes.

O fácil acesso e a interatividade que as TIC's (Tecnologias de Informação e Comunicação) propõem vem contribuindo com a diminuição das dificuldades de aprendizagem encontradas no ensino matemático. Segundo Oliveira, Moura e Sousa (2015) a abordagem com as TIC's atrai a atenção dos discentes e melhoram “o processo de ensino, pois criam ambientes virtuais de aprendizagem, colaborando com o aluno na assimilação dos conteúdos” (OLIVEIRA; MOURA; SOUSA, 2015, p.79). Estes autores ainda destacam que as TICs são facilitadoras no processo de ensino-aprendizagem e permitem adequações as diferenças e necessidades de cada discente, além de oportunizar ao docente apresentar os conteúdos de forma diferenciada.

Além disso, segundo Lima (2013, p.8) “O uso das tecnologias na disciplina de Matemática possibilita experimentar e testar hipóteses, confrontar ideias, trocar experiências, formular gráficos entre tantas outras possibilidades”. Logo, pode-se perceber que o uso de tecnologias, pode contribuir com o desenvolvimento de competências e habilidades pelo discente durante o processo de construção do conhecimento.

Assim, é crescente a diversidade de softwares que auxiliam o docente na construção e análise de conceitos matemáticos difíceis de serem explorados de forma manipulativa. Como destaca Farias (2007, p.52):

Essa tecnologia funciona como um importante auxílio em termos de ensino e aprendizagem em um contexto educacional para o ensino da Matemática, possibilitando meios de informação visual, simulações, nos quais o estudante em função de conhecimentos anteriores e/ou de sua capacidade investigativa é possível representar e interagir com modelos cujo procedimento é por vezes complexo, o que seria certamente difícil realizá-lo de maneira manipulativa. (FARIAS, 2007, p.52)

Contudo, o uso dos softwares sem uma prévia reflexão sobre suas potencialidades e limitações e sem os objetivos das intervenções didáticas serem pré-definidos não garantem melhorias no ensino, como destaca Melo e Fireman (2016, p.14) ao dizer que “é preciso que sua a escolha pelo docente seja resultado de um planejamento didático-pedagógico, analisado com cuidado para que se possa atingir os objetivos de aprendizagem de determinado conteúdo matemático”. Assim, a importância do uso de softwares em sala de aula é fato, porém cabe ressaltar que o uso destes de qualquer maneira não garantem a aprendizagem e tão pouco melhorias na qualidade do ensino.

Dentre os diversos softwares educativos disponíveis para o ensino de Matemática, merece destaque o GeoGebra, em virtude desse programa apresentar características dinâmicas, ser livre, multiplataforma e de fácil manuseio. Além disso, este recurso didático permite realizar manipulações com diversos registros de representações de um mesmo objeto matemático, sendo utilizado em várias pesquisas que associam a tecnologia aos conteúdos de matemática, sendo um software utilizado desde o nível da educação básica até o superior.

Neste contexto, durante a formação acadêmica de licenciandos nas áreas de Ciências Naturais e Exatas se faz necessário motivar os futuros professores quanto ao uso de softwares educativos na academia e em sua atuação profissional. Nesse sentido, essa pesquisa foi realizada durante a execução de um projeto de ensino, servindo assim como um complemento ao conhecimento matemático associado ao conteúdo “Funções Seno e Cosseno” decorrente do ensino médio de alguns discentes do Curso de Licenciatura em Ciências Naturais/Química e permitindo que alguns destes pudessem ter um primeiro contato com o estudo destas funções, pois este conhecimento é considerado essencial para o estudo de diversas modelagens associadas às Ciências Naturais.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo geral

Comparar a aprendizagem discente acerca das funcionalidades dos parâmetros e aplicações das funções seno e cosseno após metodologia tradicional e após o uso do software GeoGebra.

2.2 Objetivos específicos

- Identificar os conhecimentos prévios dos discentes acerca de conteúdos necessários ao estudo das funções seno e cosseno.
- Identificar as experiências discentes acerca do software GeoGebra;
- Verificar as vantagens e desvantagens quanto ao uso da metodologia tradicional e do software GeoGebra no processo de ensino-aprendizagem das Funções Seno e Cosseno.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo abordaremos aspectos teóricos sobre uma breve apresentação da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) que serviu como base para este trabalho, assim como também algumas das principais orientações curriculares quanto ao ensino de trigonometria, além dos principais estudos sobre as funções trigonométricas seno e cosseno (ou funções circulares) com o auxílio do software GeoGebra, funções estas, que são definidas por estarem relacionadas com as demais voltas do círculo trigonométrico. Para essa abordagem usaremos como referência Moreira (1995), Moreira (2011) Beber e Pino (2017), Reis Júnior e Henriques (2014), Brasil (2000), Brasil (2006), Silva e Frota (2012), Silva (2013), Maia e Pereira (2014), Oliveira (2014), Dantas (2015), Gomes (2015), Salazar (2015), Costa (2017), entre outros autores que descrevem sobre o assunto.

3.1 Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel

David Paul Ausubel nascido em 25 de outubro de 1918, em Nova Iorque nos Estados Unidos, era filho de família judia e pobre. Nasceu em um grande momento e marco histórico, onde os judeus eram perseguidos e exterminados nos Holocausto na época. Formou-se em psicologia (1939) e posteriormente em medicina (1943), além disso, após ajudar prestando serviços médicos para as pessoas sobreviventes da Segunda Guerra Mundial, “concluiu seu Doutorado em Psicologia do Desenvolvimento, pela Universidade de Columbia, e em 1950 inicia seus primeiros estudos sobre a teoria (aprendizagem significativa) que mais tarde revolucionaria o campo da educação” (SOARES; PENICHE; AVIZ, 2017, p.2).

De acordo com Ausubel, a aprendizagem pode ser classificada de duas maneiras distintas: mecânica e significativa. A primeira é definida por Ausubel “como sendo a aprendizagem de novas informações com pouca ou nenhuma interação com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva” (MOREIRA, 1995, p.154). Desta maneira, a nova informação recebida seria apenas armazenada arbitrariamente pelo aprendiz sem nenhum sentido ou significado, não havendo dessa forma uma relação ou interação entre a nova informação e a informação ali armazenada. Ou seja, há apenas a memorização de conceitos aprendidos naquele momento tendo assim uma aprendizagem por curta duração. Logo, não é dessa aprendizagem que Ausubel se interessava. A segunda conhecida como aprendizagem significativa, levava em consideração o que o aluno já sabe, ou seja,

o seu conhecimento prévio aliado ao novo conhecimento em um processo chamado de “ancoragem” tendo assim uma aprendizagem por longa duração.

Baseado nisso, pode ser citado três tipos gerais de aprendizagem: a cognitiva, a afetiva e a psicomotora. Segundo Moreira (1995):

A aprendizagem cognitiva é aquela que resulta no armazenamento organizado de informações na mente do ser que aprende, e esse complexo organizado e conhecido como estrutura cognitiva. A aprendizagem afetiva resulta de sinais internos ao indivíduo e pode ser identificada com experiências tais como prazer e dor, satisfação ou descontentamento, alegria ou ansiedade. [...] A aprendizagem psicomotora envolve respostas musculares adquiridas por meio de treino e prática, mas alguma aprendizagem cognitiva é geralmente importante na aquisição de habilidades psicomotoras. (MOREIRA, 1995, p.152)

A teoria de Ausubel prioriza a aprendizagem cognitiva, que é a integração do conteúdo aprendido numa edificação mental ordenada, a Estrutura Cognitiva. Para Ausubel "a aprendizagem significativa é um processo por meio do qual uma nova informação relaciona-se, de maneira substantiva (não-literal) e não-arbitrária, a um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo" (MOREIRA, 2011, p.2). Além disso, “a aprendizagem é significativa quando o aprendiz vê sentido nas situações de aprendizagem e atribui significado a elas” (MASINI; MOREIRA, 2008, p.9).

Desta forma são destacadas três condições para que a Aprendizagem Significativa (AS) de fato ocorra:

1) Material potencialmente significativo: o professor ao desejar que a aprendizagem ocorra de forma significativa, deve organizar um material que potencialize esta aprendizagem, para tanto, necessita identificar os conceitos mais inclusivos e os mais específicos do corpo de conhecimentos que pretende trabalhar. (BEBER; PINO, 2017, p.3, grifo do autor)

Assim, deve-se haver uma organização quanto ao material a ser utilizado neste processo como forma de alcançar tal objetivo, para que isso ocorra o material deve também apresentar características significativas. Para Ausubel (2003), este processo de organização denomina-se um dos princípios programáticos do conteúdo facilitadores da Aprendizagem Significativa (AS), caracterizado como sendo as etapas de *diferenciação progressiva* e *reconciliação integrativa*. Onde, na *diferenciação progressiva* se caracteriza o processo de apresentar no início os conceitos e ideias gerais sobre um determinado assunto e ser trabalhado

progressivamente ao longo deste processo adquirindo, assim, um grau de especificidade maior. Já na *reconciliação integrativa*, são relacionados as diferenças e semelhanças entre os conceitos ou ideias.

Na segunda condição apresentada Beber e Pino (2017), diz que:

2) Disponibilidade de conceito subsunçor adequado na estrutura cognitiva: é necessário que o professor identifique os conhecimentos prévios dos estudantes antes de começar a trabalhar com o material potencialmente significativo. Nesta etapa, o objetivo é verificar, se o subsunçor adequado integra a estrutura cognitiva, ou seja, se entre os conhecimentos prévios estão presentes os conceitos que denominamos como conceito subsunçor, pois estes são fundamentais para o processo de AS. A identificação de subsunçores pode ocorrer por meio da utilização de algum recurso didático, como mapa mental, mapa conceitual, atividade experimental, situações problemas, SP, ou aquele da preferência do professor, às vezes, um diálogo entre professores e estudantes, pode ser um ótimo recurso para identificar subsunçores. (BEBER; PINO, 2017, p.3, grifo do autor)

Além disso, segundo Ausubel (1973, p.25 apud SILVA e SCHIRLO, 2014, p.38) o termo subsunçor pode ser definido como sendo “uma estrutura específica na qual uma nova informação pode se agregar ao cérebro humano, que é altamente organizado e detentor de uma hierarquia conceitual, que armazena experiências prévias do sujeito”. Desta maneira, o conhecimento prévio é um dos principais fatores determinantes na Aprendizagem Significativa (AS), além de ser muito relevante para que a construção de conhecimento se torne realidade.

3) Predisposição para aprender: para que a AS ocorra é necessário que o aprendiz manifeste intenção em querer aprender significativamente, sem predisposição para aprender, o que geralmente ocorre é a aprendizagem mecânica (AM), neste tipo de aprendizagem o conceito novo não interage com os subsunçores presente na estrutura cognitiva, o aprendiz memoriza um corpo de conceitos para reproduzir em um curto espaço de tempo, não conseguindo explicar, transferir ou aplicar este conhecimento em outra situação, porque não ocorreu compreensão, apenas memorização. (BEBER; PINO, 2017, p.4, grifo do autor)

Entre outras palavras, é importante que o aprendiz manifeste interesse, uma prévia disposição para aprender a relacionar, de maneira não arbitrária (substantiva) e não literal (de qualquer maneira), à sua estrutura cognitiva, os significados que capta dos materiais educativos com potencial significativo tornando assim sua aprendizagem mais eficaz.

Segundo Berber e Pino (2017), das três condições acima citadas (material potencialmente significativo, disponibilidade de conceito subsunçor adequado na estrutura cognitiva, e predisposição para aprender), duas destas partem principalmente, da ação do professor e uma da ação do aluno, e sofrem diversas influências, como por exemplo: a ação do professor é influenciada pela sua formação e aos elementos do currículo no qual segue, enquanto a ação do aluno tem influência do material didático, elementos afetivos e psicológicos, e também pelo professor, ou seja, o conjunto ação-professor e ação-aluno depende de ambos envolvidos e atuam decisivamente no conhecimento aprendido pelo discente.

Segundo Almeida (2006) os mapas conceituais, sugeridos por Joseph Novak, permitem uma representação da estrutura cognitiva de um indivíduo no contexto da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. As representações gráficas são semelhantes a diagramas e fluxogramas, e indicam conceitos e suas relações, possuem uma organização hierárquica e a utilização de setas, porém, não podem ser confundidos com organogramas ou diagramas de fluxo, pois os mapas conceituais não influenciam em sua sequência, temporalidade ou direção, nem hierarquias organizacionais ou de poder.

3.3 GeoGebra no ensino matemático

Diversos conteúdos matemáticos podem ser abordados com o uso do GeoGebra no ensino e potencialidades como melhorias na aprendizagem são notórias em diversos conteúdos, como por exemplo Geometria Analítica (OLIVEIRA, 2014; SANTOS, 2011; FIALHO, 2010), Geometria Plana (FIOROTTI, 2014), Funções trigonométricas (LOPES, 2013; SILVA, 2013; COSTA, 2017; SALAZAR, 2015; DANTAS, 2014), entre outros.

Segundo Oliveira (2014) a utilização do software GeoGebra contribuiu para melhorias no aprendizado da Geometria Analítica, aumentou o interesse dos discentes em aprender, interagir e participar de forma a permitir que estes saiam da situação de conforto e se tornem protagonistas no processo de ensino-aprendizagem. Ainda, o autor identificou como limitação durante a execução das atividades, grande defasagem dos alunos relacionada à matemática básica, em especial, conteúdos envolvendo o teorema de Pitágoras e operações com números decimais e apresentou como solução para estas dificuldades o papel de

reconhecimento do professor destas limitações de modo a saná-las ou contorná-las previamente à aplicação das atividades.

Costa (2017) verificou além da satisfação dos discentes quanto à manipulação das ferramentas do software, grande interesse na utilização do recurso pelo professor e revela que o GeoGebra é uma importante ferramenta que auxilia na construção e análise das funções trigonométricas seno e cosseno, de forma a auxiliar o professor.

Silva (2013) destacou as potencialidades do software quanto a sua representação variada e precisa dos gráficos das funções seno e cosseno que permitiram auxiliar nos conceitos matemáticos associados aos conteúdos analisados, agregando desta maneira os “conhecimentos matemáticos e influenciando o modo como os alunos constroem os conceitos sobre esse conteúdo” (SILVA, 2013, p.71). Apesar disso, destacou que não é tão simples agregar este software na realidade docente, em uma sala de aula despreparada para este tipo de ensino, pois, é necessário

laboratório de informática com máquinas em quantidade suficiente, e professores preparados e dispostos a fazerem o uso de tal tecnologia de mediação, tomando os devidos cuidados para não tornar os alunos dependentes do uso do software. (SILVA, 2013, p.71)

Dantas (2015) ao realizar uma comparação entre a abordagem tradicional através de aulas expositivas com a utilização apenas do quadro branco e livro didático, com as aulas que fazem o uso do software, observou melhorias no desempenho dos discentes na abordagem com o recurso tecnológico em relação à metodologia tradicional. O GeoGebra permitiu uma aprendizagem mais significativa ao se construir e analisar os gráficos das funções seno e cosseno. O autor ainda destacou a importância de cursos de formação de professores para que esses se sintam capazes de utilizar os softwares de forma crítica e criativa, e não apenas como um modismo que não auxiliará a aprendizagem discente. E evidencia que o uso destas ferramentas não elimina a necessidade de utilização de outros recursos para abordagem do conhecimento, como o próprio livro didático.

Salazar (2015) através da resolução de quatro atividades com situações-problemas, investigou as potencialidades do GeoGebra como ferramenta tecnológica auxiliar na aprendizagem das funções seno e cosseno e obteve indicações dos pontos positivos quanto a utilização do mesmo, pois a autora valida a hipótese de que “os meios tecnológicos, em particular o software GeoGebra, são

capazes de potencializar o aprendizado das funções trigonométricas” (SALAZAR, 2015, p.107) e mostrou também com a pesquisa, que é possível motivar e resgatar a autoestima dos alunos que demonstram dificuldades e incentivar outras descobertas aos que têm uma maior afinidade com a Matemática.

Maia e Pereira (2015) ao buscar suprir as deficiências apresentadas pela maioria dos alunos quanto ao estudo e aprendizagem das funções trigonométricas seno e cosseno, utilizaram o GeoGebra na resolução de uma sequência de atividades. Além disso, “As atividades possibilitaram verificar algumas dificuldades encontradas pelos alunos, assim como a interação existente entre eles durante a realização das tarefas” (MAIA; PEREIRA, 2015, p.401). Segundo Maia e Pereira (2015), algumas dessas dificuldades consistiam na aprendizagem dos conceitos da trigonometria e na construção dos gráficos das funções seno e cosseno. No entanto, o uso do software permitiu melhor compreensão dos conceitos estudados.

Os autores ainda perceberam que a interatividade proporcionada pelo GeoGebra, entre os alunos permitia troca de informações durante as construções e a busca por solução, para as situações, proporcionando melhor articulação do “raciocínio lógico matemático”, sendo o software um articulador entre teoria e prática. Os autores também destacaram que o docente deve conscientizar-se que o uso dos recursos tecnológicos não garante por si só o sucesso no desenvolvimento do ensino-aprendizagem, porém pode promover avanços significativos nesse processo.

Lopes (2013) destacou dentre as potencialidades do GeoGebra a construção, a investigação, o dinamismo, visualização e argumentação decorrentes da aprendizagem de trigonometria por meio de atividades investigativas. O autor ainda encontrou em sua pesquisa problemas quanto ao número limitado de computadores quando comparado ao número de alunos das turmas, e dificuldades relacionadas à falta de conhecimento do manuseio dos computadores pelos professores. Destarte, os docentes não faziam uso de recursos digitais em suas aulas por não saberem como utilizá-los não proporcionando assim aos seus alunos aulas mais interativas e dinamizadas com o auxílio das TICs.

3.4 O software GeoGebra e suas funcionalidades

O software GeoGebra é um programa com uma interface dinâmica onde se relaciona álgebra, geometria e cálculo. Assim, as múltiplas vistas é um diferencial

deste software e permite a observação de maiores informações sobre um objeto matemático (VALÉRIO; SOUZA, 2013). O download do GeoGebra poderá ser realizado através do link: <http://www.geogebra.org/cms/pt_BR>.

O GeoGebra foi criado pelo austríaco Markus Hohenwarter, na Universitat Salzburg em 2001, em decorrência do projeto GeoGebra, e tema da sua dissertação de mestrado na universidade de Salzburg, Áustria (ROQUE; MORETTI, 2010). Desde então tem ganhado grande popularidade entre os matemáticos. Segundo Roque e Moretti (2010) este fato pode ser explicado pelo seguinte motivo:

Sua idéia ao desenvolvê-lo era unir as facilidades dos softwares de geometria dinâmica (DGS) e o poder e os recursos dos softwares computacionais algébricos (CAS), ou seja, juntar as principais características de outros pacotes que tratam de geometria, cálculo e álgebra separadamente. (ROQUE; MORETTI, 2010, p.7).

O GeoGebra possui linguagem Java e pode ser utilizado em plataformas como Windows, Linuz, entre outras e ainda pode ser acessado “até mesmo off-line na versão Pré-Release em que não se precisa instalar o programa” (MAGALHÃES; ALMEIDA, 2017, p.4), a sua interface e principais áreas estão apresentadas na Figura 1.

Figura 1 – Interface do software GeoGebra



Fonte: A autora, 2019.

A *Barra de Ferramentas* apresenta diversas ferramentas que poderão ser utilizadas durante o processo de construção e permite a criação de diversos objetos matemáticos como pontos, retas, vetores, ângulos, polígonos, círculos, arcos, mediatriz, bissetriz, inserir imagens e a inserção de textos. Ao passar o cursor do mouse sobre cada uma das ferramentas exibidas pelo GeoGebra (Figura 1), aparece um conjunto de ferramentas organizado nesse trabalho em forma de blocos, conforme Anexo A.

Na *Entrada de comando* é possível digitar diversos comandos para realização de inúmeras construções no software. No *Teclado*, podem-se digitar diretamente os comandos durante as construções. Já na *Janela de álgebra* os objetos matemáticos são apresentados em sua forma algébrica.

Na *Janela de visualização* (Zona gráfica) são visualizadas as construções geométricas. As duas janelas estão diretamente relacionadas, pois cada objeto criado na janela de visualização apresenta uma representação na janela de álgebra e ao movimentar os objetos na zona gráfica haverá atualizações automáticas na janela algébrica.

3.2 Reflexões acerca do ensino de trigonometria

A trigonometria é uma das áreas da Matemática com grande diversidade de aplicações na Física, Química, Engenharias, Agrimensura, Biologia, Música e em áreas do conhecimento que se trabalha com distâncias inacessíveis, variações de medidas e movimentos periódicos, sendo uma ferramenta indispensável na formação de recursos humanos nos diversos níveis de ensino (REIS JÚNIOR; HENRIQUES, 2014).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM's) enfocam que o ensino da trigonometria deve estar ligado às aplicações, de forma a evitar "investimentos excessivos no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos" (BRASIL, 2000, p.44). Ainda, os PCNEM's complementam esta descrição ao citar que no caso do indivíduo não prosseguir seus estudos nas carreiras das "exatas" devem ser apresentadas aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial no cálculo de

distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos.

Segundo as Orientações Curriculares do Ensino Médio (OCEM's), o estudo das funções trigonométricas seno, cosseno e tangente deve ser precedido por um trabalho com a trigonometria que priorize as relações métricas existentes no triângulo retângulo e as leis do seno e cosseno (BRASIL, 2006). Ainda, segundo as PCNEM's, as funções trigonométricas deveram ser entendidas pelos discentes como extensões das razões trigonométricas e estes devem ter a oportunidade de traçar gráficos relacionados à estas funções e associá-las aos fenômenos que apresentam comportamento periódico.

Mesmo com as sugestões advindas dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM's) e Orientações Curriculares do Ensino Médio (OCEM's) descritas ao longo do texto, é comum verificar diversas dificuldades enfrentadas pelos docentes acerca do ensino da trigonometria. Maia e Pereira (2015) ressaltam que estudos apontam grande deficiência dos alunos em conceitos básicos associados às definições e construções dos gráficos das funções seno e cosseno. Essas dificuldades podem ser explicadas devido à falta de conhecimentos prévios pelos discentes ou pela trigonometria ser ensinada “de modo abstrato sem nenhuma aplicação prática, baseada apenas na transmissão de fórmulas e regras, não apresentando nenhum significado para a maioria dos alunos” (MAIA; PEREIRA, 2015, p.402).

Nesse contexto, Dantas (2015) relata a presença de deficiências por parte dos alunos no aprendizado das características das funções seno e cosseno e na compreensão do comportamento periódico destas funções e relatou também, que essas deficiências haviam sido identificadas durante as atividades realizadas em sala de aula e confirmadas através do péssimo desempenho discente após a primeira avaliação.

Muitos problemas nas dificuldades de aprendizagem de conceitos trigonométricos podem ser explicados pela forma como os conceitos são muitas vezes vistos pelos discentes de maneira fragmentada, ou seja, estudados de maneira incompleta ou resumidos não garantindo assim ao aluno atribuir um significado aos conceitos estudados (SILVA; FROTA, 2012). Ainda, segundo os autores na Trigonometria pode ser verificado essa fragmentação principalmente ao

se abordar a transição do triângulo retângulo para o círculo trigonométrico e deste, para o plano cartesiano.

Gomes (2015), ressalta que “os livros didáticos apresentam excesso de conteúdos trigonométricos com uma imensidão de expressões matemáticas. Esse excessivo tratamento pode estar comprometendo a compreensão conceitual e o aprendizado significativo do assunto por parte de alunos e professores” (GOMES, 2015, p.199). Destarte, o excesso de conteúdo relacionado a trigonometria acaba por não ser estudado tão profundamente pelo docente e como consequência a abordagem durante as aulas não é feita de forma completa, pois, o professor termina por deixar de lado conceitos importantes.

3.5 Projeto de Ensino: “Desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas no Curso de Licenciatura em Ciências Naturais-Química”

O projeto surgiu da necessidade de encontrar melhorias no ensino-aprendizagem matemático de discentes do Curso de Licenciatura em Ciências Naturais-Química. Os discentes universitários sempre relatavam *déficits* em alguns conteúdos do ensino fundamental e médio, pois estes estavam sendo vistos pela primeira vez durante as disciplinas do curso. Neste contexto, o projeto tem como principal objetivo promover e contribuir com melhorias no aprendizado de conceitos matemáticos necessários para o desenvolvimento profissional dos participantes.

Durante a sua execução, tem sido realizado minicursos e/ou oficinas pela equipe responsável com a utilização de softwares e/ou a interdisciplinaridade, com foco em atividades investigativas, apresenta abrangência micro-regional, sendo o público alvo composto pelos discentes do Curso de Licenciatura em Ciências Naturais/Química da Universidade Federal do Maranhão (UFMA), do Campus de São Bernardo (MA).

4 METODOLOGIA

O presente estudo foi realizado no Campus de São Bernardo (MA), com 14 discentes universitários do Curso de Licenciatura em Ciências Naturais/Química-UFMA. De início foi feito um levantamento sobre os conhecimentos prévios dos discentes relacionados ao conteúdo Funções Trigonométricas Seno e Cosseno, através da aplicação do Questionário Diagnóstico (APÊNDICE A) com perguntas abertas e fechadas para identificação dos subsunçores. Segundo Gil (2008), o questionário pode ser definido,

como a técnica de investigação composta por um conjunto de questões que são submetidas a pessoas com o propósito de obter informações sobre conhecimentos, crenças, sentimentos, valores, interesses, expectativas, aspirações, temores, comportamento presente ou passado etc. (GIL, 2008, p.121)

Os discentes foram divididos em dois grupo de 7 (Grupo A e Grupo B). Os dados apresentados neste trabalho são frutos de dois minicursos (M1 e M2) intitulados “MÉTODO DIDÁTICO PASSIVO E ATIVO DURANTE O PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS SENO E COSSENO” e “APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS SENO E COSSENO” ministrados pela pesquisadora durante a sua participação como voluntária no projeto de ensino intitulado “Desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas no Curso de Licenciatura em Ciências Naturais-Química”, vinculado ao programa Foco Acadêmico da Universidade Federal do Maranhão e coordenado pela docente de matemática do Campus de São Bernardo (MA). A duração de M1 foi de 12 horas e M2 de 16 horas.

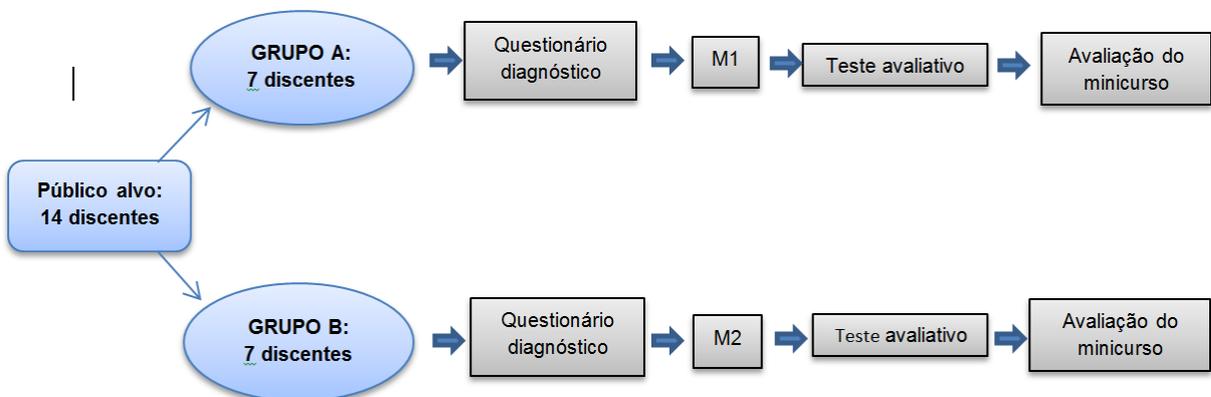
Foram utilizadas informações nessa pesquisa decorrentes da primeira parte do minicurso M1, que abordava o método passivo no ensino das funções trigonométricas (Grupo A) com base na metodologia tradicional, enquanto, no M2 considerou-se todo o minicurso (Grupo B) para a coleta de dados.

Baseados nisso, no Grupo A aplicou-se um questionário diagnóstico (APÊNDICE A) e posteriormente ministrou-se o primeiro minicurso (M1) tendo por início uma revisão dos conteúdos matemáticos “Funções seno e cosseno”, através de uma aula expositiva e dialogada com o uso de livros didáticos e slides, com resolução de exercícios característicos de uma aula tradicional na Universidade Federal do Maranhão, Campus- São Bernardo, no turno vespertino. A avaliação da aprendizagem dos discentes consistiu da aplicação de um teste avaliativo disponível

no APÊNDICE B, enquanto a avaliação do minicurso ocorreu através da aplicação do questionário disponível no APÊNDICE C.

No Grupo B, aplicou-se também o questionário diagnóstico (APÊNDICE A) e em seguida ministrou-se o segundo minicurso (M2) onde ocorreu uma revisão dos conteúdos matemáticos “Funções seno e cosseno”. A pesquisadora mantinha uma postura interrogadora durante todo o processo fazendo questionamentos sobre o assunto estudado ao longo de sua abordagem. Houve a apresentação da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) e de mapas conceituais em slides relacionados aos conceitos e definições acerca das funções em estudo, com resolução de exercícios realizados de forma manual e/ou com o auxílio do software no Laboratório de Informática da Universidade Federal do Maranhão, Campus- São Bernardo, no turno vespertino. A avaliação ocorreu com a aplicação do mesmo questionário avaliativo previamente aplicado ao Grupo A (APÊNDICE B). Foram realizadas as atividades situadas no APÊNDICE D, e a avaliação do minicurso se deu através do questionário disponível do APÊNDICE E.

Figura 2 – Esquematização da metodologia abordada na pesquisa



Fonte: A autora, 2019.

Para a análise dos dados, Goldenberg (2004, p.63) faz uma reflexão ao fazer a comparação entre os métodos quantitativos e qualitativos, destacando que:

Enquanto os métodos quantitativos pressupõem uma população de objetos de estudo comparáveis, que fornecerá dados que podem ser generalizáveis, os métodos qualitativos poderão observar, diretamente, como cada indivíduo, grupo ou instituição experimental, concretamente, a realidade pesquisada. A pesquisa qualitativa é útil para identificar

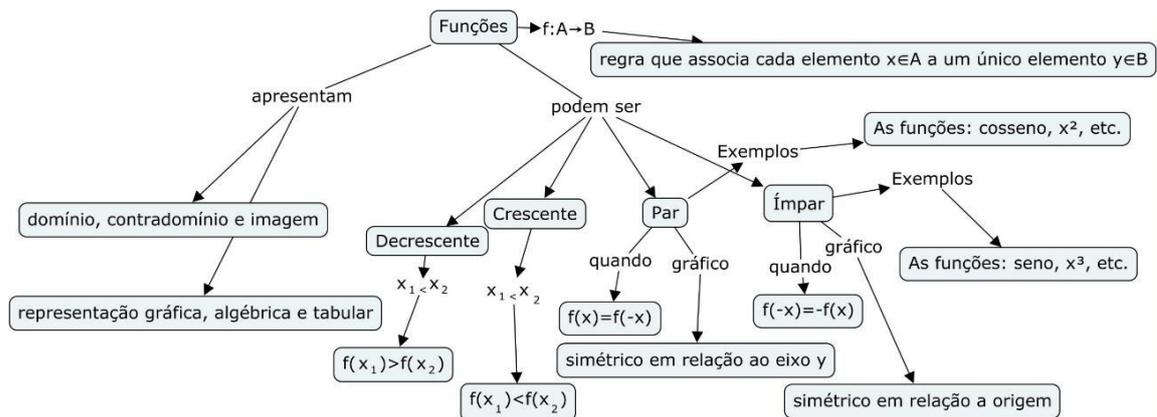
conceitos e variáveis relevantes de situações que podem ser estudadas quantitativamente. (GOLDENBERG, 2004, p.63).

Logo, a análise dos dados foi realizada com base nos métodos quantitativos e qualitativos, de modo a se obter maiores informações acerca do presente estudo.

4.1 Mapas conceituais

Durante a execução do minicurso no Grupo B, e com o objetivo de auxiliar na construção de subsunçores na estrutura cognitiva dos participantes, apresentou-se o primeiro mapa conceitual ilustrado na Figura 2 para explicar aos discentes alguns conceitos e características das “Funções”.

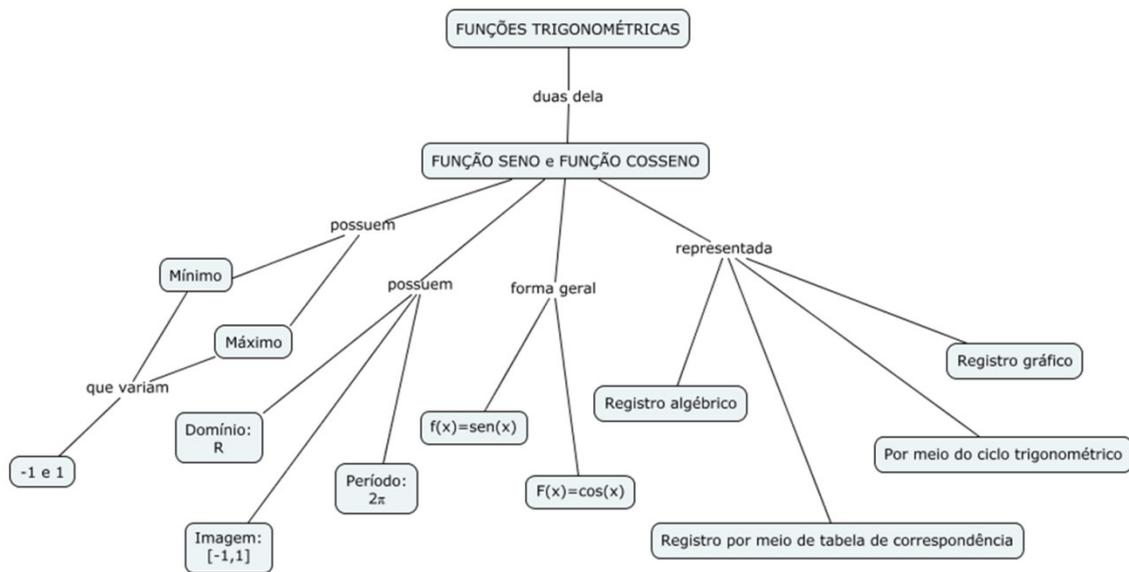
Figura 3 – Mapa conceitual sobre Funções



Fonte: A autora, 2019.

Ao final do minicurso ministrado ao Grupo B, apresentou-se o mapa conceitual representado na Figura 3, como forma de sintetizar o que fora explicado e trabalhado ao longo do minicurso. O mesmo foi construído considerando que o educando tenha os conceitos já definidos ou pré-definidos, contribuindo para que os mesmos pudessem estabelecer associações e com isso apresentar conceitos mais elaborados e significativos sobre o conteúdo.

Figura 4 – Mapa conceitual sobre funções trigonométricas



Fonte: A autora, 2019.

Nesse aspecto, Moraes e Freitas (2012) destaca:

O Mapa Conceitual se aplica como ferramenta exemplar para a reprodução da Teoria da Aprendizagem Significativa, permitindo representar, graficamente, os elementos chave de uma estrutura cognitiva e possibilitar a exteriorização dos significados mentais e subjetivos construídos e assimilados pelo aprendiz. (MORAIS; FREITAS, 2012, p.6).

Assim, os mapas conceituais apresentados serviram como ferramenta auxiliar na organização do conhecimento durante a execução do minicurso (M2) como forma de organizar o conhecimento prévio e o novo conhecimento aprendido.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção, serão apresentados os principais resultados obtidos com a presente pesquisa através da análise dos questionários de diagnóstico, de testes avaliativos e avaliação das metodologias nos minicursos respondidos pelos discentes envolvidos na pesquisa.

5.1 Análise do conhecimento prévio dos discentes

Na Questão 1, referente à identificação das medidas dos lados do triângulo retângulo (alternativas “a”, “b” e “c”) os discentes do Grupo A e Grupo B apresentaram conhecimentos semelhantes, conforme observado na Tabela 1, porém na alternativa “b” o Grupo A apresentou maior percentual de respostas “certas”. Quanto ao valor do seno e cosseno do ângulo \hat{C} , as respostas foram idênticas para os Grupos. Logo, pode-se identificar dificuldades e níveis de conhecimentos homogêneos para ambos os Grupos nessa questão.

Tabela 1 – Itens respondidos pelos discentes a Questão 1 do questionário diagnóstico

GRUPOS	ITENS	CERTO	ERRADO	SEM RESPOSTA
Grupo A	A	2 alunos (28,6%)	1 aluno (14,3%)	4 alunos (51,1%)
	B	2 alunos (28,6%)	1 aluno (14,3%)	4 alunos (51,1%)
	C	1 aluno (14,3%)	2 alunos (28,6%)	4 alunos (51,1%)
	D	0 alunos (0%)	1 aluno (14,3%)	6 alunos (85,7%)
Grupo B	A	2 alunos (28,6%)	1 aluno (14,3%)	4 alunos (51,1%)
	B	1 aluno (14,3%)	2 alunos (28,6%)	4 alunos (51,1%)
	C	1 aluno (14,3%)	2 alunos (28,6%)	4 alunos (51,1%)
	D	0 aluno (0%)	1 aluno (14,3%)	6 alunos (85,7%)

Fonte: A autora, 2019.

A maioria dos discentes do Grupo A (57,1%) e Grupo B (57,1%) afirmaram ter estudado os conteúdos “Funções Seno e Cosseno”, porém, todos estes descreveram dificuldades associadas à aprendizagem destas funções, como o fato destas terem sido ministradas em pouco tempo, não lembravam, não aprenderam e alguns descreveram ter havido pouca aprendizagem, conforme Quadro 1.

Quadro 1 – Justificativas dos discentes a Questão 2 do questionário diagnóstico.

GRUPOS	ITENS	QUANT.	JUSTIFICATIVAS
GRUPO A	SIM	4 alunos (57,1%)	<ul style="list-style-type: none"> - Mas não aprendi nada, acredito que tenha passado rapidamente; - Esse assunto foi estudado durante o ensino médio, porém sempre tive muita dificuldade em relação a tudo que envolve matemática, principalmente quando se trata de seno e cosseno; - Porém lembro pouco ou quase nada sobre o assunto. - Mas não lembro.
	NÃO	3 alunos (42,9%)	<ul style="list-style-type: none"> - Não justificou; - Infelizmente meus professores ministraram aulas a turma no final do ano letivo, por isso nunca estudei tal conteúdo; - Não tive este conteúdo, pois os professores não tinham livros e o assunto mais trabalhado em sala de aula foi equações de 2º grau, mas só o básico de equações.
GRUPO B	SIM	4 alunos (57,1%)	<ul style="list-style-type: none"> - Porém, foi um ensino defasado, onde não obtive aprendizagem; - Já só não lembro; - Mas foi só em uma aula e não deu pra aprender o suficiente; - Foi bem explicada pela professora, mais como já faz muito tempo eu não me lembro.
	NÃO	3 alunos (42,9%)	<ul style="list-style-type: none"> - Não lembro, pois provavelmente não deu tempo de estudar já que nunca dava tempo estudar todos os conteúdos; - Não sei; - Não aprendi.

Fonte: A autora, 2019.

Os discentes que responderam “Não” justificaram esta resposta devido a problemas na educação básica, tais como: ausência de professores, conteúdo ministrado em quantidade inferior ao que era exigido e a ausência de material pedagógico (livro didático) nas escolas. Isso mostra que uma boa parte dos discentes dos dois Grupos não teve uma “base matemática” sólida (Quadro 1).

Na Questão 3 do questionário diagnóstico, pode-se observar que nenhum participante respondeu corretamente as alternativas, ou seja, não apresentavam conhecimento sobre domínio, imagem, período e paridade das funções seno e cosseno. Ainda, ao solicitar os valores do seno e cosseno dos principais ângulos notáveis, na quarta questão, 57,1% do Grupo A respondeu corretamente o valor do seno e cosseno referente ao ângulo 0° , enquanto, para os outros ângulos não obtiveram acertos, e ainda a maioria dos estudantes de ambos os Grupos deixaram sem respostas estes valores.

Os participantes não registraram aplicações de nenhuma destas funções no cotidiano, mas segundo Maia e Pereira (2015) podemos explicar este comportamento pela “forma como os conteúdos são repassados em sala de aula e também ao método como estes são abordados pelos livros didáticos e por grande parte dos professores de modo mecânico, sem questionamentos de sua aplicação na vida diária” (MAIA; PEREIRA, 2015, p.402).

Em relação ao que seria um arco, apenas 14,3% dos discentes do Grupo B acertaram, não houve acertos para o outro grupo. Em se tratando da definição de ângulo registrou-se 51,1% de acertos para o Grupo A, enquanto não houve acertos para o Grupo B. Os dados mostram que os discentes de ambos os Grupos sentiram dificuldades na compreensão destes conceitos em Trigonometria, corroborando com Brandt e Dionizio (2011) ao ressaltarem que geralmente os alunos sentem essas dificuldades na compreensão de conceitos básicos em trigonometria durante a educação básica. Ainda, Duval (2009 apud WENDLAND, 2017) afirma que:

As concepções de ângulo e arco vêm com uma série de deficiências da etapa de ensino anterior e as definições primordiais de função por vezes ainda não foram fixadas. Além disso, a clássica dificuldade com procedimentos de cálculo também acompanha os alunos nessa etapa de sua formação. (DUVAL, 2009 apud WENDLAND, 2017, p.4)

Portanto, fica claro que essa dificuldade de compreensão dos conceitos básicos em Trigonometria no nível superior vem desde a educação básica.

5.2 Experiência com o software

As últimas perguntas do Questionário Diagnóstico retratavam a experiência discente com o software na educação básica e superior. A utilização deste recurso foi registrada apenas no nível superior, 71,4% no Grupo A e 42,9% para o Grupo B, conforme Quadro 2. Algumas experiências didáticas decorrentes do uso do recurso tecnológico na aprendizagem foram descritas pelos alunos como enriquecedoras e contribuiu com o ensino-aprendizagem dos conteúdos abordados de forma dinâmica e significativa. Assim, todas as experiências relatadas, avaliaram positivamente o recurso didático e alguns discentes relataram ter tido contato com esta ferramenta nas aulas, minicursos e resoluções de listas de exercícios.

Quadro 2 – Justificativas dos discentes quanto a experiência com o software GeoGebra no questionário diagnóstico.

GRUPOS	ITENS	QUANT.	JUSTIFICATIVAS
Grupo A	SIM	5 alunos (71,43%)	<ul style="list-style-type: none"> - Foi uma experiência enriquecedora de conhecimento, onde aprendi os gráficos de algumas funções do 2º grau; - Em um minicurso ofertado pela professora de matemática, as vezes durante suas aulas ela também apresenta isso, não deu para aprender muita coisa pois foram poucas oportunidades; - Foi uma experiência de valor muito significativo para criar gráficos das funções; - Em uma resolução de um questionário avaliativo (lista) que me mostrou de forma concreta e gráfica o resultado. Foi bastante proveitoso; - Já conhecia antes o software, mas nunca tinha usado. No ensino superior a docente nos apresentou o software de forma digamos mais "fácil" apesar de eu não saber usar todas as suas funções, mas eu uso de forma ainda básica.
	NÃO	2 alunos (28,57%)	Não justificaram.
	SEM RESPOSTA	0 alunos (0%)	
Grupo B	SIM	3 alunos (42,86%)	<ul style="list-style-type: none"> - Ótima experiência, uma vez que o software potencializou o meu ensino-aprendizagem nos conteúdos abordados de forma dinâmica e significativa, o software consegue repassar o conteúdo, aumentando a aquisição de conhecimento; - Através da professora de matemática que trabalhamos em suas disciplinas; - Por meio de minicurso.
	NÃO	2 alunos (28,57%)	Não justificaram.
	SEM RESPOSTA	2 alunos (28,57%)	

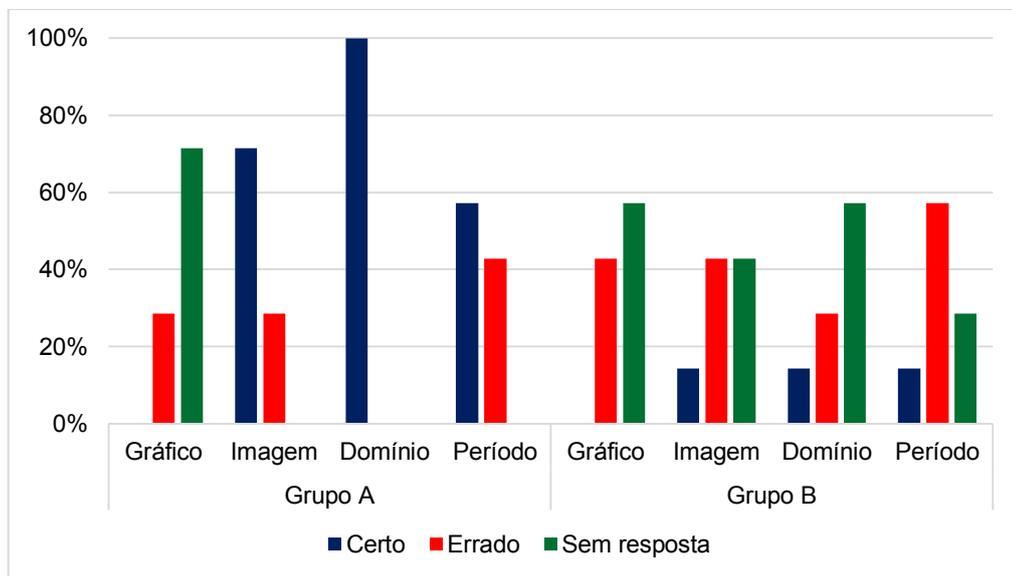
Fonte: A autora, 2019.

Logo, pode-se perceber que os dados corroboram com os resultados da pesquisa de Melo e Fireman (2016), onde os alunos nunca usaram o programa e que apenas uma minoria viu o mesmo em explicações dos professores, porém não tiveram contato direto com o software. Isso mostra que, o GeoGebra ainda é uma “novidade” para muitos professores e alunos da educação básica, em especial, na realidade escolar dos discentes participantes e com isso as potencialidades deste recurso não são exploradas no processo de ensino-aprendizagem em Matemática.

5.3 Análise do desempenho discente

Com base na Questão 1 do Teste Avaliativo, pode ser observado que os discentes não construíram o gráfico da função $f(x) = 4\cos(2x)$ da forma correta, Gráfico 1. No processo para identificar a imagem, o domínio e o período desta função, o Grupo A apresentou maior quantidade de acertos em relação ao Grupo B, inclusive todos os discentes do Grupo A acertaram a representação do domínio da função, apesar deste conceito ser pouco explorado e compreendido nas aulas de Matemática da educação básica.

Gráfico 1 – Respostas dadas a Questão 1 do Teste Avaliativo no Grupo A e Grupo B

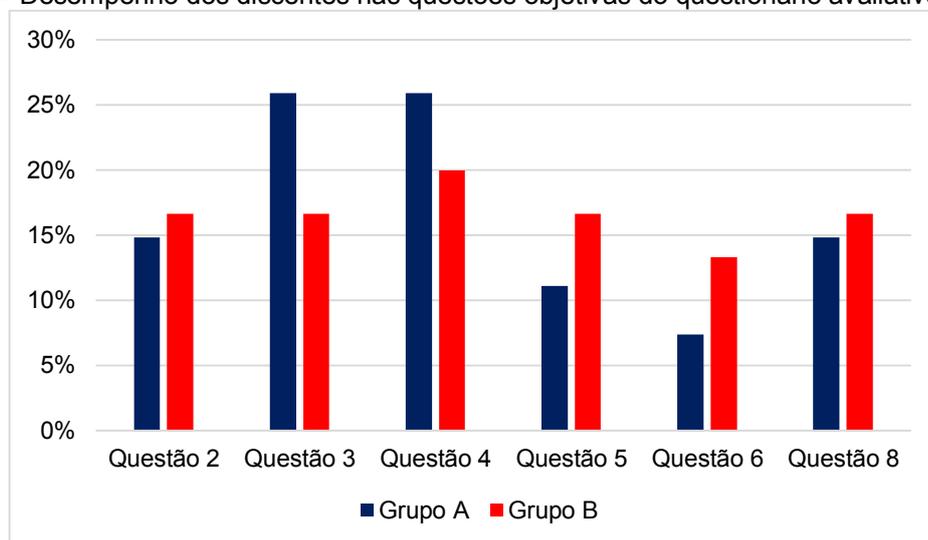


Fonte: A autora, 2019.

Além disso, foi possível observar dificuldades no cálculo do período da função $f(x) = 4\cos(2x)$ para ambos os Grupos. Pois, segundo Silva e Frota (2012, p.100), “Não é uma tarefa fácil, em um ambiente tradicional de ensino, tendo apenas como recursos o quadro e o giz, relacionar as múltiplas representações matemáticas de um conceito”, essa seria uma justificativa para a dificuldade encontrada em relação à compreensão dos conceitos. Já sobre a dificuldade apresentada mesmo com a utilização do software, isso poderia ser explicado pelo fato dos discentes não conseguirem descrever o que observaram na tela do computador, ou porque esperavam pela resposta da ministrante (SILVA; FROTA, 2012).

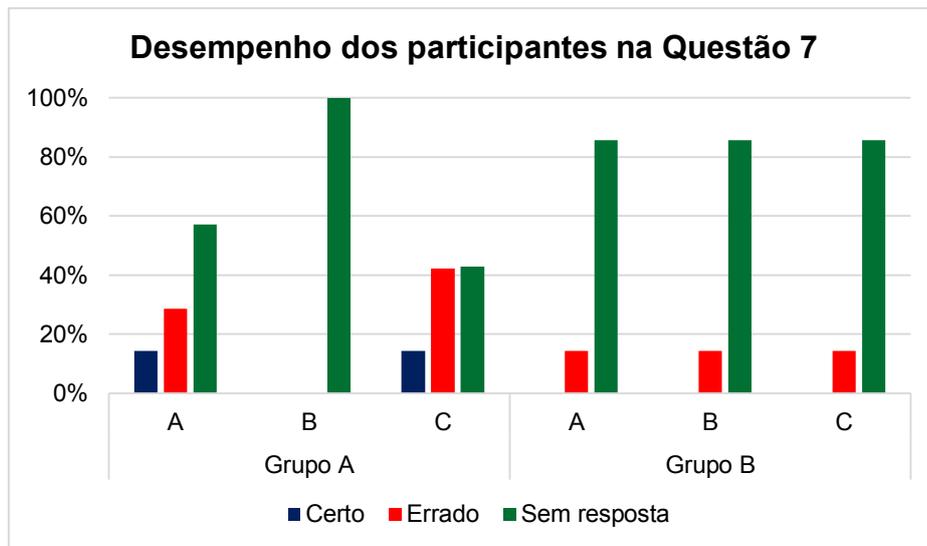
Ao comparar as Questões 2, 3, 4, 5, 6 e 8, relacionadas às funcionalidades dos parâmetros das funções trigonométricas seno e cosseno, observou-se que na maioria das questões o Grupo B apresentou maior número de acertos em relação ao Grupo A. Esse comportamento se deu devido a facilidade do software GeoGebra possibilitar “a construção precisa dos gráficos dessas funções e isso permite uma visualização dos efeitos gerados pelos parâmetros os quais podem alterar o período, a imagem, a amplitude e o domínio das funções” (SALAZAR, 2015, p.39). Apenas nas questões 3 e 4 o Grupo A (26% e 26%) apresentou valores superiores ao Grupo B (17% e 20%).

Gráfico 2 – Desempenho dos discentes nas questões objetivas do questionário avaliativo



Fonte: A autora, 2019.

Ao analisarmos as respostas apresentadas na Questão 7, se observou grande número de itens “sem respostas” e apenas alguns discentes dos dois Grupos tentaram responder a mesma. Os discentes do Grupo A conseguiram responder corretamente aos itens “a” (14,28%) e “b” (14,28%). Além disso, ainda foi possível notar que, mesmo após a apresentação dos minicursos os discentes ainda sentiram dificuldades em resolver esta questão. Este fato corrobora com Melo e Fireman (2016) ao descrever que os discentes não possuíam o entendimento claro em suas mentes sobre a periodicidade das funções trigonométricas seno e cosseno, dificultando assim a observação das aplicações das funções no seu dia a dia.

Gráfico 3 – Desempenho dos participantes dos Grupos A e B na Questão 7.

Fonte: A autora, 2019.

Ao analisar os Testes Avaliativos, se observou que os Grupos obtiveram médias das notas iguais a 4,7 pontos, Tabela 2. No entanto, os percentis de ordem 50 e 70 revelaram notas mais altas para o Grupo B em relação ao Grupo A. O percentil de ordem 50 revelou que 50% do Grupo B apresentou nota inferior ou igual a 5,3 pontos enquanto, o outro Grupo apresentou nota 4,5. Ainda, 70% dos discentes apresentaram nota inferior ou igual a 5,5 pontos para o primeiro, enquanto para o Grupo A a nota correspondente foi de 4,8 pontos. O uso do software contribuiu para um aumento de 0,8 pontos no percentil de ordem 50 e 0,7 pontos no de ordem 70.

Tabela 2 – Desempenho discente no teste avaliativo

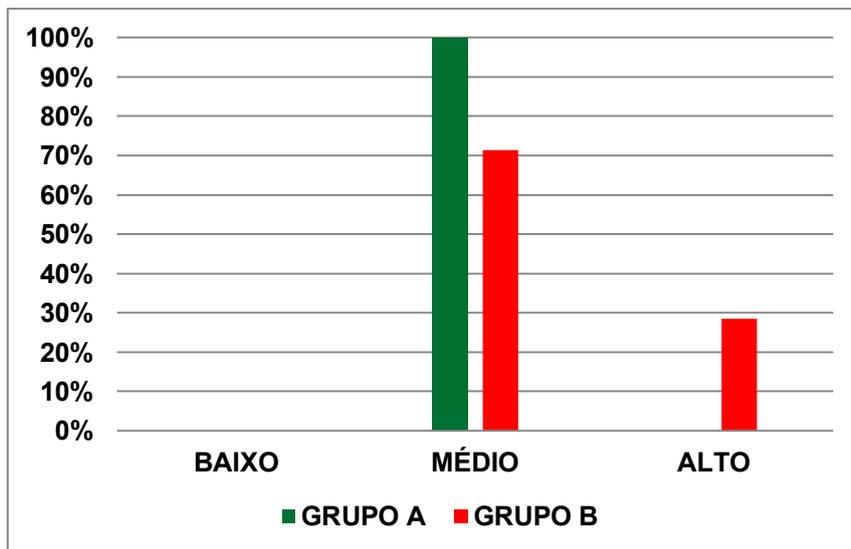
QUESTIONÁRIOS	GRUPO A (PONTOS)	GRUPO B (PONTOS)
Q1	2,8	1,0
Q2	4,0	4,3
Q3	4,8	5,0
Q4	4,3	5,5
Q5	4,8	5,5
Q6	5,3	5,8
Q7	7,8	6,0
Média =	4,7	4,7
Percentil 50 =	4,5	5,3
Percentil 70 =	4,8	5,5

Fonte: A autora, 2019.

5.4 Avaliações das metodologias pelos discentes

Sobre a avaliação das metodologias trabalhadas na pesquisa, todos discentes do Grupo A afirmaram ter atingido nível médio de aprendizagem, enquanto os níveis de aprendizagem “médio” (71,4%) e “alto” (28,6%) foram registrados para o Grupo B, conforme Gráfico 4. As justificativas atribuídas ao nível mais elevado estão relacionadas ao fato de terem aprendido “muitas coisas sobre o conteúdo abordado e relembrei algumas que já sabia” e “porque a ministrante desenvolveu o minicurso com muita clareza explicando o assunto de forma excelente”. Não foi detectada a descrição de “baixo” grau de aprendizagem em ambos os Grupos.

Gráfico 4 – Respostas dadas a Questão 1 pelos discentes na Avaliação do minicurso.



Fonte: A autora, 2019.

Na Questão 2, perguntou-se aos discentes sobre as dificuldades encontradas durante os minicursos. Todos os discentes do Grupo A sentiram alguma dificuldade, entre estas estavam o tempo que foi pouco, não tiveram uma base sólida na educação básica, dificuldades na realização dos cálculos e ausência de afinidade quanto ao conteúdo trabalhado, conforme Quadro 3.

Quadro 3 – Justificativas dos discentes a Questão 2 da avaliação das metodologias aplicadas

GRUPOS	QUANT.	JUSTIFICATIVAS
Grupo A	SIM 7 alunos (100%)	<ul style="list-style-type: none"> - Sim. O tempo foi pouco, para realizar as atividades. - Sim, porque não tive uma base bem solidificada nesses conteúdos quando estudava na educação básica, mas enfim deu certo com as aulas do curso. - Sim a minha maior dificuldade foi que não lembrava direito sobre as funções seno e cosseno. - Sim, pois sempre tive problema com essa parte de seno e cosseno por isso tive um maior grau de dificuldade, mas aprendi. - Sim, pois não tive aula do conteúdo durante minha vida escolar. - Sim, pois por ter cálculos com diferentes formas de resolver as questões. - Sim. A falta de afinidade com o assunto, de conhecimento sobre o assunto, essa falta de conhecimento acerca do assunto possibilitou que eu demorasse mais para aprender o assunto.
Grupo B	NÃO 4 alunos (57,1%)	- Não, como já havia feito outros minicursos usando o GeoGebra então acredito que ajudou bastante. (3 discentes não justificaram)
	SIM 3 alunos (42,9%)	<ul style="list-style-type: none"> - Sim, pois não tinha muito conhecimento sobre o assunto tive um pouco de dificuldade em entender o assunto. - Sim, foi uma leve dificuldade que foi resolvida ao decorrer do curso que era na hora de procurar o período. - Sim, por não saber fazer o uso correto do GeoGebra.

Fonte: A autora, 2019.

Enquanto, 57,1% dos discentes do Grupo B não apresentaram dificuldades em se trabalhar com o GeoGebra na aprendizagem do conteúdo funções trigonométricas. No entanto, cerca de 40% dos participantes justificaram suas dificuldades durante o minicurso devido à falta de conhecimento acerca do conteúdo trabalhado, dificuldade ao encontrar o período das funções e apenas um relato foi registrado quanto ao uso do software, essa última corrobora com Melo e Fireman (2016), pois estes relataram:

[...] Percebemos que à medida que o aluno começa a manusear o programa cada vez mais, ele acaba aprendendo, de forma natural, a executar suas ferramentas e isto é decorrência ainda, de uma interface gráfica bastante intuitiva (MELO; FIREMAN, 2016, p.24).

Por último, na terceira questão pediu-se para que os discentes avaliassem as vantagens e desvantagens em se utilizar as metodologias trabalhadas durante os dois minicursos. Percebeu-se que as principais vantagens apresentadas na metodologia do minicurso no Grupo A (M1) estavam relacionadas aos benefícios do cálculo manual e ao fato de se ter a ampliação do conhecimento sobre as funções trigonométricas trabalhadas. E como desvantagens, merece destaque: o tempo que

foi pouco para se aprender a desenvolver as atividades, deficiências na base matemática, excesso de informações e a falta de recursos pedagógicos.

Quadro 4 – Justificativas dos discentes em relação à Questão 3 da avaliação das metodologias aplicadas

GRUPOS	ITENS	JUSTIFICATIVAS
Grupo A	VANTAGENS	<ul style="list-style-type: none"> - Ajudou muito no meu aprendizado sobre as funções trigonométricas. - As vantagens foram que, na prática manual a gente faz e aprende a calcular em qualquer situação. - Teve vantagens ajudar a melhorar os meus conhecimentos sobre as funções seno e cosseno. - As vantagens foi que eu pude melhorar em algo que antes eu não tinha muito conhecimento. - Aprender o cálculo passo a passo. - Fiquei muito feliz em aprender as funções seno e cosseno; consegui uma base para entrar mais afundo no tema, e autonomia para estudar em casa com referência do minicurso.
	DESVANTAGENS	<ul style="list-style-type: none"> - O tempo foi pouco p/ realizar as tarefas (exercícios), isso fez com que eu esquecesse de repente o conteúdo, na aplicação da avaliação. - E as desvantagens são a questão do tempo, que por sinal se gasta muito) e o trabalho também. - Tempo curto, a falta de recursos pedagógicos, poucos dias de curso. - Excesso de dados e acúmulo de material. - Não ter uma boa base de matemática, possibilitando assim um tempo maior para entender; além de só teoria, sem alinhar com a prática, tornando assim tudo mais difícil.
Grupo B	VANTAGENS	<ul style="list-style-type: none"> - A rapidez; a facilidade na aquisição da resposta; a simplicidade e dinâmica do software ao se trabalhar com o conteúdo. - Com a utilização do GeoGebra observei apenas vantagens tais como: visualização e compreensão das funções trabalhadas. - A facilidade em manusear o programa. - Na minha opinião só tivemos vantagens pois a utilização do GeoGebra só facilita o processo de resolução das atividades sobre o conteúdo. - As vantagens do programa é que facilita muito o aluno a fazer a leitura das imagens das funções e assim ajudou o entendimento do assunto abordado. - As vantagens do programa é que facilita na aprendizagem. - Teve muitas vantagens, é um aplicativo que dar auxílio ao aluno quanto as questões de matemática.
	DESVANTAGENS	<ul style="list-style-type: none"> - A única desvantagem ocorreu durante a resolução de uma questão pois faltou uma onda na imagem depois temos colocado toda a fórmula. Assim a docente resolveu a questão fazendo manualmente.

Fonte: A autora, 2019.

Já no Grupo B, os discentes relataram que houve mais vantagens quando comparadas às desvantagens, mostrando assim grande aceitação dos discentes

quanto a utilização do software GeoGebra durante as aulas como um auxiliador na aprendizagem. Dentre as principais vantagens relatadas pelo Grupo, estava a “visualização e compreensão das funções trabalhadas”, facilidade em se “fazer a leitura das imagens das funções”, “facilidade em manusear o programa”, além da rapidez na obtenção das construções, corroborando assim com os relatos de Santos, Loreto e Gonçalves (2010) ao afirmarem que o uso de softwares durante as aulas “visam oportunizar a motivação e apropriação do conteúdo estudado em sala de aula” (SANTOS; LORETO; GONÇALVES, 2010, p.48). Além disso, Melo e Fireman (2016) destacam que o uso deste software na sala de aula pode servir como “um otimizador da aprendizagem decorrente do dinamismo de suas várias ferramentas”.

E como desvantagens, relataram apenas uma falha que o programa apresentou durante a realização da questão 5.2 (última atividade) da sequência com o software GeoGebra por não terem conseguido construir o gráfico da função $P(t) = 40 - 20 \cos\left(\frac{\pi t}{12} - \frac{\pi}{4}\right)$, mas que a mesma foi resolvida posteriormente pela pesquisadora.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante dos resultados obtidos, pode-se observar que a utilização de softwares no ensino matemático, como o GeoGebra, é pouco explorada na educação básica. De fato, talvez não seja tão simples agregar os softwares em escolas que não apresentam laboratórios de informática e com docentes sem formação e não dispostos a fazerem o uso deste tipo de tecnologia.

Os Grupos A e B apresentaram ausência de conhecimentos prévios sobre diversos conceitos matemáticos necessários ao entendimento de funções trigonométricas. Quanto ao desempenho dos discentes, os percentis de ordem 50 e 70 revelaram melhorias no aprendizado discente do Grupo B em relação ao Grupo A. No entanto, esse fato não foi observado nas médias, um dos fatores contribuintes para isso corresponde à sensibilidade da média quanto aos *outliers* presentes no estudo.

Com relação às avaliações discentes sobre as metodologias empregadas, se observou na aplicação da metodologia tradicional que os discentes afirmaram ter aprendido a realizar o passo a passo dos cálculos como forma de realizá-los em qualquer situação, além de poderem melhorar seu aprendizado sobre o assunto. Além disso, a falta de recursos pedagógicos, o tempo de ministração (“poucos dias”) e o excesso de dados (materiais) foram citados pelos discentes como as principais desvantagens.

Em relação à utilização do software GeoGebra no ensino-aprendizagem das funções trigonométricas seno e cosseno foi possível otimizar o tempo trabalhado, oportunizou experiências na observação dos gráficos das funções de maneira detalhada através de seus parâmetros, rapidez na obtenção dos resultados, além da facilidade do manuseio do mesmo durante a realização das atividades. E a única desvantagem sobre a utilização do software no minicurso (M2) foi uma falha observada durante a construção da função $P(t) = 40 - 20 \cos\left(\frac{\pi t}{12} - \frac{\pi}{4}\right)$.

Assim, as contribuições e vantagens da utilização do software GeoGebra aliado a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) ampliou o desenvolvimento da aprendizagem, em especial da funcionalidade dos parâmetros das funções trigonométricas, e permitiu aproximar a Matemática teórica (ou abstrata) com a prática, além de melhorar o desempenho dos discentes e aperfeiçoar sua formação com a utilização de novas tecnologias.

Quanto às aplicações trigonométricas, ambos os grupos não apresentaram bom desempenho na resolução desse tipo de atividade durante a avaliação. Nessa situação, é interessante ampliar o tempo de abordagem dessas aplicações em salas de aula e promover maior diálogo entre as funções periódicas e suas aplicações, pois observou-se que mesmo havendo a abordagem de duas atividades com estas características durante os minicursos os mesmos foram insuficientes para ampliar os conhecimentos e desmitificar essas funções no entendimento discente.

Assim, a presente pesquisa serve como inquietação aos educadores, pois possibilita novos caminhos para a construção do aprendizado e sugere a ampliação da quantidade de participantes e a extensão da aplicação da sequência didática para o ambiente escolar, com vistas a obtenção de novos resultados, de forma a ampliar o entendimento sobre as possíveis dificuldades relacionadas ao ensino-aprendizagem das funções Seno e Cosseno e promover reflexões que possibilitem melhorias nas intervenções didáticas pelo docente e na consequente obtenção de conhecimento pelos discentes.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, V. O. **Mapas conceituais como instrumentos potencialmente facilitadores da aprendizagem significativa de conceitos da óptica física.** Dissertação (Mestrado em Física) Universidade Federal do Rio Grande do Sul: Porto Alegre, 2006.
- AUSUBEL, D. P. **Algunos aspectos psicológicos de la estructura del conocimiento.** Buenos Aires: El Ateneo, 1973.
- AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos:** uma perspectiva cognitiva. Trad. Lígia Teopisto. Lisboa: Editora Plátano, 2003.
- BEBER, S.Z.C.; PINO, J.C.D. Princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa e os Saberes Populares: referencias para o ensino de Ciências. In: **XI Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências.** Universidade Federal de Santa Catarina: Florianópolis, 2017.
- BRANDT, C. F.; DIONIZIO, F. Q. Análise das dificuldades encontradas pelos alunos do ensino médio em trigonometria. X Congresso Nacional de Educação - EDUCERE. In: **I Seminário Internacional de Representações Sociais, Subjetividade e Educação – SIRSSE.** Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2011.
- BRASIL, Secretaria de educação fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática,** Secretaria de Educação Fundamental, Brasília. MEC/SEF, 2000.
- BRASIL, Ministério da educação, secretaria de educação básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio.** Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEB, 2006.
- COSTA, A. S. M. **A utilização do GeoGebra como ferramenta para o ensino de trigonometria.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Ciências Exatas: Vitória, 2017.
- DANTAS, A. S. O uso do GeoGebra no ensino de trigonometria: uma experiência com alunos do ensino médio. **Revista Ciência e Natura,** Santa Maria, v. 37 Ed. Especial PROFMAT, 2015. Revista do Centro de Ciências Naturais e Exatas – UFSM.
- DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano:** Registros semióticos e aprendizagens intelectuais (Fascículo I). Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.
- FARIAS, M. M. R. **As representações matemáticas mediadas por softwares educativos em uma perspectiva semiótica:** uma contribuição

para o conhecimento do futuro professor de matemática. Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciência Exatas: Rio Claro, 2007.

FIALHO, E. S. C. **Uma proposta de utilização do software Geogebra para o ensino de geometria analítica**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, Rio de Janeiro, 2010.

FIOROTTI, L. B. **Tópicos de geometria plana com o software Geogebra: proposta de sequências didáticas**. Dissertação (Mestrado em Matemática), Programa de Mestrado Profissional em Matemática - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2014.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. Rio de Janeiro. RJ: Editora Record, 2004.

GOMES, S. C. Ensino De Trigonometria Numa Abordagem Histórica - Um Produto Educacional. **Revista HOLOS**, Ano 31, Vol. 3, 2015.

LIMA, C. E. O. **A utilização do software GeoGebra como ferramenta para o ensino de funções**. 2013. 64 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará: Fortaleza, 2013.

LOPES, M. M. Sequência Didática para o Ensino de Trigonometria Usando o Software GeoGebra. **Revista Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n. 46, p. 631-644, ago. 2013.

MAGALHÃES, G. G.; ALMEIDA, L. M. W. O uso do GeoGebra em atividades de modelagem matemática: uma proposta para o ensino de cálculo. In: **Encontro Paranaense de Educação Matemática**. Uniãoeste de Cascavel. Disponível em: http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XIV_EPREM/paper/viewFile/295/100. Acesso em: 20 de novembro de 2017.

MAIA, J.; PEREIRA, M. G. O Software GeoGebra: Uma Estratégia de Aprendizagem Aplicada no Estudo de Funções Trigonométricas. **Revista Ciência e Natura**, v. 37 Ed. Especial PROFMAT, 2015, p. 401–410.

MASINI, E. F. S., MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa: condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos**. São Paulo: Vetor, 2008.

MELO, E. V.; FIREMAN, E. C. Ensino e aprendizagem de funções trigonométricas por meio do software GeoGebra aliado à modelagem matemática. **REnCiMa**, v.7, n.5, p. 12-30, 2016.

FREITAS, P. H. M.; MORAIS, M. A. C. O uso de mapas de conceitos como instrumento para promover a Aprendizagem Significativa dos conceitos dos fenômenos ópticos no PROEJA. **REnCiMa**, v. 3, n. 1, p.1-14, jan/jul, 2012.

MOREIRA, M. A. Capítulo 10 – Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1995). **Teorias de Aprendizagem**. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/3369246/mod_resource/content/1/Capitulo%2010%20-%20A%20teoria%20da%20aprendizagem%20significativa%20de%20Ausubel%20-%20Teorias%20de%20Aprendizagem%20-%20Moreira%2C%20M.%20A.pdf. Acesso em: 03 de janeiro de 2019.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa: a teoria e textos complementares**. São Paulo: Editora livraria da Física, 2011.

OLIVEIRA, F. D. M. **O software Geogebra como ferramenta para o ensino da geometria analítica**. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal Rural do Semiárido – UFRSA: Mossoró, 2014.

OLIVEIRA, C.; MOURA, S. P.; SOUSA, E. R. **TIC'S na educação: a utilização das tecnologias da informação e comunicação na aprendizagem do aluno**. Disponível em: [file:///C:/Users/Cliente/Downloads/11019-39666-1-PB%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/Cliente/Downloads/11019-39666-1-PB%20(1).pdf). Acesso em: 07 de junho de 2019.

REIS JÚNIOR, R. O.; HENRIQUES, A. Modelagem trigonométrica de cálculo de distâncias usando GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, ISSN 2237- 9657, v.3 n.2, pp 80-103,2014.

ROQUE, J. D. N.; MORETTI, M. T. DIFICULDADES DO ENSINO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS E O GEOGEBRA. In: **V Colóquio de História e Tecnologia no Ensino da Matemática**. Recife, 2010. Disponível em: <http://www.lematec.net.br/CDS/HTEM10/pdfs/P7.pdf>. Acesso em: 24 de dezembro de 2018.

SALAZAR, D. M. **GeoGebra e o estudo das funções trigonométricas no Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal de Juiz de Fora, ICE/Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática: Juiz de Fora (MG), 2015.

SANTOS, I. N. **Atividades exploratórias de geometria analítica plana utilizando o GeoGebra**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática), Universidade Federal de Ouro Preto, Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Ouro Preto, 2011.

SANTOS, R.; LORETO, A. B.; GONÇALVES, J. L. Avaliação de softwares matemáticos quanto a sua funcionalidade e tipo de licença para uso em sala de aula. **Revista Ensino de Ciências e Matemática**, v. 1, n. 1, p. 47-65, 2010.

SILVA, E. A. **O ensino de funções trigonométricas com o auxílio do GeoGebra**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede

Nacional) – Universidade Federal do Vale do São Francisco: Campus Juazeiro, Juazeiro-BA, 2013.

SILVA, S. C.R.; SCHIRLO, A. C. Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel: reflexões para o ensino de Física ante a nova realidade social. **Imagens da Educação**, v. 4, n. 1, p. 36-42, 2014.

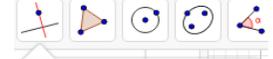
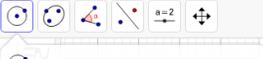
SILVA, M.F.; FROTA, M.C.R. Explorando modelos matemáticos trigonométricos a partir de applets. **VIDYA**, v. 32, n. 2, p.97-111, jul./dez., 2012 - Santa Maria, 2012.

SOARES, L. L. S.; PENICHE, A. P. P.; AVIZ, L. N. C. As contribuições de David Ausubel para o desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem: um olhar sobre a psicologia educacional. In: **IV Congresso Nacional de Educação** (2017). Disponível em: https://editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/TRABALHO_EV073_MD1_SA4_ID9947_16102017125113.pdf. Acesso em: 26 de maio de 2019.

VALÉRIO, A.V.; SOUZA, L.R. Ensino da geometria analítica com o uso do software GeoGebra. **Revista Eletrônica de Educação e Ciência**, Avaré, v. 3, n. 1, p. 7-14, 2013.

WENDLAND, C. V. **Trigonometria no ensino médio: jogo como recurso didático**. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/182286/Artigo_Caroline_Final.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 06 de junho de 2019.

ANEXO A – Barra de ferramentas do software Geogebra organizada em forma de Blocos

Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4	Bloco 5	Bloco 6
 <ul style="list-style-type: none">  Mover <input type="text" value="Entrada..."/>  Função à Mão Livre  Caneta 	 <ul style="list-style-type: none">  Ponto  Ponto em Objeto  Vincular / Desvincular Ponto  Interseção de Dois Objetos  Ponto Médio ou Centro  Número Complexo  Otimização  Raízes 	 <ul style="list-style-type: none">  Retas  Segmentos  Segmentos com Comprimento Fixo  Semicírculo  Caminho Poligonal  Vetores  Vetor a Partir de um Ponto 	 <ul style="list-style-type: none">  Retas Perpendiculares  Retas Paralelas  Mediatrizes  Bissetrizes  Retas Tangentes  Retas Polar ou Diametral  Retas de Regressão Linear  Lugar Geométrico 	 <ul style="list-style-type: none">  Polígonos  Polígono Regular  Polígono Rígido  Polígono Semideformável 	 <ul style="list-style-type: none">  Círculo dados Centro e Um de seus Pontos  Círculo dados Centro e Raio  Compasso  Círculo definido por Três Pontos  Semicírculo Definido por Dois Pontos  Arco Circular  Arco Circuncircular  Setor Circular  Setor Circuncircular
Bloco 7	Bloco 8	Bloco 9	Bloco 10	Bloco 11	
 <ul style="list-style-type: none">  Elipse  Hipérbole  Parábola  Cônica por Cinco Pontos 	 <ul style="list-style-type: none">  Ângulo  Ângulo com Amplitude Fixa  Distância, Comprimento ou Perímetro  Área  Inclinação  Lista  Relação  Inspetor de Funções 	 <ul style="list-style-type: none">  Reflexão em Relação a uma Retas  Reflexão em Relação a um Ponto  Inversão  Rotação em Torno de um Ponto  Translação por um Vetor  Homotetia 	 <ul style="list-style-type: none">  Controle Deslizante  ABC Texto  Inserir Imagem  Botão <input checked="" type="checkbox"/> Caixa para Exibir / Esconder Objetos <input type="text" value="a=1"/> Campo de Entrada 	 <ul style="list-style-type: none">  Mover Janela de Visualização  Ampliar  Reduzir  Exibir / Esconder Objeto  Exibir / Esconder Rótulo  Copiar Estilo Visual  Apagar 	

Fonte: A autora, 2019.

APÊNDICE A – Questionário Diagnóstico aplicado antes da aula tradicional e sequência com o software GeoGebra.

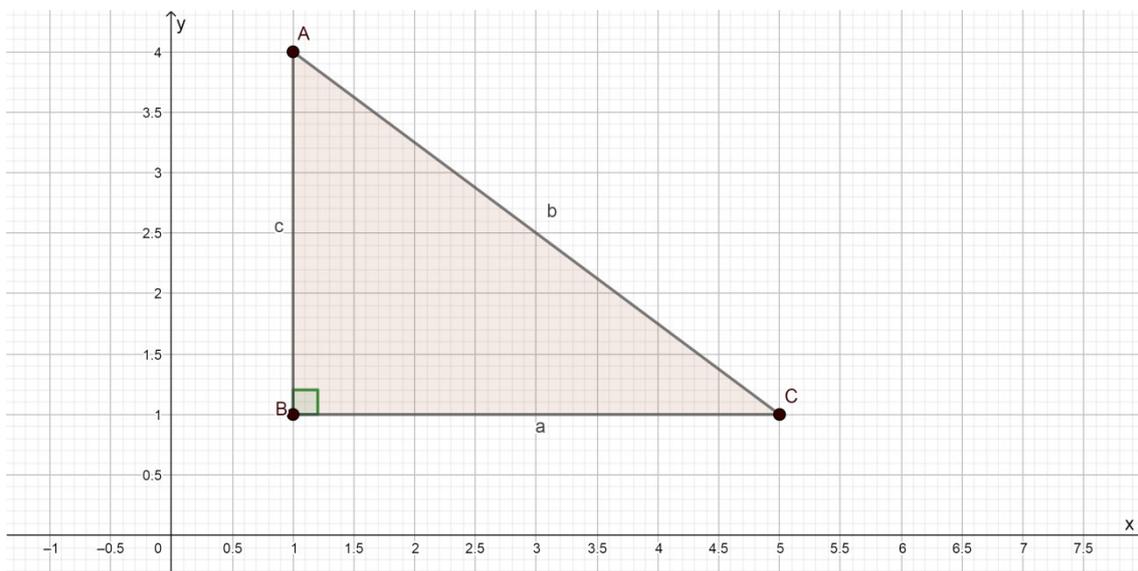


UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

Fundação Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1966 – São Luís - Maranhão.

DIAGNÓSTICO (PRÉ SEQUÊNCIA DIDÁTICA)

1) Considere o triângulo abaixo:



- Informe o valor do cateto oposto ao ângulo \hat{C} ?
 - Informe o valor do cateto adjacente ao ângulo \hat{C} ?
 - Qual é o valor da hipotenusa do triângulo retângulo?
 - Informe qual seria o valor do seno e cosseno do ângulo \hat{C} ?
- 2) Você já estudou os conteúdos “Funções Seno e Cosseno” durante a educação básica? Discorra sobre sua experiência de aprendizagem relacionada a esses conteúdos.

3) Responda:

- a) Qual é o domínio da função $f(x)=\text{sen}(x)$ e $g(x)=\text{cos}(x)$?
- b) Qual é a imagem da função $f(x)=\text{sen}(x)$ e $g(x) = \text{cos}(x)$?
- c) Qual é o período das funções $f(x)$ e $g(x)$ citadas acima?
- d) Quanto a paridade, a função $f(x) = \text{sen}(x)$ é par ou ímpar? Discorra.
- e) Quanto a paridade, a função $g(x) = \text{cos}(x)$ é par ou ímpar? Discorra.

4) Informe os valores do seno e cosseno dos principais ângulos notáveis:

Arco	$0^\circ (0)$	$30^\circ (\frac{\pi}{6})$	$45^\circ (\frac{\pi}{4})$	$60^\circ (\frac{\pi}{3})$	$90^\circ (\frac{\pi}{2})$	$180^\circ (\pi)$	$270^\circ (\frac{3\pi}{2})$	$360^\circ (2\pi)$
Seno								
Cosseno								

5) Cite aplicações das funções seno e cosseno.

6) O arco de uma circunferência é definido como sendo:

- a) É a metade do diâmetro de uma circunferência.
- b) É cada uma das partes em que uma circunferência fica dividida por dois de seus pontos.
- c) É um conjunto de pontos pertencentes ao plano que, dado um ponto fixo C, possuem a mesma distância até o ponto C.
- d) É a medida entre dois duas retas perpendiculares.

7) O ângulo de uma circunferência pode ser definido como:

- a) É o comprimento da reta que passa pelo centro e toca dois pontos na borda do círculo.
- b) É a medida entre dois duas retas perpendiculares.
- c) É a medida da metade do diâmetro de uma circunferência.
- d) É a medida da abertura entre dois segmentos de reta.

8) Você já utilizou o software Geogebra durante a educação básica? () sim () não.
Se sim, discorra sobre essa experiência.

9) Você já utilizou o software Geogebra durante o ensino superior? () sim () não.
Se sim, discorra sobre essa experiência.

APÊNDICE B – Teste avaliativo utilizado após a aula tradicional e após a utilização do software.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

Fundação Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1966 – São Luís - Maranhão.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

QUESTÕES	RESPOSTAS
<p>1) Esboce o gráfico da função $f(x) = 4\cos(2x)$ e informe a imagem, o domínio e o período da função.</p> <p>2) (UFPI) O período da função $f(x) = 5 + \sin(3x - 2)$ é:</p> <p>a) 3π b) $\frac{2\pi}{3}$ c) $3\pi - 2$ d) $\frac{\pi}{3} - 2$ e) $\frac{\pi}{5}$</p> <p>3) O parâmetro “a” da função $f(x) = a \cdot \sin(x)$, é responsável por:</p> <p>a) Alterações na imagem da função. b) Deslocamento horizontal da função. c) Alterações no período da função. d) Deslocamento vertical da função.</p> <p>4) O parâmetro “b” da função $f(x) = \sin(bx)$, é responsável por:</p> <p>a) Alterações na imagem da função. b) Deslocamento horizontal da função. c) Alterações no período da função. d) Deslocamento vertical da função.</p> <p>5) O parâmetro “c” da função $f(x) = \sin(x+c)$, é responsável por:</p> <p>a) Alterações na imagem da função. b) Deslocamento horizontal da função. c) Alterações no período da função. d) Deslocamento vertical da função.</p>	

6) O parâmetro “d” da função $f(x) = \text{sen}(x) + d$, é responsável por:

- a) Alterações na imagem e deslocamento horizontal da função.
- b) Deslocamento horizontal e alterações no período da função.
- c) Alterações no período e deslocamento vertical da função.
- d) Deslocamento vertical e alterações na imagem da função.

7) (Adaptada SALAZAR, 2015, p.72) Carol e Cláudio, passeando em um parque de diversões, resolvem andar na roda-gigante. Segundo informações que leram, a altura em que estariam em relação ao solo pode ser aproximadamente descrita pela função $h(t) = 20 + 19\text{sen}\left(\frac{\pi}{24}t + \pi\right)$, em que t é dado em segundos e h em metros.

- a) Qual é o raio da roda-gigante?
- b) Qual é o tempo necessário para eles darem uma volta completa na roda-gigante?
- c) Qual é a altura máxima e mínima da roda-gigante em relação ao solo?

8) Compare a função $f(x) = \text{sen}(x)$ com $g(x)$, sabendo que g representa uma curva deslocada verticalmente 2 unidades para baixo, $\frac{\pi}{2}$ unidades para direita, o domínio corresponde ao conjunto dos números reais, amplitude 3 e período π . Qual é a expressão algébrica que representa $g(x)$?

- a) $g(x) = 3\text{sen}\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) + 2$
- b) $g(x) = 2\text{sen}\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) + 2$
- c) $g(x) = 3\text{sen}\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) - 2$
- d) $g(x) = 3\text{sen}\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) - 3$

APÊNDICE C - Questionário referente a avaliação discente acerca da aprendizagem decorrente da aula tradicional.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
Fundação Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1966 – São Luís - Maranhão

**QUESTIONÁRIO PÓS MINICURSO
(AVALIAÇÃO DISCENTE)**

1) Classifique o grau de aprendizagem dos conteúdos “Funções seno e cosseno” obtido através da Etapa 1 (Aula tradicional):

() baixo () médio () alto . Por quê?

2) Houveram dificuldades na sua aprendizagem durante a Etapa 1? Se sim, discorra sobre as dificuldades encontradas.

3) Quais foram as vantagens e/ou desvantagens observadas durante a aula tradicional?

APÊNDICE D – Atividades realizadas com a utilização do software Geogebra.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

Fundação Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1966 – São Luís - Maranhão.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM O USO DO SOFTWARE

Objetivo da Atividade 1: Conhecer algumas ferramentas e janelas do GeoGebra e realizar a construção das funções seno e cosseno a partir do círculo trigonométrico.

1.1 Ambiente do software

Roteiro necessário para alterar o ambiente do software para a maioria das construções:

- * Altere a unidade do eixo das abscissas para radianos. Clique com o botão direito do mouse na janela gráfica e selecione a opção “janela de visualização”, no “eixo x” e altere a distância entre os rótulos para " $\frac{\pi}{2}$ ", rótulo para “x” e unidade para “ π ”. No “eixo y” altere o rótulo para “y”.
- * Em seguida, retire a malha de visualização, para isso basta clicar com o botão direito do mouse na janela gráfica e desmarcar a opção “malha”.

1.2 Construção das funções seno/cosseno a partir do ciclo trigonométrico

Roteiro para construção do círculo trigonométrico e funções:

Passo 1 – Utilize a ferramenta “Ponto” e crie os pontos “A(0,0) e B(1,0)” na “Janela de visualização”. Com a ferramenta “Círculo Dados Centro e Um de Seus Pontos” crie um círculo com centro na origem e raio unitário.

Passo 2– Crie o ponto C sobre a circunferência construída.

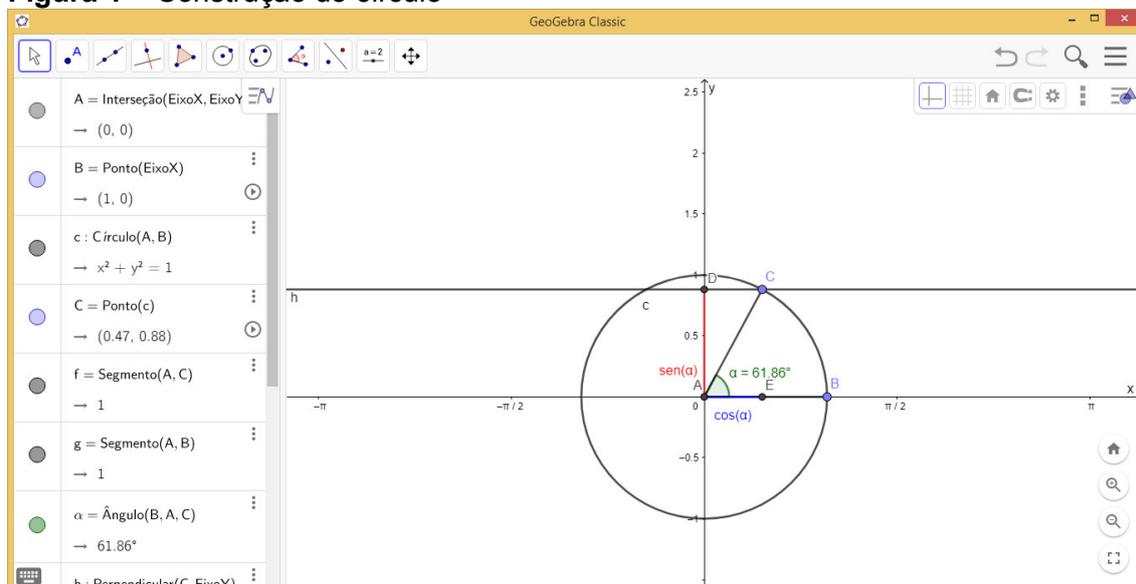
Passo 3 – Com a ferramenta “Segmento”, crie os segmentos \overline{AB} e \overline{AC} . Logo após, selecione a ferramenta “Ângulo” e crie o ângulo $B\hat{A}C$.

Passo 4 – Selecione a ferramenta “Reta Perpendicular”, determine uma reta perpendicular ao eixo y passando por C. Em seguida, ative a ferramenta “Interseção de dois objetos”, e crie o ponto D ao clicar na “reta perpendicular” e no eixo y.

Passo 5 – A projeção do segmento \overline{AC} no eixo das abscissas e das ordenadas, fornecerá os segmentos representantes do seno e cosseno. Crie o segmento \overline{AD} , altere a cor desse segmento para vermelho e insira “sen (α)” na “legenda”. Em

seguida, crie uma reta perpendicular ao eixo das abscissas passando por C. Marque o ponto de interseção entre a reta perpendicular e o eixo das abscissas (ponto E). Crie o segmento \overline{AE} , altere a cor desse segmento para azul e insira “ $\cos(\alpha)$ ” na “legenda”. Pode ser ativada a ferramenta “Esconder objetos” e esconder a reta \overline{CE} . Nesse momento a construção do círculo encontrará de acordo com a Figura abaixo.

Figura 1 – Construção do círculo



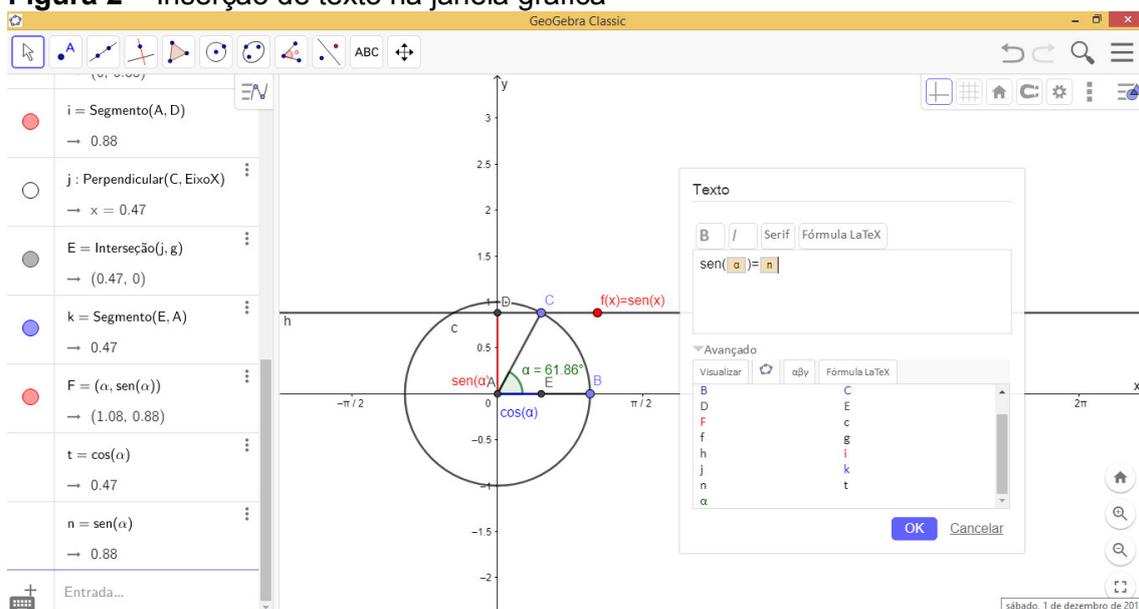
Fonte: A autora, 2019.

Passo 6 – Crie o ponto F, em qualquer local da janela gráfica, e clicando no botão direito do mouse em “configurações” realize as seguintes alterações: em “Definição” digite “ $(\alpha, \text{sen}(\alpha))$ ”, selecione a opção “Habilitar rastro”, em “legenda” escreva “ $f(x) = \text{sen}(x)$ ” e altere a cor para vermelha.

Passo 7 – Siga os passos de criação e configurações do ponto F e crie o ponto G, porém em “Definição” digite “ $(\alpha, \text{cos}(\alpha))$ ”, selecione a opção “Habilitar rastro”, em “legenda” escreva “ $f(x) = \text{cos}(x)$ ” e altere a cor para azul.

Passo 8 – Na janela algébrica, crie “ $t = \text{cos}(\alpha)$ e $n = \text{sen}(\alpha)$ ”. Ative a ferramenta “texto” e clique na janela gráfica, obtendo uma janela conforme Figura 2. Escreva as informações que se deseja apresentar na janela gráfica, considere o exemplo da inserção da escrita na Figura 2 e insira os textos “Círculo Trigonométrico”, “ $\text{sen}(\alpha) = n$ ” e “ $\text{cos}(\alpha) = t$ ”.

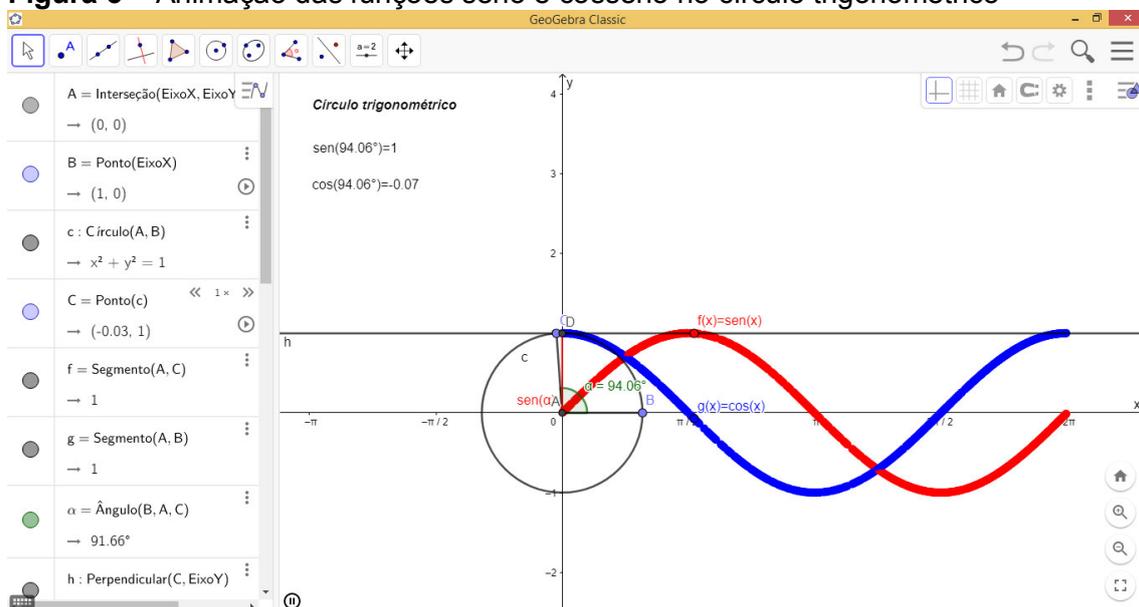
Figura 2 – Inserção de texto na janela gráfica



Fonte: A autora, 2019.

Passo 9 - Agora clicando com o botão direito do mouse novamente só que agora no ponto C, selecione o comando “Animar”, obtendo como resultado a construção da Figura 3.

Figura 3 – Animação das funções seno e cosseno no círculo trigonométrico



Fonte: A autora, 2019.

Informe os valores do seno e cosseno dos principais ângulos notáveis:

Arco	$0^\circ (0)$	$90^\circ (\frac{\pi}{2})$	$180^\circ (\pi)$	$270^\circ (\frac{3\pi}{2})$	$360^\circ (2\pi)$
Seno					
Cosseno					

Objetivo da Atividade 2: Explorar as funcionalidades dos parâmetros das Funções Seno e Cosseno, em sua forma algébrica e gráfica durante as construções no GeoGebra.

2.1 Construa no GeoGebra o gráfico da função $g(x) = a \cdot \text{sen}(bx+c)+d$, em que a , b , c e d são números reais, inseridos como controles deslizantes no processo de construção e construa o gráfico da função $f(x) = \text{sen } x$ (senóide). Discorra sobre as principais alterações em $g(x)$, inclusive alterações relacionadas ao período, imagem e deslocamentos da função, utilize como comparativo o gráfico da senóide. Considere as situações descritas nas alternativas abaixo:

- a) Considere os parâmetros $c=d=0$ e $b=1$ e o controle deslizante a variando de 1 a 5. (O parâmetro a também é chamado de *amplitude* do gráfico).
- b) Considere os parâmetros $c=d=0$ e $a=1$ e o controle deslizante b variando de 1 a 5.
- c) Considere os parâmetros $a=b=1$ e o controle deslizante c variando de 1 a 5.
- d) Considere os parâmetros $a=b=1$ e o controle deslizante d variando de 1 a 5.
- e) Quais parâmetros alteram a imagem da função?
- f) Quais parâmetros alteram as características relacionadas aos valores de x ?
- g) Realize as análises das alternativas anteriores alterando a função senóide para a cossenóide. Além disso, verifique se os parâmetros (a , b , c e d) provocam alterações semelhantes para as funções consideradas.

2.2 Compare a função $f(x) = \text{sen}(x)$ com $g(x)$, sabendo que g representa uma curva deslocada verticalmente 4 unidades para cima, $\frac{\pi}{4}$ unidades para esquerda, o domínio corresponde ao conjunto dos números reais, amplitude 1 e período 4π . Qual é a expressão algébrica que representa $g(x)$?

Objetivo da Atividade 3: Verificar a diferença entre os gráficos das funções senóide e cossenóide.

3.1 Construa os gráficos das funções $f(x) = \text{sen}(x+a)$ e $g(x) = \text{cos}(x)$, sendo a um controle deslizante. Anime e pause a e discorra sobre a diferença entre os gráficos de $f(x) = \text{sen}(x)$ e $g(x)=\text{cos}(x)$?

Objetivo da Atividade 4: Construir e analisar os gráficos das funções seno/ cosseno com o uso do software.

4.1 Construa os gráficos das funções no software e identificar o domínio, imagem, amplitude e o período de cada função; e ao comparar as construções de cada alternativa responda: Quais diferenças podem ser notadas nos gráficos de $h(x)$ e $i(x)$ em relação a $f(x)$?

a) $h(x) = 4.\text{cos}(x)$, $i(x) = \frac{1}{2}\text{cos}(x)$ e $f(x) = \text{cos}(x)$

$y=a.\text{cos}(x)$	Domínio	Imagem	Amplitude corresponde ao valor do raio do círculo trigonométrico	Período $=\frac{2\pi}{b} =$

R:

b) $h(x) = \text{sen}(5x)$, $i(x) = \text{sen}(\frac{x}{3})$ e $f(x) = \text{sen}(x)$

$y=\text{sen}(bx)$	Domínio	Imagem	Amplitude corresponde ao valor do raio do círculo trigonométrico	Período $=\frac{2\pi}{b} =$

R:

c) $h(x) = \sin(x - \frac{\pi}{2})$, $i(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ e $f(x) = \sin(x)$

$y = a \cdot \sin(x)$	Domínio	Imagem	Amplitude corresponde ao valor do raio do circulo trigonométrico	Período $= \frac{2\pi}{b} =$

R:

d) $h(x) = \cos(x) + 2$, $i(x) = \cos(x) - 2$ e $f(x) = \cos(x)$

$y = \cos(x)$	Domínio	Imagem	Amplitude corresponde ao valor do raio do circulo trigonométrico	Período $= \frac{2\pi}{b} =$

R:

Objetivo da Atividade 5: Analisar aplicações das funções seno/cosseno com o uso do software.

5.1 (Adaptada de GIOVANNI et al., 2011, p.291) Por causa das marés oceânicas, a profundidade de certos rios varia periodicamente em função do tempo. Suponha que determinado rio tenha sua profundidade determinada pela função $d(t) = 3\sin[\frac{\pi}{6}(t - 4)] + 8$, em que d é sua profundidade em metros e t é a hora do dia (sendo $t=0$ à meia noite e t medido na forma 24 h).

- Qual é a representação algébrica dessa função utilizando o software Geogebra?
- Qual é a variação da profundidade do rio?
- Encontre o período da função.
- Qual o horário em que o rio atinge 6,5 m de profundidade?

5.2) (Adaptada de GIOVANNI et al., 2011, p.281) A quantidade de energia consumida por uma cidade varia com as horas do dia, e os técnicos da companhia de energia conseguiram aproximar essa necessidade de energia pela função: $P(t) = 40 - 20 \cos\left(\frac{\pi t}{12} - \frac{\pi}{4}\right)$ em que t é a hora do dia e P é a quantidade de energia, em MW.

- a) Em qual horário se consome mais energia nessa cidade, às 6h ou às 12h?
- b) Qual foi a diferença entre o maior e o menor consumo de energia?
- c) Qual foi o horário de maior consumo de energia pela cidade?
- d) Qual é o período dessa função?

APÊNDICE E – Questionário referente a avaliação discente acerca da aprendizagem decorrente do uso do software.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
Fundação Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1966 – São Luís - Maranhão.

**QUESTIONÁRIO PÓS MINICURSO
(AVALIAÇÃO DISCENTE)**

1) Classifique o grau de aprendizagem dos conteúdos “Funções seno e cosseno” obtido através da Etapa 2 (Com o uso do software):

() baixo () médio () alto . Por quê?

2) Houveram dificuldades na sua aprendizagem durante a Etapa 2? Se sim, discorra sobre as dificuldades encontradas.

3) Quais foram as vantagens e/ou desvantagens observadas durante a utilização do GeoGebra?