



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
COORDENAÇÃO DE ENGENHARIA CIVIL**

ARTUR GOES DOS SANTOS JUNIOR

**PUNÇÃO EM LAJES LISAS: ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE AS
RECOMENDAÇÕES DAS NORMAS NBR 6118:2014 E ACI 318:2014**

ARTUR GOES DOS SANTOS JUNIOR

**PUNÇÃO EM LAJES LISAS: ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE AS
RECOMENDAÇÕES DAS NORMAS NBR 6118:2014 E ACI 318:2014**

Monografia apresentada ao curso de Engenharia Civil, do CCET, da Universidade Federal do Maranhão como requisito para obtenção do título de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. Msc Mikhail Luczynski

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Núcleo Integrado de Bibliotecas/UFMA

Santos Junior, Artur Goes dos.

Punção em lajes lisas: análise comparativa entre as recomendações das normas NBR 6118:2014 e ACI 318:2014 / Artur Goes dos Santos Junior. - 2019.

58 f.

Orientador(a): Mikhail Luczynski.

Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2019.

1. Laje. 2. Punção. 3. Resistência à punção. I. Luczynski, Mikhail. II. Título.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha mãe Anaira Souza Silva Santos, ao meu pai Artur Goes dos Santos e à minha irmã Anna Carolina Souza Silva Santos, pessoas que sempre me apoiaram.

Com amor.

MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DE ARTUR GOES DOS SANTOS JUNIOR APRESENTADO AO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL, DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Msc. Mikhail Luczynski
(UFMA)

Prof. Dr. Paulo Cesar de Oliveira Queiroz
(UFMA)

Prof. Dr. Felipe Alexander Vargas Bázan
(UFMA)

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter guiado meus passos, dando-me saúde e motivação para superar as dificuldades e alcançar meus objetivos.

Ao meu orientador Prof. Msc. Mikhail Luczynski, por todo o incentivo dado durante minha trajetória acadêmica e pelo apoio e confiança durante o desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus familiares, pelo amor e compreensão.

“E disse-me um dos anciãos:
não chores; eis aqui o Leão da
tribo de Judá, a raiz de Davi, que
venceu, para abrir o livro e desatar
os seus sete selos.” Apocalipse 5:5

RESUMO

Com o avanço dos métodos construtivos, a ligação laje-pilar vem sendo cada vez mais utilizada, pois fornece uma série de vantagens como a simplificação na concretagem e nas instalações prediais, além de promover uma economia de materiais de revestimento. Entretanto, as regiões onde ocorrem as ligações laje-pilar apresentam elevadas tensões originadas dos esforços de cisalhamento, podendo provocar ruptura da laje, de maneira frágil, através de um fenômeno denominado punção. Diversos fatores podem influenciar a resistência da laje a punção, fazendo com que a previsão do comportamento deste elemento estrutural mediante a este tipo de ruptura se torne uma tarefa complicada. Através de diferentes normas é possível estimar a resistência a punção da laje, entretanto os valores das obtidos através de diferentes recomendações, para uma mesma laje, são distintos. Neste trabalho, a resistência a punção de lajes com diferentes características foram avaliadas pelas recomendações das normas NBR6118:2014 e ACI318:2014. Foi analisada também a interferência da altura útil da laje, dimensões do pilar e resistência do concreto à compressão na resistência da laje a punção, observado a sensibilidade da punção à mudanças em cada uma destas variáveis.

Palavras-chave: Laje. Resistência à punção. Punção.

ABSTRACT

With the advancement of construction methods, slab-column bonding has been increasingly used, as it offers a number of advantages, such as simplification in concreting and building installations, as well as saving on cladding materials. However, as regions where the suspended abutment caused by shear attempts is linked, it can cause light breakage, in a fragile manner, through a phenomenon called punction. Several factors can influence punction resistance, causing the prediction of behavior of this structural element using this type of rupture if a complicated task occurs. Through different standards it is possible to estimate the punction resistance, but the values of the variations applied are different, for the same punction, they are different. In this work, the punction strength of the pieces with different characteristics were evaluated by the NBR6118: 2014 and ACI318: 2014 standards. The interference of the useful slab height, column dimensions and concrete compressive strength on the punction strength was also observed punction sensitivity to changes in each of the following variations.

Keywords: Slab. Punction resistance. Punction.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Sistemas estruturais em lajes lisas (FERREIRA, 2010).....	01
Figura 2 - Ruptura por punção em laje lisa (MELGES, 1995).....	04
Figura 3 - Superfície de ruína (MELGES, 1995).....	05
Figura 4 - Superfícies de ruína devidas à punção em ligações laje-pilar em lajes lisas (CARVALHO, 2009).....	05
Figura 5 – Capitel (CARVALHO, 2009).....	06
Figura 6 - <i>Drop panel</i> (CARVALHO, 2009).....	06
Figura 7 - Uso conjugado de <i>drop panel</i> e capitel (CARVALHO, 2009).....	06
Figura 8 - Seção de ruptura em função da armadura de punção (ABNT, 2014).....	09
Figura 9 - Perímetro crítico externo a armadura de cisalhamento (ABNT, 2014).....	13
Figura 10 - Disposição da armadura de punção em corte (ABNT, 2014).....	13
Figura 11 - Perímetros efetivos (ACI, 2014).....	14
Figura 12 - Suposta distribuição de esforços cortantes (ACI, 2014).....	16
Figura 13 - Perímetro crítico a “0,5d” da última camada de armadura (ACI, 2014).....	18
Figura 14 – Detalhamento da laje LS01 (FERREIRA, 2010).....	20
Figura 15 – Comparação da resistência à punção dos grupos de laje L11z e S11z e dos grupos L55z e S55z.....	24
Figura 16 - Resistência à punção dos grupos de lajes L11z, L13z e L15z, com mudanças em f_c , onde z variou de 1 a 5.....	25
Figura 17 - Resistência à punção dos grupos de lajes L31z, L33z e L35z, com mudanças em f_c , onde z variou de 1 a 5.....	25
Figura 18 - Resistência à punção dos grupos de lajes L51z, L53z e L55z, com mudanças em f_c , onde z variou de 1 a 5.....	26
Figura 19 - Resistência à punção dos grupos de lajes S11z, S13z e S15z, com mudanças em f_c , onde z variou de 1 a 5.....	26
Figura 20 - Resistência à punção dos grupos de lajes S31z, S33z e S35z, com mudanças em f_c , onde z variou de 1 a 5.....	27
Figura 21 - Resistência à punção dos grupos de lajes S51z, S53z e S55z, com mudanças em f_c , onde z variou de 1 a 5.....	27
Figura 22 – Comparação da resistência à punção dos grupos de laje L1y1 e S1y1 e dos grupos L5y5 e S5y5.....	28

Figura 23 - Resistência à punção dos grupos de lajes L1y1, L1y3 e L1y5, com mudanças em d , onde y variou de 1 a 5.....	29
Figura 24 - Resistência à punção dos grupos de lajes L3y1, L3y3 e L3y5, com mudanças em d , onde y variou de 1 a 5.....	29
Figura 25 - Resistência à punção dos grupos de lajes L5y1, L5y3 e L5y5, com mudanças em d , onde y variou de 1 a 5.....	30
Figura 26 - Resistência à punção dos grupos de lajes S1y1, S1y3 e S1y5, com mudanças em d , onde y variou de 1 a 5.....	30
Figura 27 - Resistência à punção dos grupos de lajes S3y1, S3y3 e S3y5, com mudanças em d , onde y variou de 1 a 5.....	31
Figura 28 - Resistência à punção dos grupos de lajes S5y1, S5y3 e S5y5, com mudanças em d , onde y variou de 1 a 5.....	31
Figura 29 - Comparação da resistência à punção dos grupos de laje Lx11 e Sx11 e dos grupos Lx55 e Sx55.....	32
Figura 30 - Resistência à punção dos grupos de lajes Lx11, Lx13 e Lx15, com mudanças em P , onde x variou de 1 a 5.....	33
Figura 31 - Resistência à punção dos grupos de lajes Lx31, Lx33 e Lx35, com mudanças em P , onde x variou de 1 a 5.	33
Figura 32 - Resistência à punção dos grupos de lajes Lx51, Lx53 e Lx55, com mudanças em P , onde x variou de 1 a 5.....	34
Figura 33 - Resistência à punção dos grupos de lajes Sx11, Sx13 e Sx15, com mudanças em P , onde x variou de 1 a 5.....	34
Figura 34 - Resistência à punção dos grupos de lajes Sx31, Sx33 e Sx35, com mudanças em P , onde x variou de 1 a 5.....	35
Figura 35 - Resistência à punção dos grupos de lajes Sx51, Sx53 e Sx55, com mudanças em P , onde x variou de 1 a 5.....	35

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Valores do coeficiente K (ABNT, 2014).....	10
Tabela 2 - Características da laje LS01 (FERREIRA, 2010 – adaptado).....	19
Tabela 3 - Características das lajes estudadas e suas nomenclaturas.....	20
Tabela 4 - Resistência à punção das lajes conforme NBR 6118:2014.....	39
Tabela 5 - Resistência à punção das lajes conforme ACI 318:2014.....	42

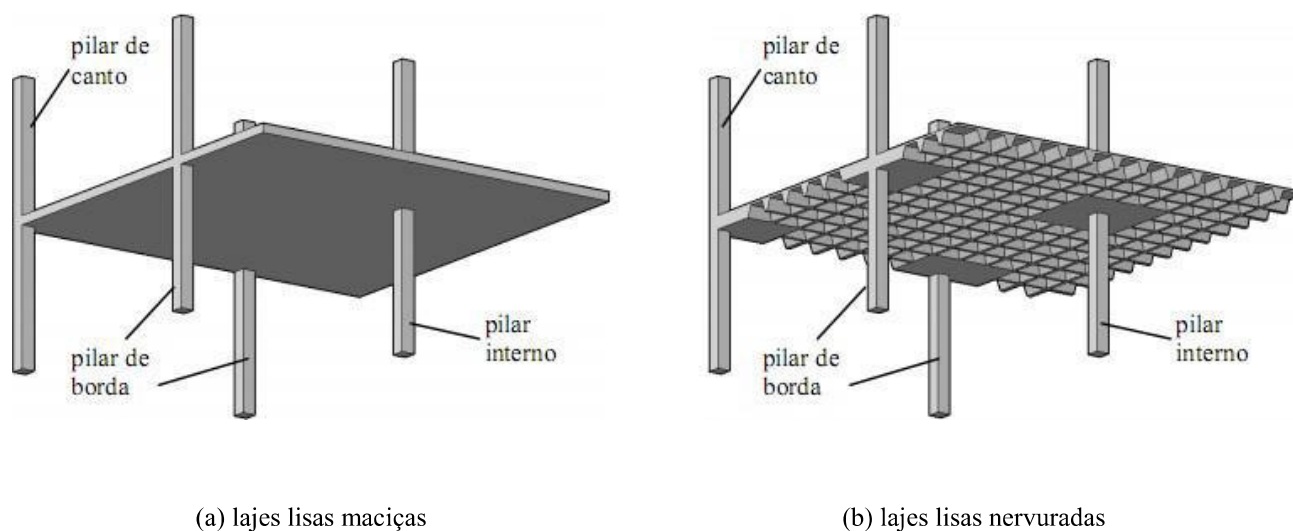
SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
2. OBJETIVOS	2
2.1 Objetivo Geral	2
2.2 Objetivos específicos	2
3. REFERÊNCIAL TEÓRICO	3
3.1 Lajes lisas	3
3.2 Punção	4
3.2.1 Parâmetros envolvidos	7
4. PRESCRIÇÕES NORMATIVAS	9
4.1 Recomendações da NBR 6118:2014	9
4.2 Recomendações da ACI 318:2014	14
5. METODOLOGIA	19
5.1 Determinação do modelo de laje	19
5.2 Modelos de cálculo	21
5.2.1 Cálculo da resistência à punção da laje conforme as recomendações dadas pela NBR 6118:2014	21
5.2.2 Cálculo da resistência à punção da laje conforme as recomendações dadas pela ACI 318:2014	23
6. RESULTADOS E DISCUSSÕES	24
6.1 Influência da resistência do concreto à compressão na resistência à punção	24
6.2 Influência da altura útil da laje na resistência à punção	28
6.3 Influência das dimensões do pilar na resistência à punção	32
7. CONCLUSÕES	36
REFERÊNCIAS	37
APÊNDICE A	39

1. INTRODUÇÃO

Lajes lisas, tabuleiros planos, lajes tipo cogumelo e pavimentos sem vigas são algumas das nomenclaturas utilizadas para descrever um sistema estrutural constituído por lajes de concreto armado laminares planas, horizontais, pré-moldadas ou não, protendidas ou não, que estejam diretamente apoiadas em pilares (OLIVEIRA, 2014), conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1 - Sistemas estruturais em lajes lisas (FERREIRA, 2010)



Os projetos de engenharia civil no Brasil vem apresentando, cada vez mais, a ligação direta entre os pilares e as lajes de concreto armado. Diversos fatores podem tornar conveniente a utilização de um modelo estrutural do tipo laje lisa, onde as mesmas são apoiadas diretamente em pilares segundo a NBR 6118:2014, o que pode gerar tensões de cisalhamento significativas na região da laje ao redor do pilar, dando origem ao fenômeno de punção.

O efeito de punção é um dos principais problemas que afetam a estrutura das lajes lisas. Mesmo com o desenvolvimento de várias metodologias e recomendações para tentar descrever este fenômeno, nenhum modelo foi completamente aceito até o presente estudo. Isto se deve à existência de inúmeros fatores envolvidos neste fenômeno. Em outras palavras, diversos parâmetros podem influenciar a resistência das lajes a este esforço cortante, o que faz da punção um problema complexo e difícil de ser precisamente quantificado. Além disso, é importante destacar que a maioria dos seus critérios de cálculo são baseados em resultados obtidos experimentalmente.

2. OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral

Apresentar um comparativo entre as recomendações da norma brasileira NBR 6118:2014 e americana ACI 318:2014 a cerca do dimensionamento à punção.

2.2 Objetivos específicos

- ✓ Estabelecer um modelo de laje para os cálculos;
- ✓ Verificar a influência da resistência do concreto à compressão (f_c), altura útil da laje (d) e dimensões do pilar na resistência da laje à punção (P);
- ✓ Comparar as resistências obtidas através das recomendações de diferentes normas, para os diferentes parâmetros utilizados.

3. REFERÊNCIAL TEÓRICO

3.1 Lajes lisas

As lajes lisas são estruturas conhecidas por se apoiarem diretamente nos pilares, sem a presença de vigas. Albuquerque (2015) mencionou algumas das principais vantagens a cerca da utilização das lajes lisas:

- a) Simplificação na execução das formas e do cimbramento: devido à ausência de vigas ocorre uma diminuição dos recortes, ocasionando uma maior agilidade no processo construtivo;
- b) Simplificação na concretagem: maior facilidade no lançamento, adensamento e desforma do concreto, reduzindo a possibilidade de ocorrência de falhas de concretagem;
- c) Melhoria da qualidade final e diminuição da quantidade de material de revestimento: com a simplificação das formas, das armaduras e da concretagem, é possível obter estruturas com melhor acabamento, o que pode até dispensar o uso de revestimentos. Quando houver necessidade de revestimento, a superfície a ser revestida é menor, a preparação é facilitada e também as dificuldades para revestir as superfícies planas são menores;
- d) Simplificação das instalações prediais: o projeto e a execução de instalações prediais elétricas e hidráulicas são facilitados e a qualidade aumentada, pois diminui a quantidade de curvas e a necessidade de contornar vigas ou perfurá-las;
- e) Maior flexibilidade de *layout*: liberdade na definição de espaços internos e facilidade na realização de reformas e modificações futuras, pois as divisórias não estão condicionadas à localização das vigas.

Entretanto, o uso de pavimentos de edifícios em lajes lisas também pode apresentar desvantagens, dentre elas: as lajes lisas podem apresentar maiores deslocamentos verticais ou flechas para um mesmo vão, quando comparadas às lajes mais usuais apoiadas em vigas; a estabilidade global da estrutura pode diminuir devido à ausência de vigas, sendo necessário vincular a laje a núcleos rígidos ou paredes estruturais visando reduzir os deslocamentos horizontais; na região de ligação laje-pilar são observadas elevadas tensões originadas pelos esforços de flexão e cisalhamento, que podem provocar ruptura por punção da laje com uma carga inferior à carga última de flexão; a ruptura por punção está associada à formação de um cone podendo ocorrer sem aviso de forma frágil (FERREIRA, 2010).

Desta forma, a resistência ao cisalhamento é um fator importante no dimensionamento deste tipo de estrutura, sendo frequentemente um fator condicionante para a escolha da espessura da laje, da

geometria dos pilares, da resistência a compressão do concreto, do uso de capitel ou da utilização de armadura de cisalhamento.

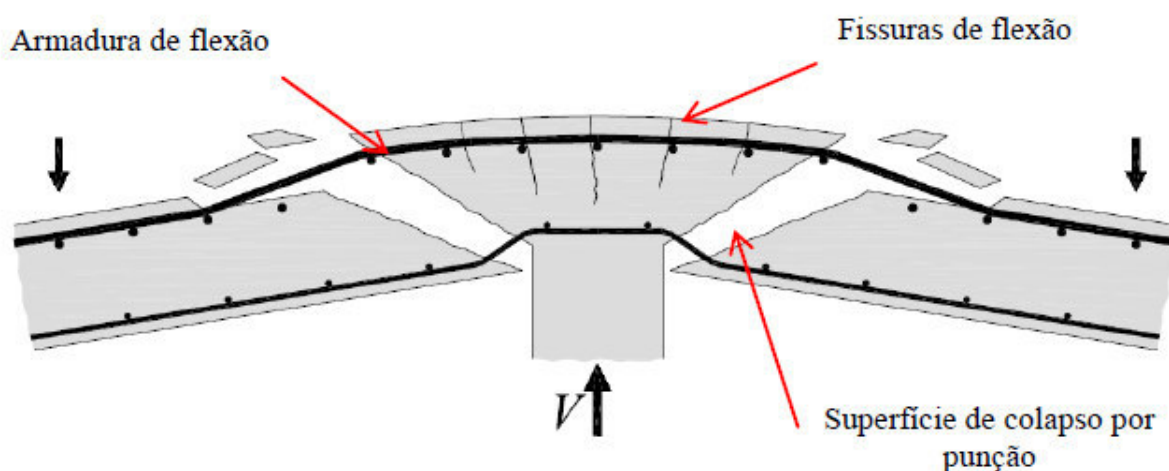
3.2 Punção

Por definição, o fenômeno da punção de uma placa consiste na sua perfuração devido às altas tensões de cisalhamento que são provocadas por forças concentradas ou que se façam agir em pequenas áreas. Nos edifícios em que as lajes lisas estão presentes, o efeito de punção tende a ocorrer nas regiões onde há ligações diretas da laje com os pilares, de modo em que a reação do pilar possa provocar a perfuração da laje (MELGES, 1995).

A resistência a compressão do concreto, a altura útil da laje e relação entre os lados do pilar (ou diâmetro, no caso de pilar circular), a relação entre os lados dos pilares, as aberturas na laje próximas aos pilares, a excentricidades do carregamento, o perímetro de contato entre a laje e o pilar, a armadura de flexão e a armadura de cisalhamento são fatores que interferem diretamente no mecanismo de resistência a punção.

Para o sistema de lajes lisas, o dimensionamento é realizado considerando a resistência a punção nas conexões entre a laje e o pilar, onde a armadura de flexão pode não atingir sua tensão de escoamento, gerando assim limitação quanto à ductilidade da laje, fazendo com que a ruptura devida à punção, conforme representada na Figura 2, se desenvolva de forma frágil.

Figura 2 - Ruptura por punção em laje lisa (MELGES, 1995)



Na ruína por punção, quando o esforço cortante é predominante, a laje se rompe antes que a capacidade resistente de flexão seja atingida, provocando uma ruína abrupta que, por não fornecer qualquer aviso prévio, ocorre de maneira extremamente perigosa (MELGES, 1995). A ruína por punção pode ocorrer em regiões localizadas próximas a forças concentradas ou a pequenas áreas carregadas, como é o caso da ligação laje-pilar. A ruína por punção é ilustrada nas Figuras 3 e 4. Esta forma de ruína é caracterizada, de acordo com a CEB fib MC 2010 (2013), pelo deslocamento vertical da laje ao longo de uma superfície tronco-cônica ou tronco-piramidal, partindo do contorno da área carregada e se estendendo até a outra face, com uma inclinação entre 30° a 35° em relação ao plano médio da laje.

Figura 3 - Superfície de ruína (MELGES, 1995)

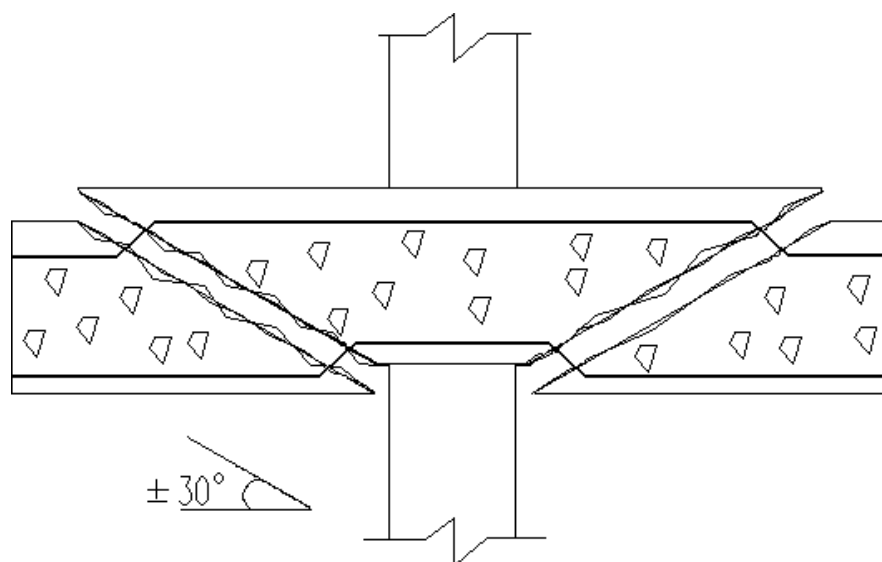
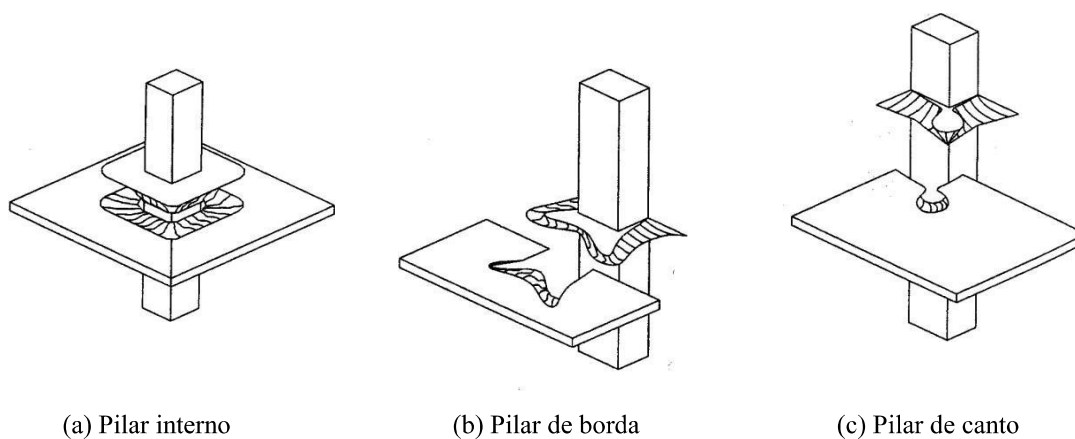


Figura 4 - Superfícies de ruína devidas à punção em ligações laje-pilar em lajes lisas (CARVALHO, 2009)



Com o intuito de minimizar as tensões atuantes na região próxima ao pilar, é necessário adotar estratégias nas regiões onde ocorrem os maiores esforços de cisalhamento, como o uso de *drop panel* ou de capitéis. Outra forma de evitar a punção é com o aumento da capacidade resistente da laje, utilizando-se concreto de alta resistência e armadura de cisalhamento.

Capitel é um engrossamento da seção transversal do pilar, próximo à sua ligação com a laje, conforme mostrado na Figura 5. A inclinação das geratrizes do capitel em relação à horizontal deve estar entre 1:6 ($9,46^\circ$) e 1:8 ($7,12^\circ$). O aumento da espessura da laje na região da ligação é conhecido como *drop panel*, conforme Figura 6. É comum utilizar-se como espessura do *drop panel* a mesma espessura da laje (TAKEYA, 1981).

Figura 5 - Capitel (TAKEYA, 1981)

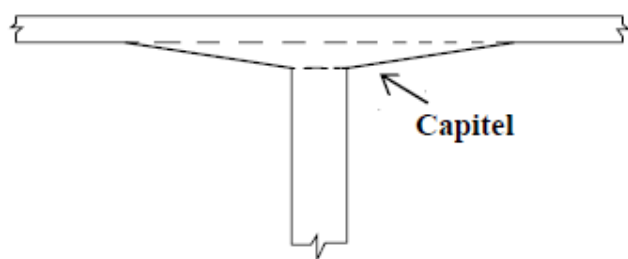
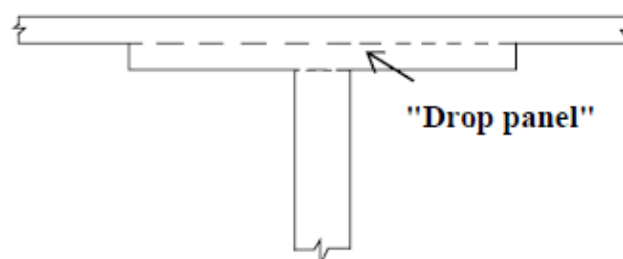
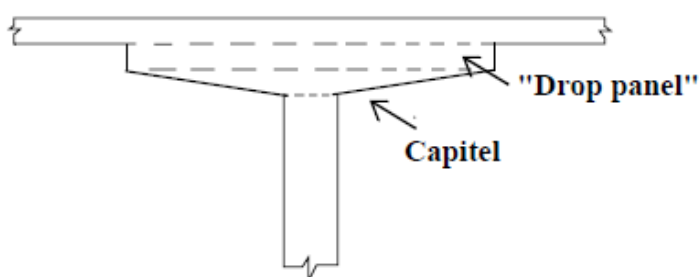


Figura 6 - *Drop panel* (TAKEYA, 1981)



Outra opção é a utilização combinada de capitel com *drop panel* (Figura 7).

Figura 7 - Uso conjugado de *drop panel* e capitel (TAKEYA, 1981)



Do ponto de vista econômico, o uso de pequenos *drop panels* apresenta um menor custo de formas em relação ao uso de capitéis. Contudo, a evolução deste sistema estrutural e dos seus métodos de cálculo, os capitéis e os *drop panels* estão sendo cada vez menos utilizados em decorrência das grandes vantagens de se obter tetos planos. Em seu lugar têm sido usadas armaduras

específicas de combate à punção que, além de aumentar a resistência da ligação laje-pilar, fornece maior ductilidade.

A capacidade resistente da ligação laje-pilar aumenta significativamente, uma vez que a resistência das lajes com armaduras de punção pode chegar ao dobro da resistência das lajes sem essas armaduras. Esse aumento proporcionado pelas armaduras, entretanto, é limitado pela tensão de esmagamento da biela de concreto na face do pilar. Dessa forma, a tensão resistente da ligação tem uma parcela referente à armadura de punção e outra referente ao concreto (não apenas à biela, mas também para o caso de tração diagonal, com mecanismos de transferência como o engrenamento dos agregados) (GOMES, 1991).

A parcela de resistência do concreto corresponde a cerca de 75% da resistência da laje sem armadura de punção. Nas lajes com armadura de cisalhamento, a parcela resistente do concreto sofre redução em consequência das maiores deformações e aberturas de fissuras relacionadas ao trabalho da armadura de cisalhamento. Já a parcela da armadura depende de vários parâmetros, como a disposição e os espaçamentos dos elementos, a eficiência das ancoragens, além da própria área de aço. Podem ser utilizados estribos ou conectores tipo pino (*studs*), que são modelos mais usuais dentre outras possibilidades (BRAESTRUP; REGAN, 1985).

3.2.1 Parâmetros envolvidos

Alguns dos principais parâmetros envolvidos no fenômeno de punção em lajes são:

- I) Espessura da laje;
- II) Dimensões e forma da seção transversal dos pilares;
- III) Resistência do concreto;
- IV) Relação momento fletor/força cortante na ligação laje-pilar;
- V) Taxa de armadura de flexão da laje;
- VI) Presença ou não da armadura transversal de combate à punção.

Estes parâmetros podem variar de acordo com o critério de cálculo a ser adotado. Por exemplo, baseado em resultados experimentais, é admitido que a ruína por punção seja uma ruína do tipo frágil e que a resistência ao cisalhamento das lajes depende principalmente da resistência à tração diagonal do concreto, do engrenamento dos agregados ao longo das fissuras, do efeito pino da armadura de flexão e do efeito favorável da compressão na biela inclinada.

Existem basicamente três formas de se aumentar a resistência das ligações laje-pilar à punção: utilizando capitéis e/ou *drop panels*, aumentando o valor da resistência do concreto, ou, ainda, utilizando armadura de cisalhamento.

De acordo com Melges (1995), a utilização de capitél e/ou drop panel é indesejável do ponto de vista arquitetônico, econômico e, além disso, ela não fornece ductilidade, ou seja, capacidade de deformação à ligação. Dilger et al. (1978) definem ductilidade como sendo a relação entre a rotação da laje no momento em que a primeira barra de flexão começa escoar e a rotação final na ruptura. Desta forma, quanto maior for a diferença entre estas duas rotações, mais dúctil será a forma com que se dará a ruína. Já o aumento da resistência do concreto nem sempre é suficiente para elevar o nível da resistência da ligação aos valores desejados. Sendo assim, o uso de armaduras é o mais indicado, pois, além de elevar o valor da resistência da ligação laje-pilar, fornece-lhe ductilidade. Ensaios mostram que a utilização de armaduras de punção, mais especificamente os estribos e os conectores tipo pino, faz com que a ruína se dê através do escoamento da armadura longitudinal de flexão que, provocando grandes deformações na ligação, evita o perigo da ruína tipo frágil.

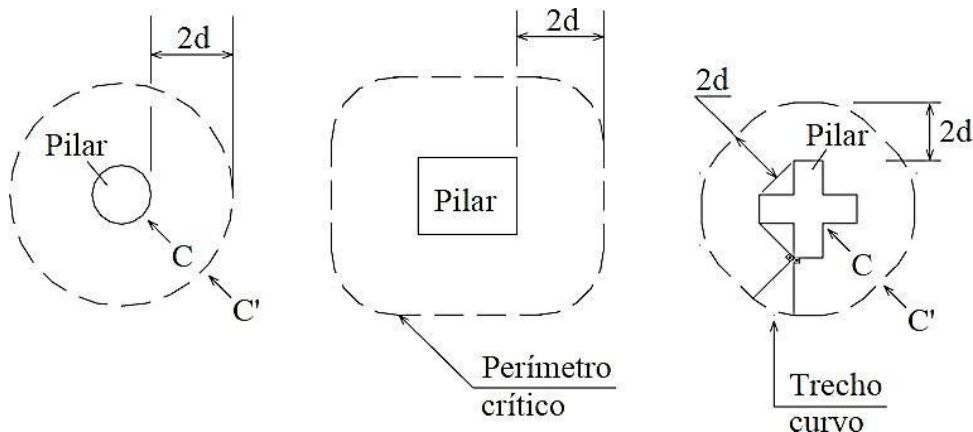
4. PRESCRIÇÕES NORMATIVAS

Neste capítulo serão apresentadas a recomendação normativa nacional (NBR 6118:2014) e internacional (ACI 318:2014) sobre o fenômeno de punção.

4.1 Recomendações da NBR 6118:2014

A norma brasileira NBR 6118:2014 prevê a verificação do cisalhamento das lajes que não apresentam armadura de cisalhamento em duas superfícies críticas, onde são localizadas as forças concentradas. A primeira, denominada superfície crítica do contorno C , do pilar ou da carga concentrada, podendo ser o próprio perímetro do pilar onde é verificada indiretamente a tensão de compressão diagonal do concreto utilizando a tensão de cisalhamento. A segunda superfície crítica é conhecida como contorno C' , sendo o perímetro crítico situado a uma distância “ $2d$ ” da superfície do pilar, como ilustrado na Figura 8, onde a tensão de cisalhamento do contorno é utilizada novamente para verificar a capacidade da ligação entre laje e pilar à punção, associada a resistência à tração diagonal. Estas verificações realizadas exigem que a tensão resistente de cálculo seja maior ou igual a tensão solicitante de cálculo.

Figura 8 - Seção de ruptura em função da armadura de punção (ABNT, 2014)



Para o caso de uma laje com pilar interno e que apresente carregamento simétrico, a tensão cisalhante solicitante de cálculo para os contornos C e C' pode ser calculada através da Equação 1:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u \cdot d} \quad \text{Eq.1}$$

Sendo:

$$d = (d_x + d_y)/2 \quad \text{Eq. 2}$$

Onde:

F_{Sd} = força ou reação concentrada de cálculo;

u = perímetro de controle crítico;

d = altura útil da laje.

Para os casos de carregamentos assimétricos, onde além da força vertical, há também uma transferência de momento para o pilar, deve-se utilizar a Equação 3:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u.d} + \frac{K.M_{Sd}}{W_p.d} \quad \text{Eq. 3}$$

Onde:

M_{Sd} = momento solicitante de cálculo

W_p = módulo resistente da seção crítica;

K = coeficiente determinado em função das dimensões do pilar.

Os valores do coeficiente K define a parcela de momento transmitida ao pilar por cisalhamento e são obtidos por meio da relação entre as dimensões do pilar (para pilares retangulares) e estão indicados na Tabela 1. Em caso de pilar circular, a norma recomenda utilizar $K = 0,6$.

Tabela 1 - Valores do coeficiente K (ABNT, 2014)

C_1/C_2	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,45	0,60	0,70	0,80

Onde:

C_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força

C_2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força

O módulo resistente da seção crítica W_p pode ser calculado para pilares retangulares por meio da Equação 4 e para pilares circulares por meio da Equação 5:

$$W_p = \frac{c_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 + 4 \cdot C_2 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot C_1 \quad \text{Eq. 4}$$

$$W_p = (D + 4 \cdot d^2) \quad \text{Eq. 5}$$

A Equação 6 permite calcular W_p de modo a desprezar a curvatura dos cantos do perímetro crítico.

$$W_p = \int_0^u |e| dl \quad \text{Eq. 6}$$

Onde:

e = distância de dl ao eixo que passa pelo centro do pilar e sobre o qual atua M_{sd} ;

dl = comprimento infinitesimal no perímetro crítico u .

As tensões solicitantes de cálculo definidas pela Equação 3 devem ser comparadas as tensões resistentes de cálculo para cada contorno.

A verificação da tensão resistente compressão diagonal do concreto no contorno C , exige que:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd} = 0,27 \alpha_v f_{cd} \quad \text{Eq. 7}$$

Onde:

$\alpha_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$, com f_{ck} em MPa;

f_{cd} = resistência de cálculo do concreto à compressão.

A verificação da tensão localizada no contorno crítico C' exige que:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} \quad \text{Eq. 8}$$

Sendo:

σ_{cp} = tensão de compressão devido a esforços axiais de protensão;

$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$ = taxa geométrica de armadura;

ρ_x e ρ_y são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais calculadas em uma largura igual a dimensão ou área carregada do pilar acrescida de “3d” para cada lado do pilar (ou a da borda da laje, se estiver mais próxima).

Para o caso em que a armadura de cisalhamento venha a ser utilizada, as tensões devem ser verificadas utilizando a Equação 9:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} + 1,5 \frac{d}{S_r} \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \sin \alpha}{u \cdot d} \quad \text{Eq. 9}$$

Onde:

S_r = espaçamento radial entre linhas de armaduras de punção, não podendo ser maior que “0,75d”;

A_{sw} = área da armadura de punção de uma camada;

α = ângulo formado entre a armadura de cisalhamento e o plano da laje;

f_{yd} = resistência de cálculo da armadura de punção, devendo ser menor que 300 MPa para conectores ou 250 MPa para estribos (CA-50 ou CA-60). Para lajes com espessura maior que 15 cm, os valores podem ser aumentados e/ou obtidos através de uma interpolação linear a partir dos valores indicados abaixo:

- 250 MPa, para lajes com espessura até 15 cm;
- 435 MPa (f_{yd}) para lajes com espessura maior que 35 cm.

Quando a utilização de armadura transversal na laje se faz necessária, ela deve ser constituída por no mínimo três linhas de conectores tipo pino com extremidade alargada, posicionadas radialmente ou em cruz em camadas paralelas a partir das faces do pilar até um contorno C'' a uma distância “2d” da última camada de armaduras, conforme mostrado nas Figuras 9 e 10, onde não é mais constatada a necessidade de armadura.

Figura 9 - Perímetro crítico externo a armadura de cisalhamento (ABNT, 2014)

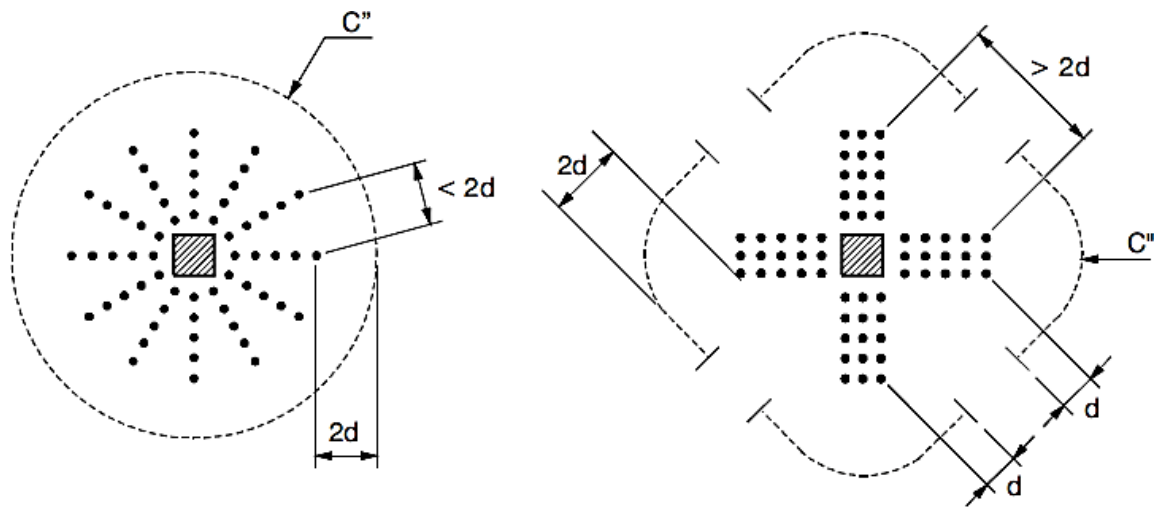
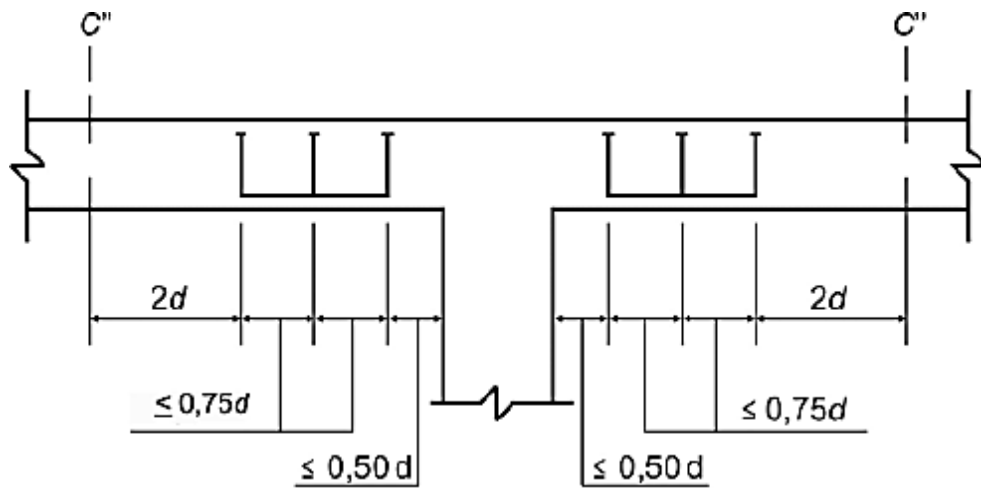


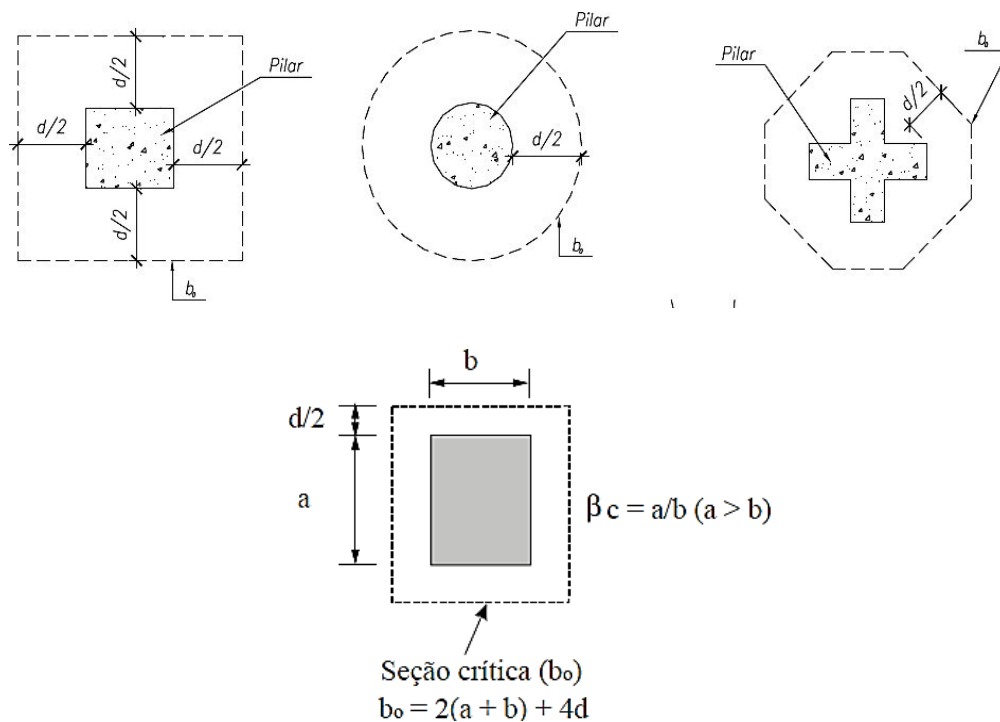
Figura 10 - Disposição da armadura de punção em corte (ABNT, 2014)



4.2 Recomendações da ACI 318:2014

A norma americana ACI 318:2014 recomenda que a punção seja verificada nos contornos críticos localizados a uma distância “ $0,5d$ ” a partir da face do pilar ou de cargas concentradas, os quais são denominados como perímetro efetivo b_0 , ilustrado na Figura 11.

Figura 11 - Perímetros efetivos (ACI, 2014)



Após a determinação do perímetro efetivo, compara-se a tensão solicitante com a tensão resistente, conforme Equação 10:

$$\phi V_n \geq V_u \quad \text{Eq. 10}$$

Sendo:

V_n = tensão resistente minorada pelo coeficiente $\phi = 0,75$;

v_u = tensão atuante.

Para lajes sem armadura de cisalhamento a tensão resistente será composta apenas pela componente resistente do concreto, portanto:

$$V_n = V_c \quad \text{Eq. 11}$$

Assim a tensão resistente V_c deve ser o menor valor encontrado para as Equações 12, 13 e 14:

$$V_c = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{2}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} \quad \text{Eq. 12}$$

$$V_c = \frac{1}{12} \left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_0} \right) \sqrt{f'_c} \quad \text{Eq. 13}$$

$$V_c = \frac{1}{3} \sqrt{f'_c} \quad \text{Eq. 14}$$

Onde:

β_c = razão da maior sobre a menor dimensão do pilar;

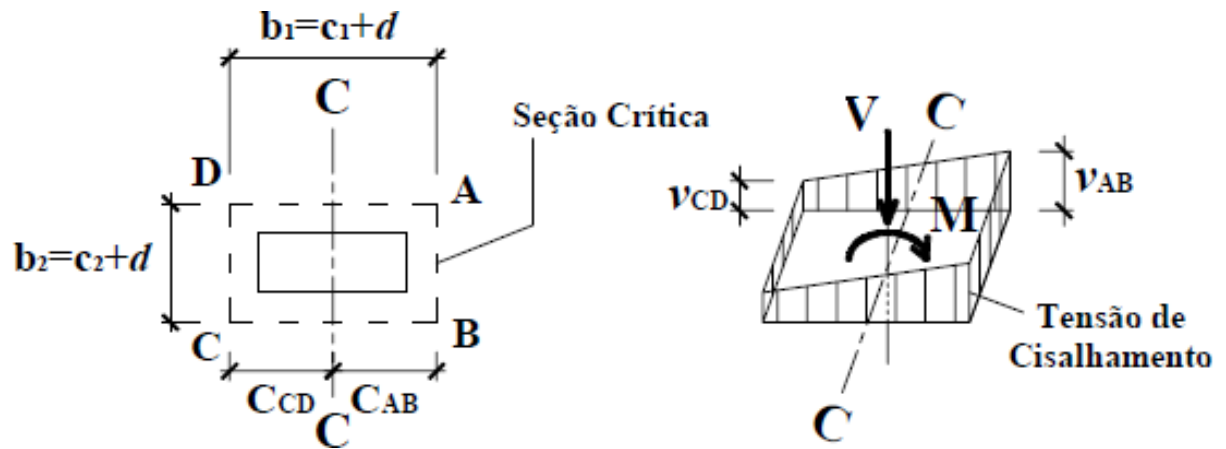
α_s = constante em função da posição do pilar na laje, sendo 40 para pilares internos, 30 para pilares de borda e 20 para pilares de canto;

f'_c = resistência característica do concreto.

A tensão de cisalhamento atuante nos contornos críticos de controle num pilar interno resulta do esforço cortante, acrescida da parcela de momento fletor transferida ao pilar por cisalhamento, e pode ser determinada pelas Equações 15 e 16.

A Figura 12 mostra a suposta tensão de cisalhamento variando linearmente ao redor do centróide (c-c) das seções críticas.

Figura 12 - Suposta distribuição de esforços cortantes (ACI, 2014)



$$V_{u(AB)} = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v \cdot M_u \cdot c_{AB}}{J_c} \quad \text{Eq. 15}$$

$$V_{u(CD)} = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v \cdot M_u \cdot c_{CD}}{J_c} \quad \text{Eq. 16}$$

Onde:

c_{AB} e c_{CD} = distâncias entre os lados e o centróide da seção crítica considerada;

V_u e M_u = esforço cortante e momento majorados atuantes na seção;

A_c é a área de concreto da seção crítica, calculada por: $A_c = b_0 d$;

J_c é análogo ao momento polar de inércia da seção crítica, que para um pilar interno pode ser obtido pela Equação 17:

$$J_c = \frac{d(c_1+d)^3}{6} + \frac{(c_1+d)d^3}{6} + \frac{d(c_2+d)(c_1+d)^3}{2} \quad \text{Eq. 17}$$

γ_v é o coeficiente que define a parcela de momento transmitida ao pilar por cisalhamento e é calculado pela Equação 18:

$$\gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + (2/3)\sqrt{b_1/b_2}} \quad \text{Eq. 18}$$

Onde:

b_1 = dimensão da seção crítica na direção de aplicação do momento fletor;

b_2 = dimensão perpendicular à b_1 .

A tensão máxima verificada no contorno do pilar é calculada pelas seguintes equações:

$$\text{Para uso de estribos como armadura de cisalhamento: } V_{R,m\acute{a}x} = 0,5\sqrt{f'_c} \quad \text{Eq. 19}$$

$$\text{Para o uso de } studs \text{ como armadura de cisalhamento: } V_{R,m\acute{a}x} = 0,66\sqrt{f'_c} \quad \text{Eq. 20}$$

A resistência à punção das lajes com armadura de cisalhamento conta com as parcelas resistentes do concreto e do aço, assim para ligações com transferência de momento:

$$\phi V_n = \frac{\phi(V_{R,c} + V_{R,s})}{b_0 \cdot d} \quad \text{Eq. 21}$$

Para lajes com armadura de cisalhamento a parcela resistente do aço é calculada pela Equação 22:

$$V_{R,s} = \frac{A_v \cdot f_y d}{s} \quad \text{Eq. 22}$$

Para os casos em que a armadura de cisalhamento é formada por barras dobradas, a contribuição do concreto será limitada por:

$$V_{R,c} = 0,17\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \quad \text{Eq.23}$$

Já para os casos em que a armadura de cisalhamento é formada por *studs*:

$$V_{R,c} = 0,25\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \quad \text{Eq. 24}$$

Onde:

A_s = área da armadura de cisalhamento por camada;

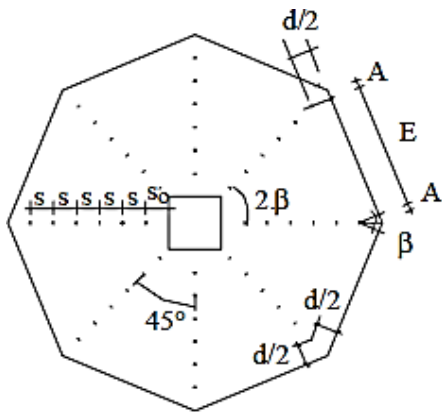
f_y = tensão de escoamento do aço da armadura transversal, devendo ser menor ou igual a 420 MPa;

s = espaçamento entre os componentes da armadura de cisalhamento;

α = ângulo formado entre a armadura de cisalhamento e o plano da laje.

Além disso, deve ser analisada a ruptura por punção no trecho externo à região com armadura de cisalhamento. Nesse caso é verificada a resistência do concreto em um perímetro de controle situado a “0,5 d” da última camada de armadura, conforme ilustrado na Figura 13.

Figura 13 - Perímetro crítico a “0,5d” da última camada de armadura (ACI, 2014)

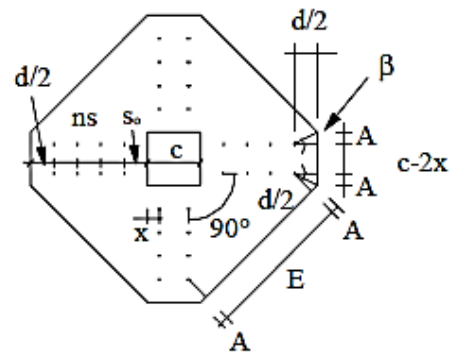


$$U = 8 \{ 2A + E \}$$

$$A = d (\tan \beta) / 2$$

$$E = 2 \sin \beta \{ s_0 + (n-1) s + c/2 \}$$

$$\beta = 22.5^\circ$$



$$U = (4A + E + c - 2x) 4$$

$$A = d (\tan \beta) / 2$$

$$E = \sqrt{2} (ns + s_0 + x)$$

$$\beta = 22.5^\circ$$

5. METODOLOGIA

5.1 Determinação do modelo de laje

Ferreira (2010) avaliou o comportamento das ligações laje-pilar com momentos desbalanceados a partir do ensaio de 16 lajes quadradas com espessura de 18 cm e lados de 250 cm, utilizando armadura de cisalhamento do tipo *stud*, as quais foram submetidas a carregamento simétrico e excêntrico. Para realizar os experimentos, as taxas de armadura de flexão foram variadas, bem como a quantidade e a distribuição e o número de camadas da armadura de cisalhamento. Com isso, o autor pode observar o modo de ruptura das lajes e verificar o efeito da transferência de momento fletor na resistência à punção das ligações entre a laje e o pilar interno.

Para avaliar a contribuição de certos parâmetros no mecanismo de combate à punção, foram definidas 125 ligações lajes-pilar, onde se variou a dimensão do pilar, a altura útil da laje e a resistência do concreto à compressão. Além disso, foram calculadas as resistências à punção de todas as lajes adotadas, seguindo as recomendações da norma brasileira NBR 6118:2014 e americana ACI 318:2014.

As características das lajes projetadas neste trabalho tomaram como referência a laje LS01 ensaiada por Ferreira (2010), a qual está descrita na Tabela 2 e seu detalhamento foi feito conforme Figura 14, de modo que foram variadas as dimensões do pilar (P), a altura útil da laje (d) e resistência à compressão do concreto (F_c). Com isso, a nomenclatura das lajes foi adotada de acordo com a combinação dessas variáveis, como mostra a Tabela 3.

Tabela 2 - Características da laje LS01 (FERREIRA, 2010 – adaptado)

Laje	d (mm)	e (mm)	ρ (%)	S_0 (mm)	S_r (mm)	A_{sw} (mm ²)	F_{yw} (MPa)	F_c (MPa)	Pilar (mm)
LS01	145	0	1,54	70	100	942,5	573	48,3	300x300

Figura 14 – Detalhamento da laje LS01 (FERREIRA, 2010)

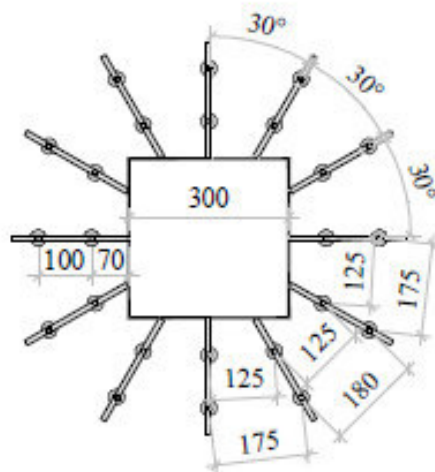
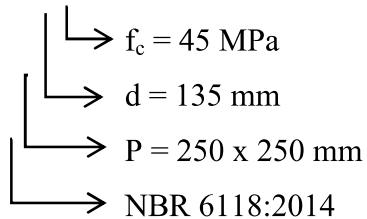


Tabela 3 – Características das lajes estudadas e suas nomenclaturas

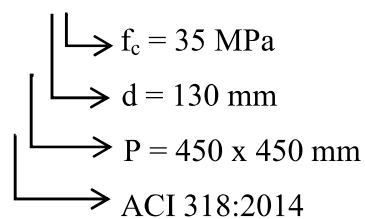
	P(x) (mm)	d(y) (mm)	F_c(z) (MPa)
1	250 x 250	130	30
2	300 x 300	135	35
3	350 x 350	140	40
4	400 x 400	145	45
5	450 x 450	150	50

As lajes foram cognominadas pela expressão Lxyz (quando calculadas segundo as recomendações da NBR 6118:2014) e Sxyz (quando calculadas conforme as recomendações da ACI 318:2014), onde os valores de x, y e z variam de acordo com os parâmetros em questão.

Ex: Laje L124



Ex: Laje S512



5.2 Modelos de cálculo

Os modelos a seguir foram utilizados para calcular a resistência à punção das lajes, por diferentes normas. Para exemplificar as verificações realizadas ao longo desta pesquisa, foi utilizada a laje L333, para a norma brasileira, e S333 para a americana.

5.2.1 Cálculo da resistência à punção da laje conforme as recomendações dadas pela NBR 6118:2014

$$u_0 = 4.300 = 1200 \text{ mm}$$

$$u_1 = (4.300) + (2 \cdot \pi \cdot r) = 1200 + [2 \cdot \pi \cdot (2.145)] = 3022,12 \text{ mm}$$

$$u_{out} = 4090,18 \text{ mm (obtido com auxílio do autocad)}$$

Verificação da superfície crítica do perímetro u_0 :

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd}$$

$$\tau_{r2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_c}{250}\right) \cdot f_c$$

$$V_{r,m\acute{a}x} = \tau_{r2} \cdot u_0 \cdot d$$

$$V_{r,m\acute{a}x} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_c}{250}\right) \cdot f_c \cdot u_0 \cdot d$$

$$V_{r,m\acute{a}x} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{40}{250}\right) \cdot 40 \cdot 1200 \cdot 145$$

$$V_{r,m\acute{a}x} = 1578,528 \text{ kN}$$

Verificação da superfície crítica u_1 :

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd1} = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \text{sen} \alpha}{u_1 \cdot d}$$

$$\tau_{r1} = 1,4 \cdot 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{\frac{1}{3}} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{yw} \cdot \text{sen} \alpha}{u_1 \cdot d}$$

$$\tau_{r1} = 0,14 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{\frac{1}{3}} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{yw} \cdot \text{sen} \alpha}{u_1 \cdot d}$$

Como a laje L01 não tem transferência de momento:

$$V_{r,cs} = \tau_{r1} \cdot u_1 \cdot d$$

$$V_{r,cs} = 0,14 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{\frac{1}{3}} \cdot u_1 \cdot d + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot A_{sw} \cdot f_{yw} \cdot \text{sena}$$

$$V_{r,cs} = 0,14 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{14,5}} \right) \cdot [100 \cdot (0,0154) \cdot (40)]^{\frac{1}{3}} \cdot (3022,12) \cdot 145$$

$$+ 1,5 \cdot \frac{145}{100} \cdot (942,5) \cdot (319,4) \cdot 1$$

$$V_{r,cs} = 1181,611 \text{ kN}$$

Verificação na superfície crítica fora da armadura de cisalhamento:

$$\tau_{rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

$$\tau_{r1} = 1,4 \cdot 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{\frac{1}{3}}$$

$$\tau_{r1} = 0,18 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

$$V_{out} = \tau_{r1} \cdot u_{out} \cdot d$$

$$V_{out} = 0,18 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{\frac{1}{3}} \cdot u_{out} \cdot d$$

$$V_{out} = 0,18 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{14,5}} \right) \cdot [(100) \cdot (0,0154) \cdot (40)]^{\frac{1}{3}} \cdot (4090,18) \cdot (145)$$

$$V_{out} = 916,764 \text{ kN}$$

A NBR 6118:2014 define que a resistência à punção de uma laje com armadura de cisalhamento deve ser o menor valor entre as cargas estimadas nos perímetros. Logo, para a laje L333 a carga resistente à punção é $V_{NBR} = 916,764 \text{ kN}$.

5.2.2 Cálculo da resistência à punção da laje conforme as recomendações dadas pela ACI 318:2014

$$b_0 = (4.300) + (4.145) = 1780 \text{ mm}$$

$$b_{out} = 2723,6275 \text{ mm (obtido com auxílio do autocad)}$$

Verificação da máxima carga resistente à punção para laje com studs com armadura de cisalhamento:

$$V_{R,max} = 0,66 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d$$

$$V_{R,max} = 0,66 \cdot \sqrt{40} \cdot (1780) \cdot (145)$$

$$V_{R,max} = 1077,36 \text{ kN}$$

Verificação da resistência à punção para lajes com armadura de cisalhamento:

$$V_{R,CS} = V_{R,c} + V_{R,s}$$

Onde:

$$V_{R,c} \leq 0,25 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d = 0,25 \cdot \sqrt{40} \cdot (1780) \cdot (145) = 408,01 \text{ kN}$$

$$V_{R,s} = \frac{A_v \cdot f_y \cdot d}{s_r} = \frac{(942,5) \cdot (420) \cdot (145)}{100} = 574 \text{ kN}$$

Verificação da superfície crítica fora da armadura de cisalhamento:

$$V_{out} = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_{out} \cdot d = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{40} \cdot (2723,6275) \cdot (145) = 441,54 \text{ kN}$$

Logo, para a laje S333 a carga resistente à punção será $V_{ACI} = 441,54 \text{ kN}$

6. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com a finalidade de visualizar a influência e a importância das dimensões do pilar, da altura útil da laje e da resistência do concreto à compressão no combate à ruptura por punção, foram selecionados grupos de lajes em que apenas um destes parâmetros variou, sendo possível assim observar a interferência desta variável na resistência da laje. Além disso, as resistências à punção das lajes foram comparadas para as recomendações da NBR 6118:2014 e da ACI 318:2014.

Os valores obtidos através dos calculados de resistência à punção para todas as 125 lajes abordadas neste estudo podem ser encontrados nas Tabelas 4 e 5.

6.1 Influência da resistência do concreto à compressão na resistência à punção

Para entender como a resistência da laje à punção se comporta quando submetida a uma variação da resistência do concreto à compressão, isto é, o quanto a resistência à punção aumenta ou diminui com a mudança do f_c , os parâmetros de dimensão do pilar e altura útil da laje foram fixados e as resistências da laje à punção foram plotados a seguir para diversos grupos de laje.

Como pode ser observado nas Figuras 15-21, tanto para a NBR 6118:2014 quanto para a ACI 318:2014, para todo aumento na resistência do concreto à compressão houve um aumento também na resistência à punção da laje, o que já era esperado. Percebendo a linearidade das retas obtidas e ao investigar a mudança relativa que a resistência à compressão do concreto gera na resistência à punção, a razão entre a resistência à punção das lajes com $f_c = 50\text{MPa}$ e $f_c = 30\text{MPa}$ foi de 1,185 para a norma brasileira e de 1,291 para a norma americana.

Figura 15 – Comparação da resistência à punção dos grupos de laje L11z e S11z e dos grupos L55z e S55z

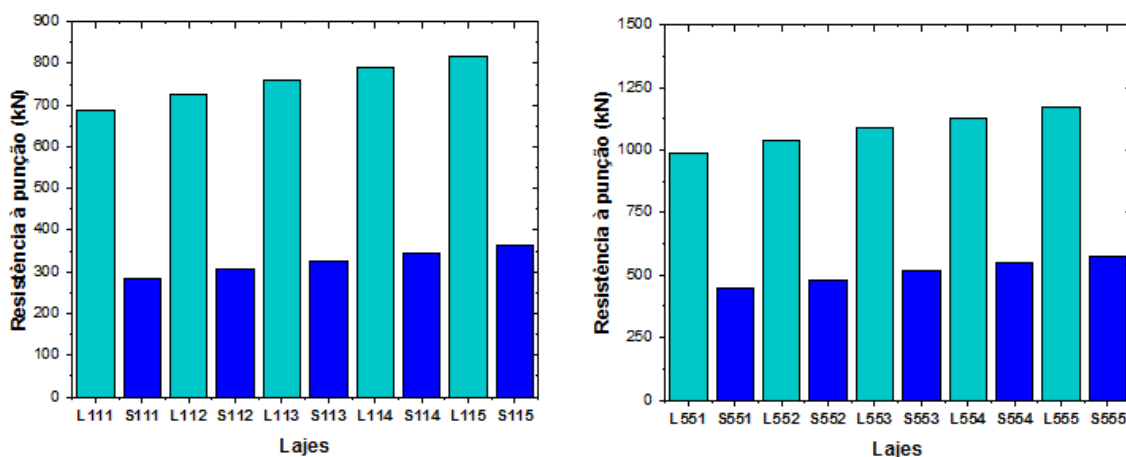


Figura 16 - Resistência à punção dos grupos de lajes L11z, L13z e L15z, com mudanças em f_c , onde z variou de 1 a 5

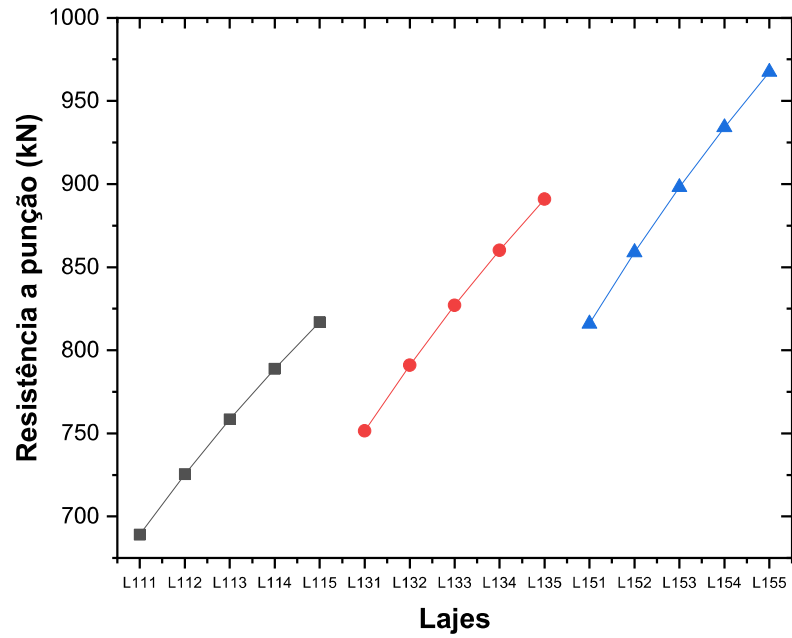


Figura 17 - Resistência à punção dos grupos de lajes L31z, L33z e L35z, com mudanças em f_c , onde z variou de 1 a 5

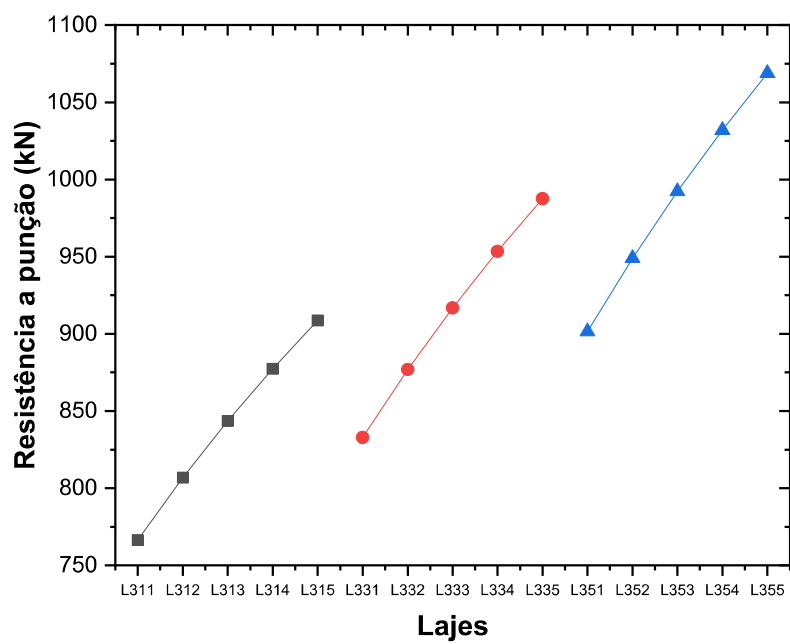


Figura 18 - Resistência à punção dos grupos de lajes L51z, L53z e L55z, com mudanças em f_c , onde z variou de 1 a 5

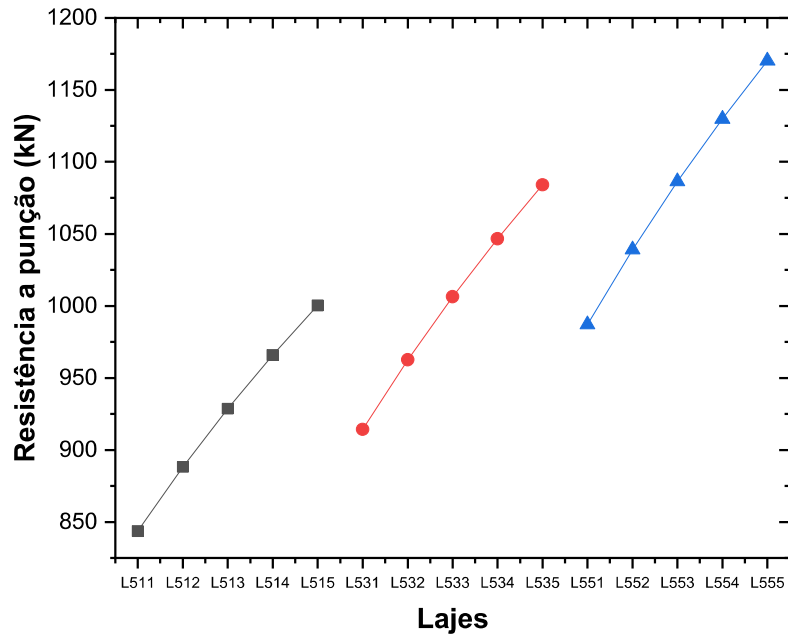


Figura 19 - Resistência à punção dos grupos de lajes S11z, S13z e S15z, com mudanças em f_c , onde z variou de 1 a 5

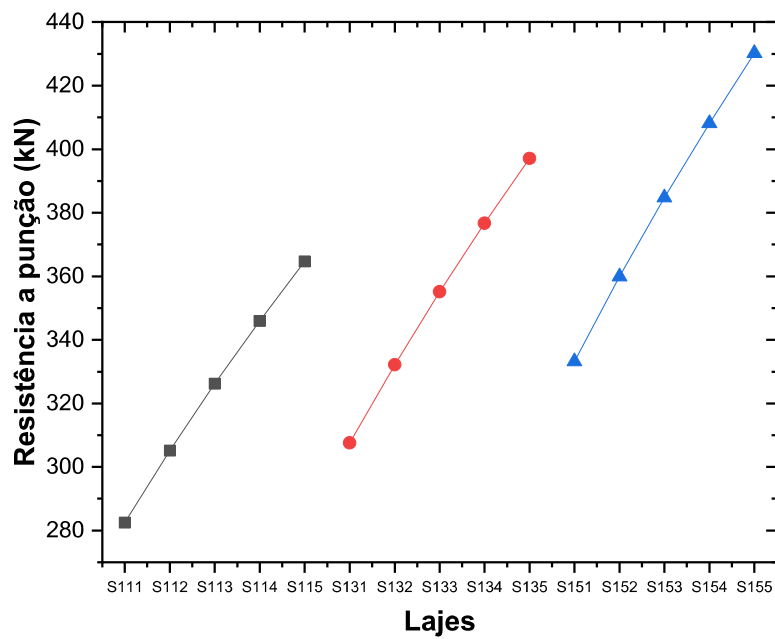


Figura 20 - Resistência à punção dos grupos de lajes S31z, S33z e S35z, com mudanças em f_c , onde z variou de 1 a 5

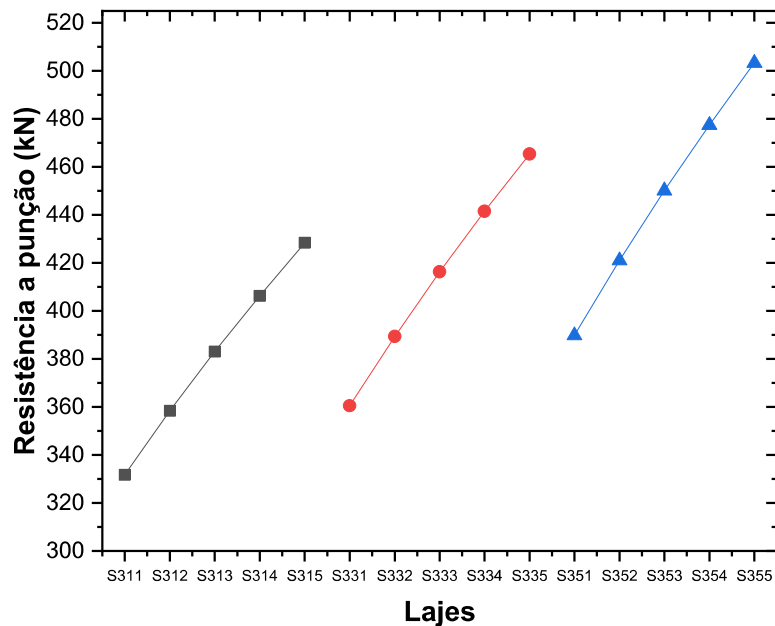
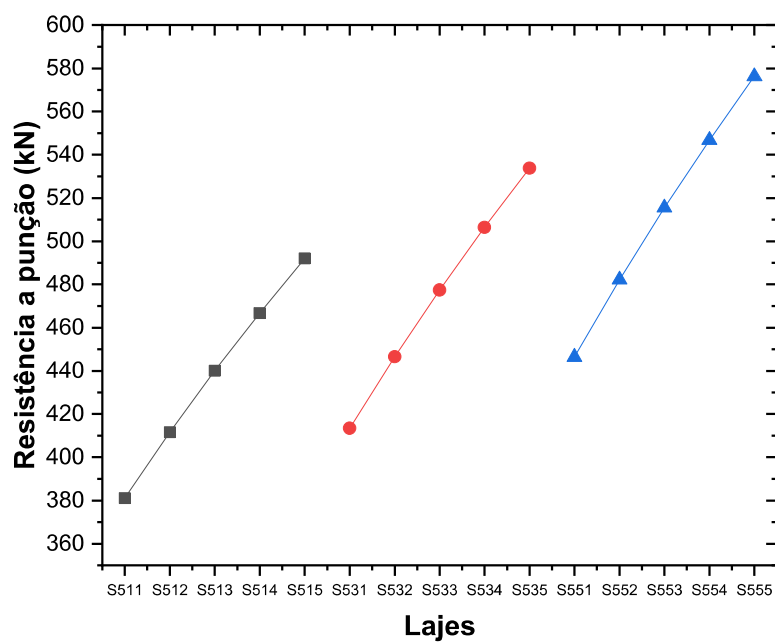


Figura 21 - Resistência à punção dos grupos de lajes S51z, S53z e S55z, com mudanças em f_c , onde z variou de 1 a 5



6.2 Influência da altura útil da laje na resistência à punção

Para verificar a interferência da altura útil da laje na resistência da laje à punção, os parâmetros de resistência do concreto à compressão e dimensão do pilar foram fixados. As Figuras 22-28 ilustram o comportamento de diversos grupos de laje, onde o parâmetro a variar foi a altura útil da laje (d). É possível notar que, para ambas as normas averiguadas, a resistência à punção da laje tende a aumentar para qualquer aumento na espessura da laje.

Neste caso a mudança relativa obtida através da razão entre a resistência à punção das lajes com $d = 155$ mm e $d = 135$ mm foi de 1,184 para a norma brasileira e 1,179 para a norma americana.

Figura 22 – Comparação da resistência à punção dos grupos de laje L1y1 e S1y1 e dos grupos L5y5 e S5y5

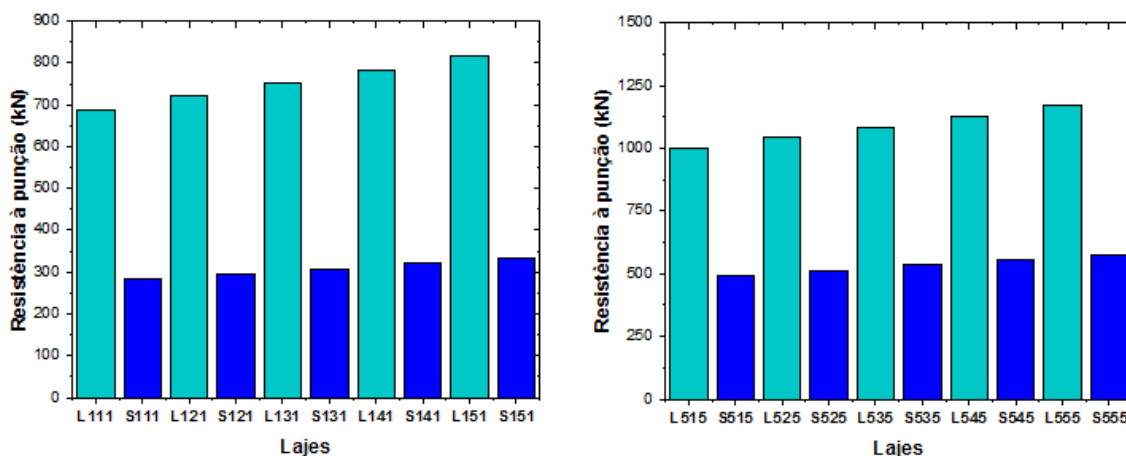


Figura 23 - Resistência à punção dos grupos de lajes L1y1, L1y3 e L1y5, com mudanças em d , onde y variou de 1 a 5

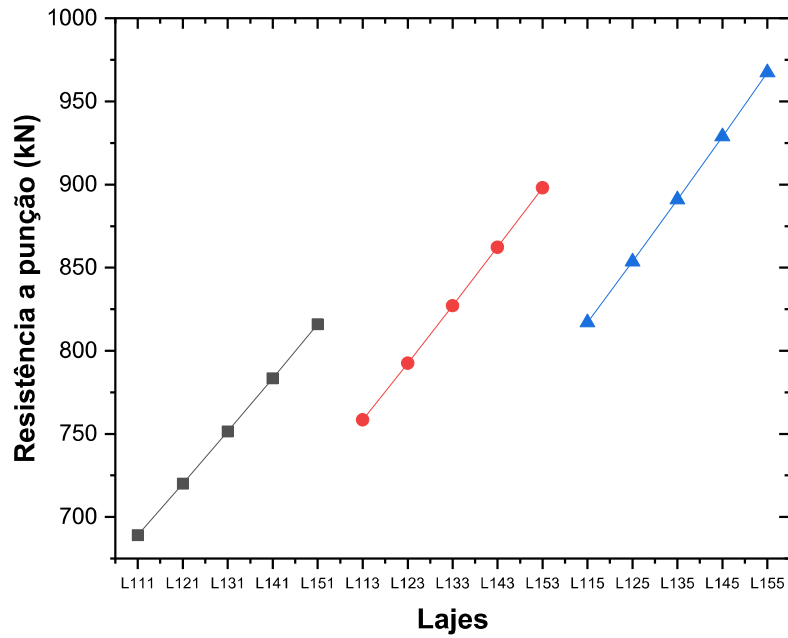


Figura 24 - Resistência à punção dos grupos de lajes L3y1, L3y3 e L3y5, com mudanças em d , onde y variou de 1 a 5

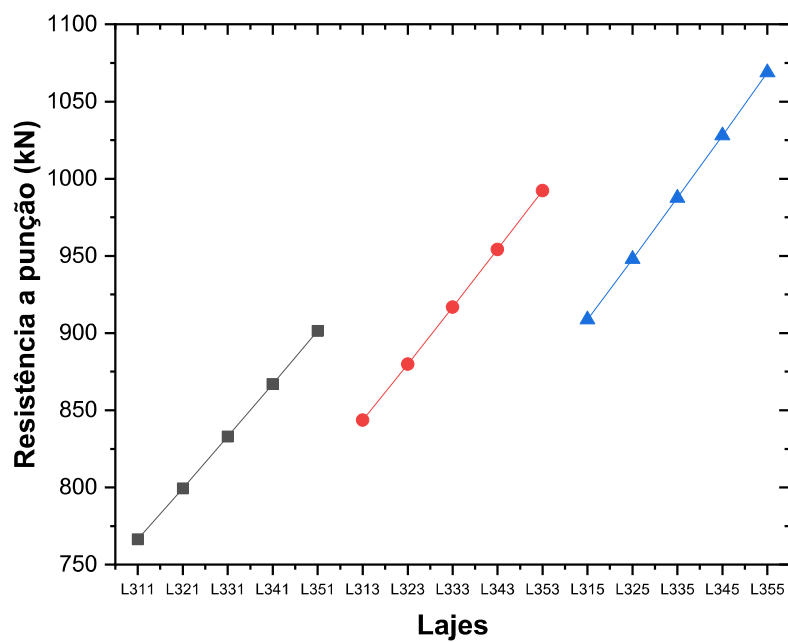


Figura 25 - Resistência à punção dos grupos de lajes L5y1, L5y3 e L5y5, com mudanças em d , onde y variou de 1 a 5

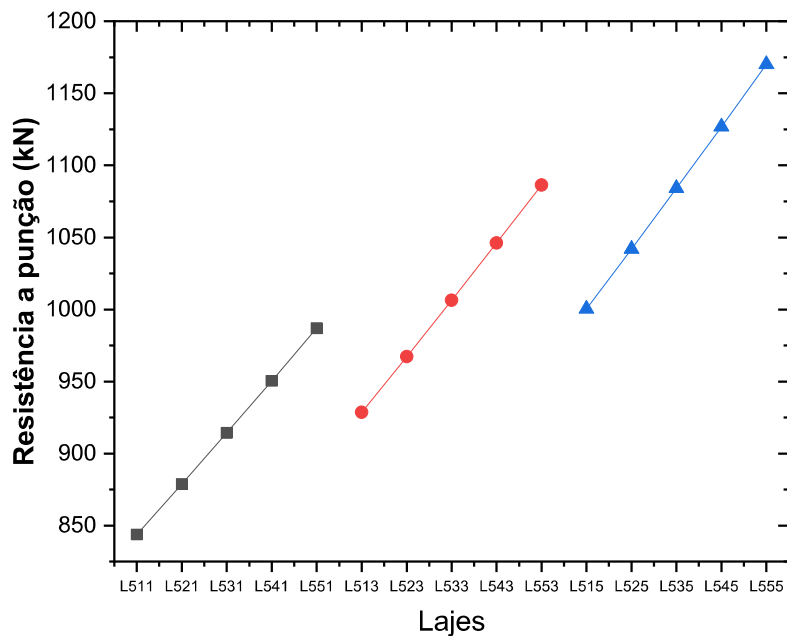


Figura 26 - Resistência à punção dos grupos de lajes S1y1, S1y3 e S1y5, com mudanças em d , onde y variou de 1 a 5

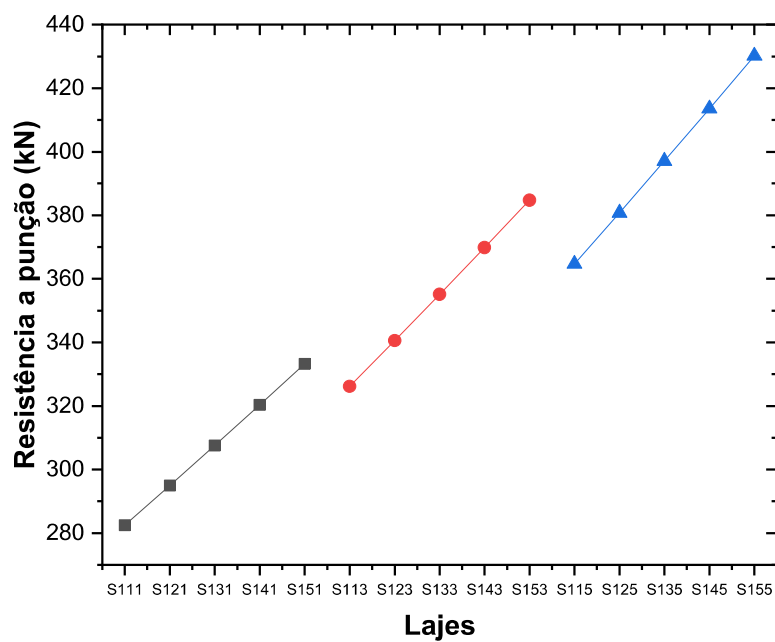


Figura 27 - Resistência à punção dos grupos de lajes S3y1, S3y3 e S3y5, com mudanças em d , onde y variou de 1 a 5

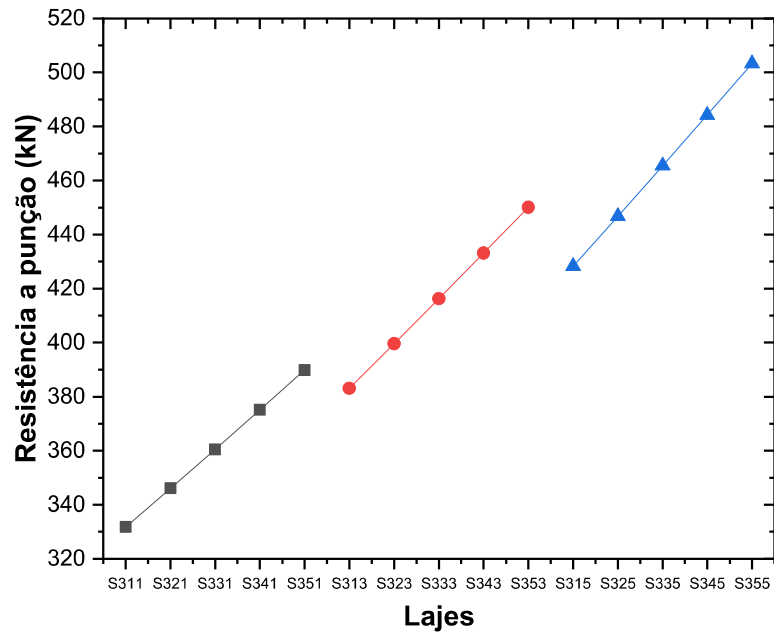
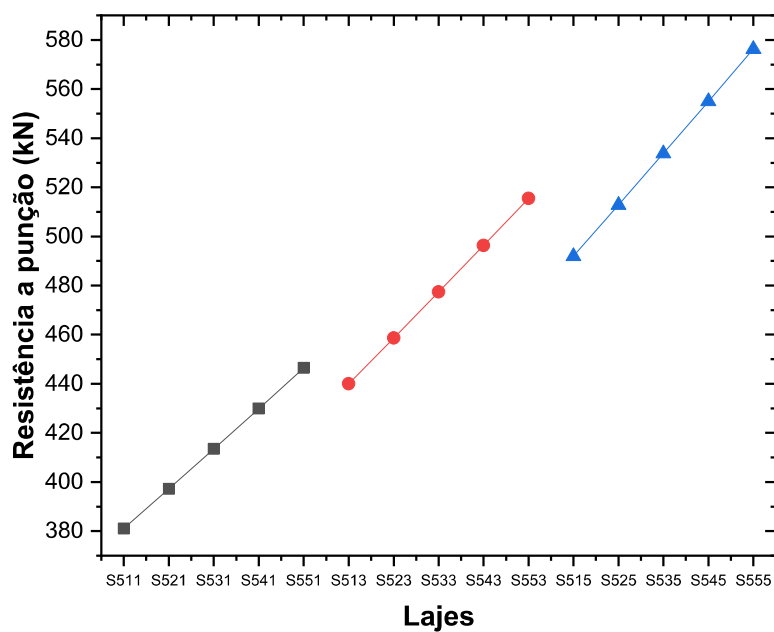


Figura 28 - Resistência à punção dos grupos de lajes S5y1, S5y3 e S5y5, com mudanças em d , onde y variou de 1 a 5



6.3 Influência das dimensões do pilar na resistência à punção

De maneira análoga aos outros parâmetros analisados anteriormente, foram comparadas aqui lajes com a mesma altura útil e mesma resistência do concreto à compressão, variando apenas as dimensões do pilar, conforme mostra as Figuras 29-35.

É claro perceber que, diminuindo a região de contato entre a laje e o pilar a tensão solicitante será maior e, conseqüentemente, mais propícia estará a estrutura a sofrer uma ruptura por punção. Isto se dá devido a tensão, ser por definição, inversamente proporcional a área de contato que, neste caso, corresponde às dimensões do pilar ligado à laje.

As mudanças relativas também foram calculadas para as variações nas dimensões do pilar, sendo assim encontrados os valores de 1,224 e 1,349 para a norma brasileira e americana, respectivamente.

Figura 29 – Comparação da resistência à punção dos grupos de laje Lx11 e Sx11 e dos grupos Lx55 e Sx55

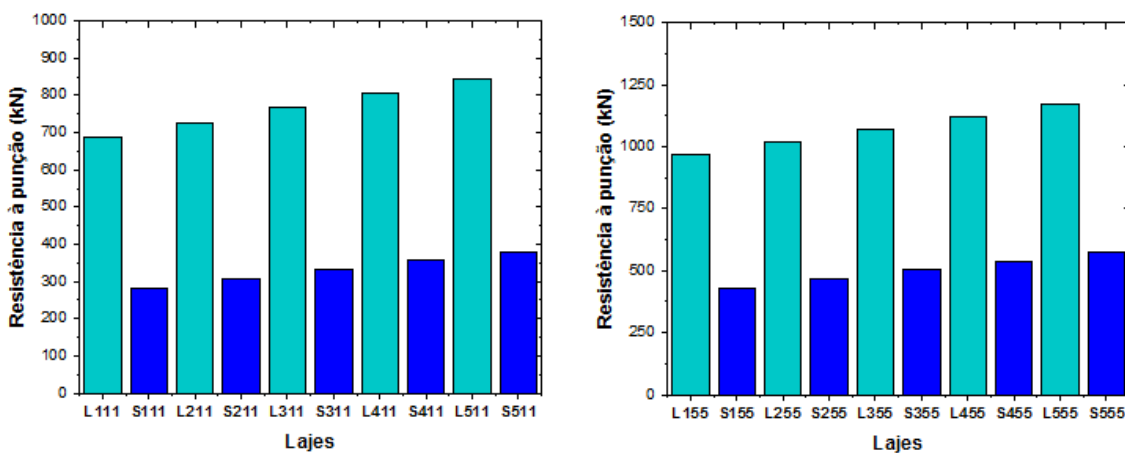


Figura 30 - Resistência à punção dos grupos de lajes Lx11, Lx13 e Lx15, com mudanças em P , onde x variou de 1 a 5

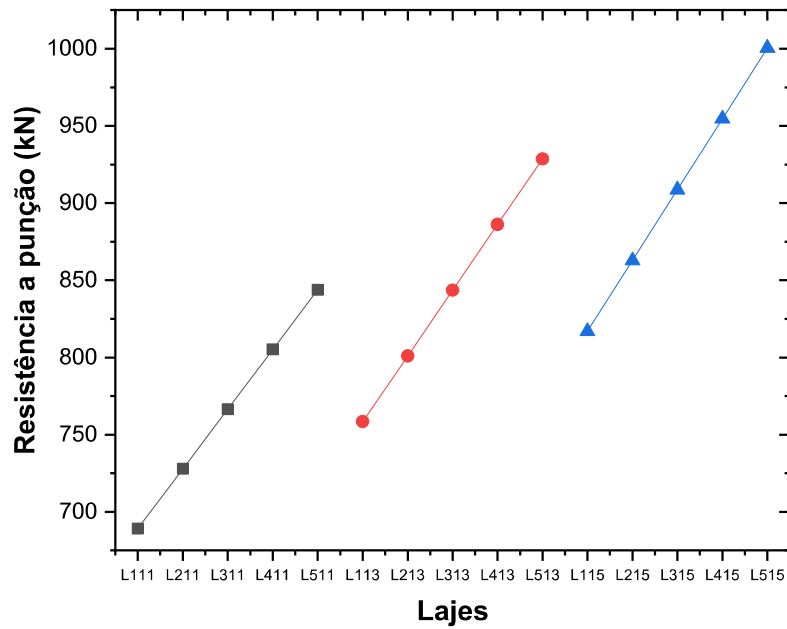


Figura 31 - Resistência à punção dos grupos de lajes Lx31, Lx33 e Lx35, com mudanças em P , onde x variou de 1 a 5

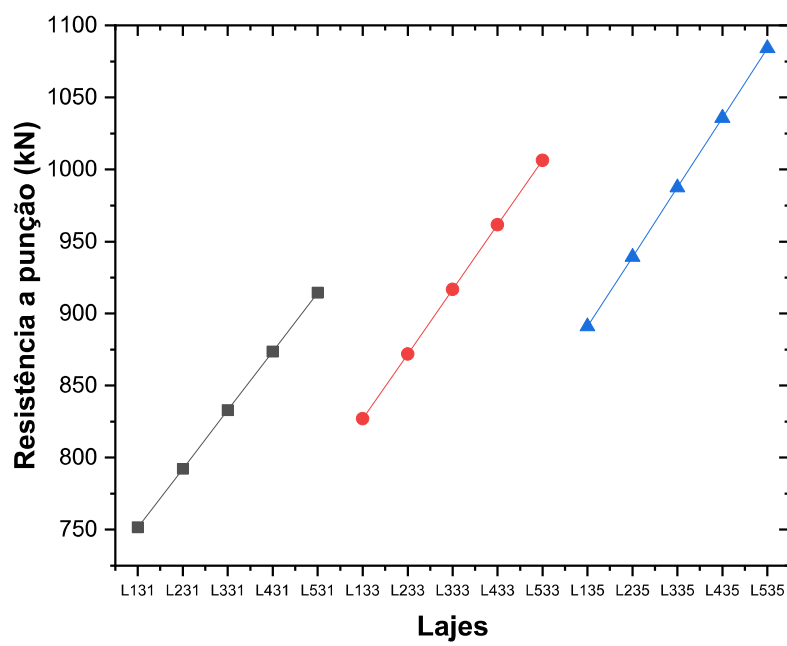


Figura 32 - Resistência à punção dos grupos de lajes Lx51, Lx53 e Lx55, com mudanças em P , onde x variou de 1 a 5

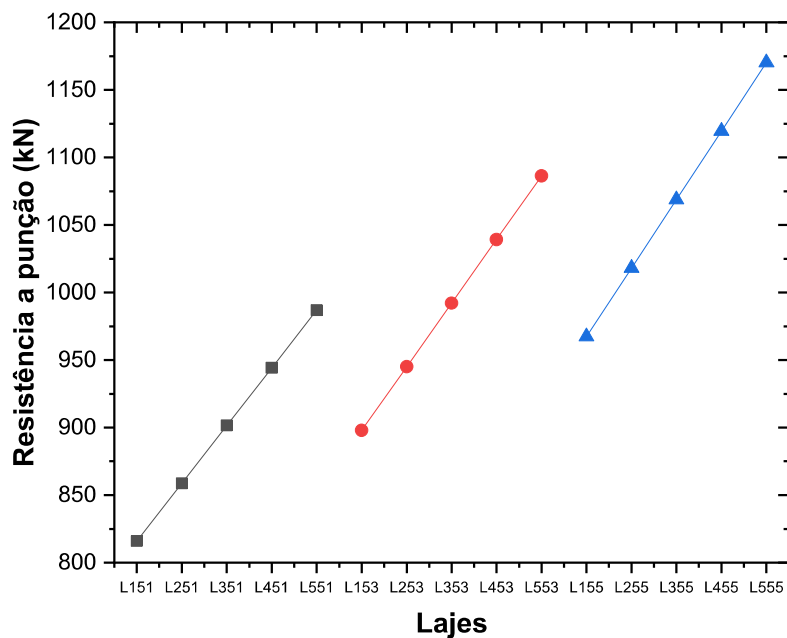


Figura 33 - Resistência à punção dos grupos de lajes Sx11, Sx13 e Sx15, com mudanças em P , onde x variou de 1 a 5

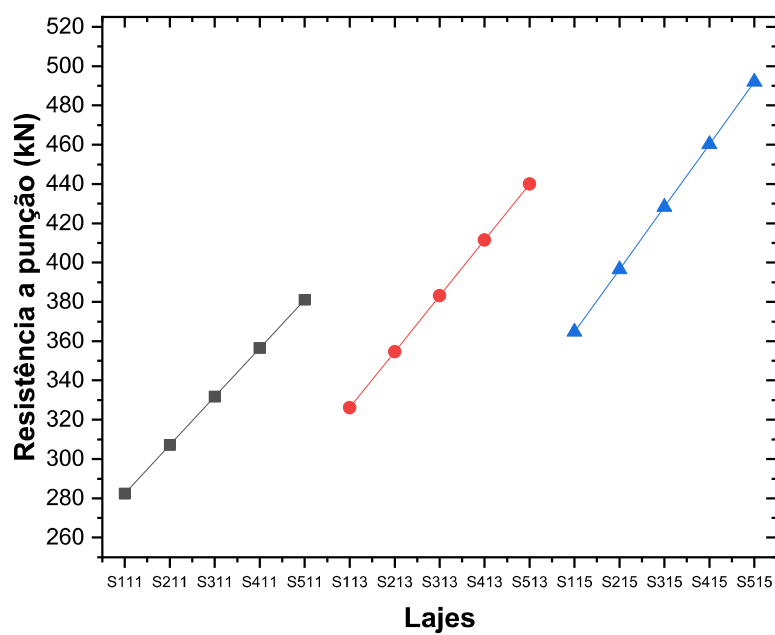


Figura 34 - Resistência à punção dos grupos de lajes Sx31, Sx33 e Sx35, com mudanças em P , onde x variou de 1 a 5

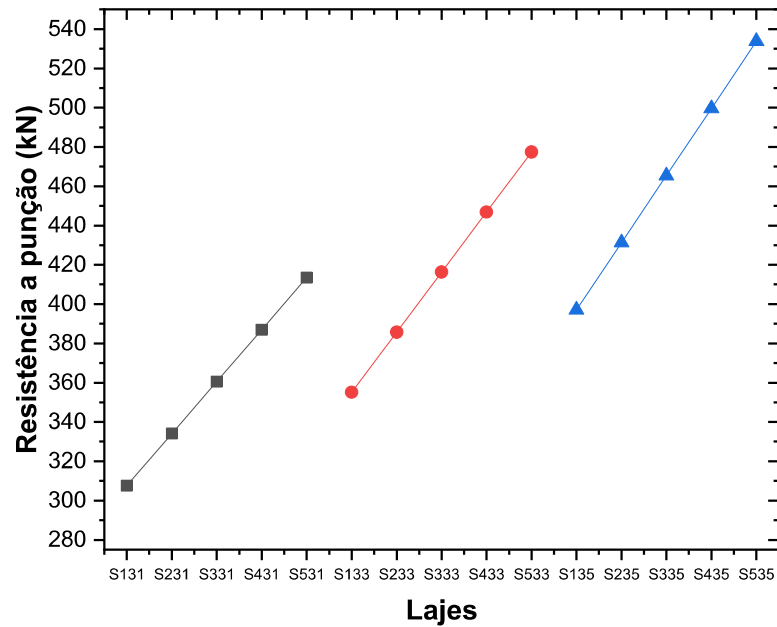
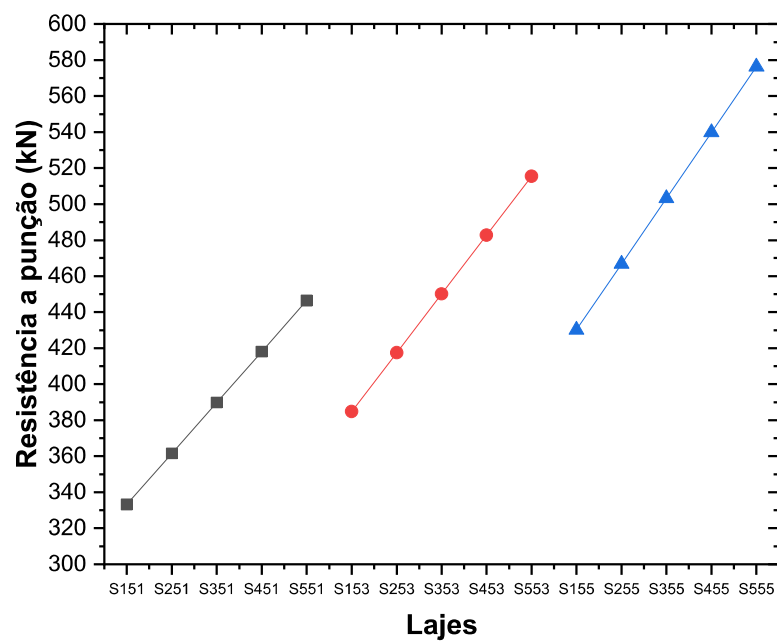


Figura 35 - Resistência à punção dos grupos de lajes Sx51, Sx53 e Sx55, com mudanças em P , onde x variou de 1 a 5



7. CONCLUSÕES

Para todas as lajes correspondentes, ou seja, com as mesmas características, quando avaliadas pela NBR 6118:2014 e ACI 318:2014. Notou-se que os valores de resistência à punção obtidos conforme a norma americana foram inferiores aos valores propostos pela norma brasileira, levando à conclusão de que a norma ACI 318:2014 é mais conservadora e mais a favor da segurança, em relação a resistência a punção, do que a NBR 6118:2014.

Foi observado que todos os parâmetros analisados influenciam diretamente no efeito da punção, em outras palavras, a resistência da laje à punção varia proporcionalmente com qualquer variação da altura útil da peça, da resistência do concreto à compressão e das dimensões do pilar ligado à estrutura.

A determinação do parâmetro que mais influencia na resistência à punção da laje, dentre os aqui analisados, foi feita a partir da mudança relativa calculada para cada grupo de laje. Desta forma, tanto para as recomendações da NBR 6118:2014 quanto para as recomendações da ACI 318:2014, foi verificado que a resistência à punção da laje variou relativamente mais com mudanças na dimensão do pilar.

REFERÊNCIAS

ACI COMMITTEE 318 (2014) **Building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-2014) and Commentary ACI 318R-14**. Detroit, American Concrete Institute.

ALBUQUERQUE, E. J. P. **Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento e Pilar de Canto Reentrante**. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD – 002 A/15, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil (2015).

ALBUQUERQUE, N. G. B.; MELO, G. S. S. A. **Structural performance assessment of reinforced concrete flat slab-edge column connections under the effects of outward eccentricity**. Ibracon Structures and Materials Journal, v. 8, p. 164-195, 2015.

BRAESTRUP, M.W.; REGAN, P.E. (1985) **Punching shear in reinforced concrete: a state of the art report**. CEB Bulletin d'information, n.168.

CARVALHO, M. L.; SILVA, C. R.; STUCCHI, F. R. **Study on reliability of punching shear of flat slabs without shear reinforcement according to NBR6118**. Ibracon Structures and Materials Journal, v. 10, p. 276-297, 2017.

CEB-FIP Model Code 2010 (2013), Final draft. CEB Bulletin d'information, n.204.

DILGER, W.H.; GHALI, A.; LANGOHR, P.H. (1976) **Special shear reinforcement for concrete flat plates**. ACI Journal, v.73, n.3.

DILGER, W.H.; ELMASRI, M.Z.; GHALI, A. (1978) **Flat plates with special shear reinforcement subjected to static dynamic moment transfer**. ACI Journal, v.75, n.10.

FERREIRA, M. P. - **Punção em Lajes de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados**. Tese de Doutorado em Estruturas e

Construção Civil, Publicação E.TD – 007 A/10 Departamento de Engenharia Civil e Ambiental de Brasília, Brasília, DF, Brasil (2010).

GOMES, R.B. (1991) **Punching resistance of reinforced concrete flat slabs with shear reinforcement**. London. PhD Thesis, The Polytechnic of Central London.

GOMES, R.B. (1994) **Resistência à punção de lajes cogumelo de concreto armado com furos e armadura de cisalhamento**. Furnas Centrais Elétricas S.A.

MELGES, J. L. P. **Análise experimental da punção em lajes de concreto armado e protendido**. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 414p. (2001).

MELGES, J. L. P. **Punção em lajes: exemplos de cálculo e análise teórico experimental**. Dissertação de Mestrado - Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 217p. (1995).

OLIVEIRA, D. C.; GOMES, R. B.; MELO, G. S. **Punching shear in reinforced concrete flat slabs with hole adjacent to the column and moment transfer**. Ibracon Structures and Materials Journal, v. 7, p. 414-467, 2014.

REGAN, P. E. (1984) **The dependence of punching resistance upon the geometry of the failure surface**. Magazine of Concrete Research, v.36, n.126.

REGAN, P. E. (1985) **Shear combs, reinforcement against punching**. The Structural Engineer, v.63B, n.4.

TAKEYA, T. (1981) **Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em bordas de lajes-cogumelo**. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

APÊNDICE A

Tabela 4 – Resistência à punção das lajes conforme NBR 6118:2014

Laje	Pilar (mm)	d (mm)	f _c (MPa)	V _{NBR} (N)
L111	200	135	30	689104,7848
L112	200	135	35	725438,9369
L113	200	135	40	758457,9554
L114	200	135	45	788828,0618
L115	200	135	50	817024,0651
L121	200	140	30	720029,7082
L122	200	140	35	757994,4263
L123	200	140	40	792495,2378
L124	200	140	45	824228,262
L125	200	140	50	853689,616
L131	200	145	30	751477,9342
L132	200	145	35	791100,8103
L133	200	145	40	827108,4893
L134	200	145	45	860227,4942
L135	200	145	50	890975,6109
L141	200	150	30	783449,6023
L142	200	150	35	824758,2358
L143	200	150	40	862297,8634
L144	200	150	45	896825,9181
L145	200	150	50	928882,215
L151	200	155	30	815944,7385
L152	200	155	35	858966,73
L153	200	155	40	898063,3885
L154	200	155	45	934023,5633
L155	200	155	50	967409,4591
L211	250	135	30	727769,4457
L212	250	135	35	766142,2538
L213	250	135	40	801013,9212
L214	250	135	45	833088,0498
L215	250	135	50	862866,0895
L221	250	140	30	759729,7486
L222	250	140	35	799787,7148
L223	250	140	40	836190,7862
L224	250	140	45	869673,4637
L225	250	140	50	900759,2186

L231	250	145	30	792206,4588
L232	250	145	35	833976,8115
L233	250	145	40	871936,031
L234	250	145	45	906850,0164
L235	250	145	50	939264,6163
L241	250	150	30	825200,0694
L242	250	150	35	868710,0631
L243	250	150	40	908250,1983
L244	250	150	45	944618,2724
L245	250	150	50	978382,8673
L251	250	155	30	858710,9309
L252	250	155	35	903987,8384
L253	250	155	40	945133,6739
L254	250	155	45	982978,6329
L255	250	155	50	1018114,387
L311	300	135	30	766434,1065
L312	300	135	35	806845,5708
L313	300	135	40	843569,887
L314	300	135	45	877348,0377
L315	300	135	50	908708,114
L321	300	140	30	799429,789
L322	300	140	35	841581,0034
L323	300	140	40	879886,3346
L324	300	140	45	915118,6654
L325	300	140	50	947828,8213
L331	300	145	30	832934,9834
L332	300	145	35	876852,8127
L333	300	145	40	916763,5727
L334	300	145	45	953472,5386
L335	300	145	50	987553,6218
L341	300	150	30	866950,5365
L342	300	150	35	912661,8903
L343	300	150	40	954202,5333
L344	300	150	45	992410,6267
L345	300	150	50	1027883,52
L351	300	155	30	901477,1233
L352	300	155	35	949008,9467
L353	300	155	40	992203,9593
L354	300	155	45	1031933,702

L353	300	155	50	1068819,315
L411	350	135	30	805098,7674
L412	350	135	35	847548,8878
L413	350	135	40	886125,8527
L414	350	135	45	921608,0257
L415	350	135	50	954550,1384
L421	350	140	30	839129,8294
L422	350	140	35	883374,292
L423	350	140	40	923581,883
L424	350	140	45	960563,8671
L425	350	140	50	994898,424
L431	350	145	30	873663,5079
L432	350	145	35	919728,8139
L433	350	145	40	961591,1144
L434	350	145	45	1000095,061
L435	350	145	50	1035842,627
L441	350	150	30	908701,0036
L442	350	150	35	956613,7176
L443	350	150	40	1000154,868
L444	350	150	45	1040202,981
L445	350	150	50	1077384,172
L451	350	155	30	944243,3158
L452	350	155	35	994030,055
L453	350	155	40	1039274,245
L454	350	155	45	1080888,772
L455	350	155	50	1119524,243
L511	400	135	30	843763,4283
L512	400	135	35	888252,2047
L513	400	135	40	928681,8185
L514	400	135	45	965868,0137
L515	400	135	50	1000392,163
L521	400	140	30	878829,8698
L522	400	140	35	925167,5805
L523	400	140	40	967277,4315
L524	400	140	45	1006009,069
L525	400	140	50	1041968,027
L531	400	145	30	914392,0325
L532	400	145	35	962604,8151
L533	400	145	40	1006418,656

L534	400	145	45	1046717,583
L535	400	145	50	1084131,633
L541	400	150	30	950451,4707
L542	400	150	35	1000565,545
L543	400	150	40	1046107,203
L544	400	150	45	1087995,335
L545	400	150	50	1126884,824
L551	400	155	30	987009,5082
L552	400	155	35	1039051,163
L553	400	155	40	1086344,53
L554	400	155	45	1129843,842
L555	400	155	50	1170229,17

Tabela 5 – Resistência à punção das lajes conforme ACI 318:2014

Laje	Pilar (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	V_{ACI} (N)
S111	200	135	30	282486,7109
S112	200	135	35	305120,5207
S113	200	135	40	326187,5571
S114	200	135	45	345974,1504
S115	200	135	50	364688,7756
S121	200	140	30	294956,6305
S122	200	140	35	318589,5732
S123	200	140	40	340586,58
S124	200	140	45	361246,6205
S125	200	140	50	380787,3726
S131	200	145	30	307569,9393
S132	200	145	35	332213,5038
S133	200	145	40	355151,1745
S134	200	145	45	376694,7057
S135	200	145	50	397071,0842
S141	200	150	30	320326,6373
S142	200	150	35	345992,3125
S143	200	150	40	369881,3405
S144	200	150	45	392318,4062
S145	200	150	50	413539,9105

S151	200	155	30	333226,7245
S152	200	155	35	359925,9992
S153	200	155	40	384777,0781
S154	200	155	45	408117,7218
S155	200	155	50	430193,8514
S211	250	135	30	307134,226
S212	250	135	35	331742,8797
S213	250	135	40	354648,0561
S214	250	135	45	376161,0681
S215	250	135	50	396508,5808
S221	250	140	30	320517,0165
S222	250	140	35	346197,9456
S223	250	140	40	370101,1715
S224	250	140	45	392551,5721
S225	250	140	50	413785,689
S231	250	145	30	334043,1962
S232	250	145	35	360807,8895
S233	250	145	40	385719,8585
S234	250	145	45	409117,6914
S235	250	145	50	431247,912
S241	250	150	30	347712,7651
S242	250	150	35	375572,7114
S243	250	150	40	401504,1171
S244	250	150	45	425859,4258
S245	250	150	50	448895,2496
S251	250	155	30	361525,7233
S252	250	155	35	390492,4114
S253	250	155	40	417453,9473
S254	250	155	45	442776,7754
S255	250	155	50	466727,7018
S311	300	135	30	331781,7411
S312	300	135	35	358365,2387
S313	300	135	40	383108,555
S314	300	135	45	406347,9858
S315	300	135	50	428328,3859
S321	300	140	30	346077,4025
S322	300	140	35	373806,3179
S323	300	140	40	399615,763
S324	300	140	45	423856,5238
S325	300	140	50	446784,0055

S331	300	145	30	360516,4532
S332	300	145	35	389402,2751
S333	300	145	40	416288,5426
S334	300	145	45	441540,6771
S335	300	145	50	465424,7397
S341	300	150	30	375098,893
S342	300	150	35	405153,1103
S343	300	150	40	433126,8937
S344	300	150	45	459400,4455
S345	300	150	50	484250,5886
S351	300	155	30	389824,7221
S352	300	155	35	421058,8236
S353	300	155	40	450130,8164
S354	300	155	45	477435,8291
S355	300	155	50	503261,5522
S411	350	135	30	356429,2562
S412	350	135	35	384987,5977
S413	350	135	40	411569,054
S414	350	135	45	436534,9035
S415	350	135	50	460148,1911
S421	350	140	30	371637,7885
S422	350	140	35	401414,6902
S423	350	140	40	429130,3545
S424	350	140	45	455161,4755
S425	350	140	50	479782,3219
S431	350	145	30	386989,7101
S432	350	145	35	417996,6607
S433	350	145	40	446857,2266
S434	350	145	45	473963,6627
S435	350	145	50	499601,5675
S441	350	150	30	402485,0209
S442	350	150	35	434733,5092
S443	350	150	40	464749,6703
S444	350	150	45	492941,4651
S445	350	150	50	519605,9277
S451	350	155	30	418123,7209
S452	350	155	35	451625,2358
S453	350	155	40	482807,6856
S454	350	155	45	512094,8827

S455	350	155	50	539795,4025
S511	400	135	30	381076,7712
S512	400	135	35	411609,9568
S513	400	135	40	440029,5529
S514	400	135	45	466721,8212
S515	400	135	50	491967,9962
S521	400	140	30	397198,1745
S522	400	140	35	429023,0625
S523	400	140	40	458644,946
S524	400	140	45	486466,4272
S525	400	140	50	512780,6384
S531	400	145	30	413462,9671
S532	400	145	35	446591,0463
S533	400	145	40	477425,9107
S534	400	145	45	506386,6484
S535	400	145	50	533778,3952
S541	400	150	30	429871,1488
S542	400	150	35	464313,9081
S543	400	150	40	496372,4469
S544	400	150	45	526482,4848
S545	400	150	50	554961,2667
S551	400	155	30	446422,7197
S552	400	155	35	482191,648
S553	400	155	40	515484,5548
S554	400	155	45	546753,9364
S555	400	155	50	576329,2529