



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA**



AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE SILENCIADORES REATIVOS E DISSIPATIVOS POR MEIO DE VARIAÇÕES PARAMÉTRICAS

WANDERSON VINICIUS DE OLIVEIRA MONTEIRO

**São Luís
2022**

WANDERSON VINICIUS DE OLIVEIRA MONTEIRO

**AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE SILENCIADORES REATIVOS E DISSIPATIVOS POR
MEIO DE VARIAÇÕES PARAMÉTRICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à coordenação curso de
Engenharia Mecânica, como requisito
para obtenção do título Bacharel em
Engenharia Mecânica.

Orientador:

Prof. Dr. Edilson Dantas Nóbrega.

**São Luís
2022**

WANDERSON VINICIUS DE OLIVEIRA MONTEIRO

**AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE SILENCIADORES REATIVOS E DISSIPATIVOS POR
MEIO DE VARIAÇÕES PARAMÉTRICAS**

Trabalho aprovado. São Luís - MA ___ de ____ 2022

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Edilson Dantas Nóbrega - UFMA/Orientador

Prof. Dr. Dalmo Inácio Galdez Costa - UFMA/Engenharia Mecânica

Prof. Dr. Wilson Souza Pereira - UFMA/Engenharia Mecânica

FICHA CATALOGRÁFICA

Monteiro, Wanderson Vinicius de Oliveira.

Avaliação do desempenho de silenciadores reativos e dissipativos por meio de variações paramétricas / Wanderson Vinicius de Oliveira Monteiro. - 2022.
63 f.

Orientador(a): Edilson Dantas Nóbrega.

Monografia (Graduação) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Maranhão, São Luís - MA, 2022.

1. Metamateriais acústicos. 2. Silenciador de câmara de expansão. 3. Silenciador de câmara microperfurada. 4. Transmission Loss. I. Nóbrega, Edilson Dantas. II. Título.

Dedico este trabalho aos meus pais, Oriswaldo e Marinalva, ao meu irmão Daywison e a minha namorada Esliany Reis, por todo apoio e incentivo.

AGRADECIMENTOS

À Deus, pela vida e saúde, que permitiu realizar todos os meus trabalhos.

Ao meu orientador , Dr. Edilson Dantas Nóbrega, por toda ajuda e dedicação neste e tantos outros trabalhos.

Aos membros da banca de defesa.

À minha família, sempre estiveram ao meu lado me apoiando ao longo de toda a minha trajetória.

Aos meus amigos do curso de graduação que conheci ao longo da jornada acadêmica.

"Os sonhos das pessoas... não têm fim!"

Eiichiro Oda - One Piece. Capítulo 225 (2002).

RESUMO

A engenharia acústica atua no sentido de promover o controle do ruído gerado por equipamentos, no tratamento de como as ondas sonoras atingem o receptor (normalmente o ouvido humano) ou diretamente na fonte do ruído. Os metamateriais são materiais artificiais que possuem propriedades não convencionais e, quando dispostos em uma certa periodicidade espacial, apresentam uma variação na impedância em cada célula unitária, causam alterações nas faixas de frequência onde ocorre a atenuação de ondas propagantes na estrutura. Essas faixas de frequência são conhecidas como bandgaps ou bandas proibidas, e ocorrem devido aos encontros de ondas com interferência destrutivas. Portanto, este trabalho tem como objetivo estudar o efeito da utilização de silenciadores de câmara de expansão e microperfurada na resposta dinâmica, estudar os bandgaps formados pela disposição periódica desses elementos na estrutura do duto variando a quantidade de células, o diâmetro e quantidade do orifício do tubo do silenciador, a profundidade da cavidade, comprimento da câmara de expansão, de forma a avaliar o efeito destes na *Transmission Loss*. Os efeitos da propagação de onda no duto foram avaliados através dos métodos: Matriz de Transferência Espectral, Método do Elemento Espectral, método dos Elementos Finitos de Onda e Método dos Elementos Finitos. Os resultados mostraram as regiões de band gaps no diagrama de dispersão, e as atenuações no gráfico de nível de pressão sonora e perda de transmissão sonora, para a análise paramétrica, foi observado o efeito de como cada parâmetro afeta a eficiência do silenciador.

Palavras-chave: Silenciador de câmara microperfurada, Silenciador de câmara de expansão, Metamateriais acústicos, *Transmission Loss*.

ABSTRACT

Acoustic engineering acts to promote noise control caused by equipment by treating sound waves when they strike the receptor (usually human ear) or directly at the noise source. Metamaterials are artificial materials in which their properties are not common and when arranged in a certain spatial periodicity, with impedance variation in each unit cell, causes changes in the frequency bands where propagate waves are attenuated. These frequency bands are called bandgaps or forbidden bands which occur due to the interference of destructive waves. Therefore, the aim of this work is to study the effect of micro perforated and expansion muffle chambers in the dynamic responses and to observe the bandgaps formed by the periodic arrangement of these elements in the duct structure, varying the number of unit cells, diameter and number of holes of the silencer duct, cavity depth, expansion chamber length in order to evaluate the Transmission Loss. The effects of wave propagation in the duct were evaluated using the Spectral Matrix Transfer, Spectral Element Method, Wave Finite Element and Finite Element Method. The results showed the band gap regions in the dispersion, and the attenuations in Sound Pressure Level and Transmission Loss, for the parametric analysis, the effect of like each parameter influence on the efficiency of mufflers.

Keywords: Micro perforated muffler chamber, Expansion chamber silencer, Acoustic metamaterials, Transmission Loss.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1.1– Esquema do silenciador de câmara de expansão.	21
Figura 2.2.1– Diagrama esquemático de um silenciador de tubo microperfurado	23
Figura 2.2.2– Estrutura do silenciador de tubo microperfurado com perda de transmissão ajustável	23
Figura 2.2.3– Célula unitária silenciador de câmara microperfurada	24
Figura 2.2.4– Modelo de elementos finito de um silenciador de câmara microperfurada composto	24
Figura 2.2.5– Medição de pressão sonora através de 4 microfones	25
Figura 3.2.1– Propagação de onda sonora no silenciador de câmara microperfurada . . .	30
Figura 3.3.1– Silenciador de câmara microperfurada.	31
Figura 4.1.1– Célula do SCE	39
Figura 4.1.2– Célula do SCMP.	39
Figura 4.2.1– Modelo SCE no Ansys.	40
Figura 4.3.1– Modelo SCE no Ansys.	41
Figura 4.3.2– Modelo SCMP no Comsol.	41
Figura 5.1.1– Diagrama de dispersão - SCE	43
Figura 5.1.2– Transmission Loss - SCE	44
Figura 5.1.3– Nível de pressão sonora - SCE	45
Figura 5.2.1– Variação da quantidade de células - SCE	46
Figura 5.2.2– Variação do comprimento da câmara de expansão - SCE	47
Figura 5.2.3– Variação da razão de diâmetro entre câmara de expansão e duto - SCE . .	48
Figura 5.3.1– Diagrama de dispersão - SCMP	49
Figura 5.3.2– Transmission Loss - SCMP	50
Figura 5.3.3– Nível de Pressão Sonora - SCMP	51
Figura 5.4.1– Influência da quantidade de microperfurações	52
Figura 5.4.2– Influência da razão de diâmetro - SCMP	53
Figura 5.4.3– Influencia do diâmetro da microperfuração	54
Figura 5.4.4– Influência da quantidade de células - SCMP	54

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1.1– Geometria e Propriedades dos silenciadores	38
--	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SCE	Silenciador de Câmara de Expansão
SCMP	Silenciador de Câmara Microperfurada
MEF	Método dos Elementos Finitos
SEM	Método dos Elementos Espectrais
WFE	Elementos Finitos de Onda
FRF	Função Resposta em Frequência
TL	Transmission Loss
SPL	Sound Pressure Level
MAC	Critério de Confiança Modal
SE	Elemento Espectral
STM	Matriz de Transferência Espectral
dB	Decibel

LISTA DE SÍMBOLOS

j	Número complexo
L_o	Comprimento do duto de entrada/saída - SCE
L_e	Comprimento da câmara de expansão - SCE
D_0	Diâmetro do duto - SCE - SCMP
D_e	Diâmetro da câmara de expansão - SCE
L_0	Diâmetro da célula - SCMP
L	Comprimento da câmara de expansão - SCMP
p_h	Taxa de microperfuração - SCMP
d_h	Diâmetro da microperfuração -SCMP
t_h	Espessura da parede - SCMP
a	Comprimento do duto de entrada/saída - SCMP
D	Diâmetro da câmara de expansão - SCMP
Y	Impedância característica do duto
v	Velocidade de Massa
p	Pressão acústica no duto
ω	Frequência angular
n	superfície externa normal
\mathbf{M}_a	Matriz de massa acústica
\mathbf{K}_a	Matriz de rigidez acústica
f	Vetor de excitação acústico
\mathbf{D}	Matriz de rigidez dinâmica acústica
$\mathbf{D}_{l,l}$	Matriz de rigidez dinâmica do lado esquerdo
$\mathbf{D}_{r,r}$	Matriz de rigidez dinâmica do lado direito
$\mathbf{D}_{l,r}$	Matriz de rigidez dinâmica relacionada ao lado esquerdo e direito

\mathbf{D}_{rl}	Matriz de rigidez dinâmica relacionada ao lado esquerdo e direito
\mathbf{T}_{WFE}	Matriz de transferência da célula obtida pelo WFE
μ	Autovalor
q_l	Vetor de estado esquerdo
q_r	Vetor de estado direito
Φ	Autovetor
Φ_j	Autovetor ondas incidentes
Φ_j^*	Autovetor ondas refletidas
\mathbf{T}_d	Matriz de transferência do duto
\mathbf{T}_G	Matriz de transferência da região microperfurada
I_n	Amplitude de onda incidente
R_n	Amplitude de onda refletida
k	Número de onda
v_1	Velocidade de entrada
v_n	Velocidade de saída
q_i	Número de onda de Bloch da matriz de transferência da célula

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	Objetivos	20
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	21
2.1	Análises em silenciadores de câmara de expansão	21
2.2	Análises em silenciadores de câmara microperfurada	22
3	FORMULAÇÃO DOS MÉTODOS APLICADOS NOS SILENCIADORES	26
3.1	Silenciador de Câmara de Expansão	26
3.1.1	Métodos dos Elementos Espectrais	26
3.1.2	Método da Matriz de Transferência Espectral	28
3.2	Silenciador de Câmara Microperfurada	29
3.2.1	Método da Matriz de Transferência Espectral	29
3.3	Perda de Transmissão Sonora em estruturas periódicas	31
3.4	Resposta forçada em estruturas periódicas	33
3.5	Formulação do Elemento Finito de Onda	33
3.6	Organização dos Modos	36
3.7	Resposta Forçada	37
4	METODOLOGIA	38
4.1	Descrição dos Modelos	38
4.2	Matriz de Massa e Rigidez do SCE	39
4.3	TL e FRF dos silenciadores utilizando o método FEM	40
5	RESULTADOS SIMULADOS	43
5.1	Respostas Dinâmica - SCE	43
5.1.1	Diagrama de Dispersão	43
5.1.2	Perda de Transmissão Sonora	44
5.1.3	Nível de Pressão Sonora	45
5.2	Avaliação Paramétrica do SCE	45

5.2.1	Variação da quantidade de células - SCE	45
5.2.2	Variação do comprimento da câmara de expansão - SCE	46
5.2.3	Variação da razão entre câmara de expansão e duto - SCE	47
5.3	Respostas Dinâmica - SCMP	48
5.3.1	Diagrama de Dispersão	48
5.3.2	Perda de Transmissão Sonora	49
5.3.3	Nível de Pressão Sonora	50
5.4	Avaliação Paramétrica do SCMP	51
5.4.1	Influência da quantidade de microperfurações	51
5.4.2	Influência da razão de diâmetro	52
5.4.3	Influência do diâmetro da microperfuração	53
5.4.4	Influência da quantidade de células	54
6	CONCLUSÕES	55
6.1	Artigos aceitos para publicação em congressos	55
6.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	56
	REFERÊNCIAS	57
	APÊNDICE A – ROTINA ANSYS - TL	60

1 INTRODUÇÃO

Desde do início da civilização, o homem exerceu esforços para o desenvolvimento de teorias e mecanismos de controle de vibrações e ruídos. Nesse sentido, diversas aplicações ainda tem sido desenvolvidas e estudadas, com objetivo de analisar faixas de frequência causadoras de ruído e, atenuar as mesmas, gerando conforto e segurança à sociedade. O campo da acústica tem uma vasta amplitude e pode ser observado nas mais diversas áreas, como por exemplo, desde a avaliação do comportamento acústico de salas de aula (BARRON, 2001), até no estudo da caracterização acústica da topografia de habitats no fundo do mar na costa oeste da Índia (CHAKRABORTY et al., 2007).

A engenharia acústica utiliza os silenciadores para o controle de ruído do ambiente, como no sistema de exaustão de veículos, sistema de ventilação e fontes de ruído devido ao fluxo de gás. Os silenciadores laterais de um duto são utilizados para redução do nível de ruído em determinadas faixas de frequências de um sistema mecânico, onde são acoplados na tubulação principal no qual o som é transmitido. As configurações de silenciadores mais comuns são o silenciador de Helmholtz, o silenciador de câmara microperfurada (SCMP) e o silenciador de câmara de expansão (SCE) (BARRON, 2001).

Silenciadores podem ser do tipo ativos ou passivos. Em silenciadores do tipo ativos o ruído é atenuado por técnicas da forma *feedback*, já nos silenciadores passivos, o ruído é reduzido através da reflexão e absorção da energia acústica interna, são também denominados de *mufflers*. Os silenciadores passivos são divididos em duas categorias: dissipativos ou reativos. Nos dissipativos a atenuação da energia acústica acontece dentro de forros ou outros elementos dentro do silenciador, enquanto nos reativos a atenuação ocorre a partir da reflexão da onda de volta para fonte incidente, onde perde parte da energia acústica, e a reflexão das ondas acontece devido a mudança de geometria da estrutura (BARRON, 2001).

Os silenciadores de câmara de expansão (SCE) são do tipo passivo reativo, possuem uma variação da área de sua seção transversal, e devido a essa mudança de seção ocorre uma variação na diferença de impedância no silenciador, causando a reflexão das ondas sonoras de volta para entrada incidente. Sua configuração de silenciador mais simples é utilizada como referência nos estudos de formas mais complexas de silenciadores (MUNJAL, 1987).

Painéis microperfurados foram proposto inicialmente por Dah-You (1975), no qual possui orifícios de tamanho submilimétrico, e posteriormente expandidos para silenciadores de câmara microperfurada por Wua (1997). Os painéis microperfurados consistem em um duto, no qual uma parte possui cavidade laterais, cobertas por uma placa extremamente rígida para ga-

rantir uma forte reflexão da onda acústica no duto, aumentando a perda de transmissão sonora (TL).

Silenciadores de câmara microperfurada (SCMP) são formados por um duto central, no qual possui microfuros, envolto pela câmara de expansão e outros dois dutos conectados a câmara de expansão. Os principais métodos aplicados nos estudos do SCMP são o Método da Matriz Espectral (STM), Método dos Elementos Espectrais, Método dos Elementos Finitos (FEM) e Métodos de Elementos de Contorno (BEM).

Os silenciadores de câmara microperfurada possuem potencial para substituir os materiais de absorção sonora mais tradicionais, pois evitam problemas de contaminação bacteriana e descarga de pequenas partículas. A perda da energia sonora ocorre da dissipação viscosa do ar, oscilando em suas perfurações, e devido a sua performance de absorção sonora pode ser selecionado para edifícios e residências (XU et al., 2020).

Em uma célula unitária, as variações paramétricas na estrutura do silenciador, alteram a largura da região de atenuação do som, podendo melhorar assim o desempenho da atenuação Shi e Mak (2017) . A distribuição periódica dos silenciadores geram bandas de frequências, conhecidos como "bandgaps", onde ocorre a atenuação das ondas sonora nessas bandas de frequências devido a periodicidade e aos microfuros.

Para analisar a eficiência de um silenciador, alguns parâmetros são utilizados, como a TL (*Transmission Loss*) e a SPL (*Sound Pressure Level*), que relaciona a pressão local e uma pressão de referência. A perda de transmissão sonora é definida como a perda de potência sonora na entrada e saída do silenciador. A TL não depende da fonte de emissão da onda de propagação sonora e presume-se que o sistema acústico tenha uma terminação anecoica na extremidade da saída da onda sonora (MUNJAL, 2014).

A perda de transmissão sonora é o principal parâmetro utilizado para medir a eficiência de um silenciador, pois não depende de seu material, apenas de sua geometria. Para sua medição, é definida no silenciador uma terminação anecoica, que é caracterizada por um coeficiente de reflexão igual a zero, onde existe apenas ondas progressiva em movimento para a frente, sem a ocorrência de ondas refletidas (MUNJAL, 2014).

A abordagem do Elemento Finitos de Onda (WFE), um método híbrido que utiliza as matrizes de massa e rigidez da estrutura , que podem ser obtidas a partir de um modelo de elementos finitos (FEM), no qual ocorre um pós - processamento dos dados, aplicando condições de periodicidade para a propagação da onda através da estrutura, pode-se obter o diagrama de dispersão e a resposta forçada do sistema (MACE; MANCONI, 2008).

O Método dos Elementos Finitos (FEM) utiliza procedimentos numéricos para determinar as soluções aproximadas, a partir das condições de contorno e equações diferenciais do problema. Pode ser utilizado a partir de *softwares* comerciais, e para obter a TL e SPL do modelo de silenciador projetado. Os métodos analíticos (STM e SEM) são formulados a partir da equação diferencial unidimensional da propagação da onda sonora.

1.1 OBJETIVOS

Este trabalho possui como objetivo geral modelar uma estrutura de metamaterial acústico do tipo silenciador de câmara de expansão e silenciador de câmara microperfurada, realizar a variação dos parâmetros estruturais, obter bandgaps, perda de transmissão sonora e respostas forçadas a partir de métodos analíticos (STM e SEM), método numérico (FEM) e método híbrido - método de elementos finitos de onda (WFE) .

Os objetivos específicos são:

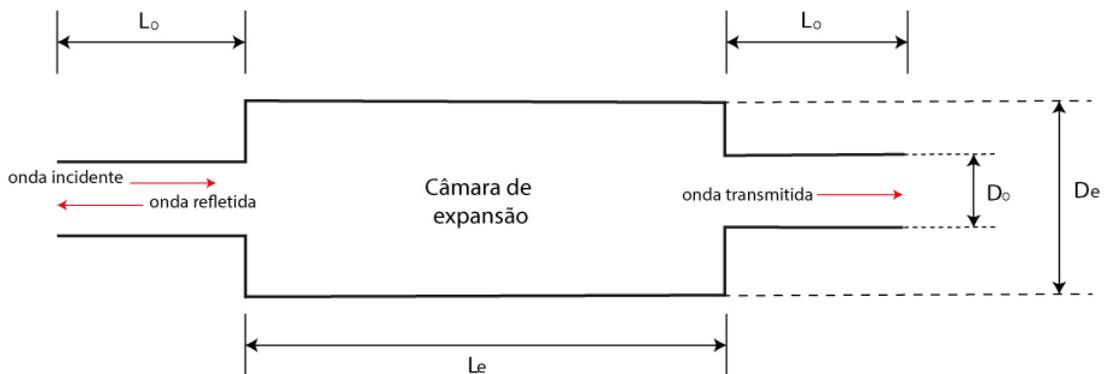
- Desenvolver as equações do método SEM, STM e WFE para os SCE e SCMP para implementar no software Matlab.
- Comparar os resultados obtidos entre os métodos: FEM, WFE, STM e SEM, para os bandgaps, SPL e TL, de acordo com cada modelo de silenciador;
- Determinar os melhores parâmetros para a eficiência do silenciador a partir da TL.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 ANÁLISES EM SILENCIADORES DE CÂMARA DE EXPANSÃO

Os silenciadores de câmara de expansão são constituídos por dutos de diâmetros diferentes, a propagação da onda sonora acontece pelo duto de diâmetro D_o , de comprimento L_o . O duto de diâmetro D_e e comprimento L_e é denominado câmara de expansão, que atua como um ressonador, resultando em ondas refletidas (BARRON, 2001). A interferência destrutiva destas ondas refletidas sobre as incidentes causam uma atenuação do ruído na estrutura, a Figura 2.1.1 mostra os detalhes deste tipo de silenciador, e em seguida, os trabalhos na literatura sobre os SCE, através dos métodos numéricos, analíticos e experimentais.

Figura 2.1.1 – Esquema do silenciador de câmara de expansão.



Middelberg et al. (2004) optou pelo estudo dos SCE convencional, de tubos estendidos e defletores através de técnicas de CFD (*Computational Fluid Dynamics*), comparando-os com os resultados obtidos de maneira experimental. Os resultados obtidos para TL mostraram concordância entre o numérico e experimental, principalmente entre as frequências mais baixas. Para as frequências mais altas ocorre uma distorção entre os resultados, que também é verificado em outras técnicas numéricas, porém a tendência é que esses valores permaneçam próximos.

Wu et al. (2007) observando a necessidade do estudo para propagação de onda nas três dimensões, e nos efeitos dos modos de alta ordem para o desempenho do silenciador, propôs modelos teóricos para prever a TL em SCE com simples e duplas entradas de seção retangular. Este tipo de silenciador é utilizado no sistema de exaustão de equipamentos aerodinâmicos, e ele observou que em altas frequências, os modos de alta ordem impactam na TL causando uma grande discordância entre os valores obtidos numericamente e pela teoria de

ondas planas. Já no modelo proposto os valores da TL entre o FEM e analítico obtiveram boas concordâncias, inclusive para elevadas frequências.

Fu et al. (2021) estudou os efeitos da variação de parâmetros estruturais em SCE com inserção microperfurada, de um motor a diesel, para que possa ser o mais eficiente possível. Analisando a perda de transmissão sonora, foi observado que a TL é mais afetada pela relação de comprimento/diâmetro.

Rafique et al. (2022) estudou o desempenho acústico de um SCE combinado com um painel microperfurado não-homogêneo no seu interior, analisando em diferentes formatos do duto e painel. Foi observado um aumento entre 25- 30 decibel (dB) com a inserção do painel microperfurado, com comparação ao SCE convencional, para TL's de baixa frequência.

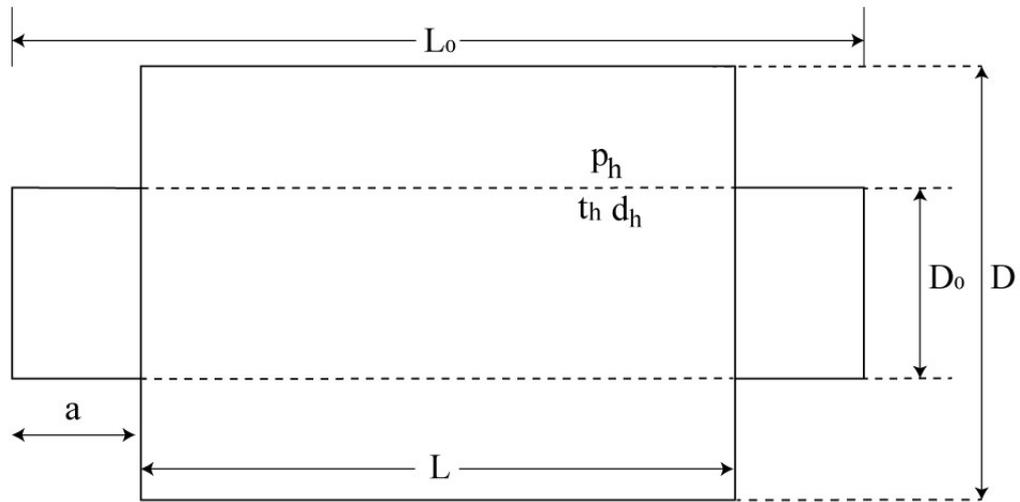
Almeida et al. (2022) explorou os conceitos de bandgaps em estruturas periódicas, junto com conceitos de cristais fonônicos, para melhorar a perda de transmissão sonora de um silenciador utilizado em um compressor de refrigeração. Na comparação entre TL's dos métodos SEM e FEM foi observada uma conformidade para baixas frequências e uma leve divergência para altas frequências. Na parte experimental, foi mostrado que a inserção de um tubo de cristal fonônico no projeto atual do silenciador melhorou consideravelmente a atenuação de ruído do silenciador.

Chivate et al. (2022) realizou um trabalho importante de *review* dos tipos de silenciadores reativos utilizados, mostrando que esta linha de pesquisa é realizada por tentativa e erro, além da extensão de resultados anteriores. O trabalho apresenta diversos SCE com variadas seções transversais e seus estudos, além de outros tipos de silenciadores passivos reativos.

2.2 ANÁLISES EM SILENCIADORES DE CÂMARA MICROPERFURADA

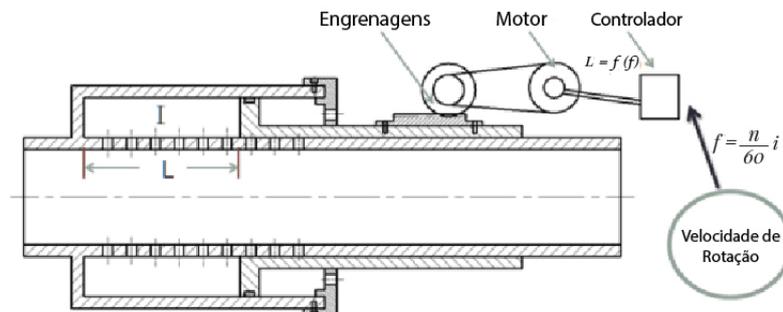
A estrutura de um silenciador de câmara microperfurada é composta por D_0 , diâmetro do tubo interno, D diâmetro da câmara de expansão, L_0 comprimento total do silenciador, L comprimento do tubo microperfurado, a comprimento do duto de entrada e saída, d_h diâmetro da microperfuração, t_h espessura da parede e p_h taxa de perfuração do tubo microperfurado, conforme mostrado na Figura 2.2.1.

Figura 2.2.1 – Diagrama esquemático de um silenciador de tubo microperfurado



Xiang et al. (2017) avaliou a mudança paramétrica do comprimento do tubo microperfurado L para máquinas rotativas (Figura 2.2.2), pelo método FEM com validação experimental, afim de avaliar a relação de perda de transmissão. Foi observado diferentes perdas de transmissão em relação a cada comprimento do tubo microperfurado. O estudo possibilita projetar SCMP mais eficientes para máquinas rotativas com velocidade variável.

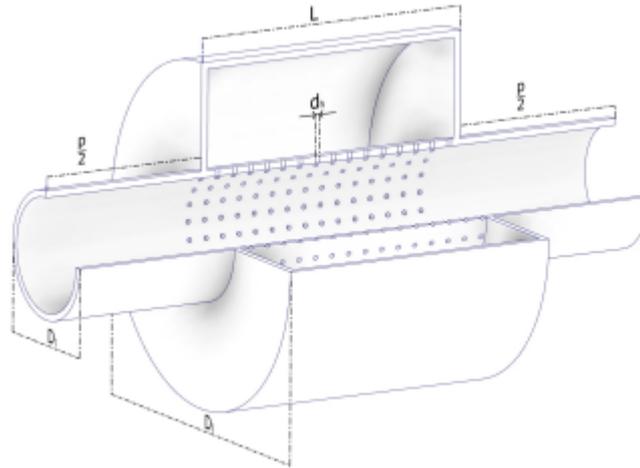
Figura 2.2.2 – Estrutura do silenciador de tubo microperfurado com perda de transmissão ajustável



Fonte: Adaptado de Xiang et al. (2017)

Goto e Santos (2019) ponderaram o desempenho acústico do silenciador de câmara microperfurada através do método da matriz de transferência espectral (STM), que pode ser associado ao teorema de Floquet- Bloch para analisar a propagação de ondas em sistemas periódicos. Com o STM foi obtido o diagrama de dispersão da célula unitária (Figura 2.2.3), e através da amplitude das ondas incidentes e refletidas na estrutura periódica, foi obtida a TL, com o autovalor e autovetor, a resposta forçada é obtida em uma estrutura com 3 células.

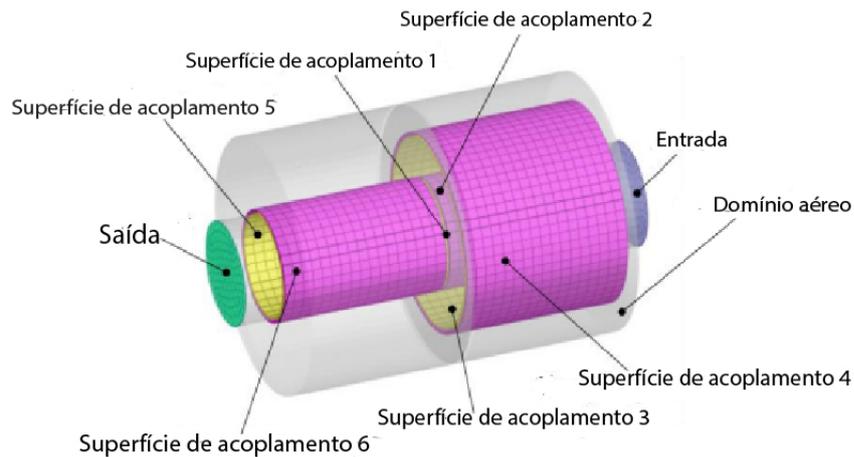
Figura 2.2.3 – Célula unitária silenciador de câmara microperfurada



Fonte: Goto e Santos (2019)

Chen e Lu (2020) aplicou o silenciador de câmara microperfurada composto na admissão de um motor automobilístico operando em condições de trabalho acelerada, utilizando um modelo elaborado no FEM (Figura 2.2.4) e experimentalmente. Um algoritmo genético multi populacional é utilizado para fazer a combinação ideal dos parâmetros estruturais. Os resultados mostraram atenuação da banda e uma redução do nível de pressão sonora em 8 dB.

Figura 2.2.4 – Modelo de elementos finito de um silenciador de câmara microperfurada composto

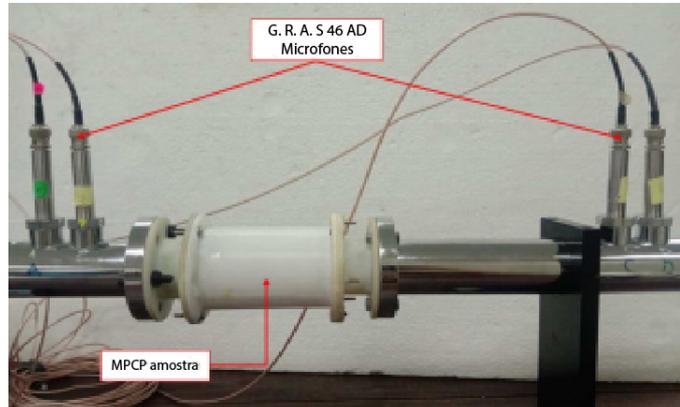


Fonte: Adaptado de Chen e Lu (2020)

ALISAH et al. (2021) analisou um silenciador de câmara microperfurada de forma numérica e experimental através de manufatura aditiva, com uma impressora 3D (Figura 2.2.5). Foi observado que a maneira mais eficiente de aumentar a amplitude da perda de transmissão

é reduzindo o diâmetro do microfuro, outra forma seria aumentar a profundidade da cavidade de ar.

Figura 2.2.5 – Medição de pressão sonora através de 4 microfones



Fonte: Adaptado de ALISAH et al. (2021)

3 FORMULAÇÃO DOS MÉTODOS APLICADOS NOS SILENCIADORES

3.1 SILENCIADOR DE CÂMARA DE EXPANSÃO

3.1.1 Métodos dos Elementos Espectrais

A formulação do SEM para SCE é similar a formulação do SEM para barra elementar, que é bastante explorado por autores como o Doyle (1997). Assumindo que as ondas que se propagam dentro do duto são planas, o elemento espectral para guias de ondas acústicas parte da equação da onda uni-dimensional não dissipativa (KINSLER et al., 1999).

$$\frac{\partial^2 \mathbf{p}}{\partial \mathbf{x}^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \mathbf{p}}{\partial t^2} \quad (3.1.1)$$

Sendo que p representa a pressão acústica, c_0 a velocidade do som no meio, t o tempo e x a coordenada do espaço. A Equação (3.1.1) pode ser transformada em função da frequência angular, da forma (KINSLER et al., 1999):

$$\frac{d^2 \mathbf{p}}{d\mathbf{x}^2} + k^2 \mathbf{p}(x) = 0 \quad (3.1.2)$$

Em que $k = \omega/c_0$, corresponde ao número de onda, e ω a frequência angular. A solução da Equação (3.1.2) é do tipo:

$$\mathbf{p}(x) = Ae^{-jkx} + Be^{jkx} \quad (3.1.3)$$

Em que A e B são constantes que dependem das condições de contorno. Derivando a Equação (3.1.3) em função do espaço, temos

$$\frac{d\mathbf{p}}{d\mathbf{x}} = -jkAe^{-jkx} + jkB e^{jkx} \quad (3.1.4)$$

Reorganizando a Equação 3.1.4 da forma:

$$\frac{d\mathbf{p}}{d\mathbf{x}} = -jk(Ae^{-jkx} - Be^{jkx}) \quad (3.1.5)$$

Multiplicando e dividindo a Equação (3.1.5) por Y , onde $Y = c_0/S$, é a impedância característica do duto, e S a área do duto, encontramos:

$$\frac{d\mathbf{p}}{d\mathbf{x}} = -jkY \left(\frac{Ae^{-jkx} - Be^{jkx}}{Y} \right) \quad (3.1.6)$$

Como a velocidade de massa acústica é definida da forma (MUNJAL, 2014):

$$\mathbf{v} = \frac{Ae^{-jkx} - Be^{jkx}}{Y} \quad (3.1.7)$$

Então, a relação entre velocidade de massa e pressão acústica é da forma:

$$\frac{d\mathbf{p}}{d\mathbf{x}} = -jkY\mathbf{v} \quad (3.1.8)$$

Considerando um duto de comprimento L , podemos encontrar as constantes A e B utilizando a Equação (3.1.3), usando $x = 0$ e $x = L$, temos:

$$\begin{aligned} p(0) &= p_0 = A + B \\ p(L) &= p_L = Ae^{(-jkL)} + Be^{(jkL)} \end{aligned} \quad (3.1.9)$$

Resolvendo o sistema da Equação (3.1.9) e aplicando a identidade de Euler para que as exponenciais sejam transformadas em funções trigonométricas, encontramos os valores das constantes em função das condições de contorno:

$$A = \frac{p_0 \text{sen}(kL) + jp_L - jp_0 \cos(kL)}{2\text{sen}(kL)} \quad B = \frac{p_0 \text{sen}(kL) - jp_L + jp_0 \cos(kL)}{2\text{sen}(kL)} \quad (3.1.10)$$

Substituindo a Equação (3.1.10) na Equação (3.1.3), temos:

$$\mathbf{p}(x) = \frac{e^{(-jkx)}[p_0 \text{sen}(kL) + jp_L - jp_0 \cos(kL)] + e^{(jkx)}[p_0 \text{sen}(kL) - jp_L + jp_0 \cos(kL)]}{2\text{sen}(kL)} \quad (3.1.11)$$

Reorganizando e simplificando a Equação (3.1.11) e aplicando novamente a identidade de Euler, e relações trigonométricas, encontramos as funções de forma em função das pressões da entrada e saída:

$$\mathbf{p}(x) = \mathbf{g}_1(x)p_0 + \mathbf{g}_2(x)p_L \quad (3.1.12)$$

Onde $\mathbf{g}_1(x)$ e $\mathbf{g}_2(x)$ conhecidas como função de forma,

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_1(x) &= \text{csc}(kL)\text{sen}(k(L-x)) \\ \mathbf{g}_2(x) &= \text{csc}(kL)\text{sen}(kx) \end{aligned} \quad (3.1.13)$$

Substituindo a Equação (3.1.13) na Equação (3.1.12), e posteriormente na Equação (3.1.8), e utilizando $x = 0$ e $x = L$, a velocidade de massa e a pressão acústica, da entrada e saída do sistema, se relacionam da forma:

$$\begin{Bmatrix} v_0 \\ v_L \end{Bmatrix} = \frac{1}{jkY} \begin{bmatrix} k\cot(kL) & -k\text{csc}(kL) \\ -k\text{csc}(kL) & k\cot(kL) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_0 \\ p_L \end{Bmatrix} \quad (3.1.14)$$

A Equação (3.1.14) pode ser simplificada da forma:

$$\begin{Bmatrix} v_0 \\ v_L \end{Bmatrix} = \frac{1}{jY} \begin{bmatrix} \cot(kL) & -\text{csc}(kL) \\ -\text{csc}(kL) & \cot(kL) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_0 \\ p_L \end{Bmatrix} \quad (3.1.15)$$

A Equação (3.1.15) pode ser reescrita como:

$$\begin{Bmatrix} v_0 \\ v_L \end{Bmatrix} = \mathbf{D} \begin{Bmatrix} p_0 \\ p_L \end{Bmatrix} \quad (3.1.16)$$

Onde \mathbf{D} é a matriz dos elementos espectrais, também chamada de matriz de impedância dinâmica (ALMEIDA et al., 2022).

3.1.2 Método da Matriz de Transferência Espectral

O Elemento Espectral (SE) é um método exato, baseado nas soluções exatas das equações diferenciais do elemento. A combinação do SE com a Matriz de Transferência (TM), método utilizado em estruturas periódicas, resulta na Matriz de Transferência Espectral (STM). Este fornece uma solução exata das equações governantes no domínio da frequência (LEE, 2000), da forma:

$$\frac{d\mathbf{y}}{dx} = \mathbf{A}(\omega)\mathbf{y} \quad (3.1.17)$$

Onde $\mathbf{A}(\omega)$ é a matriz do sistema em função da frequência e \mathbf{y} representa o vetor do espaço de estados na acústica, \mathbf{y} é formado pela pressão acústica p , e pela velocidade de massa v .

$$\mathbf{y}(x) = \begin{Bmatrix} \mathbf{p}(x) \\ \mathbf{v}(x) \end{Bmatrix} \quad (3.1.18)$$

A solução geral da Equação (3.1.18) é dada por:

$$\mathbf{y}(x) = e^{\mathbf{A}x}\mathbf{y}(0) \quad (3.1.19)$$

Para um silenciador de comprimento L , temos que $x = 0$ é a entrada do sistema e $x = L$ a saída. Para uma estrutura 1-D, temos:

$$\mathbf{y}(L) = e^{\mathbf{A}L}\mathbf{y}(0) = \mathbf{T}\mathbf{y}(0) \quad (3.1.20)$$

No qual $\mathbf{T} = e^{\mathbf{A}L}$ é a matriz de transferência, sendo representada pelas partições:

$$\mathbf{T} = e^{\mathbf{A}L} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \quad (3.1.21)$$

onde T_{11} , T_{12} , T_{21} e T_{22} são as submatrizes de \mathbf{T} obtidas analiticamente (LEE, 2009).

Partindo de um modelo acústico 1-D, a equação da onda não dissipativa pode ser escrita da forma (KINSLER et al., 1999) :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{p}}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{p}}{\partial t^2} \quad (3.1.22)$$

Como já foi demonstrado anteriormente, a solução desta equação é a pressão em função do espaço, no qual também é relacionada com a velocidade de massa:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}(x) &= Ae^{-jkx} + Be^{+jkx} \\ \mathbf{v}(x) &= \frac{1}{Y}(Ae^{-jkx} - Be^{+jkx}) \end{aligned} \quad (3.1.23)$$

Relacionando a pressão acústica e a velocidade de massa com dois elementos consecutivos, temos:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_r &= A_r + B_r \\ \mathbf{v}_r &= \frac{(A_r - B_r)}{Y_r} \end{aligned} \quad (3.1.24)$$

Para o elemento l_{r-1} , encontramos:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{r-1} &= A_r e^{-jkl_r} + B_r e^{-jkl_r} = \\ \mathbf{v}_{r-1} &= \frac{(A_r e^{-jkl_r} - B_r e^{-jkl_r})}{Y_r} \end{aligned} \quad (3.1.25)$$

Aplicando a identidade de Euler, $e^{ix} = \cos(x) + j\text{sen}(x)$, na Equação (3.1.25) e relacionando com a Equação (3.1.24), encontramos uma matriz da forma:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_{r-1} \\ \mathbf{v}_{r-1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(kl_r) & jY_r \text{sen}(kl_r) \\ (j/Y_r) \text{sen}(kl_r) & \cos(kl_r) \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_r \\ \mathbf{v}_r \end{Bmatrix} \quad (3.1.26)$$

A matriz pode ser invertida para obter a matriz de transferência do sistema:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_n \\ \mathbf{v}_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(kl_r) & jY \sin(kl_r) \\ \frac{j \sin(kl_r)}{Y} & \cos(kl_r) \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_{n-1} \\ \mathbf{v}_{n-1} \end{Bmatrix} \quad (3.1.27)$$

Considerando a entrada do duto em $x = 0$ e a saída em $x = L$, podemos reescrever a equação (3.1.27) da forma:

$$\begin{Bmatrix} p_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(kL) & jY \sin(kL) \\ \frac{j \sin(kL)}{Y} & \cos(kL) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_L \\ v_L \end{Bmatrix} \quad (3.1.28)$$

Podemos reescrever a Equação (3.1.28) da maneira:

$$\mathbf{q}_0 = \mathbf{T}_d \mathbf{q}_L \quad (3.1.29)$$

Onde $\mathbf{q}_0 = \{p_0 \ v_0\}^T$, $\mathbf{q}_L = \{p_L \ v_L\}^T$, e \mathbf{T}_d a matriz de transferência espectral do duto.

O SCE pode ser dividido no duto antes da câmara de expansão, câmara de expansão, e no duto após a câmara de expansão. Para cada duto é utilizada uma matriz de transferência, e utilizando a continuidade da estrutura, podemos relacionar \mathbf{q}_0 e \mathbf{q}_L de cada célula da forma:

$$\mathbf{q}_0 = \mathbf{T}_{d1} \mathbf{T}_{d2} \mathbf{T}_{d1} \mathbf{q}_L \quad (3.1.30)$$

Onde \mathbf{T}_{d1} e \mathbf{T}_{d2} são as matrizes de transferência do duto e da câmara de expansão, respectivamente.

3.2 SILENCIADOR DE CÂMARA MICROPERFURADA

3.2.1 Método da Matriz de Transferência Espectral

A Equação (3.1.22) pode ser escrita da forma:

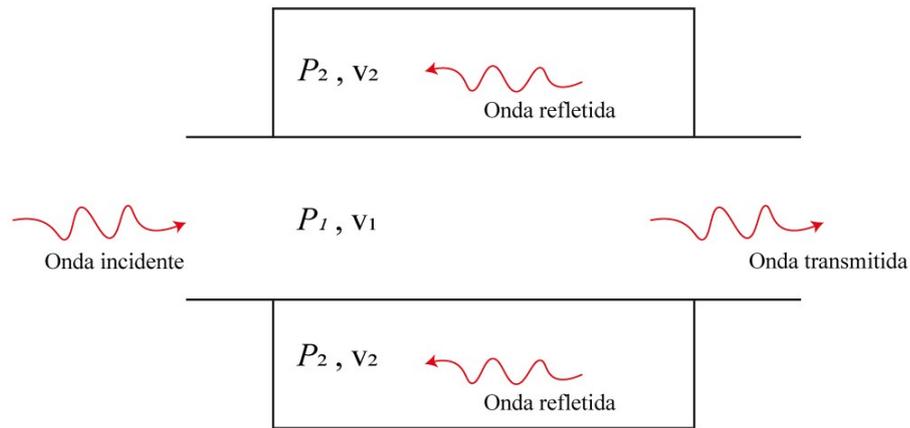
$$\frac{d^2 \mathbf{p}}{dx^2} + k^2 \mathbf{p}(x) = 0 \quad (3.2.1)$$

A Equação (3.2.1) é conhecida como equação de Helmholtz em uma direção ou "Equação da onda independente do tempo"(KINSLER et al., 1999). Onde a relação entre pressão e velocidade de massa é dada por:

$$\frac{dp}{dx} = -jkYv \quad (3.2.2)$$

Assumindo que a propagação de ondas sonoras seja plana dentro do duto e da câmara perfurada representada na Figura 3.2.1:

Figura 3.2.1 – Propagação de onda sonora no silenciador de câmara microperfurada



Onde a velocidade de massa e pressão na câmara perfurada e no duto são diferentes, temos que as equações que governam o sistema são (SELAMET et al., 2003) :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 p_1}{dx^2} + (k^2 - j\frac{4k}{D_0 z})p_1 + j\frac{4k}{D_0 z}p_2 &= 0 \\ \frac{d^2 p_2}{dx^2} + j\frac{4D_0 k}{D^2 - D_0^2 z}p_1 + (k^2 - j\frac{4D_0 k}{D^2 - D_0^2 z})p_2 &= 0 \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

Em que z é a impedância acústica específica da microperfuração, definida como (MAA, 1998):

$$z = \frac{32\eta_{air} t_h}{\sigma \rho c} \frac{1}{d_h^2} \left[\sqrt{1 + \frac{K^2}{32}} + \frac{\sqrt{2}}{32} K \frac{d_h}{t_h} \right] + j \frac{\omega t_h}{\sigma c} \left[1 + \frac{1}{\sqrt{9 + \frac{K^2}{2}}} + 0.85 \frac{d_h}{t_h} \right] \quad (3.2.4)$$

onde $K = d_h \sqrt{\omega \rho / 4\eta_{ar}}$, $\sigma = N_f A_f / A_L$, N_f o número de furos, A_f a área dos furos e A_L a área perfurada do duto e η_{ar} a viscosidade do ar. Utilizando a Equação (3.2.3) na Equação (3.2.2), temos o espaço de estado do sistema:

$$\frac{d}{dx} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_1 \\ -\mathbf{v}_1 \\ \mathbf{p}_2 \\ -\mathbf{v}_2 \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & jkY_1 & 0 & 0 \\ \frac{4}{D_0 z Y_1} + j\frac{k}{Y_1} & 0 & -\frac{4}{D_0 z Y_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & jkY_2 \\ -\frac{4D_0}{(D^2 - D_0^2)zY_2} & 0 & \frac{4D_0}{(D^2 - D_0^2)zY_2} & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_G} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_1 \\ -\mathbf{v}_1 \\ \mathbf{p}_2 \\ -\mathbf{v}_2 \end{Bmatrix} \quad (3.2.5)$$

Onde $Y_1 = c/s_d$, onde s_d é a área do duto e $Y_2 = c/s_2$, sendo s_2 a área da câmara microperfurada. Aplicando as condições de contorno:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_2(0) = 0 \\ \mathbf{v}_2(L) = 0 \end{cases} \quad (3.2.6)$$

A matriz da Equação (3.2.5) é reduzida de 4x4 para 2x2, do tipo:

$$\mathbf{T}_G = \begin{bmatrix} T_{G11} - \frac{T_{G13}T_{G41}}{T_{G43}} & T_{G12} - \frac{T_{G13}T_{G42}}{T_{G43}} \\ T_{G21} - \frac{T_{G23}T_{G41}}{T_{G43}} & T_{G22} - \frac{T_{G23}T_{G42}}{T_{G43}} \end{bmatrix} \quad (3.2.7)$$

Em que \mathbf{T}_G é a matriz de transferência da região microperfurada do silenciador, onde os termos \mathbf{T}_{Gij} com $i, j = 1 \dots 4$, são os termos da matriz 4x4 da Equação (3.2.5).

Assim, a matriz de transferência acústica da célula unitária é dada por:

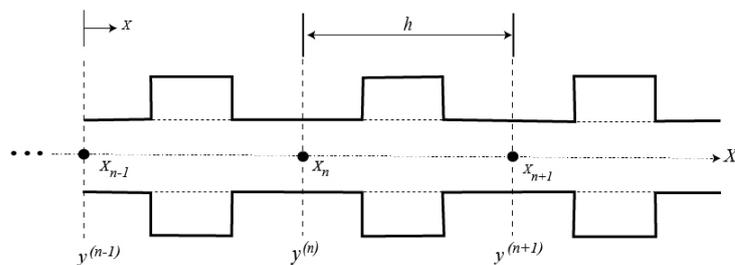
$$\mathbf{T}_{STM} = \mathbf{T}_{d1} \mathbf{T}_G \mathbf{T}_{d2} \quad (3.2.8)$$

A partir da \mathbf{T}_{STM} é possível obter o diagrama de dispersão da célula unitária, no qual contém os bandgaps, faixa de frequência com ondas sonoras atenuadas.

3.3 PERDA DE TRANSMISSÃO SONORA EM ESTRUTURAS PERIÓDICAS

A Figura (3.3.1) mostra um arranjo periódico de um SCMP:

Figura 3.3.1 – Silenciador de câmara microperfurada.



A matriz de transferências relacionada a entrada da direita $\mathbf{y}_r^{(n)}$ com a saída da esquerda $\mathbf{y}_l^{(n)}$, é:

$$\mathbf{y}_r^{(n)} = \mathbf{T} \mathbf{y}_l^{(n)} \quad (3.3.1)$$

Usando a relação de acoplamento, aplicando a teoria de Floquet-Bloch, e desconsiderando os índices, temos:

$$\mathbf{T} \mathbf{y} = e^{\mu} \mathbf{T} \mathbf{y} \quad (3.3.2)$$

Gerando um problema de autovalor e^{μ} e autovetor \mathbf{y} . A constante de atenuação pode ser obtida da forma $\mu = -j \cdot k_B h$, onde k_B é o número de onda de Bloch e h o comprimento da célula unitária.

Considerando a propagação de onda plana, a pressão sonora e a velocidade de massa podem ser expressas em função das amplitudes de onda incidentes e refletidas.

$$\begin{aligned}\mathbf{p}_n(x) &= I_n e^{-jk(x-x_n)} + R_n e^{jk(x-x_n)}, \\ \mathbf{v}_n(x) &= -\frac{1}{Y} (I_n e^{-jk(x-x_n)} - R_n e^{jk(x-x_n)})\end{aligned}\quad (3.3.3)$$

Onde x_n representa o centro do duto uniforme na posição $n - th$. I_n e R_n representam a amplitude de onda incidente e refletida na posição $n - th$ do arranjo periódico, respectivamente. A Equação (3.3.3) pode ser reescrita da forma:

$$\mathbf{y}^n(x) = \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_n(x) \\ -\mathbf{v}_n(x) \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} e^{-jk(x-x_n)} & e^{jk(x-x_n)} \\ \frac{e^{-jk(x-x_n)}}{Y} & -\frac{e^{jk(x-x_n)}}{Y} \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}^{(n)}(x)} \underbrace{\begin{Bmatrix} I_n \\ R_n \end{Bmatrix}}_{\mathbf{C}_n}\quad (3.3.4)$$

Relacionando \mathbf{C}_n e \mathbf{C}_{n+1} através da relação de acoplamento, temos:

$$\mathbf{C}_{n+1} = \underbrace{[\mathbf{H}^{(n+1)}(x_{n+1})]^{-1} \mathbf{T} \mathbf{H}^n(x_n)}_{\mathbf{T}_p} \mathbf{C}_n\quad (3.3.5)$$

A matriz de transferência referente a amplitude de onda é dada por \mathbf{T}_p , e \mathbf{T} é a matriz espectral do silenciador (SCE ou SCMP). As amplitudes de onda incidentes e refletidas podem ser obtidas em função dos autovetores incidentes e refletidos (Φ) e autovalores (e^μ) da matriz \mathbf{T}_p , da forma:

$$\begin{Bmatrix} I_1 \\ R_1 \end{Bmatrix} = a \begin{Bmatrix} \Phi_I^+ \\ \Phi_R^+ \end{Bmatrix} + b \begin{Bmatrix} \Phi_I^- \\ \Phi_R^- \end{Bmatrix}\quad (3.3.6)$$

$$\begin{Bmatrix} I_n \\ R_n \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_p^n \begin{Bmatrix} I_1 \\ R_1 \end{Bmatrix} = a e^{\mu^+ n} \begin{Bmatrix} \Phi_I^+ \\ \Phi_R^+ \end{Bmatrix} + b e^{\mu^- n} \begin{Bmatrix} \Phi_I^- \\ \Phi_R^- \end{Bmatrix}\quad (3.3.7)$$

onde a e b são determinadas pelas condições de contorno. As ondas de Bloch podem se propagar na direção positiva (+) e negativa (-), e são determinadas pela razão entre os autovalores da matriz \mathbf{T}_p . Caso $|\Phi_i/\Phi_R| > 1$, o deslocamento da onda de Bloch ocorre na posição positiva, se $|\Phi_i/\Phi_R| < 1$ o deslocamento da onda de Bloch é na direção negativa.

A perda de transmissão sonora (TL), é definida pela equação:

$$TL = 20 \log \left(\frac{1}{a_t} \right)\quad (3.3.8)$$

em que a_t é o coeficiente de transmissão de potência sonora, dado por:

$$a_t^2 = \left| \frac{I_n}{I_1} \right|^2 = \left| \frac{ae^{\mu^+n}\Phi_I^+ + be^{\mu^-n}\Phi_I^-}{a\Phi_I^+ + b\Phi_I^-} \right|^2 \quad (3.3.9)$$

Para obter as constantes a e b , consideramos uma terminação anecoica na estrutura periódica, ou seja, $R_n = 0$, logo a relação entre os coeficientes são:

$$\frac{b}{a} = -\frac{e^{\mu^+n}\Phi_R^+}{e^{\mu^-n}\Phi_R^-} \quad (3.3.10)$$

3.4 RESPOSTA FORÇADA EM ESTRUTURAS PERIÓDICAS

A resposta forçada em uma estrutura periódica do silenciador de câmara microperfurada ou de câmara de expansão, pode ser obtida usando os autovalores e autovetores obtidos pelo teorema de Floquet-Bloch. Os autovalores podem ser divididos em dois grupos: $|e^{\mu_i}| \leq 1$, $i = 1, 2, \dots, m$, onde m representa os graus de liberdade do sistema, indicando as ondas que se propagam para direita e $|e^{\mu_i}| \geq 1$, $i = 1, 2, \dots, m$, indicando as ondas que se propagam para esquerda. Com isso, o vetor de estado y^n pode ser expresso como (SILVA et al., 2014):

$$y^n = \sum_i^m e^{-jk_iL}\Phi_i y_i^n. \quad (3.4.1)$$

Onde, $n = 1, 2, 3 \dots N_c$, e N_c representa a quantidade de células unitárias da estrutura periódica. Considerando uma terminação anecoica, da Equação (3.3.4) podemos obter a velocidade de entrada e saída:

$$v_1 = \frac{-I_1 + R_1}{Y}, \quad v_N = -\frac{I_N}{Y}, \quad (3.4.2)$$

Onde I_1 , R_1 e I_n são obtidos pelas Equações (3.3.6), (3.3.7) e (3.3.10), e q_1 e q_2 são os números de onda de Bloch obtidos pela matriz da célula.

$$I_1 = \Phi_I^+ - \frac{\Phi_R^+\Phi_I^-}{\Phi_R^-} e^{-j(q_1 - q_2)hN_c} \quad (3.4.3)$$

$$R_1 = (1 - e^{-j(q_1 - q_2)hN_c})\Phi_R^+ \quad I_N = (\Phi_I^+ - \frac{\Phi_R^+\Phi_I^-}{\Phi_R^-})e^{-jq_1hN_c}$$

3.5 FORMULAÇÃO DO ELEMENTO FINITO DE ONDA

De acordo com (COOK et al., 2001), a equação da onda pode ser escrita da forma:

$$\nabla \cdot \mathbf{p} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{p}}{\partial t^2} \quad (3.5.1)$$

onde ∇ é o operador diferencial e p um vetor de três dimensões. A Equação (3.5.1) é resolvida em um volume especificado, onde as condições de contorno são aplicadas nos limites da superfície (CAMPOS, 2018).

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial n} = \rho \ddot{u}_n \quad (3.5.2)$$

onde n é a superfície externa normal e \ddot{u}_n é a aceleração no contorno na direção n . Aplicando o método de Galerkin, tornando o sistema da forma:

$$\mathbf{M}_a \ddot{\mathbf{p}} - \mathbf{K}_a \mathbf{p} = \mathbf{f} \quad (3.5.3)$$

onde M_a é a matriz de massa acústica e K_a a matriz de rigidez acústica, p o vetor nodal da pressão acústica e f o vetor excitação acústico.

A matriz de rigidez dinâmica acústica \mathbf{D} é definida como:

$$\mathbf{D} = \mathbf{K}_a - \omega^2 \mathbf{M}_a \quad (3.5.4)$$

No qual, a matriz de rigidez dinâmica acústica da Equação (3.5.4) pode ser dividida em graus de liberdade interno, esquerdo e direito.

$$\begin{bmatrix} D_{ii} & D_{il} & D_{ir} \\ D_{li} & D_{ll} & D_{lr} \\ D_{ri} & D_{rl} & D_{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_i \\ p_l \\ p_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0_i \\ f_l \\ f_r \end{Bmatrix} \quad (3.5.5)$$

Com a Equação (3.5.5) vetor das pressões internas pode ser escrito como:

$$p_i = -D_{ii}^{-1} (D_{il} p_l + D_{ir} p_r) \quad (3.5.6)$$

Substituindo a Equação (3.5.6) na (3.5.5), temos a matriz de rigidez dinâmica acústica condensada:

$$\begin{bmatrix} D_{ll} & D_{lr} \\ D_{rl} & D_{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_l \\ p_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_l \\ f_r \end{Bmatrix} \quad (3.5.7)$$

Em que:

- $D_{ll} = D_{ll} - D_{li} D_{ii}^{-1} D_{il}$
- $D_{rl} = D_{rl} - D_{ri} D_{ii}^{-1} D_{il}$
- $D_{lr} = D_{lr} - D_{li} D_{ii}^{-1} D_{ir}$
- $D_{rr} = D_{rr} - D_{ri} D_{ii}^{-1} D_{ir}$

A Equação (3.5.7) é reorganizada como matriz de transferência:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_r \\ -\mathbf{f}_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -D_{lr}^{-1}D_{ll} & -D_{lr}^{-1} \\ D_{rl} - D_{rr}D_{lr}^{-1}D_{ll} & -D_{rr}D_{lr}^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_l \\ \mathbf{f}_l \end{Bmatrix} \quad (3.5.8)$$

No qual a Equação (3.5.8) pode ser simplificada como:

$$\mathbf{q}_r = \mathbf{T}_{WFE}\mathbf{q}_l \quad (3.5.9)$$

Onde \mathbf{T}_{WFE} corresponde a matriz de transferência da célula unitária do sistema.

Sabendo que \mathbf{q}_r e \mathbf{q}_l são os vetores de estado da célula unitária, considerando células unitárias consecutivas m e $m + 1$, a continuidade da estrutura periódica nos leva que $\mathbf{q}_r^m = \mathbf{q}_l^{m+1}$, substituindo na Equação (3.5.9), temos que:

$$\mathbf{q}_l^{m+1} = \mathbf{T}_{WFE}\mathbf{q}_l^m \quad (3.5.10)$$

Aplicando o teorema de Floquet - Bloch para propagação de ondas em estruturas periódicas, produz que:

$$\mathbf{q}_l^{(m+1)} = e^{\mu}\mathbf{q}_l^{(m)} \quad (3.5.11)$$

onde $\mu = -jkL$ é a constante de atenuação. Substituindo a Equação (3.5.11) na Equação (3.5.10), temos:

$$\mathbf{T}_{WFE}\mathbf{q}_l^{(m+1)} = e^{\mu}\mathbf{q}_l^{(m)} \quad (3.5.12)$$

gerando o problema de autovalor e autovetor, em que e^{μ} corresponde ao autovalor da matriz de transferência.

A matriz de transferência da Equação (3.5.8) é utilizada em modelos mais simples de estruturas periódicas. Quando a complexidade aumenta junto com a ordem das matrizes, o processo de inversão de matrizes podem ocasionar em muitos erros de precisão numéricas.

Zhong e Williams (1995) resolvem o problema de mal condicionamento da matriz de transferência, assim os elementos da matriz de rigidez acústica condensada como vetores de estado, da forma:

$$\mathbf{q}_l = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I}_n & 0 \\ -D_{ll} & -D_{lr} \end{bmatrix}}_L \underbrace{\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_l \\ \mathbf{p}_r \end{Bmatrix}}_w \quad (3.5.13)$$

$$\mathbf{q}_r = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I}_n \\ D_{rl} & D_{rr} \end{bmatrix}}_N \underbrace{\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_l \\ \mathbf{p}_r \end{Bmatrix}}_w \quad (3.5.14)$$

Substituindo e reorganizando as Equações (3.5.13) e (3.5.14) na Equação (3.5.11), temos:

$$e^{\mu} \mathbf{L} \mathbf{w} = \mathbf{N} \mathbf{w} \quad (3.5.15)$$

onde e^{μ} são os autovalores e $\mathbf{L} \mathbf{w}$ são os autovetores da Equação (3.5.15). De acordo com (SILVA et al., 2014) os vetores de estado q^m podem ser expressos como:

$$\mathbf{q}^{(m)} = \sum_j \Phi_j Q_j^{(m+1)} = \sum_j \Phi_j e^{(-ik_j L)} Q_j^{(m)} \quad (3.5.16)$$

Onde k_j corresponde ao número de onda, $\Phi_j = L w_j$ é o autovetor. $Q_j^{(m+1)}$ e $Q_j^{(m)}$ são os vetores de amplitude de onda das células unitária $m + 1$ e m .

3.6 ORGANIZAÇÃO DOS MODOS

Os autovalores e autovetores possuem $2n$ modos de propagação de onda, onde n representa os graus de liberdade, no qual são ordenados em dois grupos: os relacionados as ondas incidentes, que são aquelas que viajam para direita na direção de propagação da onda, definidos como $|\bar{\mu}_j| \leq 1$, $j = 1, 2, 3 \dots n$; e o grupo correspondente as ondas refletidas, que viajam para esquerda na direção de propagação da onda, definidos como $|\bar{\mu}_j^*| \geq 1$, $j = 1, 2, 3 \dots n$. Os autovetores são separados em componentes de velocidade de massa e pressão:

$$\Phi_j = \begin{Bmatrix} \Phi_{vj} \\ \Phi_{pj} \end{Bmatrix}, \Phi_j^* = \begin{Bmatrix} \Phi_{vj}^* \\ \Phi_{pj}^* \end{Bmatrix} \quad (3.6.1)$$

onde Φ_j corresponde a velocidade de massa e pressão incidentes e Φ_j^* velocidade de massa e pressão refletidos. Os modos de onda são calculados por diversas frequências discretas ω_m , utilizando o método de Critério de Confiança Modal (Modal Assurance Criterion - MAC) (NOBREGA, 2015).

$$\left| \frac{\Phi_i(\omega)^H \Phi_i(\omega + \Delta\omega)}{\|\Phi_i(\omega)\| \|\Phi_i(\omega + \Delta\omega)\|} \right| = \max \left| \frac{\Phi_i(\omega)^H \Phi_j(\omega)(\omega + \Delta\omega)}{\|\Phi_i(\omega)\| \|\Phi_j(\omega + \Delta\omega)\|} \right| \quad (3.6.2)$$

O método MAC é utilizado para correlacionar os modos i com a frequência ω . Após a aplicação do método MAC e organização dos modos, os autovetores podem ser reescritos como:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_v & \Phi_v^* \\ \Phi_p & \Phi_p^* \end{bmatrix}_{2 \times 2} \quad (3.6.3)$$

onde, $\Phi_v^* = R \Phi_v$ e $\Phi_p^* = -R \Phi_p$. R é uma matriz diagonal de transformação simétrica (MENCNIK, 2010).

3.7 RESPOSTA FORÇADA

Considerando os autovetores relacionados com a propagação de onda incidente e refletida, a Equação (3.5.16) pode ser reescrita como:

$$\mathbf{v}^m = Q^m \Phi_U + Q^{*(m)} \Phi_U^*, m = 1, 2, 3, \dots, N + 1 \quad (3.7.1)$$

$$\mathbf{p}^m = Q^m \Phi_P + Q^{*(m)} \Phi_P^*, m = 1, 2, 3, \dots, N + 1 \quad (3.7.2)$$

Em que Q^m e $Q^{*(m)}$ são as amplitudes da onda na interface m , e N a quantidade de células do meu sistema periódico, estão relacionadas entre si da forma:

$$Q = Q^1 \Rightarrow Q^{(m)} = \bar{\mu}^{(m-1)} Q \quad (3.7.3)$$

$$Q^* = Q^{*(N+1)} \Rightarrow Q^{*(m)} = \bar{\mu}^{*(m-1-N)} Q^* \quad (3.7.4)$$

Substituindo as Equações (3.7.3) e (3.7.4) nas Equações (3.7.1) e (3.7.2), temos:

$$\mathbf{v}^m = \Phi_U \bar{\mu}^{(m-1)} Q + \Phi_U^* \bar{\mu}^{*(N+1-m)} Q^*, m = 1, 2, 3, \dots, N + 1 \quad (3.7.5)$$

$$\mathbf{p}^m = \Phi_P \bar{\mu}^{(m-1)} Q + \Phi_P^* \bar{\mu}^{*(N+1-m)} Q^*, m = 1, 2, 3, \dots, N + 1 \quad (3.7.6)$$

Aplicando as condições de contorno de Neumann e Dirichlet nas extremidades esquerda e direita da célula, temos:

$$\Phi_p + \Phi_p^* \bar{\mu}^{(N)} \Phi^* = -p_0 \quad (3.7.7)$$

$$\Phi_v + \Phi_v^* \bar{\mu}^{(N)} \Phi^* = v_0 \quad (3.7.8)$$

As Equações (3.7.7) e (3.7.8) podem ser reescritas da forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \Phi_p & \Phi_p^* \bar{\mu}^{(N)} \\ \Phi_v \bar{\mu}^{(N)} & \Phi_v^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ Q^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p_0 \\ v_0 \end{bmatrix} \quad (3.7.9)$$

A inversão da matriz da Equação (3.7.9) gera problemas de singularidade. A solução deste problema é fazendo o rearranjo da equação, da forma:

$$\begin{bmatrix} I_n & \Phi_p^{-1} \Phi_p^* \bar{\mu}^{(N)} \\ \Phi_v^* \bar{\mu}^{(N)} & I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ Q^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Phi_p^{-1} p_0 \\ \Phi_v^* v_0 \end{bmatrix} \quad (3.7.10)$$

Com a solução da Equação (3.7.10), obtêm-se as amplitudes Q e Q^* , podendo assim encontrar os valores dos vetores de velocidade de massa e pressão das Equações (3.7.5) e (3.7.6).

4 METODOLOGIA

Nesta seção, serão descritas as propriedades geométricas e material dos silenciadores utilizados, assim como as aplicações dos métodos desenvolvidos e condições de contorno. No silenciador de câmara de expansão, os métodos analíticos foram descritos nas seções 3.1.1 e 3.1.2, além da aplicação do método híbrido WFE, descrito na seção 3.5, no silenciador de câmara microperfurada, o método analítico aplicado foi descrito na seção 3.2.1 e a validação foi feita no software *Comsol*. O diagrama de dispersão é obtido a partir do teorema de Floquet-Bloch, e a TL analítica pelo equacionamento a partir das amplitudes de onda, ambos descritos na seção 3.3. As respostas forçadas são obtidas pelas equações descritas nas seções 3.4 e 3.7.

4.1 DESCRIÇÃO DOS MODELOS

Para cada tipo de silenciador, foi elaborado um modelo padrão utilizado como base para os cálculos iniciais de TL, FRF e diagrama de dispersão, como mostrado na Tabela (4.1.1).

Tabela 4.1.1 – Geometria e Propriedades dos silenciadores

Propriedade	Valor
Densidade ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	1,204
Velocidade ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	343,3
Viscosidade (Pa·s)	$1,8\times 10^{-5}$
Diâmetro do duto (m)	50×10^{-3}
Comprimento do duto (m)	100×10^{-3}
Diâmetro da câmara de expansão (m)	150×10^{-3}
Comprimento da câmara de expansão (m)	150×10^{-3}
Espessura do duto (m)	3×10^{-3}
Diâmetro do furo (m)	$0,8\times 10^{-3}$
Quantidade de furos	400
Número de células	3

A variação paramétrica foi realizada em cima de um dos parâmetros iniciais. As Figuras 4.1.1a, 4.1.1b, 4.1.2a e 4.1.2b mostram modelos de células mais detalhadas de silenciadores de câmara de expansão e de câmara microperfurada, respectivamente.

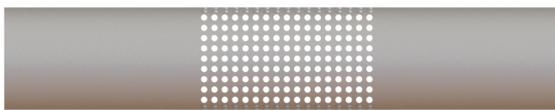
Figura 4.1.1 – Célula do SCE



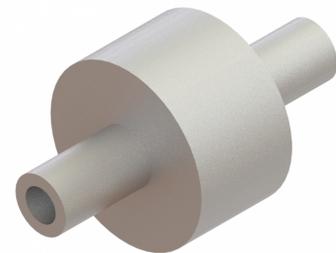
(a) SCE completo.

(b) SCE vista cortada.

Figura 4.1.2 – Célula do SCMP.



(a) Duto interno

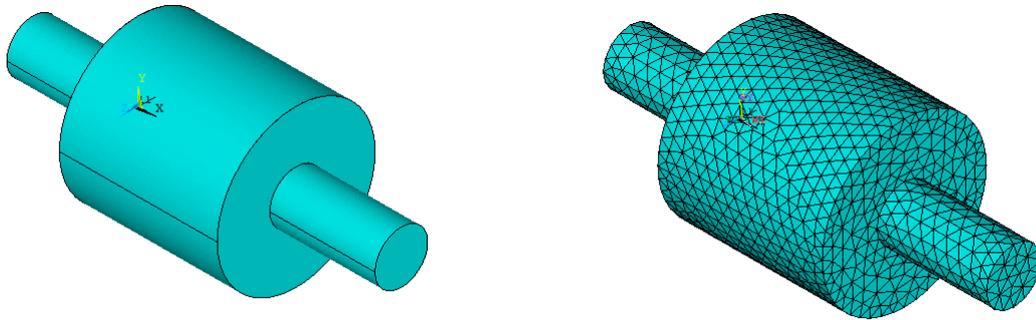


(b) Montagem com duto interno e câmara de expansão.

4.2 MATRIZ DE MASSA E RIGIDEZ DO SCE

O WFE é um método híbrido que parte da matriz de rigidez dinâmica, que é obtida a partir das matrizes de massa e rigidez. As matrizes de massa e rigidez foram adquiridas a partir do modelo 3D feito no *software Ansys*, modelado de acordo com os valores da Tabela 4.1.1. As Figuras 4.2.1a e 4.2.1b mostram o modelo de célula utilizado feito no *Ansys*.

Figura 4.2.1 – Modelo SCE no Ansys.



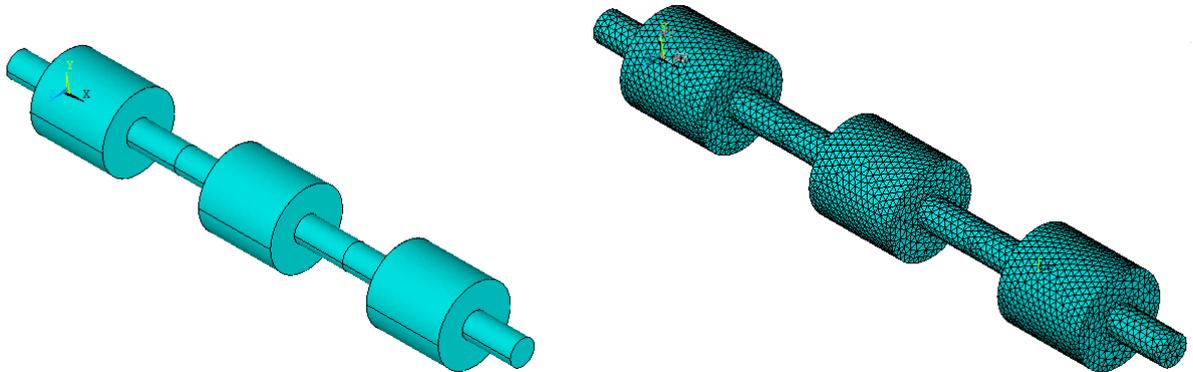
(a) Modelo SCE

(b) Modelo SCE com malha.

O elemento utilizado foi o *fluid30*, um elemento puramente acústico, a discretização da malha foi de até 15 comprimentos de onda por elemento.

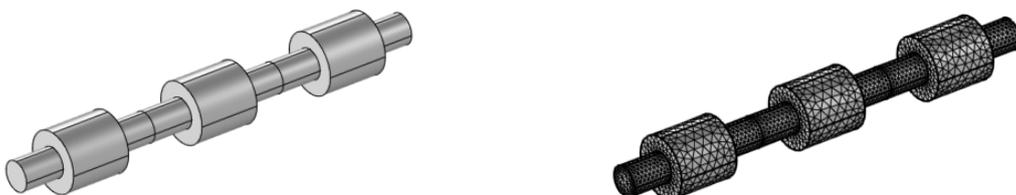
4.3 TL E FRF DOS SILENCIADORES UTILIZANDO O MÉTODO FEM

Na seção 3.3 e 3.4 foi formulado o cálculo da TL e FRF em estruturas periódicas, utilizando as amplitudes de onda incidente e refletidas. Para TL e FRF utilizando o FEM do *software Ansys* e *software Comsol*, foi modelado uma estrutura periódica com três células, utilizando elementos *fluid30* no *Ansys* e módulo acústico no *Comsol*. A Figura 4.3.1 mostra o modelo do SCE periódico modelado no *Ansys*. Por possuir uma versão acadêmica, e a estrutura do silenciador de câmara de expansão ser mais simples, o *Ansys* é ideal para ser simulado o SCE, apesar de também ser possível utiliza-lo no *Comsol*.

Figura 4.3.1 – Modelo SCE no Ansys.**(a) Modelo SCE com 3 células****(b) Modelo SCE de 3 células com malha.**

Para as condições de contorno, foi aplicado uma velocidade normal unitária em uma extremidade, enquanto a outra extremidade foi modelada como uma terminação anecoica. Utilizando uma malha de até 15 comprimentos de onda por elemento.

A Figura 4.3.2 mostra o modelo de silenciador microperfurado modelado no software *Comsol*, as condições de contorno foram as mesmas utilizadas para o modelo de câmara de expansão. o *Comsol* foi utilizado neste silenciador por possuir uma função com a impedância da Equação (3.2.4), sendo assim ideal para modelar silenciadores com microperfurações.

Figura 4.3.2 – Modelo SCMP no Comsol.**(a) Modelo SCMP****(b) Modelo SCMP com malha.**

A malha gerou 69664 elementos ao todo, divididos em elementos tetraédricos e triangulares. Para modelar as microperfuração, é utilizado a impedância da Equação (3.2.4) nas superfícies dos dutos internos da câmara de expansão.

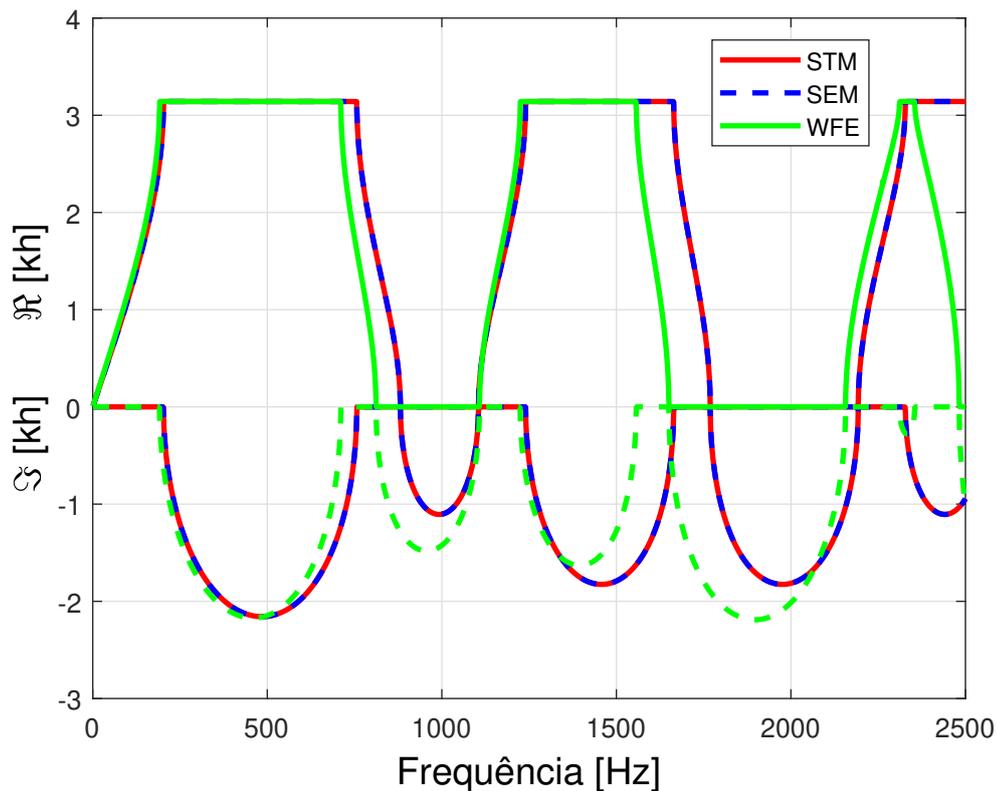
5 RESULTADOS SIMULADOS

5.1 RESPOSTAS DINÂMICA - SCE

5.1.1 Diagrama de Dispersão

A Figura 5.1.1 mostra o diagrama de dispersão do modelo do SCE pelos métodos STM, SEM e WFE, variando a frequência de 0 até 2500 Hz. O diagrama de dispersão fornece a faixa no qual haverá uma atenuação na TL e SPL. Os métodos analíticos apresentam convergência, enquanto o método WFE observa-se uma diferença entre os valores, evidentemente para maiores frequências. Este tipo de divergência entre os métodos analíticos e o WFE também foram encontrados em outros trabalhos, como CAMPOS (2018). Um dos motivos disto acontecer, devido a simplificação do método analítico, enquanto o WFE utiliza a estrutura completa.

Figura 5.1.1 – Diagrama de dispersão - SCE



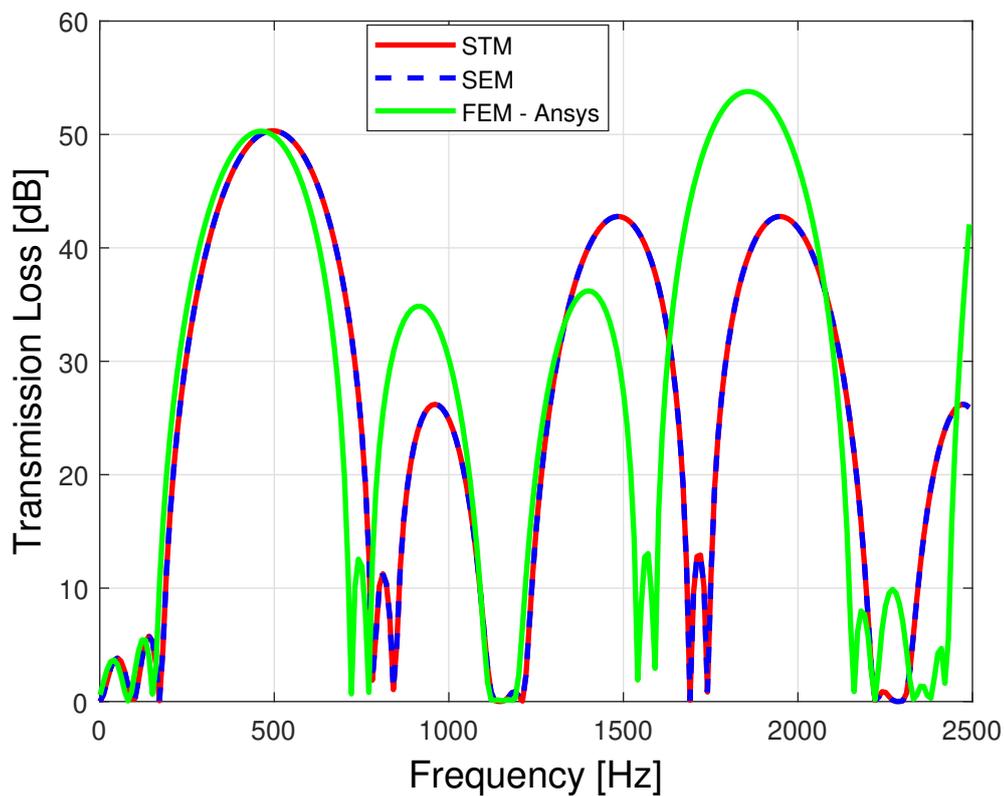
O diagrama de dispersão apresenta a parte real, onde ocorre as ondas propagantes, e a parte imaginária, onde não ocorre a propagação de onda (ondas evanescentes), conhecida como bandgaps. É possível observar quatro regiões de bandgaps, entre 192 - 750 Hz, 893 - 1107 Hz, 1240 - 1650 Hz e 1774 - 2192 Hz. Como se trata de um silenciador passivo reativo es-

tes bandgaps são causado pelo efeito destrutivo de Bragg, onde as ondas incidentes e refletidas se encontram defasadas em 180° .

5.1.2 Perda de Transmissão Sonora

A Figura 5.1.2 mostra a perda de transmissão sonora, que relaciona o nível de potência sonora das ondas incidentes e transmitida, e é a principal medida de eficiência de um silenciador. No início ocorre uma convergência entre os métodos, porém com o aumento da frequência os métodos analíticos e numéricos tendem a ter uma pequena divergência. A divergência na TL para silenciadores de câmara de expansão também foi observada em trabalhos de outros autores, como Almeida et al. (2022) e Middelberg et al. (2004), trabalhos descritos na seção 2.1

Figura 5.1.2 – Transmission Loss - SCE

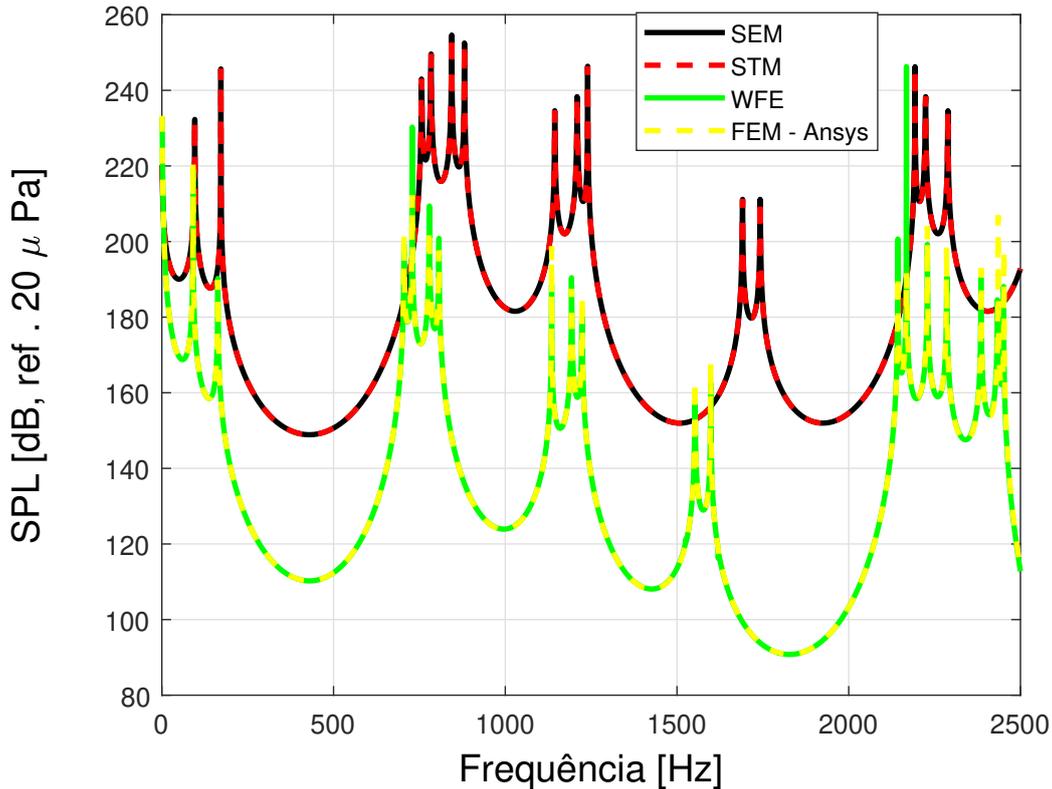


As atenuações correspondem nas mesmas faixas de frequências dos bandgaps apresentados no gráfico da Figura 5.1.1, na faixa de frequência entre 192 - 759 Hz ocorre uma atenuação máxima de 50 dB, outras duas atenuações no gráfico analítico ocorrem nas faixas de frequência de 1240 - 2192 Hz, com valores próximos a 42 dB, no gráfico do FEM, essa atenuação é de 37 dB e a outra de 53 dB.

5.1.3 Nível de Pressão Sonora

No Gráfico da Figura 5.1.3, representa o nível de pressão sonora, no qual é possível identificar as faixas de atenuações sonoras, que correspondem as mesmas faixas de frequências onde ocorrem os bandgaps no diagrama de dispersão.

Figura 5.1.3 – Nível de pressão sonora - SCE



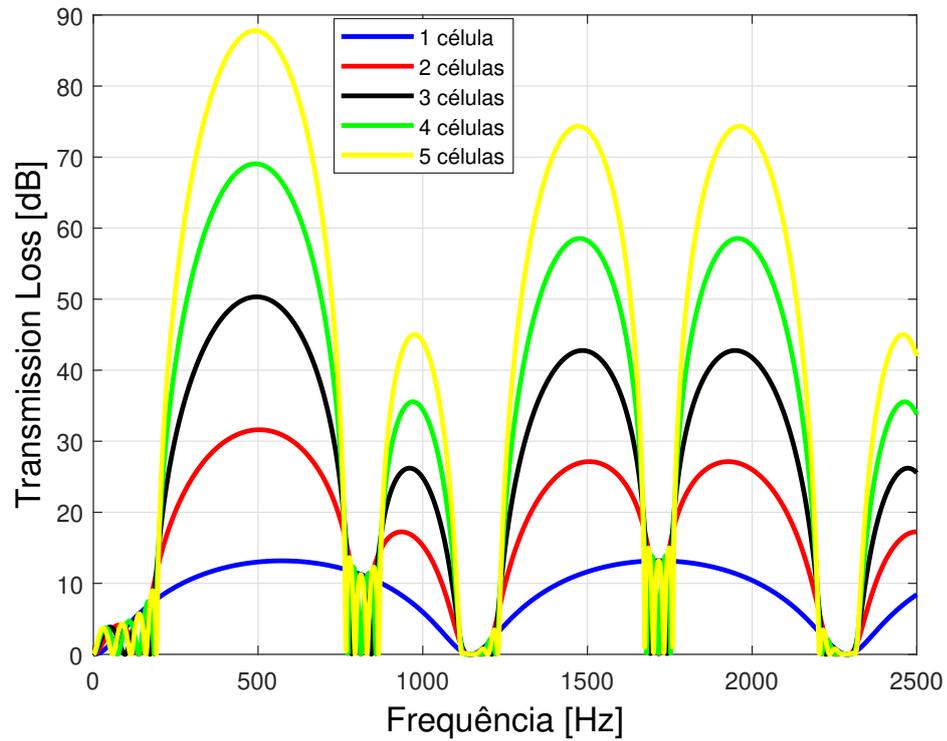
Comparados os 4 métodos, observa-se uma concordância entre os SEM e STM e outra entre o FEM e WFE. A mesma diferença entre os métodos observada na perda de transmissão sonora e diagrama de dispersão, acontece na SPL devido a simplificação do modelo analítico.

5.2 AVALIAÇÃO PARAMÉTRICA DO SCE

5.2.1 Variação da quantidade de células - SCE

A Figura 5.2.1 mostra a TL em função da quantidade de células de um SCE, no qual observa-se o aumento significativo da TL com o aumento da quantidade de células. A TL da célula unitária não apresenta a mesma característica das células periódicas, e é igual as encontradas em outros trabalhos que estudam os silenciadores, como Munjal (2014) e Mohamed e Khettabi (2019), mesmo sendo calculada por outro equacionamento. Para primeira região de atenuação (190 - 765 Hz), cada acréscimo de célula a TL aumenta em aproximadamente 20 dB.

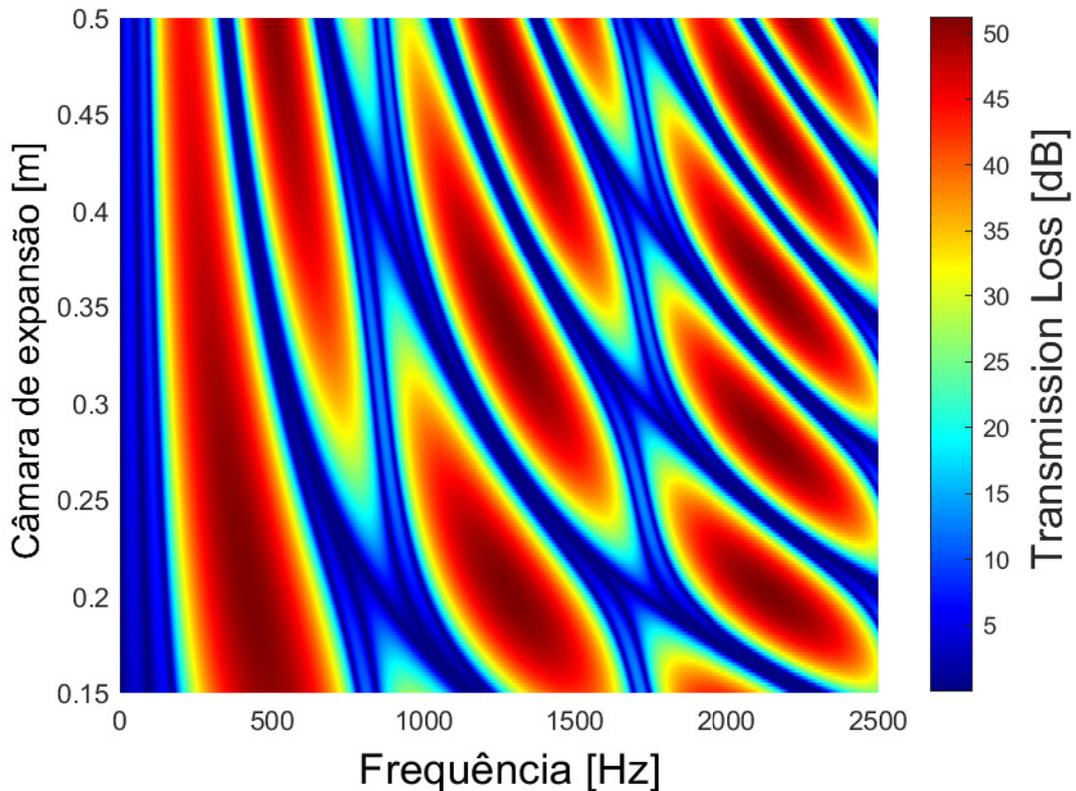
Figura 5.2.1 – Variação da quantidade de células - SCE



5.2.2 Variação do comprimento da câmara de expansão - SCE

A Figura 5.2.2 mostra os valores da TL, fixando as geometrias da Tabela 4.1.1, e aumentando progressivamente o comprimento da câmara de expansão de 0.15 m até 0.5 m. Para primeira região de atenuação, a câmara de expansão de menor comprimento possui uma maior banda de frequência e maiores valores de atenuação (50 dB), esses valores diminuem progressivamente com o aumento da câmara de expansão.

Figura 5.2.2 – Variação do comprimento da câmara de expansão - SCE

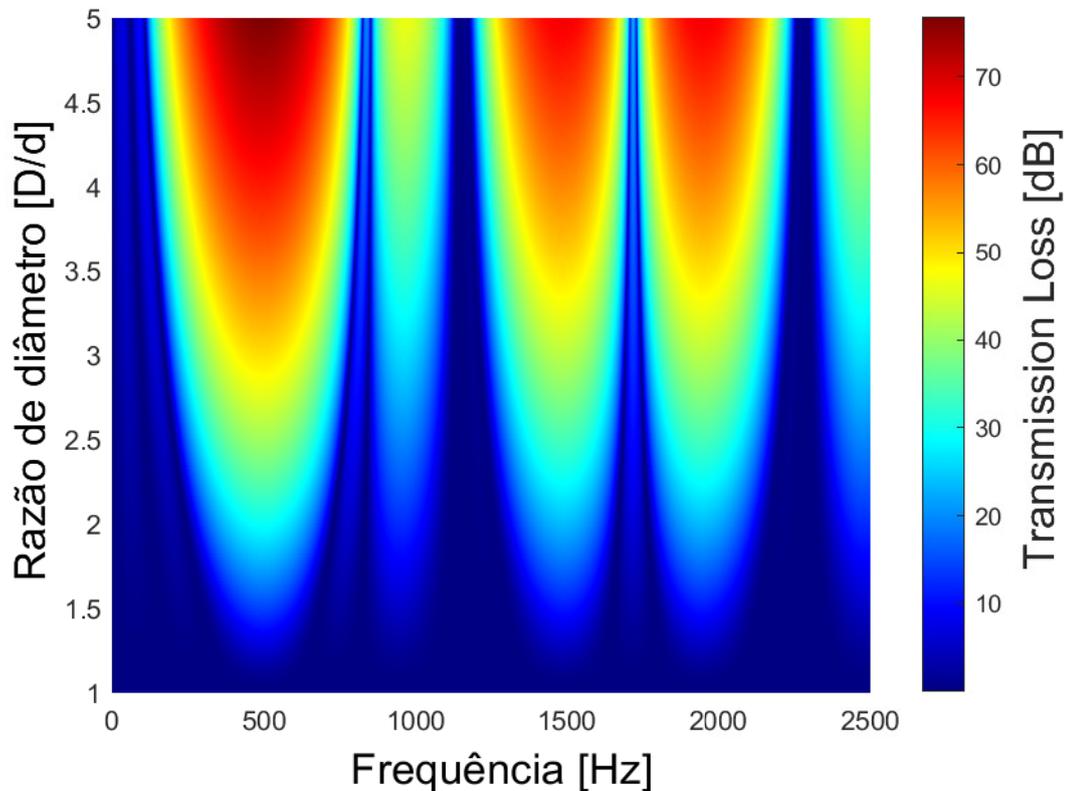


Para frequências intermediárias (450 - 1600 Hz), ocorre a formação de 4 grandes regiões de atenuação, variando ao longo do comprimento da câmara de expansão, e para frequências acima de 2000 Hz. Para todos os comprimentos, apresentam atenuações na faixa de 50 dB. Assim, é possível adaptar o comprimento da câmara de expansão, conseqüentemente o comprimento da célula h , para frequência de trabalho, aumentando a eficiência do SCE, como também foi proposto por Xiang et al. (2017), que estudou a variação do comprimento da câmara de expansão nos SCMP.

5.2.3 Variação da razão entre câmara de expansão e duto - SCE

A variação entre os diâmetros da câmara de expansão e do duto de propagação da onda sonora é observada na Figura 5.2.3, que mostra as quatro regiões de atenuações. Quanto maior a relação de diâmetros no SCE, maiores serão os valores da perda de transmissão sonora, pois nos silenciadores reativos a atenuação é causada pelo efeito destrutivo de Bragg, que está relacionado com a diferença de impedância na célula. A impedância acústica característica Y é a relação entre a velocidade do som no meio e a área da seção transversal. Portanto,

Figura 5.2.3 – Variação da razão de diâmetro entre câmara de expansão e duto - SCE



quanto maior a diferença entre as áreas, menor será a impedância acústica característica da câmara de expansão, resultando em maiores valores de atenuação, como também observado em silenciadores dissipativos por ALISAH et al. (2021).

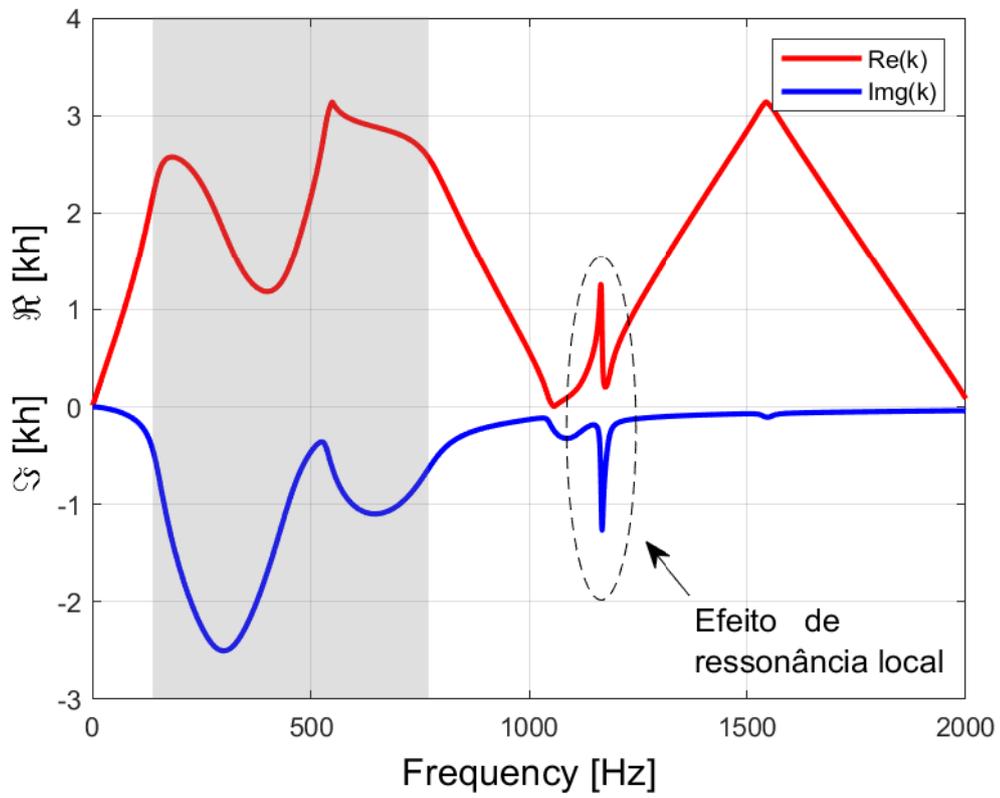
Em comparação com as outras variações, a do diâmetro obteve o maior valor de perda de transmissão sonora (70 dB), valor que não foi alcançado variando o comprimento da câmara de expansão (máximo 50 dB) e alcançado com 4 células, na variação da quantidade das mesmas.

5.3 RESPOSTAS DINÂMICA - SCMP

5.3.1 Diagrama de Dispersão

Para um MPCM com 400 furos, e considerando as propriedades e medidas da Tab. (4.1.1), a Fig. (5.3.1) mostra o gráfico de dispersão, variando a frequência de 0 até 2000 Hz. O gráfico de dispersão possui as partes positiva e negativa do número de onda de Bloch.

Figura 5.3.1 – Diagrama de dispersão - SCMP

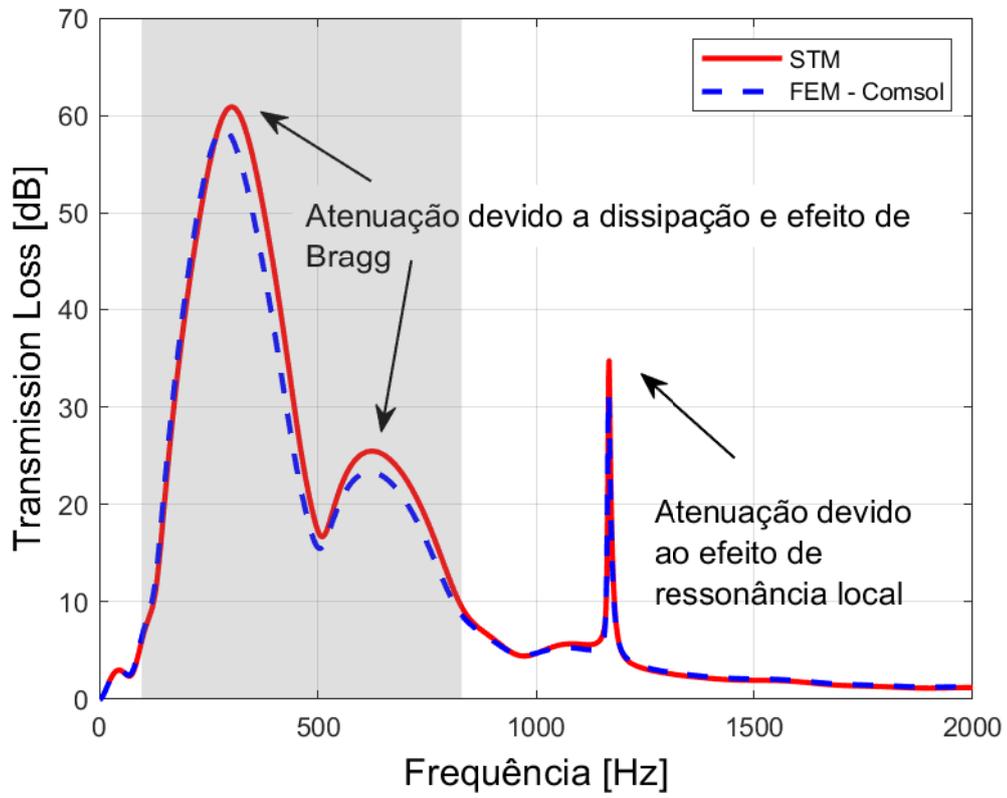


A região cinza do gráfico, mostra os bandgaps, região onde a parte imaginária do número de onda de Bloch é diferente de zero, como a parte real é diferente de zero ou π , significa que ainda ocorre a propagação de onda, porém ocorre com um fator de amortecimento, devido as microperfurações, o gráfico também mostra o efeito de ressonância local próximos de 1200 Hz.

5.3.2 Perda de Transmissão Sonora

A Fig. (5.3.2) mostra a perda de transmissão sonora no SCMP, onde, a maior atenuação (62 dB) ocorre na faixa de frequência entre 200 e 520 Hz, com uma atenuação menor entre 520 e 800 Hz, além da atenuação causada pelo efeito de ressonância local em 1200 Hz. As atenuações são ocasionadas pela perda da energia sonora devido dissipação viscosa do ar, oscilando em suas perfurações, além do efeito de Bragg.

Figura 5.3.2 – Transmission Loss - SCMP

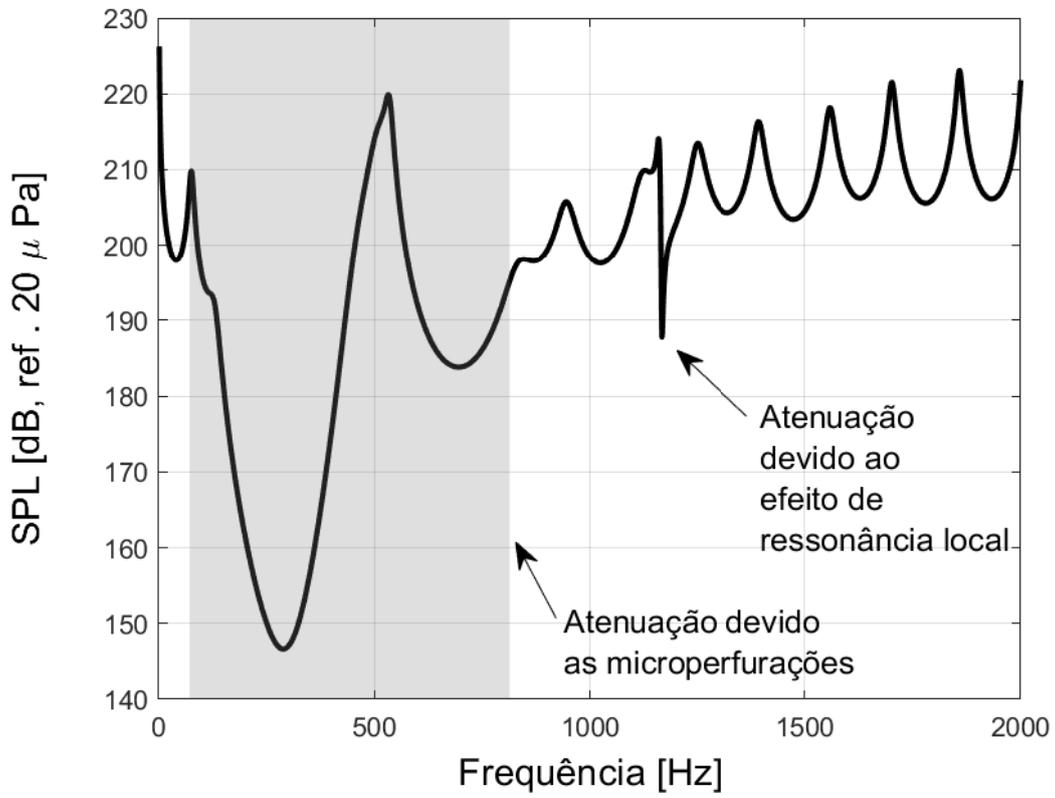


Observa-se uma concordância entre os métodos STM e FEM, validando os resultados. O SCMP é ideal para ser utilizado em baixas frequências, pois com a mesma geometria do SCE, obteve uma atenuação e uma faixa de atenuação maior que o silenciador reativo.

5.3.3 Nível de Pressão Sonora

No gráfico da SPL (Figura 5.3.3), é possível identificar as atenuações causadas pelas microperfurações, nas mesmas faixas de frequências onde ocorrem os bandgap no diagrama de dispersão (200 - 800 Hz), também mostra os valores de maior atenuação, mostrando que as microperfurações atuam nas regiões de menores frequências, além da atenuação causada pelo efeito de ressonância local.

Figura 5.3.3 – Nível de Pressão Sonora - SCMP

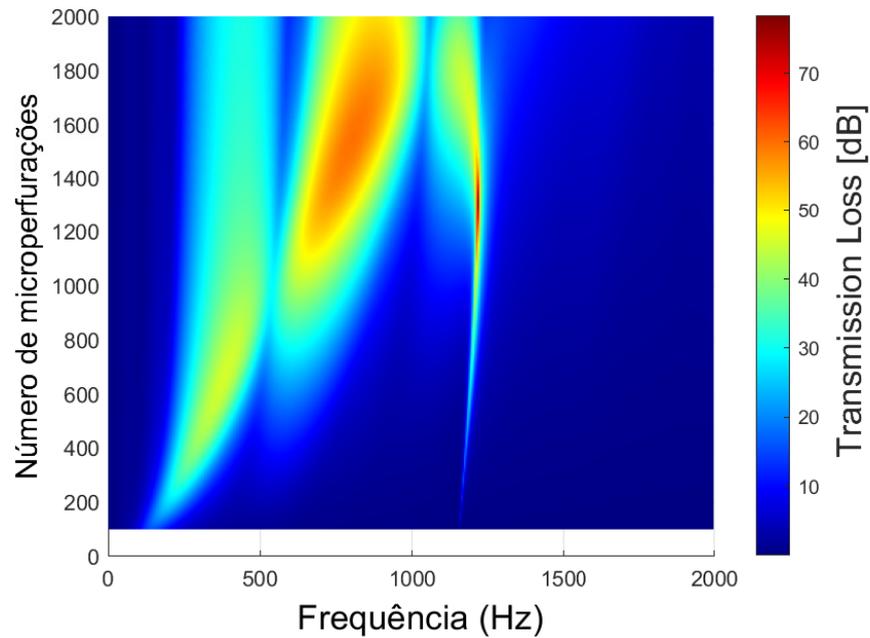


5.4 AVALIAÇÃO PARAMÉTRICA DO SCMP

5.4.1 Influência da quantidade de microperfurações

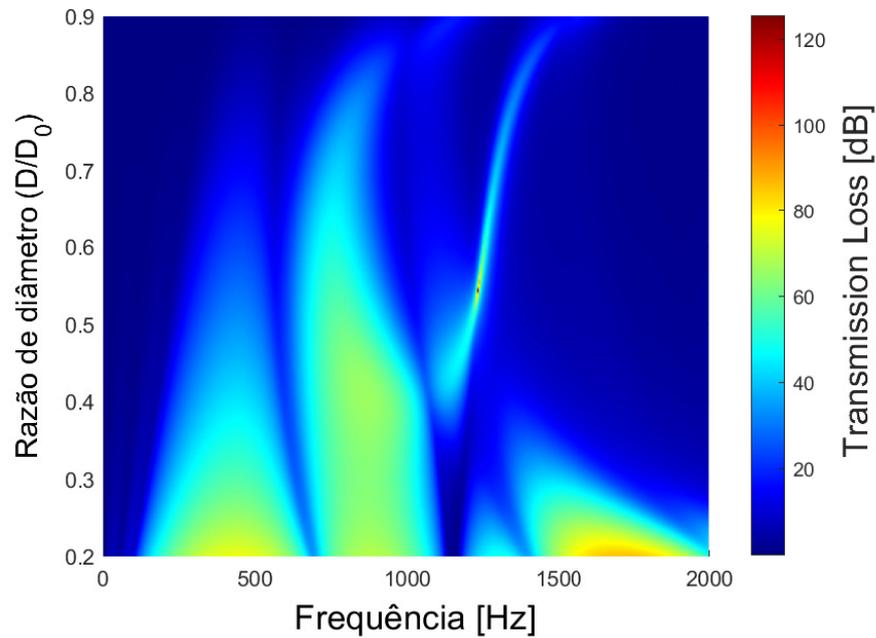
A porosidade é a razão entre a área total das microperfurações e a área do duto microperfurado, portanto é o principal parâmetro que influencia na eficiência de um SCMP.

A Figura (5.4.1) mostra a variação do número de furos em um SCMP, com o diâmetro do duto e da microperfuração de 75mm e 0.7mm , respectivamente, com as demais propriedades mostradas na Tab. (4.1.1), em função da frequência. A influência da porosidade é mostrada pelo valor da TL. Nota-se que com o aumento da porosidade a região de maior atenuação vai de 400 Hz (como mostrado na Fig. 3.3) para uma faixa de 600 - 1000 Hz. Ocorre que os maiores valores e largura da TL variam entre 1400 e 1800 furos, com cerca de 65 dB. A partir de 1800 furos ocorre uma perda gradual de TL. Com isso, no projeto dos SCMP, deve-se ter um estudo da quantidade ideal de microperfurações, para gerar os maiores valores de atenuação, que não necessariamente é a maior quantidade de furos possíveis.

Figura 5.4.1 – Influência da quantidade de microperfurações

5.4.2 Influência da razão de diâmetro

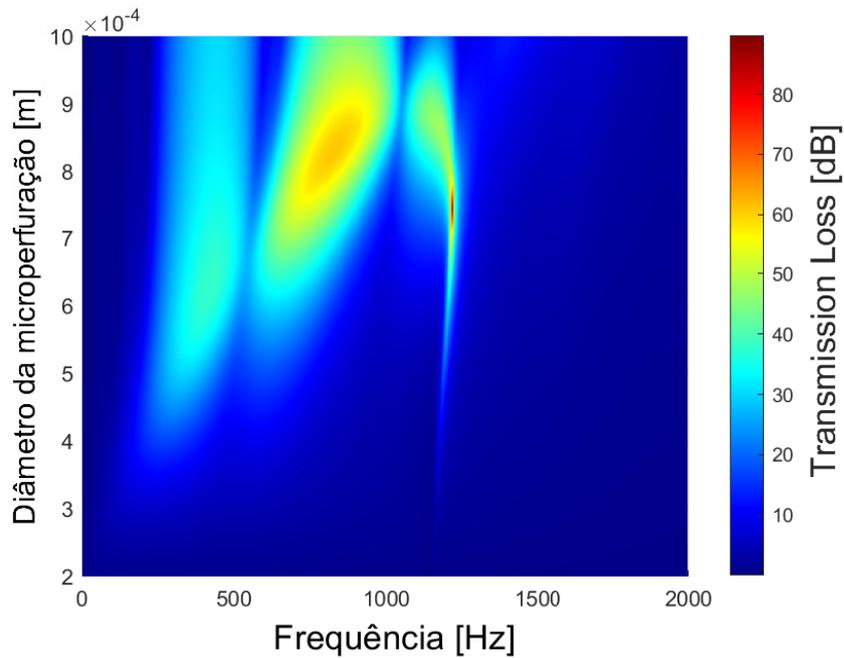
A Figura (5.4.2) mostra a razão entre os diâmetros da câmara de expansão e do duto microperfurado com 1500 furos, quantidade com as melhores atenuações obtidas anteriormente, sendo a porosidade inversamente proporcional ao diâmetro do microperfurado. Observa-se as maiores faixas de atenuação estão localizadas em baixas frequências, e menores razões de diâmetros, foi obtida perda de transmissão sonora próximas a 70 dB. Quanto menor a relação entre os diâmetros, maiores são os valores das atenuações, resultado também ponderado por ALISAH et al. (2021).

Figura 5.4.2 – Influência da razão de diâmetro - SCMP

5.4.3 Influência do diâmetro da microperfuração

Na Figura (5.4.3) mostra os valores da TL para variação do diâmetro da microperfuração no SCMP, com 1500 furos, os resultados mostram que os maiores valores e faixas de atenuações da TL são do diâmetro de 0.8 mm, na faixa de frequência de 600 até 900 Hz, próximas a 70 dB. Para valores muito pequenos de diâmetro as larguras de banda se tornam maiores, porém com baixa atenuação. Mesma observações foram feitas por Goto e Santos (2019), que investigou a eficiência dos SCMP através da largura de atenuação e na frequência onde ocorre a máxima TL.

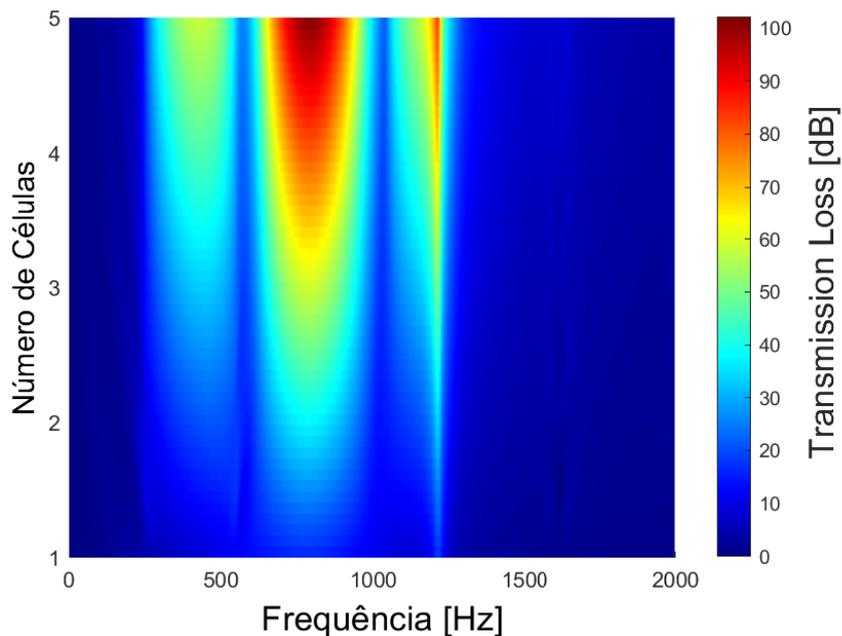
Figura 5.4.3 – Influencia do diâmetro da microperfuração



5.4.4 Influência da quantidade de células

A Figura 5.4.4 mostra um SCMP, com 1500 furos, variando de 1 até 5 células. O gráfico mostra que aumentando a quantidade de células, ocorre um aumento dos valores das atenuações, chegando próximas a 100 dB. Diferentemente do SCE, não ocorre mudanças nas regiões de atenuações, apenas em sua intensidade, sendo essas umas das diferenças entre silenciadores reativos e dissipativos.

Figura 5.4.4 – Influência da quantidade de células - SCMP



6 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foram avaliadas as respostas dinâmicas, diagrama de dispersão, perda de transmissão sonora e variação paramétrica em silenciadores passivos reativos, do tipo câmara de expansão e silenciadores passivos dissipativos, do tipo câmara microperfurada, utilizando os métodos STM, SEM, WFE e FEM, através dos *software Ansys*, *Matlab* e *Comsol*. Os resultados obtiveram uma boa convergência entre os métodos, de acordo também com resultados da literatura. Pelo diagrama de dispersão e resposta da SPL foi possível visualizar os bandgaps e regiões de atenuação, que são causadas pelo efeito destrutivo de Bragg e pelas microperfurações, nos respectivos silenciadores. No gráfico da TL, estas atenuações ocorrem na mesma faixa de frequência dos bandgaps do diagrama de dispersão, e servem para medir a eficiência do silenciador. No estudo da variação paramétrica no SCE, o aumento da quantidade de células proporciona uma maior eficiência no silenciador, com cada célula adicionando aproximadamente 20 dB, para frequências mais baixas. A variação de comprimento proporciona uma maior variação nas bandas de frequências com boas atenuações, sendo ideal seu estudo para o projeto de um bom silenciador que atua com frequências variadas. A relação de área obteve as maiores atenuações, sendo diretamente proporcional a eficiência do silenciador SCE. Para a variação nos SCMP, foi observado que com o aumento da quantidade de micro-perfurações, a perda de transmissão sonora aumenta até um dado limite de furos, onde ela começa a decair consideravelmente. No projeto do SCMP deve-se ter um estudo da quantidade de furos ideais para se obter as maiores atenuações. Em relação ao diâmetro do duto microperfurado, quanto menor seu diâmetro em relação a câmara de expansão, maiores serão os valores obtidos na atenuação das ondas. Valores de a 0.8 mm para o diâmetro da micro-perfuração indicaram os melhores resultados para o controle de ruído.

6.1 ARTIGOS ACEITOS PARA PUBLICAÇÃO EM CONGRESSOS

- MONTEIRO, W.V.O.; GOMES, C.B.F.; REIS, J.M.V; NOBREGA, E.D. Formação de band gaps por meio do ressonador de Helmholtz com variações da cavidade acústica. **Congresso Nacional de Engenharia Mecânica 2022**. Teresina PI, Brasil, 07 A 11 de Agosto de 2022.
- MONTEIRO, W.V.O.; GOMES, C.B.F; GOTO, A.M; NOBREGA, E.D; and DOS SANTOS, J.M.C. Variation of porosity in periodic micro-perforated chamber mufflers using spectral transfer matrix method. In Proceedings of the **8th International Symposium on Solid Mechanics**. Campinas SP, Brazil, October 17th to 19th, 2022.

6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Realizar os experimentos dos silenciadores SCE e SCMP propostos neste trabalho, para comparar os resultados.
- Realizar um estudo analítico, numérico e experimental, transformando o silenciador passivo reativo em um reativo e dissipativo a partir da inserção de um painel microperfurado em seu interior.
- Realizar um estudo analítico, numérico e experimental, de um silenciador de câmara microperfurada com um painel microperfurado em seu interior, alterando a quantidade de microperfurações, geometria e posição.

REFERÊNCIAS

- ALISAH, M. I.; OOI, L. E.; RIPIN, Z. M.; YAHAYA, A. F.; HO, K. Acoustic attenuation performance analysis and optimisation of expansion chamber coupled micro-perforated cylindrical panel using response surface method. **Archives of Acoustics**, v. 46, p. 507–517, 2021.
- ALMEIDA, V.; LIMA, V.; ARRUDA, J. Applying the phononic crystal concept to the intake muffler of a refrigeration compressor. **Applied Acoustics**, v. 194, p. 108800, 2022. ISSN 0003-682X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0003682X22001748>>.
- BARRON, R. F. **Industrial Noise Control and Acoustics**. 1. ed. [S.l.]: CRC Press, 2001. ISBN 9780824707019.
- CAMPOS, B. V. L. Controle de ruído em dutos usando metamateriais do tipo ressonadores de helmholtz. **Faculdade de Engenharia Mecânica - Universidade Estadual de Campinas**, 2018.
- CHAKRABORTY, B.; MAHALE, V.; NAVELKAR, G.; RAO, B. R.; DESAI, R.; INGOLE, B.; JANAKIRAMAN, G. Acoustic characterization of seafloor habitats on the western continental shelf of india. **ICES Journal of Marine Science**, v. 64, 04 2007.
- CHEN, W.; LU, C. Optimal design of a 3d printed composite micro-perforated silencer for engine intake noise control. **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**, v. 774, p. 012125, 03 2020.
- CHIVATE, S.; HUJARE, P.; ASKHEDKAR, R.; HUJARE, D.; CHINCHANIKAR, S. A review on acoustic performance analysis of reactive muffler. **Materials Today: Proceedings**, 2022. ISSN 2214-7853. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S221478532202404X>>.
- COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M. E.; WITT, R. J. **Concepts and Applications of Finite Element Analysis, 4th Edition**. 4. ed. [S.l.]: Wiley, 2001. ISBN 0471356050,9780471356059.
- DAH-YOU, M. Theory and design of microperforated panel sound-absorbing constructions. Scientia Sinica, 1975.
- DOYLE, J. F. **Wave Propagation in Structures: Spectral Analysis Using Fast Discrete Fourier Transforms**. 2. ed. Springer-Verlag New York, 1997. (Mechanical Engineering Series). ISBN 978-1-4612-7304-2,978-1-4612-1832-6. Disponível em: <<http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=0de5ccbe393f4a04a345f51943d217b7>>.
- FU, J.; XU, M.; ZHENG, W.; ZHANG, Z.; HE, Y. Effects of structural parameters on transmission loss of diesel engine muffler and analysis of prominent structural parameters. **Applied Acoustics**, v. 173, p. 107686, 2021. ISSN 0003-682X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0003682X20307908>>.
- GOTO, A.; SANTOS, J. D. Sound attenuation of periodic micro-perforated chamber mufflers using the spectral transfer matrix method. 11 2019.

KINSLER, L. E.; FREY, A. R.; COPPENS, A. B.; SANDERS, J. V. **Fundamentals of acoustics**. 4. ed. [S.l.]: Wiley, 1999. ISBN 9780471847892,0471847895.

LEE, U. Vibration analysis of one-dimensional structures using the spectral transfer matrix method. **Engineering Structures**, v. 22, n. 6, p. 681–690, 2000. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029699000024>>.

LEE, U. **Spectral Element Method in Structural Dynamics**. 1. ed. [S.l.]: Wiley, 2009. ISBN 0470823747,9780470823743.

MAA, D. Y. Potential of microperforated panel absorber. **Journal of the Acoustical Society of America**, v. 104, p. 2861–2866, 1998.

MACE, B. R.; MANCONI, E. Modelling wave propagation in two-dimensional structures using finite element analysis. **Journal of Sound and Vibration**, v. 318, n. 4, p. 884–902, 2008. ISSN 0022-460X.

MENCİK, J.-M. On the low- and mid-frequency forced response of elastic structures using wave finite elements with one-dimensional propagation. **Computers & Structures**, v. 88, n. 11, p. 674–689, 2010. ISSN 0045-7949. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794910000398>>.

MIDDELBERG, J.; BARBER, T.; LEONG, S.; BYRNE, K.; LEONARDI, E. Computational fluid dynamics analysis of the acoustic performance of various simple expansion chamber mufflers. **Acoustics**, p. 123–127, 01 2004.

MOHAMED, E. M.; KHETTABI, A. Application of the interface response theory to a periodical expansion chambers. **AIP Conference Proceedings**, 2019.

MUNJAL, M. L. **Acoustics of Ducts and Mufflers With Application to Exhaust and Ventilation System Design**. 1. ed. [S.l.]: Wiley, 1987. ISBN 0471847380,9780471847380.

MUNJAL, M. L. **Acoustics of Ducts and Mufflers**. Hardcover. [S.l.]: Wiley, 2014. v. 2. ISBN 1118443128,9781118443125.

NOBREGA, E. D. Análise de modelos de barras de alta ordem usando métodos das fatias de guia de ondas. **Faculdade de Engenharia Mecânica - Universidade Estadual de Campinas**, 2015.

RAFIQUE, F.; HUI WU, J.; RUI LIU, C.; MA, F. Transmission loss analysis of a simple expansion chamber muffler with extended inlet and outlet combined with inhomogeneous micro-perforated panel (impp). **Applied Acoustics**, v. 194, p. 108808, 2022. ISSN 0003-682X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0003682X22001827>>.

SELAMET, A.; LEE, I.; HUFF, N. Acoustic attenuation of hybrid silencers. **Journal of Sound and Vibration**, v. 262, n. 3, p. 509–527, 2003. ISSN 0022-460X. 2001 India-USA Symposium on Emerging Trends in Vibration and Noise Engineering. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X03001093>>.

SHI, X.; MAK, C.-M. Sound attenuation of a periodic array of micro-perforated tube mufflers. **Applied Acoustics**, v. 115, p. 15–22, 2017. ISSN 0003-682X.

SILVA, P.; MENCİK, JEAN-MATHIEU; ARRUDA, J.R.F. On the forced harmonic response of coupled systems via a wfe-based super-element approach. 09 2014.

WU, C.; WANG, X.; TANG, H. Transmission loss prediction on side and diso expansion-chamber mufflers with rectangular section by using the collocation approach. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 49, n. 7, p. 872–877, 2007. ISSN 0020-7403. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020740306002748>>.

WUA, M. Q. Micro-perforated panels for duct silencing. Institute of Noise Control Engineering, 1997.

XIANG, L.; ZUO, S.; WU, X.; LIU, J. Study of multi-chamber micro-perforated muffler with adjustable transmission loss. **Applied Acoustics**, v. 122, p. 35–40, 2017. ISSN 0003-682X.

XU, Z.; WEI, H.; PENG, X.; XIN, F.; LU, T. Sound absorption theory for micro-perforated panel with petal-shaped perforations (I). **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 148, p. 18–24, 07 2020.

ZHONG, W.; WILLIAMS, F. On the direct solution of wave propagation for repetitive structures. **Journal of Sound and Vibration**, v. 181, n. 3, p. 485–501, 1995. ISSN 0022-460X.

APÊNDICE A – ROTINA ANSYS - TL

```
!!Transmission Loss para o Silenciador de Câmara de Expansão - Modelo ANSYS APDL
/PREP7
! dados utilizados
rho =1.2041      ! Densidade do ar
c0 = 343.24     ! Velocidade do som
z0 = rho*c0     ! impedancia
freqE =2500! Frequncia maxima
eta = 1.8e-5    ! Viscosidade do ar
wave = c0/2000 !comprimento de onda
p = 1           ! Pressão nominal
vn = -p/(rho*c0) ! velocidade de excitação normal
!-----
!----DADOS ESTRUTURAIS--
rc = (0.150)/2      ! Raio da câmara de expansão
r0 = (0.05)/2      ! Raio do duto
L = 0.1            ! Comprimento original de cada parte do duto
Le = 0.15         ! Comprimento da câmara de expansão
!-----
!---- Dados dos elementos -----
et,1,fluid30 ! (acustico puro)
keyopt,1,2,1      !
mp,dens,1,rho ! material
mp,sonc,1,c0 ! vel. som
!-----
!----- Criando o silenciador Convencional - 1 Célula-----
!- alterando as coordendas para criação do duto
LOCAL,11,0,0,0,0, , ,90,1,1,
WPCSYS,-1,11,
WPAVE,0,0,0
!---- Criando o primeiro duto--
CYL4, , ,r0, , , ,-L
!----Criando o segundo duto---
CYL4, , ,r0, , , ,Le
!! Mudando coordenada
!*
```

```
LOCAL,11,0,Le,0,0, , , 90,1,1,  
CSYS,11,  
WPCSYS,-1,11,
```

```
CYL4, , ,r0, , , ,L
```

```
!---- Criando a câmara de expansão
```

```
LOCAL,11,0,0,0,0, , , 90,1,1,  
WPCSYS,-1,11,  
WPAVE,0,0,0  
CYL4, , ,r0, ,rc, ,Le
```

```
WPCSYS,-1,0
```

```
CSYS,0
```

```
WPAVE,0,0,0
```

```
CSYS,11
```

```
! voltando ao sistema de coordenadas original
```

```
CSYS,0
```

```
WPCSYS,-1
```

```
!----- 2 CÉLULA---
```

```
!- alterando as coordenadas para criação do duto
```

```
LOCAL,11,0,L+Le,0,0, , , 90,1,1,  
WPCSYS,-1,11,  
WPAVE,0,0,0
```

```
!---- Criando o primeiro duto--
```

```
CYL4, , ,r0, , , ,L
```

```
!----Criando o segundo duto---
```

```
!! Mudando coordenada
```

```
!*
```

```
LOCAL,11,0,2*L+Le,0,0, , , 90,1,1,
```

```
CSYS,11,
```

```
WPCSYS,-1,11,
```

```
CYL4, , ,r0, , , ,Le
```

```
!! Mudando coordenada
```

```
!*
```

```
LOCAL,11,0,2*Le+2*L,0,0, , , 90,1,1,
```

```
CSYS,11,
```

```
WPCSYS,-1,11,
```

CYL4, , , r0, , , , L

!---- Criando a câmara de expansão

LOCAL, 11, 0, 2*L+Le, 0, 0, , , 90, 1, 1,

WPCSYS, -1, 11,

WPAVE, 0, 0, 0

CYL4, , , r0, , rc, , Le

WPCSYS, -1, 0

CSYS, 0

WPAVE, 0, 0, 0

CSYS, 11

! voltando ao sistema de coordenadas original

CSYS, 0

WPCSYS, -1

!! --- 3 Célula---

!- alterando as coordenadas para criação do duto

LOCAL, 11, 0, 2*Le+3*L, 0, 0, , , 90, 1, 1,

WPCSYS, -1, 11,

WPAVE, 0, 0, 0

!---- Criando o primeiro duto--

CYL4, , , r0, , , , L

!----Criando o segundo duto---

!! Mudando coordenada

!*
!

LOCAL, 11, 0, 2*Le+4*L, 0, 0, , , 90, 1, 1,

CSYS, 11,

WPCSYS, -1, 11,

CYL4, , , r0, , , , Le

!! Mudando coordenada

!*
!

LOCAL, 11, 0, 3*Le+4*L, 0, 0, , , 90, 1, 1,

CSYS, 11,

WPCSYS, -1, 11,

CYL4, , , r0, , , , L

```

!---- Criando a câmara de expansão
LOCAL,11,0,2*Le+4*L,0,0, , ,90,1,1,
WPCSYS,-1,11,
WPAVE,0,0,0
CYL4, , ,r0, ,rc, ,Le

WPCSYS,-1,0
CSYS,0
WPAVE,0,0,0
CSYS,11

! voltando ao sistema de coordenadas original
CSYS,0
WPCSYS,-1

!-----
!Deletando o encontro entre dutos
vadd,all
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!---- Organizando as linhas da entrada e saída--
lesize,125,,,4
lesize,126,,,4
lesize,127,,,4
lesize,128,,,4
!--
lesize,1,,,4
lesize,2,,,4
lesize,3,,,4
lesize,4,,,4
! Compactando o comprimento de onda por elemento
h=wave/15          ! Refinamento da malha
esize,h
MSHAPE,1
MSHKEY,0
vmesh,all          ! Aplicação malha de volume
nummrg,all        ! Fusão de todos os elementos equivalentes (altera a topologia)
! Aplicação de Condição de Contorno
nset,s,loc,x,-L   ! Seleciona a entrada

```

```

sf,all,port,1          ! inlet port
sf,all,shld,1         ! Velocidade normal
sf,all,impd,z0        ! Impedancia na entrada
nsel,s,loc,x,3*Le+5*L !! Selecciona a saida
sf,all,port,2         ! porta de saida
sf,all,inf            ! radiation boundary on outlet
alls
! inicia a soluçao
/solu
antype,harmic         ! Selecciona o tipo de analise, no caso harmonica
hropt,full           ! METODO DE SOLUCAO DE ANALISE HARMONICA
kbc,1
harf,0,freqE         ! seleciona o range - de 0 até freqE
nsub,250             ! DDivide esse range !*
solve
finish
!post-processing
/post1
spower,1,2           ! Calula a potência sonora
plst,file0102,a2p,t1 ! Plota a Transmission Loss
finish

```