



VALMICHEL VIEIRA DA SILVA

**ANÁLISE ESTATÍSTICA DO COMPORTAMENTO
FLUIDODINÂMICO DO CAROÇO DE FEIJÃO (PHASEOLUS
VULGARIS), MILHO (ZEA MAYS EVERTA) E DO CARVÃO
VEGETAL DE AÇAÍ (EUTERPE OLEREACEA) EM LEITO
FLUIDIZADO CÔNICO**

VALMICHEL VIEIRA DA SILVA

**ANÁLISE ESTATÍSTICA DO COMPORTAMENTO
FLUIDODINÂMICO DO CAROÇO DE FEIJÃO (*PHASEOLUS
VULGARIS*), MILHO (*ZEA MAYS EVERTA*) E DO CARVÃO
VEGETAL DE AÇAÍ (*EUTERPE OLEREACEA*) EM LEITO
FLUIDIZADO CÔNICO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Colegiado do Curso de Engenharia Química do Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal do Maranhão, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Química.

Orientador: Prof. Dr. José R. Pereira Rodrigues

São Luís
2022

Vieira da Silva, Valmichel.

ANÁLISE ESTATÍSTICA DO COMPORTAMENTO FLUIDODINÂMICO DO CAROÇO DE FEIJÃO PHASEOLUS VULGARIS, MILHO ZEA MAYS EVERTA E DO CARVÃO VEGETAL DE AÇAÍ EUTERPE OLEREACEA EM LEITO FLUIDIZADO CÔNICO / Valmichel Vieira da Silva. - 2022.
65 f.

Orientador(a): José Roberto Pereira Rodrigues.
Monografia (Graduação) - Curso de Engenharia Química,
Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2022.

1. Ergun. 2. Fluidização. 3. Regressão linear. 4. Teste de Welch. 5. Variância. I. Roberto Pereira Rodrigues, José. II. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. José Roberto Pereira Rodrigues
Orientador – COEQ/CCET/UFMA

Prof. Dr. Fabio Alejandro Carvajal Florez
COEQ/CCET/UFMA

Eng. Elmo de Sena Ferreira Junior
Hydro/PA

29 de julho de 2022

DADOS CURRICULARES**Valmichel Vieira da Silva****NASCIMENTO** 31/10/1994 – CENTRO NOVO DO MARANHÃO/ MA**FILIAÇÃO** Valmir da Silva
Lindalva Lima Vieira**2015/2022** Curso de Graduação
Engenharia Química - Universidade Federal do Maranhão

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais, Valmir da Silva (In memoriam) e Lindalva Lima Vieira, sem os quais esta conquista jamais teria sido possível.

AGRADECIMENTOS

Acima de tudo e em primeiro lugar agradeço a Deus por me prover de toda força e sabedoria necessária para enfrentar os meus dias de medo, incertezas e solidão. Por guiar meu caminho e me dar amparo nas dificuldades.

Aos meus pais Valmir da Silva ((In memoriam) e Lindalva Lima Vieira que mesmo distantes sempre forneceram todo apoio, carinho e motivação e jamais mediram esforços para me ajudar a realizar os meus sonhos.

Ao meu irmão pequeno, Pedro Leonardo Vieira da Silva, que nasceu assim que eu iniciei a graduação e cuja infância eu não pude compartilhar completamente. De todo modo, a suas visitas foram, em muitos momentos, fonte de uma alegria perene que me ajudavam a recarregar minhas energias e continuar minha jornada.

À minha namorada, Márcia Silva de Paiva, por sua paciência, carinho e incentivo nos momentos difíceis e por jamais ter me deixado desanimar.

Às minhas irmãs Carmichelly, Elenice e Camilly Vieira da Silva que acompanharam a minha jornada desde o início.

Aos meus amigos, Demétrio M. P. Júnior, Ivo C. S. Alves, Bruno J. F. Mendes, Jardel S. Matos, Gabriella de A. Barros, Rayssa de A. Nogueira Silva, Cairo Rafael, Emilio E. X. G. Filho, Neuzivette C. Abecassis, Luís Germano L. de C. Siqueira (In memoriam) que compartilharam comigo diversos momentos, tanto de desânimo quanto de conquistas pelos corredores da UFMA, mas sempre apoiando-se mutuamente.

Ao Prof. José Roberto Pereira Rodrigues, que prontamente me acolheu em seu grupo de pesquisa e sempre se mostrou solícito para esclarecer as dúvidas e ajudar a resolver os problemas que ocasionalmente surgiam.

Ao corpo docente do curso de Engenharia Química pela paciência e por todo o aprendizado ao longo desses anos.

Ao professor Romildo Martins Sampaio por sua prontidão em esclarecer dúvidas, fornecer feedbacks e se empenhar ao máximo para ajudar a garantir a qualidade dos trabalhos produzidos no nosso curso.

À Universidade Federal do Maranhão (UFMA) por todo apoio essencial no meu processo de formação profissional e pela infinidade de oportunidades que propiciou.

EPÍGRAFE

“As oportunidades multiplicam-se à medida que são agarradas.”

Sun Tzu

SILVA, Valmichel V. **Análise estatística do comportamento fluidodinâmico do feijão (*Phaseolus vulgaris*), milho (*Zea mays everta*) e do carvão vegetal de açai (*Euterpe olereacea*) em leito fluidizado cônico.** 2022. 65 f. Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia Química do Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2022.

RESUMO

A estatística fornece ferramenta imprescindíveis para a compreensão de diversos tipos de processos na engenharia química e, por meio dela, é possível entender o comportamento de sistemas bastante complexos como a fluidização. Assim, este trabalho teve o intuito de estudar o comportamento fluidodinâmico dos caroços de feijão (*Phaseolus vulgaris*), milho (*Zea mays everta*) e carvão de açai (*Euterpe olereacea*) através de ferramentas estatísticas, ocorrendo em duas principais vertentes. A primeira etapa consistiu na análise do tipo de distribuição seguido pelos dados experimentais, a igualdade das variâncias e o comportamento das médias para os três níveis de fator (feijão, milho e açai). A outra parte do estudo, resumiu-se em analisar modelos empíricos e determinar qual deles possuía o melhor ajuste para os dados. Dessa forma, os dados apresentaram um comportamento de normalidade para a queda de pressão no intervalo de dados correspondente ao processo fluidizado. Por outro lado, as variâncias apresentaram um grau de heterocedasticidade do milho em relação aos demais. Além disso, o teste de Welch mostrou uma diferença significativa da média do carvão de açai, em relação aos outros níveis. Por fim, a regressão linear mostrou uma melhor adaptação do modelo de Ergun para todos os materiais analisados.

Palavras-chave: Fluidização. Regressão linear. Ergun. Variância. Teste de Welch.

SILVA, Valmichel. V. **Statistical analysis of the fluid dynamic behavior of common beans (*Phaseolus vulgaris*), corn (*Zea mays everta*) and açai charcoal (*Euterpe olereacea*) in a conical fluidized bed.** 2022. 65 f. Graduate Work (Graduate in Chemical Engineering) – Curso de Engenharia do Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2022.

ABSTRACT

Statistics provides essential tools for understanding different types of processes in chemical engineering and, through it, it is possible to understand the behavior of very complex systems such as fluidization. Thus, this work aimed to study the fluid dynamic behavior of bean (*Phaseolus vulgaris*), corn (*Zea mays everta*) and açai charcoal (*Euterpe olereacea*) seeds through statistical tools, occurring in two main aspects. The first step consisted of analyzing the type of distribution followed by the experimental data, the equality of variances and the behavior of the means for the three factor levels (beans, corn and açai). The other part of the study consisted of analyzing empirical models and determining which one had the best fit to the data. Thus, the data showed a normal behavior for the pressure drop in the data interval corresponding to the fluidized process. In addition, the Welch test showed a significant difference from the açai charcoal average, in relation to the other levels. Finally, linear regression showed a better adaptation of the Ergun model for all materials analyzed.

Keywords: Fluidization. Linear regression. Ergun. variance. Welch test.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Conformação inicial do fenômeno de fluidização sobre uma partícula.....	4
Figura 2 - Forças atuantes sobre uma partícula em leito fluidizado	5
Figura 3 – Leito de partículas percolado por uma corrente gasosa ascendente.....	6
Figura 4 – Comportamento de um sistema de fluidização gás-sólido e líquido-sólido.....	6
Figura 5 – Diagrama de Geldart para classificação de partículas fluidizadas	7
Figura 6 – Regimes de fluidização	8
Figura 7 – Gráfico de dispersão para um sistema hipotético relacionando duas variáveis	13
Figura 8 – Desvio dos dados em relação ao modelo estimado de regressão	14
Figura 9 – Padrões de comportamento para o gráfico dos resíduos	18
Figura 10 - Sólidos utilizados como leito para o processo de fluidização (a: milho (<i>Zea Mays</i> Everta); b: feijão (<i>Phaseolus vulgaris</i>); c: carvão vegetal do caroço de açaí (<i>Euterpe Olereacea</i>)).....	21
Figura 11 – Diagrama do sistema mostrando os níveis de fatores para um sistema de fluidização.	23
Figura 12 – Esquema de um sistema de fluidização em leito cônico	24
Figura 13 - Histogramas da queda de pressão para os leitos de feijão, milho e açaí.....	26
Figura 14 - Histogramas da queda de pressão para os leitos de feijão, milho e açaí.....	27
Figura 15 – Gráficos de probabilidade normal com teste de Anderson-Darling para a) Feijão b) Milho e c) Carvão de açaí.	28
Figura 16 – Boxplot comparando as populações de feijão, milho e açaí.	29
Figura 17 – Teste de Bartlett para variância de leitos de feijão, milho e açaí.....	31
Figura 18 – Gráfico de fluidização do leito composto por feijão.....	34
Figura 19 – Gráficos de resíduos a) modelo linear b) modelo logarítmico e c) modelo de Ergun.	35
Figura 20 – Ajuste de dados da equação de Ergun para o leito contendo feijão	36
Figura 21 - Gráfico de fluidização do leito composto de milho.....	37
Figura 22 – Gráficos de resíduos a) modelo linear b) modelo logarítmico e c) modelo de Ergun.	38
Figura 23 - Ajuste de dados da equação de Ergun para o leito contendo milho	39
Figura 24 - Gráfico de fluidização do leito composto por carvão de açaí.....	40

Figura 25 – Gráficos de resíduos a) modelo linear b) modelo logarítmico e c) modelo de Ergun.	41
Figura 26 - Ajuste de dados da equação de Ergun para o leito contendo carvão de açai.....	42

LISTA DE TABELAS E QUADROS

Tabela 1 - Propriedades físicas dos materiais sólidos utilizados neste estudo.	20
Tabela 2 – Modelos de equações submetidas a regressão	24
Tabela 3 – Intervalos de confiança de Bonferroni.....	30
Tabela 4 – Comparação de variância usando teste F.....	32
Tabela 5 - Valores de Anova para teste de média utilizando método de Welch	33
Tabela 6 – Informações de Agrupamento Usando o Método Games-Howell e 95% de Confiança.....	33
Quadro 1– Análise de regressão para os modelos linear, logarítmico e de Ergun	34
Quadro 2 – Análise de regressão para os modelos linear, logarítmico e de Ergun	37
Quadro 3 – Análise de regressão para os modelos linear, logarítmico e de Ergun	40

LISTA DE SÍMBOLOS

Fluidização

Re	Número de Reynolds
f_R	Força resistiva
p	Pressão exercida na fase fluida
P	Pressão piezométrica
ρ	Massa específica da fase fluida
ρ_p	Massa específica da partícula
ε	Porosidade
ε_{mf}	Porosidade na mínima fluidização
g	Aceleração gravitacional
H	Altura efetiva do leito
H_{mf}	Altura na mínima fluidização
z	Distância
m_p	Massa total de partículas no leito
φ	Esfericidade
q_{mf}	Velocidade na mínima fluidização
μ_f	Viscosidade dinâmica
f_{mf}	Força resistiva na mínima fluidização
ΔP	Queda de pressão
A	Área de seção transversal do leito
D	Diâmetro da coluna
π	Número Pi
ΔP_{mf}	Queda de pressão
d_p	Diâmetro médio de partículas
Re_{mf}	Reynolds na mínima fluidização

Estatística

$f(x)$	Função de densidade de Gauss
σ^2	Variância
σ	Desvio padrão

N	Função normal de Gauss
B_0	Intersecção da reta de ajuste
B_1	Inclinação da reta de ajuste
ϵ	Termo de erro aleatório
x	Valor observado nas abscissas
y	Valor observado nas ordenadas
\bar{x}	Média dos valores observados x
\bar{y}	Média dos valores observados y
μ	Média
Var	Variância
E	Esperança
Se	Erro padrão
e_i	Resíduo
\widehat{B}_0	Estimadores dos mínimos quadrados para intersecção
\widehat{B}_1	Estimadores dos mínimos quadrados para inclinação
S_{xx}	Variância amostral em x
S_{xy}	Covariância amostral
H_0	Hipótese nula
H_1	Hipótese alternativa
SQT	Soma de quadrados total
SQE	Soma de quadrados dos erros
SQR	Soma de quadrados da regressão
MQE	Média quadrática dos erros
MQR	Média quadrática da regressão
R^2	Coefficiente de determinação
$B_{1,0}$	Constante de inclinação
$B_{0,0}$	Constante de intersecção
T_0	Distribuição t de student
F_0	Distribuição de Fisher-Snedecor

SUMÁRIO

FOLHA DE APROVAÇÃO	III
DADOS CURRICULARES	IV
DEDICATÓRIA	V
AGRADECIMENTOS	VI
EPÍGRAFE.....	VII
RESUMO.....	VIII
ABSTRACT	IX
LISTA DE FIGURAS.....	X
LISTA DE TABELAS E QUADROS	XII
LISTA DE SÍMBOLOS	XIII
1 INTRODUÇÃO	1
2 OBJETIVOS	3
2.1 Objetivo geral	3
2.2 Objetivos específicos.....	3
3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA (REFERENCIAL TEÓRICO)	4
3.1 FLUIDIZAÇÃO	4
3.2 TRATAMENTO MATEMÁTICO DA FLUIDODINÂMICA DA FLUIDIZAÇÃO	9
3.3 ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS DADOS	11
3.4 REGRESSÃO LINEAR E CORRELAÇÃO.....	12
3.5 TESTE DE HIPOTESE.....	15
3.5.1 Uso de Testes T	15
3.5.2 Abordagem da Análise de Variância (Anova).....	16
3.6 ANÁLISE DE ADEQUAÇÃO DO MODELO.....	17
3.6.1 ANÁLISE DE RESÍDUOS	17
3.7 CONSIDERAÇÕES SOBRE O MATERIAL PARTICULADO	19
4 METODOLOGIA.....	21
4.1 AVALIAÇÃO DOS DADOS EXPERIMENTAIS	21
4.2 NORMALIDADE E IGUALDADE DE VARIÂNCIAS	22
4.3 ANÁLISE DE VARIÂNCIA DOS DADOS.....	22
4.4 MODELOS DE AJUSTE PARA REGRESSÃO LINEAR	23
4.5 SOFTWARES UTILIZADOS.....	25
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	26

5.1	ANÁLISE ESTATÍSTICA DO MILHO, FEIJÃO E CARVÃO DE AÇAI	26
5.1.1	Teste de igualdade de variância.....	30
5.1.2	Análise de Variância (ANOVA).....	32
5.2	REGRESSÃO LINEAR SIMPLES	33
5.2.1	Leito contendo feijão	33
5.2.2	Leito contendo milho.....	36
5.2.3	Leito contendo carvão de açai	39
6	CONCLUSÃO.....	44
	REFERÊNCIAS.....	45

1 INTRODUÇÃO

A fluidização é muito importante na indústria com possibilidade de aplicação em diversos processos como recobrimento de partículas, granulação, secagem, gaseificação do carvão e da biomassa, além de craqueamento do petróleo e diversas reações de síntese ((BASU; FRASER, 1991; LI et al., 2002). Além disso, é de suma importância na indústria pela sua capacidade de resolver problemas referentes a troca de calor e massa simultaneamente, e é amplamente aplicado em processos de desidratação de alimentos, sistemas reacionais em reatores de leito fluidizado, além de apresentarem ótimos índices de conversão em reações gás-sólido, utilizando partículas sólidas para suportar catalisadores ou mesmo utilizando o sólido em suspensão como catalisador (LEVENSPIEL, 2000).

Por outro lado, tem se tornado cada vez mais urgente o desenvolvimento de processos que possibilitem o tratamento de resíduos e sua reutilização em outros processos. Segundo dados do Panorama dos Resíduos Sólidos Brasil, a geração de resíduos sólidos urbanos (RSU) nos domicílios brasileiros cresceu cerca de 4%, alcançando a marca de 82,5 milhões ton/ano durante o período de 2020/2021.

Nesse contexto, tem-se o açaí (*Euterpe oleracea*) que é o fruto da palmeira do açaizeiro, típico da região amazônica e muito utilizado pelos habitantes da região para extração de seu vinho e produção de doces, licores e sucos. Sua palmeira é utilizada para a extração do palmito e a polpa tem um grande poder nutritivo, reconhecida pelo mundo todo, sendo consumida através de bebidas, mix de frutas e sorvetes (RIBEIRO et al., 2021).

Porém, a exemplo de outros bens de consumo, a sua extração é responsável pela geração de uma significativa quantidade de resíduos e, grande parte ainda é descartado, como “rejeito orgânico” de forma inadequada sendo mais um fator de poluição dos solos e água. Entretanto, o não aproveitamento desse resíduo e o descarte inadequado caracteriza um desperdício de material e de energia. Além disso, por não ter um destino útil é geralmente despejado em vias públicas próximo dos locais de venda, utilizado como aterro em construções ou simplesmente despejado em lixões (RODRIGUES et al., 2018).

Diversos estudos promissores têm apontado para o alto poder de reaproveitamento do caroço de açaí para variadas finalidades tais como substrato para produção de enzimas (FARINAS et al., 2009), como fonte de bioenergia (SILVA, 2021) e até mesmo para produção de carvão ativado para filtração de águas residuais (SOUSA et al., 2018) e, nesse sentido, essa semente oleaginosa tem se mostrado muito promissora, em virtude de sua fácil disponibilidade

e alto teor de carbono, destacando-se como um bom substituto aos tradicionais precursores utilizados na produção de carvão ativado (SATO, 2018).

As propriedades do carvão ativado desse resíduo associado à sua utilização em um sistema fluidodinâmico representam não só uma grande possibilidade de inovação tecnológica como também um efeito sinérgico para a cadeia produtiva e para o meio ambiente, devido a reutilização desse resíduo agroindustrial para a criação de um novo processo e, conseqüentemente, a diminuição dos pontos de poluição causados por ele.

Dessa forma, este estudo trata da análise estatística de dados experimentais de um sistema de leito fluidizado com partículas de feijão (*Phaseolus vulgaris*), milho (*Zea Mays* Everta) e carvão ativado do caroço de açaí (*Euterpe Olereacea*) assim como a proposição de modelos empíricos através de ferramentas de regressão linear.

Nesse sentido, a estatística pode fornecer informações muito interessantes a respeito da natureza dos dados tal como do processo em si, tornando seu uso imprescindível. Então, inicialmente, é necessário compreender o comportamento dos dados como o tipo de distribuição, o comportamento das médias, e a variabilidade das populações dos dados amostrais.

Assim, uma variedade de testes estatísticos pode ser utilizada a depender da sua finalidade, como o teste de Anderson-Darling para entender o tipo de distribuição, o teste de Welch para análise do comportamento das médias e o método de Bartlett para testar a igualdade das variâncias. Além disso, é interessante conhecer as equações que fornecem os melhores ajustes para os dados amostrais para o qual tem-se o método de regressão linear. Dessa forma, é possível testar variados modelos e identificar quais deles tem melhor capacidade de explicar, prever e, possivelmente, controlar o comportamento do sistema.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo geral

Analisar estatisticamente os dados experimentais de sistemas de leite fluidizado contendo partículas de feijão (*Phaseolus vulgaris*), milho (*Zea Mays Everta*) e carvão ativado do caroço de açaí (*Euterpe Olereacea*).

2.2 Objetivos específicos

- Verificar se os dados respeitam critérios de distribuição de probabilidade normal (Gaussiana);
- Validar o comportamento das médias e da variabilidade dos sistemas por meio de testes estatísticos;
- Avaliar o modelo que melhor descreve o comportamento dos dados através de regressão linear simples.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA (REFERENCIAL TEÓRICO)

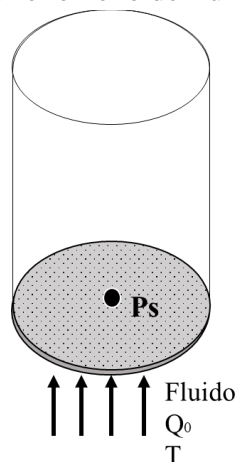
3.1 FLUIDIZAÇÃO

Uma indústria química lida com a transformação de matérias-primas em produtos com valor agregado visando atender seus stakeholders, que consistem em vários públicos associados aos processos produtivos e de consumo. O processo, por sua vez, é um conjunto de atividades realizadas em sequência lógica com o objetivo de produzir um bem de consumo ou de serviço (CREMASCO, 2014). De acordo com Shreve e Brink Jr (2012) os processos que ocorrem na indústria química podem ter natureza química (quando há reações químicas envolvidas) ou física (quando ocorrem somente modificações físicas da matéria-prima). Assim, uma operação unitária é caracterizada como uma etapa do processo de natureza puramente física e que podem ser classificadas conforme as ciências básicas que as fundamentam (CREMASCO, 2014).

A terminologia fluidização provém do fato de um sólido, quando finamente dividido, se comportar como um fluido quando arrastado por um gás ou um líquido. De modo geral, consiste em uma operação de contato entre o leito, sendo este formado por partículas sólidas, e o fluxo de ar ascendente que passa por uma superfície perfurada conhecida como distribuidor, que proporciona uma perfeita mistura entre essas fases, com altas taxas de transferência de calor e massa, dando ao leito características fluidas (HODAPP, 2009; PARK et al., 2000; KUNII; LEVENSPIEL, 1991).

Ao analisar-se o comportamento para uma partícula (P_s) é possível compreender a dinâmica de forças envolvidas nesse processo. Em dado momento, um fluxo de ar ascendente a uma vazão (Q_0) e temperatura (T) incide sobre esta partícula, porém, devido ao seu peso, ela permanece sem movimento, como ilustrado na figura 1:

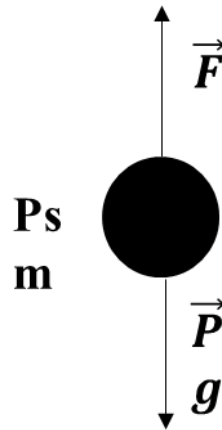
Figura 1- Conformação inicial do fenômeno de fluidização sobre uma partícula



Fonte: Próprio autor (2022).

O aumento do fluxo de ar vai gradualmente permitindo com que a força exercida pelo fluido atue sobre a partícula contrapondo-se a peso dela. Enquanto, o peso da partícula (P_s) é superior a força exercida pelo fluxo ascendente do fluido, a partícula mantém-se inerte, sem movimentação. À medida que a força do fluxo do fluido se iguala ao peso, a dinâmica de forças entra em equilíbrio e a partícula atinge o estado de mínima fluidização. Porém, com aumento do fluxo de fluido passando pelo sistema, a força exercida sobre a partícula aumenta significativamente e sobrepõe-se a força peso. Nessas condições acontece o transporte pneumático que é capaz de movimentar a partícula para além do sistema de leito fluidizado. A figura 2 ilustra a dinâmica de forças atuando sobre a partícula:

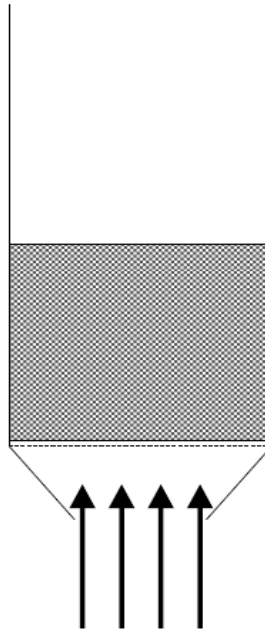
Figura 2 - Forças atuantes sobre uma partícula em leito fluidizado



Fonte: Próprio autor (2022).

Quando uma massa dessas mesmas partículas é acomodada sobre uma placa ou tela perfurada, forma-se um leito de seção transversal circular ou retangular. O processo consiste na passagem de um fluido através desse leito de partículas que inicialmente está a baixa velocidade, e o gás escoar nos espaços entre elas sem promover movimentação do material, permanecendo o leito fixo. À medida que se aumenta a velocidade do gás, as partículas afastam-se e algumas começam a apresentar uma leve vibração, momento no qual o leito encontra-se expandido. Com a velocidade ainda maior, atinge-se uma condição em que a soma das forças causadas pelo escoamento do gás no sentido ascendente iguala-se ao peso das partículas. Nessa situação, em que o movimento do material é mais vigoroso, atinge-se o que se chama de leito fluidizado. À velocidade do gás nessa condição dá-se o nome de mínima velocidade de fluidização que correspondente ao regime de fluidização incipiente (KUNII & LEVENSPIEL, 1991; GUPTA & SATHIYAMOORTHY, 1999). Como o escoamento local do fluido é diferente para cada partícula, isso faz com que cada uma se comporte de modo único (GIBILARO, 2001; MARINI, 2008).

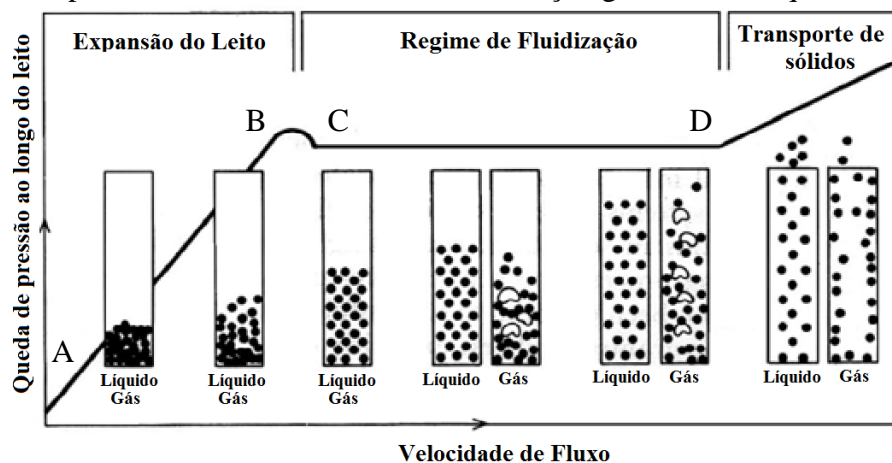
Figura 3 – Leito de partículas percolado por uma corrente gasosa ascendente



Fonte: Nitz e Guardani (2008)

O comportamento supracitado pode ser compreendido através do gráfico da queda de pressão no leito em relação a velocidade superficial para um típico sistema gás-sólido ou líquido-sólido representado na figura 4. A velocidade superficial pode ser compreendida como o volume líquido de um fluido que atravessa um plano horizontal por unidade de tempo e área (GUPTA & SATHIYAMOORTHY, 1999).

Figura 4 – Comportamento de um sistema de fluidização gás-sólido e líquido-sólido.



Fonte: Adaptado de Grace (1986)

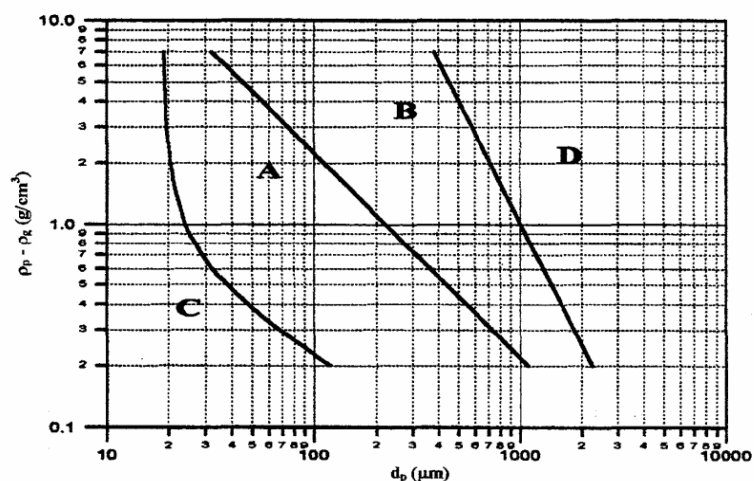
A primeira situação mostra o gás passando através de um leito fixo de partículas sólidas cuja resistência ao seu fluxo depende, além de parâmetros hidrodinâmicos, do histórico prévio do leito, como o seu grau de compactação. Em um leito muito compacto é possível afirmar que

o valor de porosidade é baixo e, conseqüentemente, a queda de pressão do gás ascendente assume magnitudes muito altas como se observa na linha AB da figura 4. Nesse momento, o fluido passa através do leito de partículas com um fluxo muito baixo, provocando uma simples percolação entre os espaços vazios das partículas estacionárias (KUNII & LEVENSPIEL, 1991; GUPTA & SATHIYAMOORTHY, 1999).

O ponto B marca o início do processo de fluidização e vai até o ponto C, a partir de onde, em casos ideais, o aumento da velocidade superficial do gás não provoca alteração na queda de pressão. No ponto D atinge-se a velocidade terminal de fluidização e a pressão deixa de ser constante para assumir um comportamento semelhante ao de uma coluna vazia, devido ao fato de as partículas deixarem o leito ou serem completamente arrastada para fora do sistema de fluidização (GUPTA & SATHIYAMOORTHY, 1999).

É pouco prático para maioria dos pesquisadores, particularmente, para aqueles que desejam trabalhar em uma escala razoavelmente maior, testar uma variedade muito grande de materiais, uma vez que essa é somente uma das variáveis importantes de serem estudadas. A fim de estabelecer critérios para a classificação dos vários tipos de particulados, Geldart (1973) introduz cálculos para agrupá-los segundo características específicas, porém, já era possível categorizá-los em quatro grandes grupos baseados somente em experimentos e na literatura já existente. O diagrama de Geldart (1973) é mostrado na figura 5 e ilustra os quatro grupos de pós por meio da diferença da massa específica da partícula pela do fluido em função do tamanho médio das partículas.

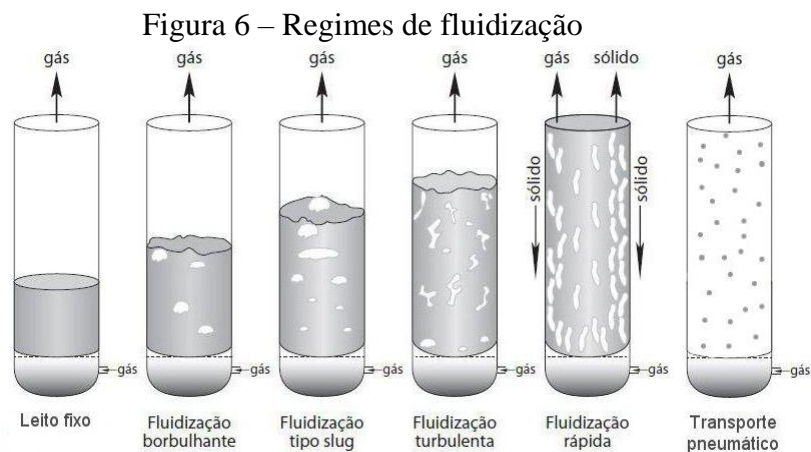
Figura 5 – Diagrama de Geldart para classificação de partículas fluidizadas



Fonte: adaptado de Geldart (1973)

- Assim, o grupo A é composto de partículas de tamanho médio pequeno e/ou partículas com densidades menores do que $1,4 \text{ g/cm}^3$ como é o exemplo de catalizadores de craqueamento.
- O grupo B, por sua vez, contém materiais com tamanho médio $40\mu\text{m} < d < 500\mu\text{m}$ e massa específica na faixa de $4\text{g/cm}^3 > \rho > 1,4\text{g/cm}^3$ tendo a areia como o exemplo mais típico.
- O grupo C relaciona materiais que tem características mais coesivas tornando a fluidização consideravelmente difícil, pois as forças interparticulares são mais fortes do que a exercida pelo fluido que pode ser resultado de leitos constituídos de partículas de tamanho muito pequeno, presença de cargas eletroestáticas, leito com água ou material pegajoso.
- Finalmente, o grupo D é composto por partículas maiores e mais densas e, geralmente, são mais bem tratadas em leitos de jorros

Os regimes fluidodinâmicos dependem das características físicas da fase particulada (distribuição granulométrica, tamanho médio de partículas, forma, massa específica) e da fase fluida (viscosidade dinâmica, massa específica), bem como das condições operacionais da coluna (temperatura e vazão da fase fluida, compactação da fase particulada, altura efetiva, diâmetro). Além disso, como se vê na figura 6, é possível identificar alguns tipos de regimes como fluidização homogênea, fluidização borbulhante, fluidização do tipo slug, fluidização turbulenta e fluidização rápida. Grande parte da fluidização que se utiliza de líquidos enquanto fase fluida, resulta em fluidização homogênea, ao passo que a fluidização que opera com gases leva aos outros tipos de regime de fluidização, conhecidos como heterogêneos (CREMASCO, 2014).



Fonte: adaptado de Grace (1986)

Assim, é possível classificar os regimes de fluidização em três grandes famílias onde constam a fluidização homogênea, a fluidização heterogênea e a fluidização com transporte e arraste de partículas.

3.2 TRATAMENTO MATEMÁTICO DA FLUIDODINÂMICA DA FLUIDIZAÇÃO

A análise matemática de um sistema de fluidização é fundamental para a sua melhor compreensão, de forma que este tópico foi desenvolvido tomando-se por base os cálculos desenvolvidos por Cremasco (2014). Segundo o autor, a diferença da fluidodinâmica entre o leito fixo e o fluidizado é devido ao fato de que este pode ser tratado, no mínimo, como um leito expandido, o que indica que as partículas guardam uma distância mínima entre si, ao passo que no leito fixo elas estão em contato direto uma com as outras. A interação entre fluido e fase particulada pode ser descrita por meio das equações (1) e (2) a seguir:

$$-\frac{dp}{dz} - \rho g = f_r \quad (1)$$

$$f_r = (1 - \varepsilon)(\rho_p - \rho)g \quad (2)$$

Quando um fluido em sentido ascendente passa através de um leito de partículas sustentado por uma placa distribuidora tem-se o início da fluidização, que chega ao seu equilíbrio quando a força de arraste promovida pelo fluxo ascendente do gás em movimento tornar-se igual ao peso aparente das partículas (MARQUES, 2004). A equação 2 mostra que a força resistiva se iguala ao peso aparente da fase particulada por unidade de volume, onde o peso aparente é definido pela diferença entre o peso das partículas e do fluido ascendente (empuxo). Devido ao escoamento ascendente do fluido, acontece o início da fluidização e a força resistiva associada a interação entre as partículas expandidas iguala-se ao seu peso aparente e, assim, a equação 2 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$f_{mf} = (1 - \varepsilon_{mf})(\rho_p - \rho)g \quad (3)$$

em que o subscrito mf indica mínima fluidização. Além dessa abordagem, é possível escrever esse fenômeno como uma transição (ou intersecção) entre as situações de leito fixo e leito fluidizado. Além do mais, algumas hipóteses são estabelecidas como a de o fluido ser newtoniano com escoamento uniforme e a fase particulada, por sua vez, isotrópica e homogênea. Assim, por meio da equação 1 e da definição de pressão piezométrica na equação 4, chega-se à equação 5:

$$P = p + \rho g z \quad (4)$$

$$-\frac{dP}{dz} = f_r \quad (5)$$

É possível integrar a equação 5 em relação à altura do leito na mínima fluidização, que fornece como resultado a equação 6, abaixo:

$$-\frac{\Delta P}{H_{mf}} = f_{mf} \quad (6)$$

onde H_{mf} não é mais a altura do leito fixo e sim a altura do leito expandido. Ao igualar-se a equação 6 com 3, obtém-se a queda de pressão do leito na mínima fluidização por meio do peso aparente da fase particulada, como se segue:

$$-\frac{\Delta P}{H_{mf}} = (1 - \varepsilon_{mf})(\rho_p - \rho)g \quad (7)$$

Alguns resultados apontam que para a fluidização homogênea o peso do leito se relaciona com a queda de pressão $-\Delta P_{mf}$ na mínima fluidização através da equação 8:

$$-\Delta P = \frac{m_p}{\text{Área}} \quad (8)$$

Onde m_p é a massa de partículas do leito e a área ($\pi D^2/4$) corresponde a secção transversal ao escoamento do fluido com diâmetro D. Ao combinar-se as equações 7 e 8, chega-se a:

$$\varepsilon_{mf} = 1 - \frac{m_p}{H_{mf}(\text{Área})(\rho_p - \rho)} \quad (9)$$

O valor da porosidade na mínima fluidização é, logicamente, maior do que para o leito de partículas fixo por causa de seu empacotamento. No entanto, por estar em uma condição de leito expandido (ou em eminência de fluidização) considera-se que o valor da velocidade intersticial relativa entre as fases fluidas e particulada é igual ao valor da velocidade intersticial da fase fluida. O desenvolvimento da equação 9 resulta na equação de Ergun, que é o modelo mais aceito atualmente para descrever o comportamento de sistemas fluidodinâmicos.

$$\frac{(-\Delta P_{mf})}{H_{mf}} = 150 \left[\frac{(1 - \varepsilon_{mf})^2}{\varepsilon_{mf}^3} \right] \frac{\mu_f}{\varphi d_p^2} q_{mf} + 1,75 \left(\frac{1 - \varepsilon_{mf}}{\varepsilon_{mf}^3} \right) \frac{\rho}{\varphi d_p} q_{mf}^2 \quad (10)$$

Essa equação descreve o comportamento do leito fluidizado ao relacionar a queda de pressão e a velocidade superficial na mínima fluidização. Outro parâmetro importante é o número de Reynolds na mínima fluidização que é calculado segundo:

$$Re_{mf} = \frac{\rho d_p q_{mf}}{\mu_f} \quad (11)$$

Para o escoamento em um leito, têm-se:

$$Re < 40 \rightarrow \text{Regime Laminar} \quad (12)$$

$$Re > 40 \rightarrow \text{Regime Turbulento} \quad (13)$$

Para ambos os regimes de escoamento, a equação de *Ergun* (Equação 10) descreve a variação de pressão por unidade de comprimento do leito fluidizado.

3.3 ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS DADOS

A análise do tipo de distribuição seguido por um conjunto de dados é muito importante e a probabilidade Gaussiana (ou normal) é muito comum em diversos estudos. É possível determiná-la a partir da função de densidade de probabilidade:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad -\infty < x < \infty \quad (14)$$

que é uma variável aleatória normal com parâmetros μ em que $-\infty < \mu < \infty$ e $\sigma > 0$. A notação $N(\mu, \sigma^2)$ indica a distribuição normal para a qual μ é a média e σ^2 , a variância. Conforme Larson e Farber (2004) essa distribuição tem média, mediana e moda iguais, tem um formato de sino simétrico ao redor da média e a área total sob a curva possui valor unitário.

Os testes de Anderson-Darling, Cramer-von Mises, Kolmogorov-Smirnov são baseados na função de distribuição empírica (FDE) dos dados, e apresentam vantagens sobre o teste de aderência qui-quadrado, incluindo maior poder e invariância em relação aos pontos médios dos intervalos escolhidos. O teste de Kolmogorov-Smirnov pertence à classe suprema de estatísticas baseadas na FDE, pois trabalha com a maior diferença entre a distribuição empírica e a hipotética. Os testes Anderson-Darling e Cramer-von Mises pertencem à classe quadrática de estatísticas baseadas na FDE, pois trabalham com as diferenças quadráticas entre a distribuição empírica e a hipotética. No entanto, o teste de Shapiro-Wilk baseia-se nos valores amostrais ordenados elevados ao quadrado e tem sido o teste de normalidade preferido por mostrar ser mais poderoso que diversos testes alternativos (LEOTTI et al., 2005).

Antes de mais nada, é fundamental analisar a homoscedasticidade dos dados, que significa que o erro e a variável explicada (Y_i) têm variância constantes, ou seja, $Var(Y_i|X_i) = Var(\mu_i) = \sigma^2$. Por outro lado, a heterocedasticidade indica que a variância de $Y|X$ não é constante e a hipótese nula $Var(\mu_i)$ é rejeitada (GUJARATI; PORTER, 2013).

A variância constante ou homogeneidade de variâncias (homocedasticidade) é, na maioria das vezes, um requisito necessário para a análise de variância (ANOVA). Sob heterogeneidade de variância, o método dos mínimos quadrados ordinários não produz os melhores estimadores e o teste F, as comparações múltiplas, os contrastes ortogonais, ou a estimação dos componentes de variância poderão ser fortemente afetados. Isto é, dependendo do grau de severidade da heterogeneidade das variâncias, a análise de variância pode ter sua significância estatística comprometida (MILLIKEN; JOHNSON, 1992).

O procedimento clássico de testar a hipótese de igualdade de variâncias dentro de cada tratamento, isto é, contra a hipótese alternativa de que pelo menos duas variâncias de tratamentos diferem, é o teste da razão de verossimilhança sob a suposição de normalidade. A distribuição da estatística no teste da razão de verossimilhança para igualdade de variâncias em populações normais depende da curtose da distribuição (BOX, 1953). Assim, o teste é sensível a desvios de normalidade. O teste de Bartlett (1937) é uma modificação do teste da razão de verossimilhança com objetivo de melhorar a aproximação à distribuição qui-quadrado.

Assim, o usuário de testes de igualdade de variâncias é contemplado com um elenco grande e confuso de opções. Tem-se tornado padrão o uso do teste de Bartlett, que tem maior precisão para a probabilidade do erro tipo I e alto poder quando a distribuição subjacente dos dados é normal, mas pode ser muito inexato se a distribuição é ligeiramente não-normal (CONNOVER et al., 1981).

O teste de média desenvolvido por B.L. Welch é um método de aproximação para comparar as médias de duas populações normais independentes quando suas variâncias não são necessariamente iguais. Como o teste t modificado de Welch não é derivado sob a suposição de variâncias iguais, ele permite comparar as médias de duas populações sem primeiro ter que testar a igualdade das variâncias (WELCH, 1947).

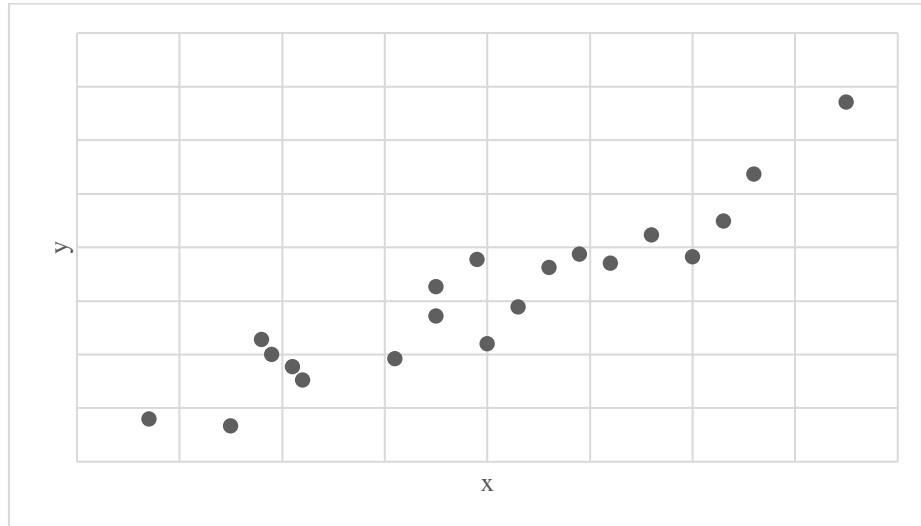
3.4 REGRESSÃO LINEAR

A análise de regressão estuda o relacionamento entre uma variável denominada de dependente e uma ou várias variáveis independentes. Caso se considere apenas uma variável independente, o problema trata-se de uma regressão linear simples, entretanto, para duas ou mais variáveis, trata-se de uma análise de regressão múltipla. A importância do estudo da análise de regressão advém da necessidade do estudo de determinados fenômenos nas Ciências da Natureza (Física, Biologia, Química), nas Ciências Sociais, nas Ciências da Saúde e em problema de Engenharia (RODRIGUES, 2012).

Essa análise pode ser usada para construir um modelo que descreve a correlação de uma variável em relação a outra e pode ser muito útil para otimização ou controle de processos. Assim, é possível interpretar o comportamento de um conjunto de dados através de um gráfico de dispersão onde um par de coordenadas (x,y) corresponde a um ponto em um sistema bidimensional. Na figura 7 tem-se um sistema hipotético e, por meio de uma inspeção do gráfico verifica-se que há uma tendência de crescimento linear para aqueles pontos, porém, não há

nenhuma curva simples que passe exatamente por todos eles. Pode-se afirmar, contudo, que os pontos estão dispersos ao redor de uma linha reta (MONTGOMERY; RUNGER, 2016).

Figura 7 – Gráfico de dispersão para um sistema hipotético relacionando duas variáveis



Fonte: Adaptado de Montgomery e Runger (2016).

É razoável dizer que a média da variável Y se relaciona com x por meio de uma relação linear, como se segue:

$$E((Y|x)) = u_{(Y|x)} = \beta_0 + \beta_1 x \quad (15)$$

A interseção (β_0) e a inclinação (β_1) da equação são os coeficientes de regressão para a reta que cruza os pontos dispersos no gráfico. Assim, é fácil observar que a equação 15 não descreve muito bem o gráfico anterior, porque os pontos se encontram ao redor da reta e não exatamente sobre ela. Assim, para chegar a um modelo mais realista e obter uma generalização para um modelo linear probabilístico supõem-se que o valor esperado para Y é uma função linear de x, porém, o valor real de Y para um determinado valor de x é obtido por meio do modelo linear acrescido de um termo de erro aleatório.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon \quad (16)$$

onde ϵ é o termo de erro aleatório e a equação 16 é o modelo de regressão linear simples devido ao fato de ter somente uma variável independente. Em alguns casos, esses modelos são obtidos com base em conhecimentos teóricos. Em outros, não há uma relação teórica entre x e y de modo que a correlação se fundamentará na inspeção do gráfico de dispersão e por isso este tipo de modelo é considerado empírico (MONTGOMERY; RUNGER, 2016).

A equação 16 pode ser melhor analisada fixando-se o valor de x para uma melhor compressão do comportamento do termo referente ao erro (ϵ) e como ele influencia o valor da

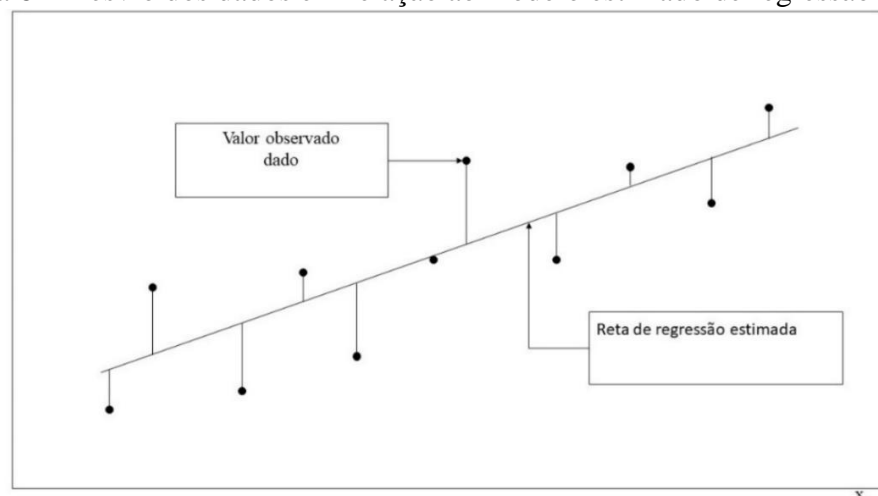
variável dependente (Y). De acordo com Taconeli (2010), o termo ϵ tem algumas características, como:

- A esperança dos erros é zero: $E(\epsilon) = 0$
- A variância dos erros é constante: $Var(\epsilon) = \sigma^2$
- Os erros têm distribuição normal: $N \sim (0, \sigma^2)$

Na maioria dos problemas do mundo real, os valores dos coeficientes de regressão linear, angular (β_0, β_1) e a variância (σ^2) são desconhecidos tornando-se necessário estimá-los a partir de dados amostrais. A análise de regressão é uma coleção de ferramentas estatísticas que auxiliam a estimar esses parâmetros e construir modelos capazes de descrever o sistema em questão, prever os valores futuros de Y e estimar a resposta média para um nível determinado de x (MONTGOMERY; RUNGER, 2016).

O cientista alemão Carl Gauss (1777-1855) propôs estimar os parâmetros β_0 e β_1 da equação 16 a fim de minimizar a soma dos desvios verticais, como na figura 8. Ele usou regras de derivadas nas equações que determinavam os parâmetros ótimos das funções com base nesse critério, chegando assim, ao método dos mínimos quadrados que consiste em um método estatístico sem fundamentação probabilística. Ou seja, não há qualquer raciocínio nem qualquer pressuposto que indique qualquer carácter da aleatoriedade das medidas. Este critério é conhecido como o método dos mínimos quadrados e por meio dele é possível encontrar a reta que melhor se ajusta aos dados observados (CRATO, 2014).

Figura 8 – Desvio dos dados em relação ao modelo estimado de regressão



Fonte: adaptado de Montgomery e Runger (2016).

Assim, os estimadores dos mínimos quadrados da intersecção e da inclinação em um modelo de regressão linear simples podem ser calculados conforme as equações a seguir:

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 x \quad (17)$$

e

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \quad (18)$$

onde $\bar{x} = 1/n \sum_{i=1}^n x_i$ e $\bar{y} = 1/n \sum_{i=1}^n y_i$ são a média dos dados amostrais para um dado sistema. Já a notação S_{xx} e S_{xy} da equação 18 podem ser determinados conforme as equações 19 e 20, abaixo:

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{[\sum_{i=1}^n x_i]^2}{n} \quad (19)$$

e

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n y_i (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{[\sum_{i=1}^n x_i][\sum_{i=1}^n y_i]}{n} \quad (20)$$

Consequentemente, a linha estimada ou ajustada de regressão pode ser escrita da seguinte forma:

$$\bar{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x \quad (21)$$

e cada par de dados amostrados obedece a relação:

$$\bar{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x + e_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (22)$$

onde $e_i = y_i - \hat{y}_i$ é conhecido como resíduo e descreve o erro do ajuste do modelo para a i -ésima observação de y_i . Esse termo é muito importante para verificar o ajuste de um dado modelo.

3.5 TESTE DE HIPOTESE

Hirakata et al (2019) define teste de hipóteses como uma regra de decisão para aceitar ou rejeitar uma hipótese com base em informações obtidas de dados amostrais. Assim, o teste de hipótese estatístico é uma excelente forma de verificação da adequação de um modelo de regressão linear para um dado intervalo de confiança (MONTGOMERY; RUNGER, 2016).

3.5.1 Uso de Testes t

Para testar as hipóteses sobre a inclinação e a intersecção é preciso supor que o termo referente ao erro ϵ no modelo de regressão tenha distribuição normal $N(0, \sigma^2)$. Assim para testar a hipótese de a inclinação ser uma constante ($\beta_{1,0}$), estabelece-se os seguintes critérios:

$$\begin{aligned} H_0: \beta_1 &= \beta_{1,0} \\ H_1: \beta_1 &\neq \beta_{1,0} \end{aligned} \quad (23)$$

Para atestar se a hipótese $H_0: \beta_0 = \beta_{1,0}$ é válida é preciso calcular o valor de t a partir da equação a seguir:

$$t_0 = \frac{\widehat{\beta}_1 - \beta_{1,0}}{\sqrt{\widehat{\sigma}^2 / S_{xx}}} \quad (24)$$

que segue a distribuição t com $(n - 2)$ graus de liberdade e para que seja possível rejeitar a hipótese $H_0: \beta_0 = \beta_{1,0}$ o critério seguinte precisa ser obedecido:

$$|t_0| > t_{\alpha/2, n-2} \quad (25)$$

O denominador da equação 24 corresponde ao erro padrão da inclinação $Se(\widehat{\beta}_1)$. Com um raciocínio semelhante desenvolve-se o teste para a intersecção do modelo de regressão, onde as hipóteses são:

$$\begin{aligned} H_0: \beta_0 &= \beta_{0,0} \\ H_1: \beta_0 &\neq \beta_{0,0} \end{aligned} \quad (26)$$

para a estatística:

$$t_0 = \frac{\widehat{\beta}_0 - \beta_{0,0}}{\sqrt{\sigma^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}} \right]}} = \frac{\widehat{\beta}_0 - \beta_{0,0}}{Se(\widehat{\beta}_0)} \quad (27)$$

Percebe-se que o denominador da equação 27 corresponde ao erro padrão da intersecção e para que a hipótese nula seja rejeitada, o valor calculado para t_0 deve ser tal que $|t_0| > t_{\alpha/2, n-2}$ para a distribuição t-student.

3.5.2 Abordagem da Análise de Variância (ANOVA)

O método de análise de variância pode ser usado para provar a significância de uma regressão. O procedimento consiste na separação da variância total na variável de resposta em componentes significativos como base para o teste (MONTGOMERY; RUNGER, 2016).

$$SQ_T = SQ_R + SQ_E \quad (28)$$

onde tem-se que $SQ_T = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ é a soma dos quadrados total corrigidos de y e $SQ_R = \sum_{i=1}^n (\widehat{y}_i - \bar{y})^2$ é a soma dos quadrados da regressão que mede a quantidade de variabilidade de y_i devido a linha de regressão. Já $SQ_E = \sum_{i=1}^n (y_i - \widehat{y}_i)^2$ é a soma dos quadrados dos erros que mede a variação residual deixada sem explicação pela linha de regressão. Para atestar a significância da regressão calcula-se:

$$F_0 = \frac{SQ_R/1}{SQ_E/(n-2)} = \frac{MQ_R}{MQ_E} \quad (29)$$

que segue a distribuição $F_{1, n-2}$ rejeitando-se a hipótese nula (H_0) conforme o critério $f_0 > f_{\alpha, 1, n-2}$. Os valores $MQ_R = SQ_R/1$ e $MQ_E = SQ_E/(n - 2)$ são as médias quadráticas que

são, em geral, calculadas dividindo-se o valor da soma dos quadrados pelo grau de liberdade. É possível demonstrar que o teste t e a abordagem pela análise de variância são equivalentes e, seguramente, conduzirão as mesmas conclusões.

3.6 ANÁLISE DE ADEQUAÇÃO DO MODELO

Ajustar um modelo de regressão e estimar parâmetros requer várias suposições como: os erros serem variáveis aleatórias não correlacionadas, com média zero e variância constante. Adicionalmente, ao considera-se que uma dada ordem para um modelo esteja correta, por exemplo, para um modelo de regressão linear simples, deve-se supor que o fenômeno se comporte linearmente, assim, tendo ordem igual a um. Essas suposições devem sempre ser vistas com criticidade submetendo-as a exames e testes (MONTGOMERY; RUNGER, 2016).

3.6.1 ANÁLISE DE RESÍDUOS

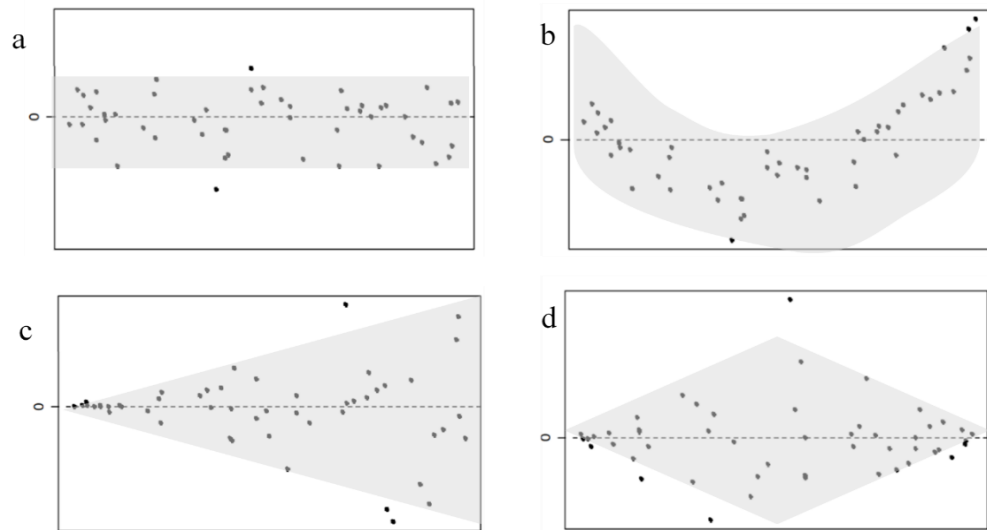
Os resíduos $e_i = y_i - \hat{y}_i$ consistem na diferença entre o valor de y_i observado e o valor ajustado \hat{y}_i obtido através do modelo de regressão e servem para imitar os erros ϵ . Para que as suposições se mostrem válidas, o comportamento esperado para os resíduos deve ser completamente aleatório em torno do valor zero (WALPOLE et al., 2009).

Para verificação da normalidade é indicado construir um histograma ou gráfico de probabilidade normal de resíduos. Frequentemente, os programas computacionais usados para este tipo de análise são capazes de gerar esses resultados. Além disso, pode ser interessante padronizar os resíduos $e_i/\sqrt{\sigma^2}$ para $i = 1, 2, \dots, n$ para o qual espera-se que 95% dos resultados fiquem dentro do intervalo de $(+2, -2)$. Os resultados que ficam de fora desse intervalo indicam a presença de um outlier que consiste em uma observação com comportamento distinto do resto dos dados (MONTGOMERY; RUNGER, 2016).

Algumas formas de construir os gráficos de resíduos podem ser em relação a uma sequência temporal, em relação a \hat{y}_i ou a variável independente x que, com frequência, tem uma aparência padronizada e pode indicar um comportamento específico.

Assim, a figura 9a representa a situação ideal onde as observações estão randomicamente distribuídas ao redor de zero, os outros casos representam anomalias (WALPOLE et al., 2009).

Figura 9 – Padrões de comportamento para o gráfico dos resíduos



Fonte: adaptado de Montgomery, Peck e Vining (2012)

Para o caso b) tem-se um comportamento não-linear e o modelo não é adequado, destarte, deve se considerar a adição de termos de ordem maiores, transformação sobre a variável x ou y , ou até a adição de outros regressores. Para c) a variância possivelmente está crescendo com o tempo ou com o aumento de x ou y e as transformações de variáveis podem ser utilizadas para corrigir esse efeito. O caso d) também indicam uma desigualdade da variância (MONTGOMERY et al., 2021).

3.6.2 COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO (R^2)

Uma relação amplamente usada para julgar um modelo de regressão é o coeficiente de determinação R^2 , que segundo Walpole et al. (2009) é uma medida da proporção da variabilidade explicada pelo modelo ajustado. Para entender melhor o conceito usa-se a soma dos mínimos quadrados dos erros $SQ_E = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$ e a soma dos quadrados total corrigida $SQ_T = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ resultando na seguinte equação:

$$R^2 = 1 - \frac{SQ_E}{SQ_T} \quad (30)$$

onde SQ_E representa a variação total de erros que não são explicados pelo modelo e SQ_T a variação que seria explicado pelo modelo em caso de idealidade (WALPOLE et al., 2009).

Assim, pela equação 30 se $SQ_E = 0$, o valor de $R^2 = 1$ indicando que toda a variação é explicada pelo modelo e que os resíduos são zero. Esse é um caso ideal e mostra que o modelo

de regressão fornece um ajuste perfeito. Porém, se SQ_E for somente um pouco maior do que SQ_T o valor de $R^2 \cong 0$ e o ajuste é ruim (WALPOLE et al., 2009).

O coeficiente de determinação é frequentemente usado por analistas devido a sua simplicidade, entretanto, é necessário um esforço cuidadoso para que sua análise não resulte em interpretações irreais. O coeficiente é estabelecido na faixa de $0 < R^2 < 1$ e como já visto, um bom ajuste é alcançado para valores mais próximos de $R^2 = 1$. Contudo, é sempre possível fazer o valor do coeficiente mais próximo de uma unidade ao adicionar-se termos ao modelo de regressão o que não implica, necessariamente, que o novo modelo ajustado seja melhor do que o anterior (MONTGOMERY et al., 2021; WALPOLE et al., 2009).

Além disso, R^2 não é usado para medir magnitude de inclinação da reta de ajuste ou mesmo a adequação do modelo já que este pode ser artificialmente aumentado com a adição de termos polinomiais de graus maiores (superajuste). Conseqüentemente, é preciso ressaltar, neste ponto, que não é prudente apoiar-se em um processo de seleção de modelo que somente envolva a consideração de R^2 (MONTGOMERY; RUNGER, 2016; WALPOLE et al., 2009).

Outro ponto relevante a ser discutido é sobre quais valores de R^2 são aceitáveis, o que de acordo com Walpole et al. (2009) depende da sensibilidade do analista para o sistema em questão. Assim, por exemplo, para a calibração de um equipamento de alta precisão espera-se valores de $R^2 = 0,99$ que são valores muito altos. Apesar disso, ocasionalmente os valores dos coeficientes podem ser baixos como $R^2 = 0,3$ e ainda fornecer informações importantes para o analista. Valores baixos de R^2 podem estar relacionados a obtenção dos dados como a capacidade do instrumento utilizado, a habilidade da pessoa que faz as medições ou pode estar relacionado a própria natureza dos experimentos (MONTGOMERY et al., 2021).

3.7 CONSIDERAÇÕES SOBRE O MATERIAL PARTICULADO

O presente trabalho tem como objetivo verificar através de ferramentas estatísticas, o comportamento fluidodinâmico empregando feijão (*Phaseolus vulgaris*), milho (*Zea Mays Everta*) e carvão vegetal do caroço de açaí (*Euterpe Olereacea*), como constituintes do leito. Assim, se faz necessário buscar na literatura as propriedades de esfericidade, densidade e diâmetro médio de partícula destes componentes sólidos. Dessa maneira, a tabela 1 apresenta as propriedades físicas dos materiais sólidos que serão verificados neste estudo.

Tabela 1: Propriedades físicas dos materiais sólidos utilizados neste estudo.

Material	Esfericidade	Densidade
Caroço de feijão	0,66	1,351 g/cm ³
Caroço de milho	0,79	1,244 g/cm ³
Carvão vegetal do caroço de açaí	0,91	0,684 g/cm ³

Fonte: Nogueira (2022)

4 METODOLOGIA

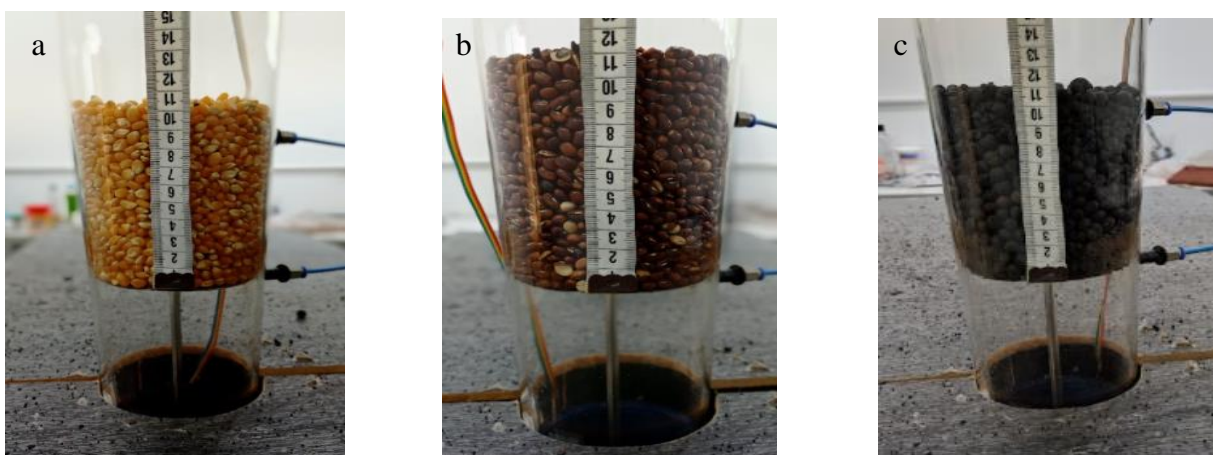
A metodologia de execução deste trabalho se deu em três principais etapas que foram a investigação do tipo de distribuição seguida pelos dados amostrais, a análise do comportamento das médias e da variância e, posteriormente, o ajuste de modelos específicos através de ferramentas de regressão linear simples.

4.1 AVALIAÇÃO DOS DADOS EXPERIMENTAIS

Os dados utilizados neste trabalho foram extraídos do estudo realizado por (SILVA, 2022) sobre o comportamento fluidodinâmico do feijão (*Phaseolus vulgaris*), milho (*zea mays everta*) e do carvão vegetal de açaí (*euterpe olereacea*) em leito fluidizado cônico. Os experimentos foram conduzidos no Laboratório de Instrumentação e Automação de Processos localizado no Laboratórios de Ensino e Pesquisa em Engenharia Química – LEPEQ do Centro de Ciências Exatas e Tecnologias da Universidade Federal do Maranhão – UFMA.

Os materiais analisados no estudo de Silva (2022) foram feijão (*Phaseolus vulgaris*), milho (*Zea Mays Everta*) e carvão vegetal do caroço de açaí (*Euterpe Olereacea*). Esses materiais foram utilizados como recheio em um leito cônico e, posteriormente, submetidos a um processo de fluidização. A figura 10 a seguir mostra a configuração inicial desse sistema:

Figura 10 - Sólidos utilizados como leito para o processo de fluidização (a: milho (*Zea Mays Everta*); b: feijão (*Phaseolus vulgaris*); c: carvão vegetal do caroço de açaí (*Euterpe Olereacea*)).



Fonte: Silva (2022)

4.2 NORMALIDADE E IGUALDADE DE VARIÂNCIAS

Para atestar a normalidade dos dados foram construídos histogramas e boxplots para obter informações de natureza visual. O histograma é usado para examinar a forma e a dispersão dos dados e nele, os valores são divididos em muitos intervalos tendo sua frequência contada e representada graficamente como uma barra dentro dos intervalos estabelecidos. Por outro lado, com o boxplot é possível avaliar e comparar o formato, tendência central e variabilidade de distribuições de amostra, além de facilitar a identificação de outliers. Por padrão, um boxplot demonstra a mediana, amplitude interquartil, amplitude e outliers para cada grupo. Tanto um histograma quanto um boxplot funcionam melhor quando o tamanho amostral é de pelo menos 20 medidas

Porém, para confirmar as investigações foram feitos testes de normalidade com o uso de gráficos de probabilidade, que trazem um indicativo de rejeição ou não-rejeição da hipótese nula. Esse gráfico já fornece o teste de Anderson-Darling para o qual a hipótese nula atesta a normalidade dos dados e a hipótese alternativa rejeita esse pressuposto. Assim, deve-se rejeitar a hipótese nula caso o valor de p seja menor do que o nível de significância estabelecido de 0,05. É importante ressaltar que o teste de Anderson-Darling foi escolhido entre os diversos testes que estão disponíveis por simples conveniência, pois o software utilizado já realiza o teste de distribuição utilizando esse método. Contudo, é necessário destacar que este método é referência e fornece resultados robustos.

O teste de igualdade de variância, por sua vez, foi realizado com base no método de Bartlett para comparar, inicialmente, os três tipos de materiais que compõem o leito. Após esse teste, os materiais foram comparados par a par com base no teste F que é melhor para analisar somente dois níveis por vez. Ambos os testes mencionados, tem como hipótese nula a igualdade das variâncias e, em contrapartida, a hipótese alternativa afirma a desigualdade entre elas. Para ambos os casos, a hipótese nula é aceita para valores de p maiores do que o nível de significância de 0,05. Caso contrário, a hipótese de igualdade é descartada.

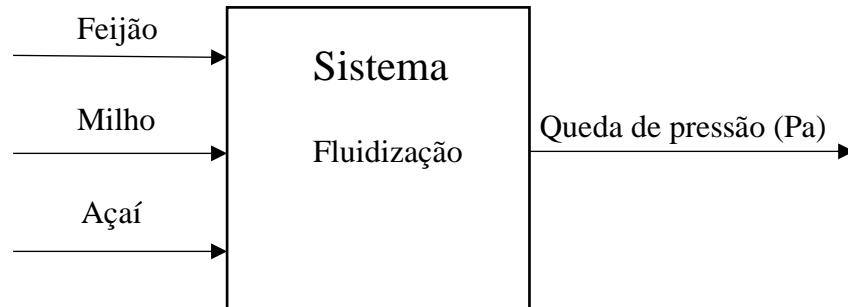
4.3 ANÁLISE DE VARIÂNCIA DOS DADOS

Através da análise de variância (ANOVA), foi possível testar a hipótese de que as médias de duas ou mais populações são iguais e, assim, avaliar a importância de um ou mais fatores, comparando as médias de variáveis de resposta nos diferentes níveis de fator. A hipótese nula afirma que todas as médias dos níveis de fator são iguais, enquanto a hipótese

alternativa afirma que pelo menos uma é diferente.

A análise em questão busca compreender o comportamento da queda de pressão para os leitos fluidizados compostos por milho, feijão e carvão de açai.

Figura 11 – Diagrama do sistema mostrando os níveis de fatores para um sistema de fluidização.



Fonte: Próprio autor (2022).

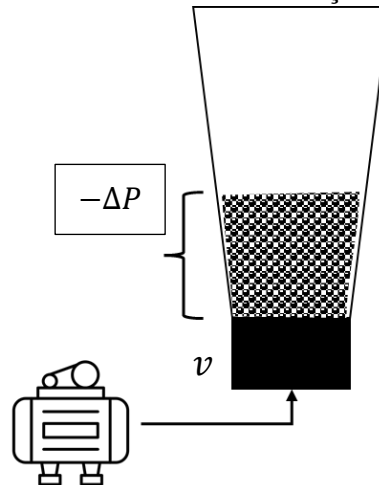
Para efetuar a ANOVA ONE-WAY é necessário ter uma variável de resposta contínua, que neste caso é a queda de pressão (ΔP), e somente um fator categórico, com dois ou mais níveis. Nesse trabalho, o fator analisado é o tipo de leito com seus três respectivos níveis que são o milho, feijão e carvão de açai. Deve-se reforçar que as análises exigem que os dados das populações apresentem distribuição aproximadamente normal, entretanto, estes procedimentos funcionam bem mesmo quando a pressuposição de normalidade é violada, a menos que uma ou mais distribuições sejam altamente assimétricas ou quando as variâncias são muito diferentes.

Também foi utilizado o teste de Games-Howell que possibilita comparar as médias dos níveis de fator emparelhando-os e agrupando-os. Ou seja, enquanto a ANOVA indica a existência de médias diferentes, esse teste indica quais níveis são diferentes entre si e em que magnitude.

4.4 MODELOS DE AJUSTE PARA REGRESSÃO LINEAR

O trabalho de Silva (2022) permite compreender o comportamento da queda de pressão ($-\Delta P$), variável dependente, em relação a velocidade superficial (v) do fluido, variável independente que é controlada. A ilustração da figura 12 esquematiza de maneira simples a relação entre essas duas variáveis.

Figura 12 – Esquema de um sistema de fluidização em leito cônico



Fonte: Próprio autor (2022).

A análise foi realizada ajustando-se os dados amostrais observados a três modelos, para fins de comparação. Primeiro, a regressão foi feita com base em um modelo de equação linear, a seguir um modelo logarítmico foi testado e, em terceiro o modelo de Ergun que é uma das mais importantes equações para fluidização e é amplamente usada.

Tabela 2: Modelos de equações submetidas a regressão

Nome	Equação
Equação linear	$\frac{(-\Delta P_{mf})}{H_{mf}} = \alpha + bq \quad (31)$
Equação logarítmica	$\frac{(-\Delta P_{mf})}{H_{mf}} = a \ln q + b \quad (32)$
Equação de Ergun	$\frac{(-\Delta P_{mf})}{H_{mf}} = 150 \left[\frac{(1-\varepsilon_{mf})^2}{\varepsilon_{mf}^3} \right] \frac{\mu}{\varphi d_p^2} q + 1,75 \left(\frac{1-\varepsilon_{mf}}{\varepsilon_{mf}^3} \right) \frac{\rho}{\varphi d_p} q^2 \quad (33)$

Fonte: Próprio autor (2022).

A escolha do modelo se deu com base em três critérios que foram a ANOVA para o teste dos valores de intersecção e coeficientes angulares, a comparação dos valores de coeficientes de determinação e a análise dos resíduos.

Para a ANOVA, a hipótese nula afirma que os valores dos coeficientes são iguais a um determinado valor que foi calculado e está sendo testado. Assim, espera-se que o valor de p seja menor do que o nível de significância estabelecido em 5% para que a hipótese nula seja aceita. A hipótese alternativa atesta a diferença.

Para o coeficiente de determinação, espera-se que os valores sejam o mais próximo de $R^2 = 1$ possível. Porém, esse critério não pode se sobressair aos demais, tendo em vista o que foi discutido no tópico 3.6.2. Já a análise dos resíduos será feita graficamente, tendo como

principal critério a aleatoriedade dos resíduos conforme a figura 9a do tópico 3.6.1.

4.5 SOFTWARES UTILIZADOS

Para a análise dos dados e desenvolvimento dos resultados foram utilizados dois principais softwares:

- Microsoft Excel 2016 foi utilizado para o tratamento e organização dos dados; também foi utilizado para a realização da regressão linear das observações amostrais.
- O Minitab Statistical Software Free Trial por meio do qual foram realizadas as análises estatísticas de ANOVA, gráfico de probabilidade, testes de Bertlett, e a construção dos gráficos.

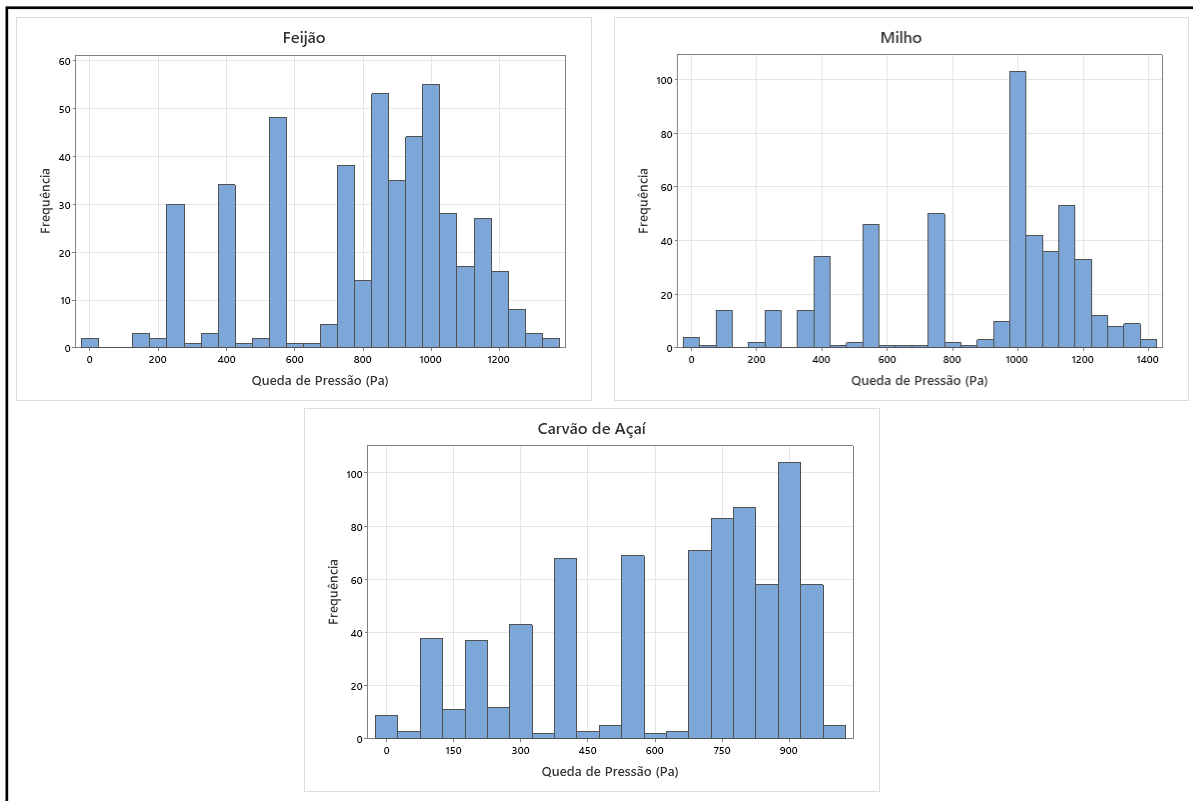
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A análise estatística foi realizada utilizando o teste de Anderson-Darling para verificação de normalidade dos dados amostrais, seguida pelo teste de igualdade de variância e da ANOVA para o teste de média das populações de dados do feijão, milho e carvão de caroço de açaí. Por fim, a análise de regressão linear simples foi realizada para avaliar os modelos linear, logarítmico e de Ergun para compreender quais deles possuía o melhor ajuste.

5.1 ANÁLISE ESTATÍSTICA DO MILHO, FEIJÃO E CARVÃO DE AÇAÍ

Inicialmente, para compreensão mais visual das observações amostrais foram construídos histogramas conforme figura 13 que mostra o comportamento da queda de pressão no decorrer dos experimentos para o feijão, milho e caroço de carvão de açaí. Como é possível verificar, em todos os histogramas aparecem vários picos de valores indicando um comportamento multimodal, ou seja, durante a coleta dos dados pode ter acontecido uma mudança no processo ou em suas condições. Essas mudanças podem estar relacionadas a natureza do processo em si, ao experimentalista ou a alguma mudança inesperada do sistema.

Figura 13 - Histogramas da queda de pressão para os leitos de feijão, milho e açaí

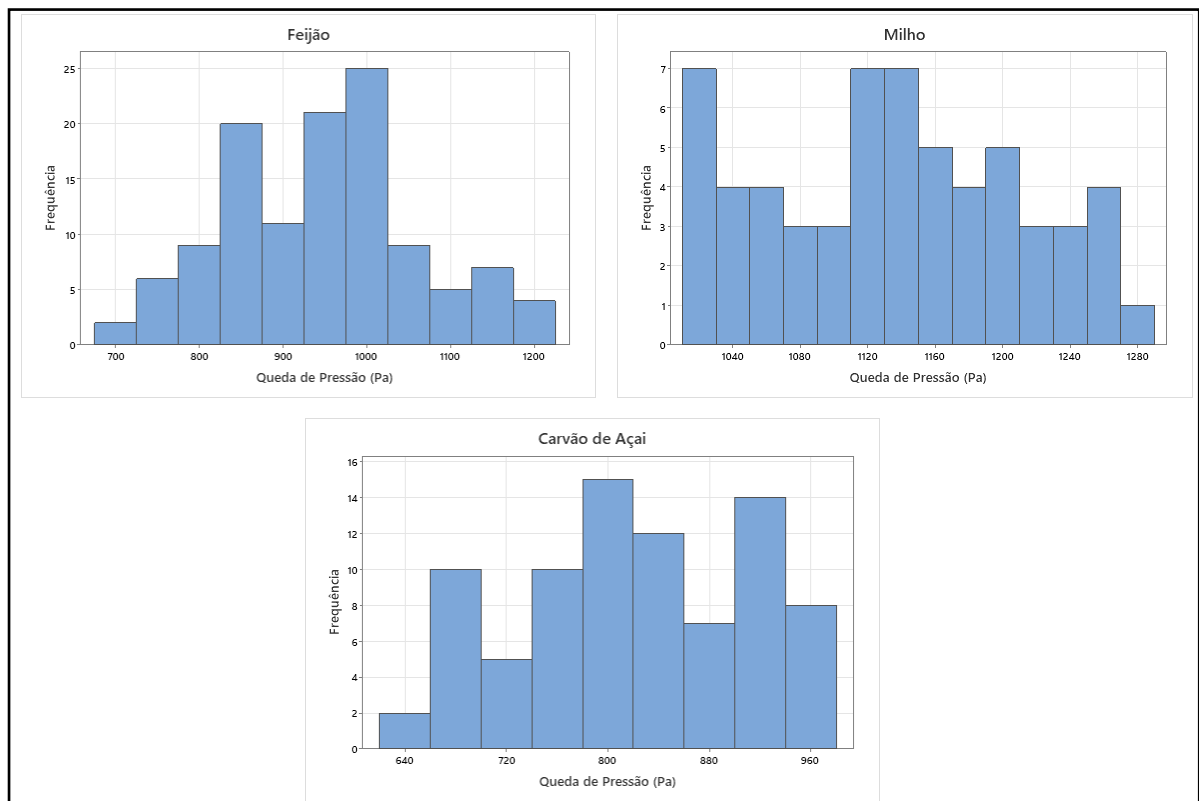


Fonte: Próprio autor (2022).

Na figura 13, os histogramas também apresentam uma assimetria a direita o que pode

acontecer devido ao fato de o processo de fluidização se dar em duas fases bastante distintas, para o qual inicialmente a queda de pressão aumenta proporcionalmente ao aumento da velocidade do fluido e, após isso, ela se estabiliza com o material entrando em fluidização. Assim, é natural que tenham uma concentração maior de valores mais altos para queda de pressão no leito fluidizado, pois esses valores se repetem com mais frequência. Com isso em vista, foram construídos histogramas com dados escolhidos aleatoriamente para avaliar somente a faixa de valores para o qual o leito encontra-se fluidizado, como na figura 14.

Figura 14 - Histogramas da queda de pressão para os leitos de feijão, milho e açaí



Fonte: Próprio autor (2022).

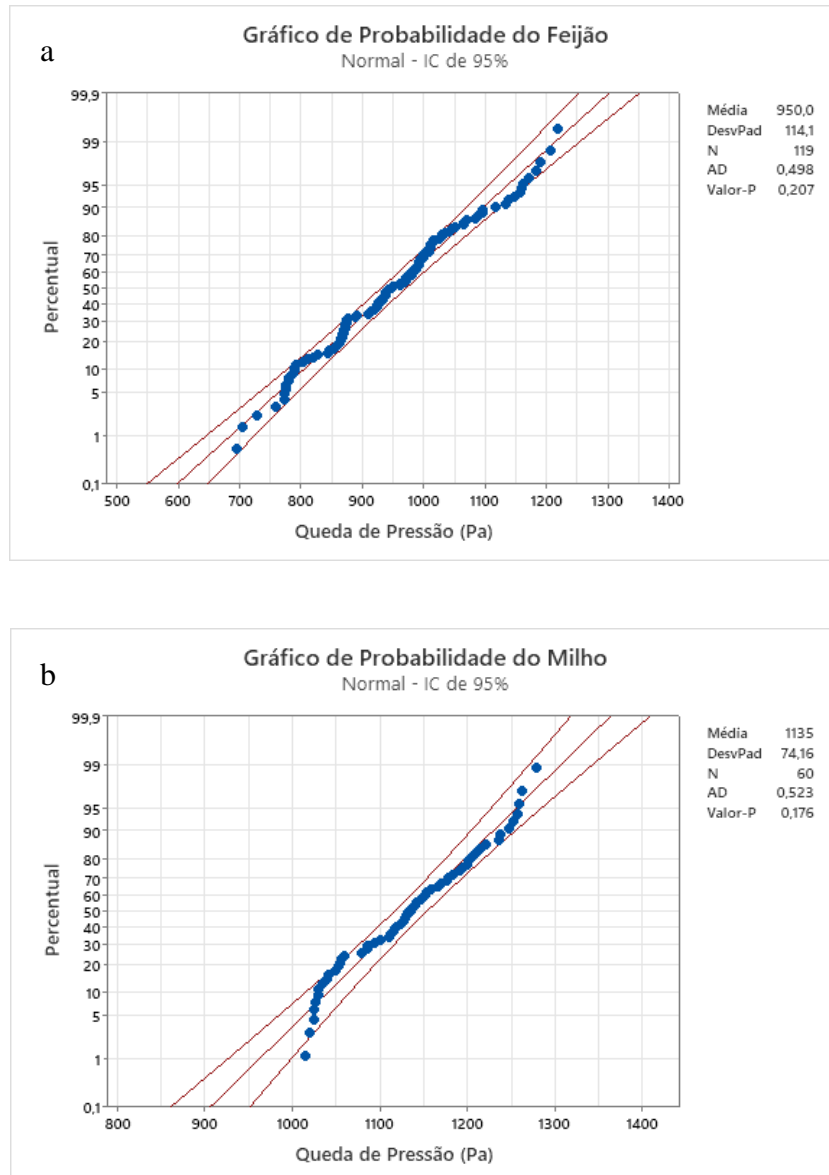
Os gráficos indicam uma tendência de aproximação da normalidade, porém, são inconclusivos para afirmar com assertividade que apresentam distribuição gaussiana. Para conseguir informações melhores fundamentadas optou-se pelos gráficos de probabilidade, apoiado no teste de Anderson-Darling que é capaz de indicar numericamente se os dados atendem à suposição de normalidade para um teste t.

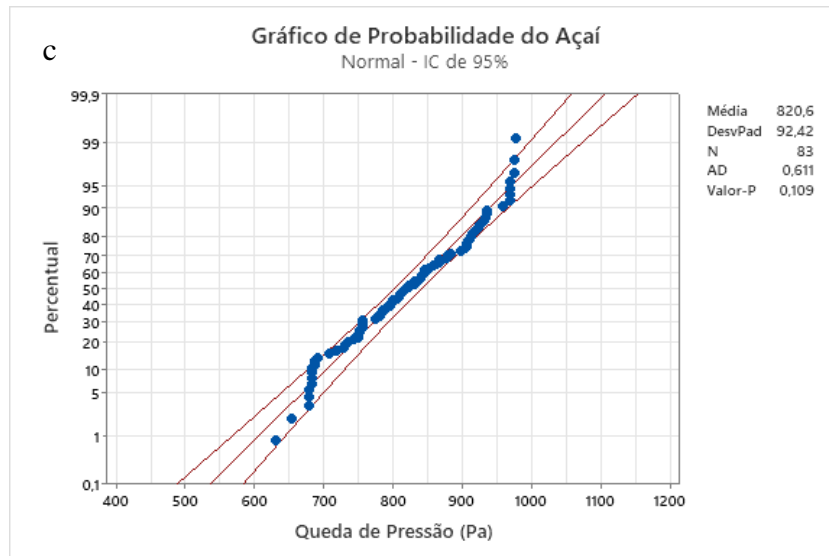
Visualmente, é possível ter um indicativo da distribuição dos dados que se encontram em sua maioria dentro dos limites de bandas nos três gráficos. Porém, essa afirmação pode ser feita com mais segurança por meio de um teste de hipóteses. Assim, com valor de p correspondente pode-se testar se os dados vêm da distribuição normal ou não. As hipóteses para o teste Anderson-Darling são:

- H_0 : Os dados seguem uma distribuição normal
- H_1 : Os dados não seguem uma distribuição normal

Os resultados são dados nos gráficos de probabilidade a seguir onde constam os valores de desvio padrão, média e o valor de p.

Figura 15 – Gráficos de probabilidade normal com teste de Anderson-Darling para a) Feijão
b) Milho e c) Carvão de açai.



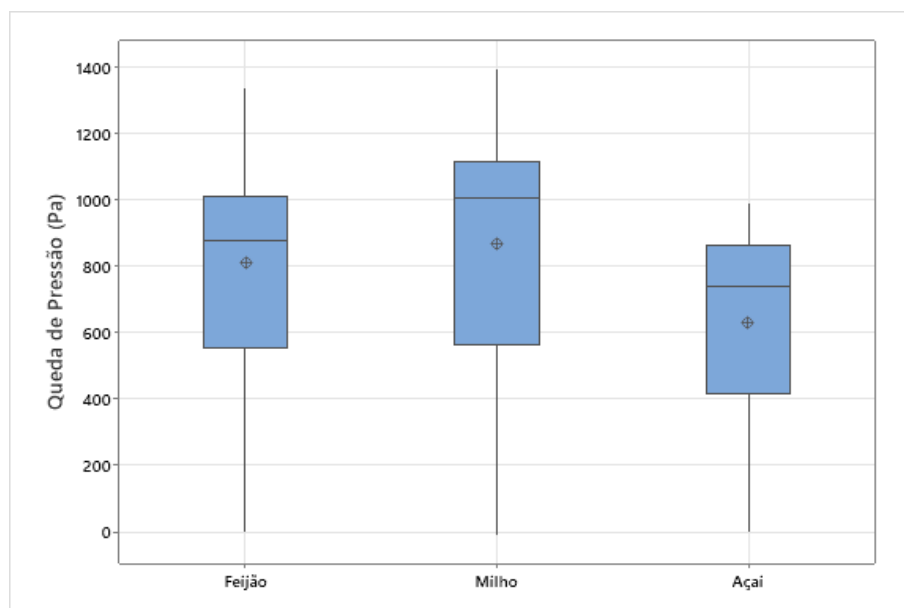


Fonte: Próprio autor (2022).

Dessa maneira, a hipótese nula é aceita para valores de p acima do nível de significância de 5%, atestando a normalidade dos dados. Nos gráficos de probabilidade é possível verificar que os valores de p são maiores do que 0,05 para todos os materiais analisados com valores iguais a 0.207, 0.176 e 0.109 para o feijão, milho e carvão de açai, respectivamente.

Também foi feito um gráfico boxplot para identificar alguns parâmetros, como tendência central e variabilidade de distribuições de amostra, além de detectar a presença ou não de outliers. Por padrão, um boxplot demonstra a mediana, amplitude interquartil, amplitude e outliers para cada grupo.

Figura 16 – Boxplot comparando as populações de feijão, milho e açai.



Fonte: Próprio autor (2022).

É possível observar que os dados não apresentam outliers que seriam identificados

através de uma estrela no gráfico. Os gráficos também dão um indicativo de que a média da queda de pressão é menor para o carvão de açaí, seguido pelo feijão e, por último, o milho. Entretanto, é necessário realizar uma análise variância para confirmar com propriedade tais observações, o que é feito no próximo tópico.

Ademais, na tabela 1 pode-se verificar que a massa específica do carvão de açaí é relativamente inferior ao dos outros materiais, além disso, sua esfericidade é próxima de uma unidade, o que pode explicar a maior facilidade de fluidizar esse material em relação aos demais. Já o feijão e o milho possuem características de esfericidade e massa específica muito próximas, de modo que não se observa diferença significativa na média da queda de pressão entre eles.

5.1.1 Teste de igualdade de variância

Antes de realizar-se a ANOVA para o teste de média é necessário compreender o comportamento das variâncias populacionais através de um teste de igualdade de variância. Para isso, foi utilizado o método de Bartlett que tem como hipótese nula a igualdade das variâncias com $\alpha = 0,05$ de nível de significância. A hipótese alternativa aponta que pelo menos uma das variâncias é diferente. A tabela 3 apresenta os valores de variância assim como os intervalos de 95% de confiança de Bonferroni para os desvios padrão do feijão, milho e carvão de açaí.

Tabela 3: Intervalos de confiança de Bonferroni

Amostra	N	DesvPad	IC
Pressão do Leito [Pa] Açaí	200	305,349	(272,487; 346,648)
Pressão do Leito [Pa] Feijão	200	303,903	(271,196; 345,006)
Pressão do Leito [Pa] Milho	200	353,979	(315,883; 401,855)

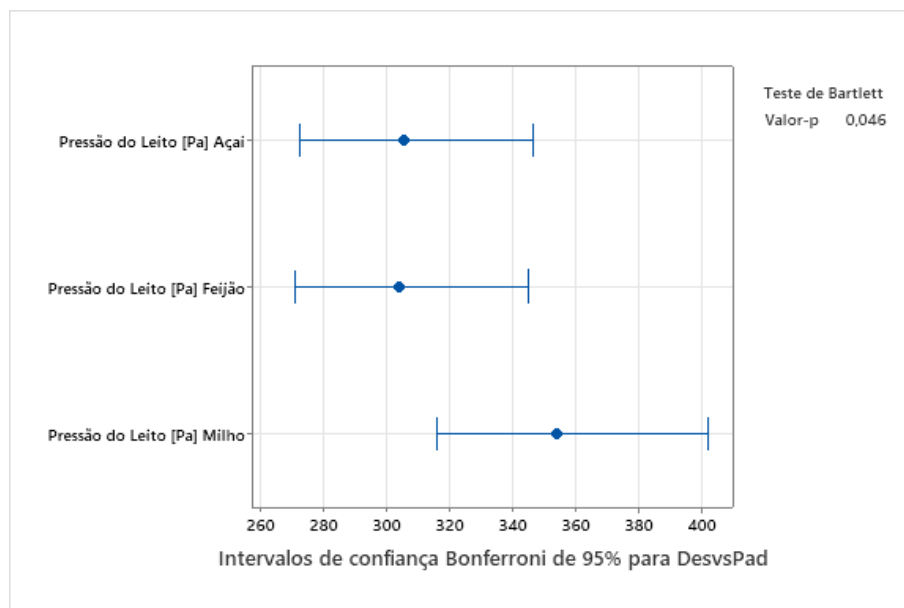
Fonte: Próprio autor (2022).

O valor de p para esse teste foi de 0.046 e, conseqüentemente, a hipótese nula foi rejeitada com pelo menos uma das variâncias apresentando diferença significativa. O valor da estatística de Bartlett foi de 6.16 que é relativamente alto e corrobora com a conclusão acima. Além disso, é possível ver que entre as populações de dados, a que apresenta maior diferença é o milho.

Ou seja, essa análise confirma a heterocedasticidade das variâncias quando se considera os três níveis, uma vez que, o milho destoa do comportamento dos demais. Ao comparar somente açaí e o feijão, percebe-se que há uma homoscedasticidade das variâncias nesse caso. Através da figura 17 é possível verificar de maneira visual essas observações, porém, do ponto de vista do experimento, algumas hipóteses podem ser levantadas para explicar essa diferença.

É possível que, a leitura dos dados para o sistema fluidodinâmico utilizando o leito de milho tenha sido executado por último, e a diferença é explicada pelo cansaço do experimentalista no momento da leitura dos dados. Outra explicação possível, é que pode ter acontecido uma troca de experimentalista no momento da leitura das observações para o milho. Esse tipo de situação pode ocasionar pequenas mudanças na leitura dos dados que afetam a sua variabilidade.

Figura 17 – Teste de Bartlett para variância de leitos de feijão, milho e açaí.



Fonte: Próprio autor (2022).

Para atestar essas conclusões e caracterizar qual material possuía diferença significativa, foram realizados novos testes de igualdade com os materiais divididos par a par. Nesse caso, o teste F é realizado em detrimento do método de Bartlett, pois somente dois níveis de fatores são comparados. Novamente, a hipótese nula indica igualdade de variâncias ao passo que a hipótese alternativa aponta para uma diferença entre elas. Os valores obtidos através desses testes estão tabelados a seguir:

Tabela 4: Comparação de variância usando teste F

Comparação	Valor de p	Nível de significância
Milho e Feijão	0,032	
Milho e Açaí	0,038	0,05
Açaí e Feijão	0,947	

Fonte: Próprio autor (2022).

Assim, confirma-se que a hipótese nula só é aceita para o caso do par açaí e feijão assinalando uma igualdade de variância para estes níveis em detrimento do milho que apresenta diferença significativa.

As pressuposições de homoscedasticidade de variâncias têm vários objetivos, mas essencialmente visam facilitar a interpretação dos resultados, tornar as técnicas estatísticas mais simples e possibilitar testes de hipóteses. O não atendimento destas pressuposições pode afetar mais ou menos gravemente as conclusões tomadas com base nos modelos estabelecidos e nas técnicas de análise a eles associados (JOHNSON; WICHERN, 1998).

Como afirma Riboldi et al. (2014) a validade exata dessas pressuposições é meramente teórica e, na prática, o que se deseja é a validade aproximada, uma vez que os procedimentos obtidos através dos modelos lineares são razoavelmente robustos e pouco se perde se a validade das pressuposições é apenas aproximada. Os efeitos dos desvios das pressuposições são variados e a gravidade depende sempre da situação em particular. Assim, devido ao fato de o pressuposto de igualdade das variâncias não poder ser assumido, a ANOVA para o teste de média deve ser feito utilizando-se o método de Welch que foi desenvolvido levando em consideração a heterocedasticidade das variâncias.

5.1.2 Análise de Variância (ANOVA)

A ANOVA foi realizada estabelecendo como hipótese nula a igualdade entre as médias populacionais dos três grupos testados, a hipótese alternativa, por sua vez, indicava que pelo menos uma das médias era diferente. Para esse caso, as variâncias apresentaram diferenças significativas do milho em relação aos demais níveis, impondo a utilização do teste de Welch como método de comparação das médias. Assim, o teste forneceu um valor de p conforme a tabela 5, a seguir:

Tabela 5: Valores de Anova para teste de média utilizando método de Welch

Fonte	Num GL	Den GL	Valor F	Valor-P
Fator	2	396,223	48,97	0,000

Fonte: Próprio autor (2022).

Dessa forma, a hipótese nula deve ser rejeitada para quando o valor de p é inferior ao nível de significância de 0.05. Na tabela 5 ainda, é possível verificar que a hipótese nula deve ser rejeitada afirmando-se que existe uma diferença significativa entre pelo menos umas das médias que foram testadas. Agora, para saber quais médias tiveram a maior diferença é preciso realizar o teste de agrupamentos de Games-Howell, conforme mostrado na tabela 6:

Tabela 6: Informações de Agrupamento Usando o Método Games-Howell e 95% de Confiança

Fator	N	Média	Agrupamento
Queda de pressão [Pa] Milho	200	789,7	A
Queda de pressão [Pa] Feijão	200	784,9	A
Queda de pressão [Pa] Açaí	200	519,0	B

Fonte: Próprio autor (2022).

Assim, verifica-se que somente o açaí tem uma média significativamente diferente dos demais materiais corroborando com a análise do boxplot realizado anteriormente. Em termos práticos, é possível afirmar que o leito de carvão ativado de açaí necessita de uma menor quantidade de energia para ser fluidizado.

De um modo geral, pode-se afirmar que as três partículas analisadas pertencem ao grupo D da classificação de Geldart (1973) que é composto por partículas maiores, acima de 1000 μm , e com altas densidades, apresentando baixas expansões e surgimento de caminhos preferenciais. Essas características têm uma implicação importante já que se recomenda utilização de leitos de jorro para o tratamento desse tipo de material. Os grãos de soja, feijões, café, ervilha, arroz e fármacos são mais alguns exemplos das partículas desse grupo (FERNANDO, 2018).

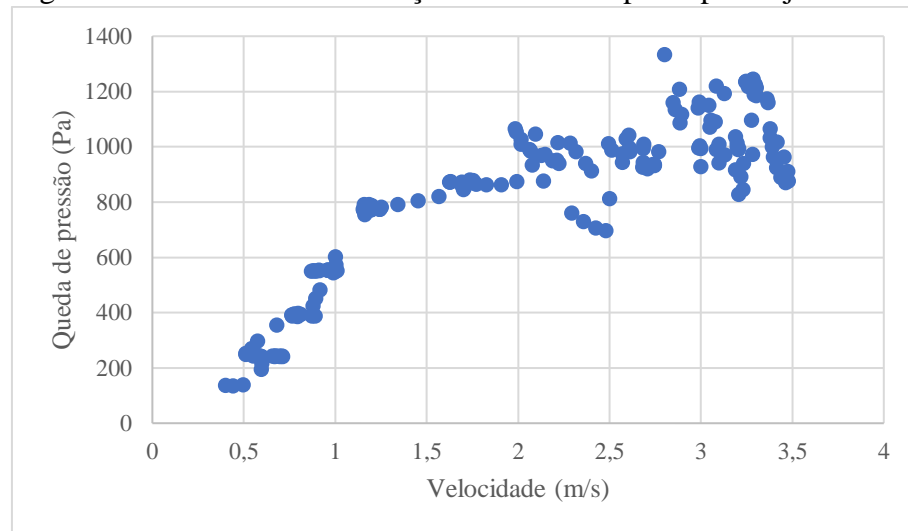
5.2 REGRESSÃO LINEAR SIMPLES

A regressão foi realizada através do Software Microsoft Excel 2016 com o intuito de compreender qual modelo tinha o melhor ajuste para as observações amostrais. Assim, foi realizado o teste de cada um dos modelos para os materiais em estudo.

5.2.1 Leito contendo feijão

O gráfico de dispersão fornece uma ideia visual do comportamento do sistema de fluidização com leito de feijão, como mostrado a seguir:

Figura 18 – Gráfico de fluidização do leito composto por feijão



Fonte: Próprio autor (2022).

É possível observar que a queda de pressão aumenta linearmente com o acréscimo da velocidade até chegar ao ponto em que se estabiliza, não sendo mais sensível a variação da velocidade. Essa faixa de valores caracteriza um sistema de leito fluidizado.

A regressão linear foi executada conforme os valores do quadro 1 e a verificação da qualidade do ajuste foi feito com base na análise de variância, no valor de R^2 e na análise dos resíduos.

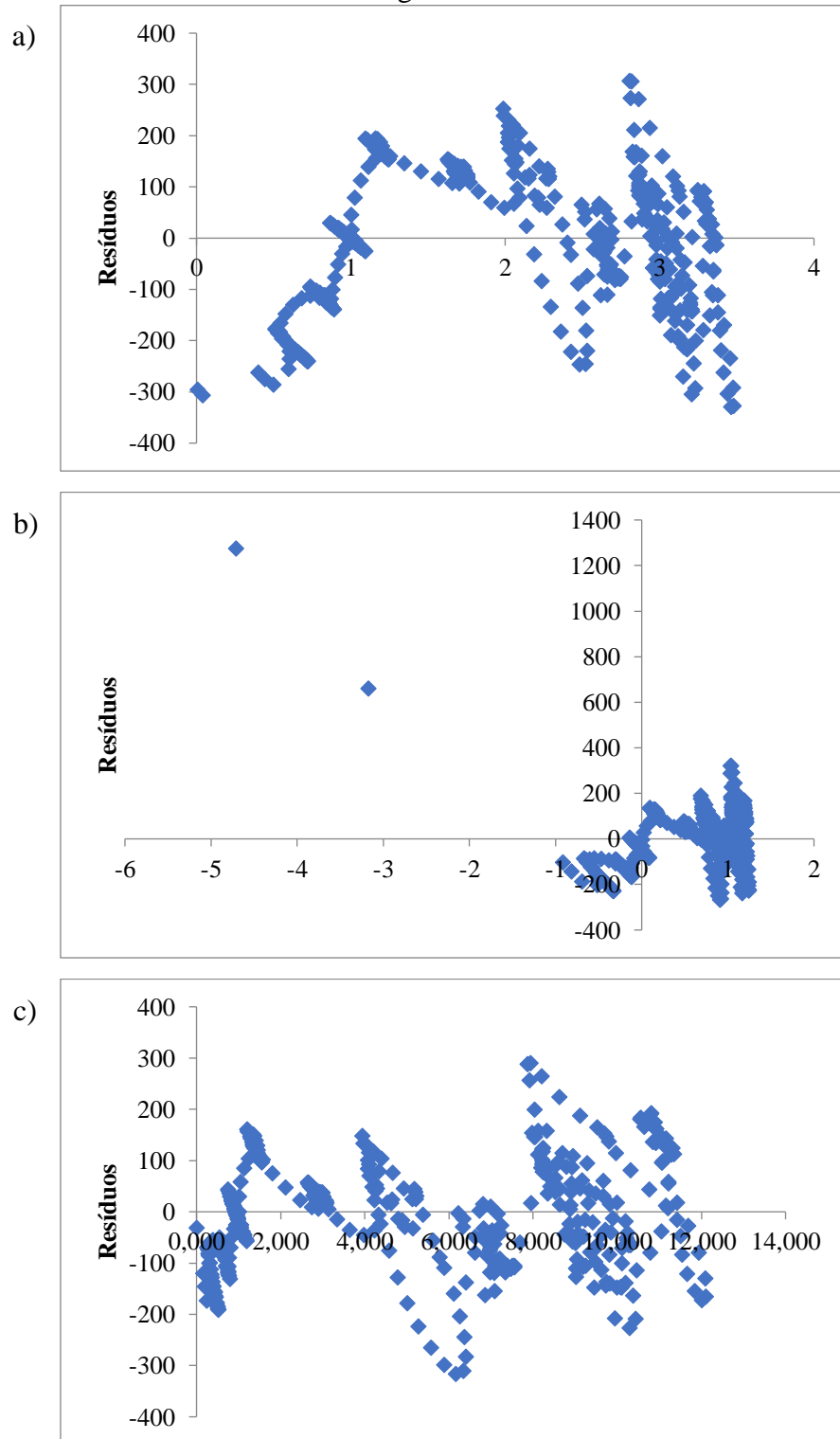
Quadro 1: Análise de regressão para os modelos linear, logarítmico e de Ergun

		Coefficiente	Valor p	R^2
Linear	Intersecção	293,19	7,71E-66	0,77
	Coef. angular	261,17	1,77E-152	
Logarítmico	Intersecção	600,93	4,70E-273	0,80
	Coef. angular	398,59	2,50E-166	
Ergun	Intersecção	0	-	0,99
	Coef. angular 1	677,64	3,24E-258	
	Coef. angular 2	-108,91	1,60E-123	

Fonte: Próprio autor (2022).

Assim, é possível observar no quadro 1 que os valores de p calculados pelo método de regressão aceitam os valores de intersecção e os coeficientes angulares para todos os modelos. Contudo, o valor de R^2 aponta que o modelo de Ergun foi capaz de explicar melhor os dados. Por fim, cabe recorrer aos resíduos para determinar de fato o melhor modelo, posto que, somente o coeficiente de determinação (R^2) não é capaz de fornecer resultados precisos.

Figura 19 – Gráficos de resíduos a) modelo linear b) modelo logarítmico e c) modelo de Ergun.

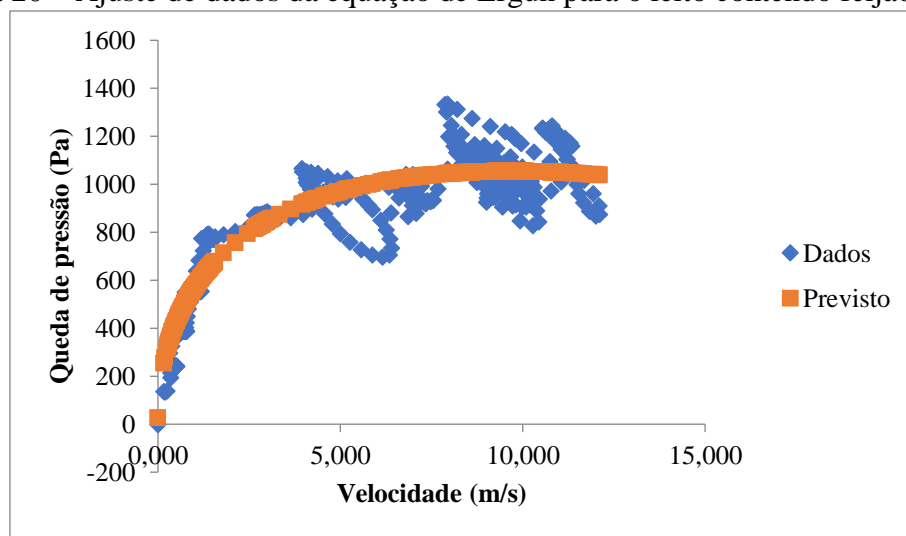


Fonte: Próprio autor (2022).

Os resíduos para o caso do modelo linear apresentam um comportamento não-linear mostrando uma inadequação desse modelo. Para o caso do logarítmico, além de ter pontos bastante discrepantes, os resíduos aparentam estar crescendo em um formato que lembra

ligeiramente um funil. Contudo, o modelo de Ergun apresenta resíduos que oscilam aleatoriamente em torno do valor zero, não apresentando tendências de vícios. Ao verificar-se os resíduos padronizados foi possível identificar a presença de outliers que são pontos que destoam de maneira significativa da curva de ajuste. A quantidade de outliers ficou abaixo do nível de aceitabilidade de 5% para o intervalo considerado (+2, -2), indicando que não há prejuízos consideráveis para o modelo. De toda forma, cabe ressaltar que a qualidade de obtenção dos dados pode ser melhorada pelo experimentalista redobrando os cuidados no momento da execução do experimento.

Figura 20 – Ajuste de dados da equação de Ergun para o leito contendo feijão



Fonte: Próprio autor (2022).

A figura 20 mostra o ajuste do modelo de Ergun para os dados amostrais obtidos experimentalmente e a partir das informações do quadro 1 determina-se a equação para esse sistema como, a seguir:

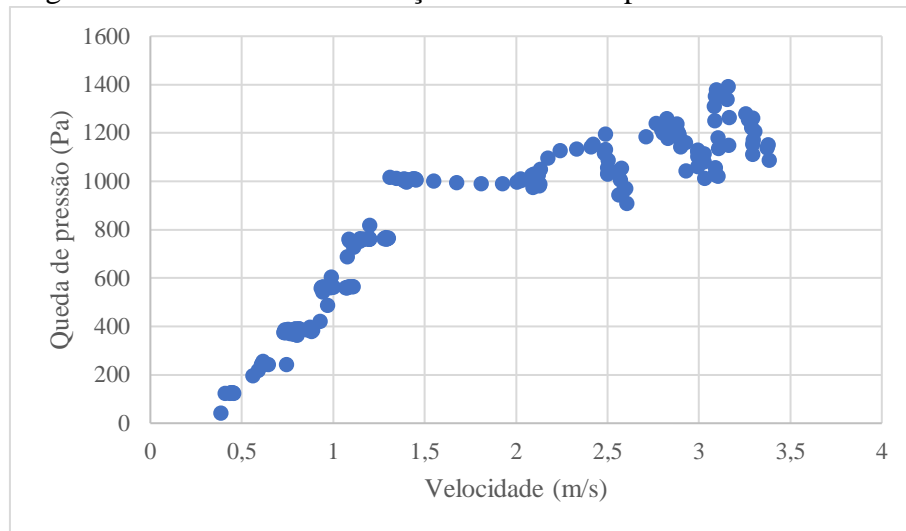
$$\frac{(-\Delta P)}{H} = 677,64q - 108,91q^2 \quad (34)$$

Dessa maneira, é possível afirmar com base em todas as análises realizadas que a equação acima é capaz de descrever razoavelmente, os valores de queda de pressão no leito do feijão em função da velocidade.

5.2.2 Leito contendo milho

O gráfico de dispersão para o milho apresenta características semelhantes ao do feijão e, de modo geral, apresenta duas regiões bastante características em que a primeira representa o leito fixo e, um acréscimo de velocidade tem uma resposta diretamente proporcional na queda de pressão. A segunda parte representa o leito fluidizado e a queda de pressão permanece aparentemente constante como o aumento na velocidade.

Figura 21 - Gráfico de fluidização do leito composto de milho



Fonte: Próprio autor (2022).

A regressão também foi executada para o teste de cada modelo e os dados obtidos constam no quadro 2, a seguir:

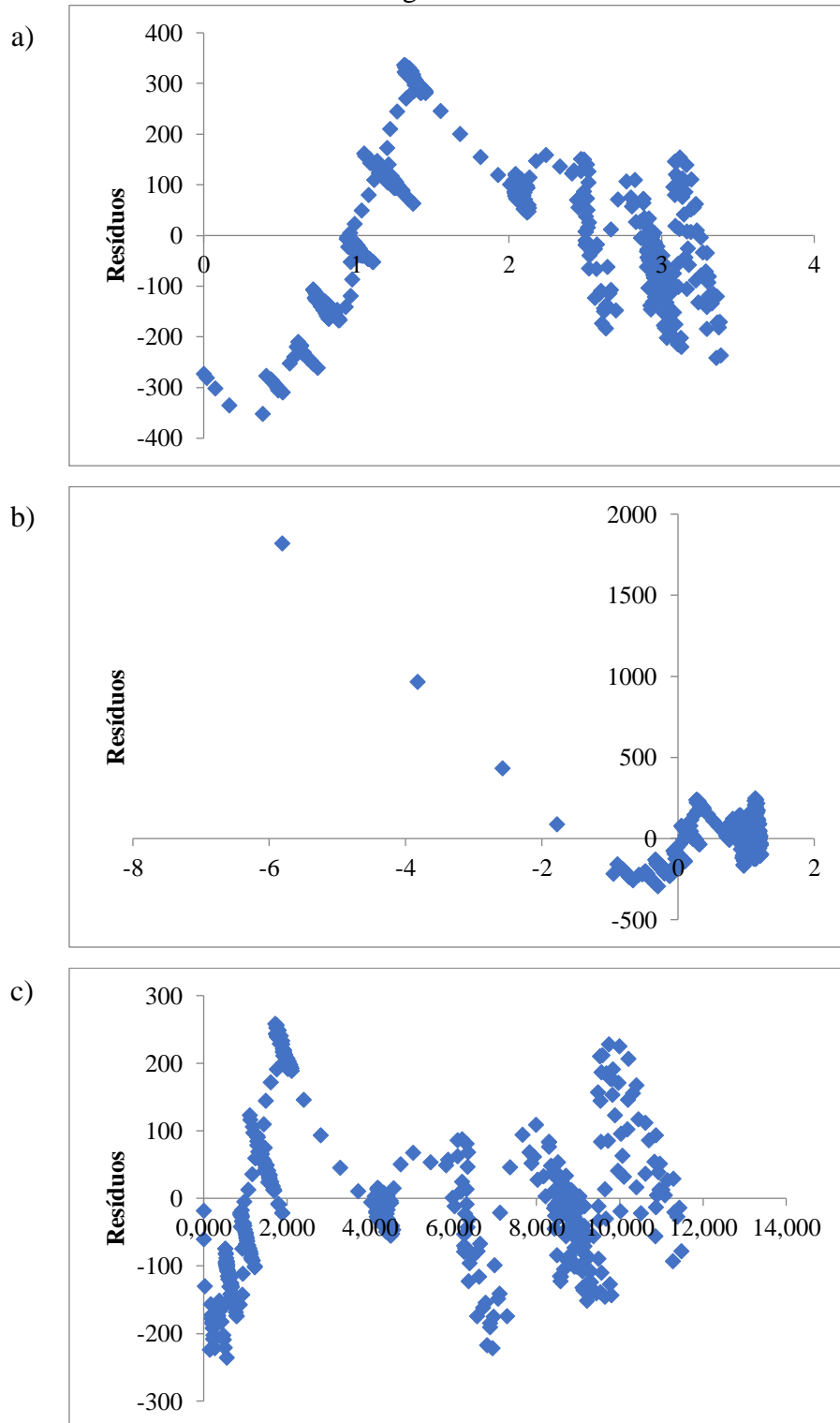
Quadro 2: Análise de regressão para os modelos linear, logarítmico e de Ergun

		Coefficiente	Valor p	R ²
Linear	Intersecção	271,84	4,32E-55	0,80
	Coef. angular	310,05	1,30E-171	
Logarítmico	Intersecção	659,85	4,70E-280	0,78
	Coef. angular	427,04	9,30E-166	
Ergun	Intersecção	0	-	0,98
	Coef. angular 1	723,67	3,84E-269	
	Coef. angular 2	-112,23	9,81E-120	

Fonte: Próprio autor (2022).

Mais uma vez, é possível observar que os valores de p são menores do que o nível de significância estabelecido, o que permite aceitar os valores das intersecções e dos coeficientes angulares dos modelos testados. Contudo, o valor do coeficiente de determinação mais alto obtido foi o de Ergun indicando que este modelo representa o melhor ajuste. Para ter certeza, mais uma vez, o teste dos resíduos é feito.

Figura 22 – Gráficos de resíduos a) modelo linear b) modelo logarítmico e c) modelo de Ergun.



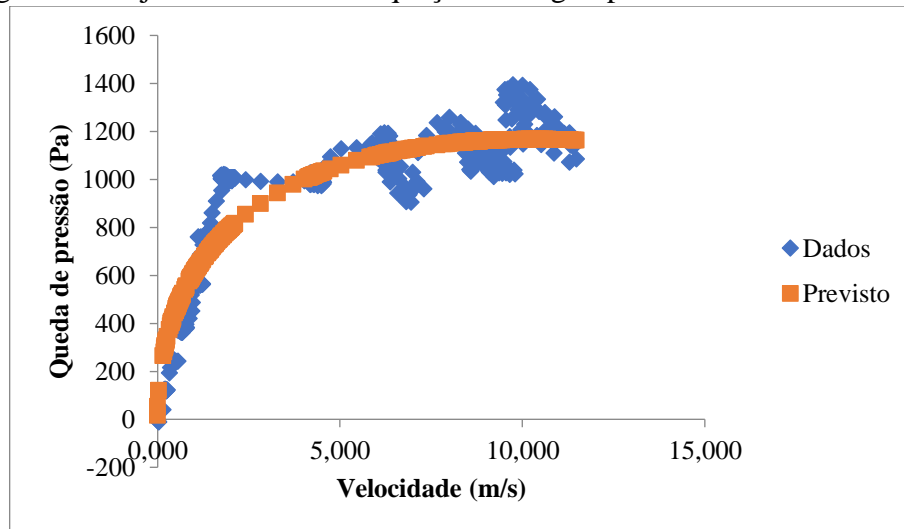
Fonte: Próprio autor (2022).

Novamente, os resíduos para o modelo de Ergun apresentaram os melhores resultados se disponibilizando aleatoriamente em torno do valor zero, em detrimento dos resíduos do modelo linear que apresentou uma não-linearidade e do modelo logarítmico que manifestou

pontos bastante discrepantes e fora da normalidade.

A análise dos resíduos normalizados também apresentou alguns pontos fora da curva (outliers) em uma quantidade relativamente pequena, possibilitando afirmar que mais de 95% dos dados se mantiveram dentro do intervalo esperado de $(+2, -2)$. De toda forma, valem aqui as mesmas ressalvas apontadas para o caso do leito do feijão, em que naturalmente espera-se uma melhor qualidade dos dados conforme se aumenta os cuidados na execução do experimento.

Figura 23 - Ajuste de dados da equação de Ergun para o leito contendo milho



Fonte: Próprio autor (2022).

Assim, mais uma vez, o modelo de Ergun se sobressaiu em relação aos outros modelos mostrando que o processo fluidodinâmico se comportou conforme o esperado. Ao utilizar-se os dados do quadro 2 obtém-se a equação a seguir:

$$\frac{(-\Delta P)}{H} = 723,67q - 112,23q^2 \quad (35)$$

Com base nas análises feitas anteriormente é possível dizer que a equação 35 é capaz de descrever o comportamento do sistema fluidodinâmico do leito de milho com notável eficiência.

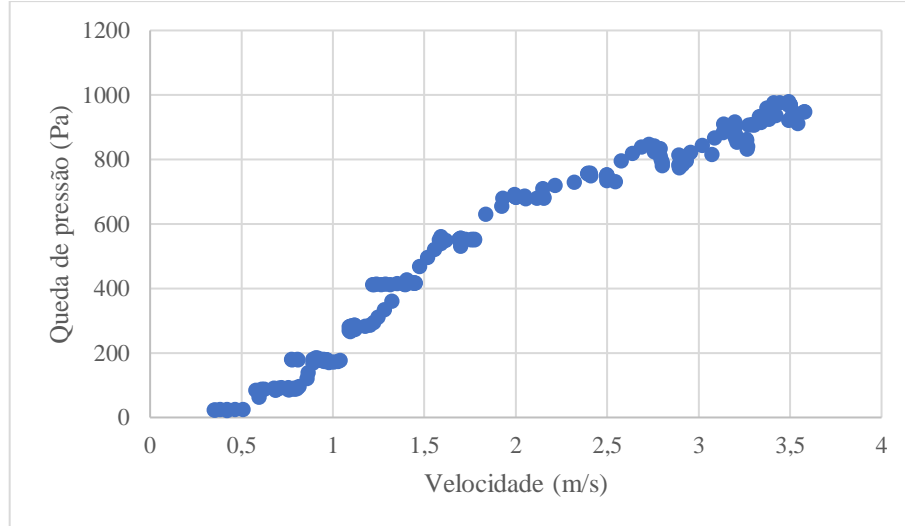
5.2.3 Leito contendo carvão de açaí

Finalmente, os valores para o leito composto pelo carvão do caroço de açaí foram analisados e, como pode-se ver na figura 24, a faixa em que o processo entra em fluidização não é muito clara pois os valores de queda de pressão continuam aumentando com o acréscimo da velocidade.

Na tabela 1 é possível comparar algumas características do carvão de caroço de açaí

como a esfericidade que é próxima de $\varphi = 1$ e a menor massa específica, características que fazem esse material se diferir ligeiramente do milho e do feijão. Apesar das diferenças, o tamanho médio das partículas para todos os materiais é aproximadamente igual caracterizando-os como materiais do grupo D conforme a classificação de Geldart (1973).

Figura 24 - Gráfico de fluidização do leito composto por carvão de açaí



Fonte: Próprio autor (2022).

Os valores para regressão dos dados amostrais desse sistema se encontram no quadro 3 onde constam a intersecção, os coeficientes angulares do ajuste, os valores de p e os coeficientes de determinação:

Quadro 3: Análise de regressão para os modelos linear, logarítmico e de Ergun

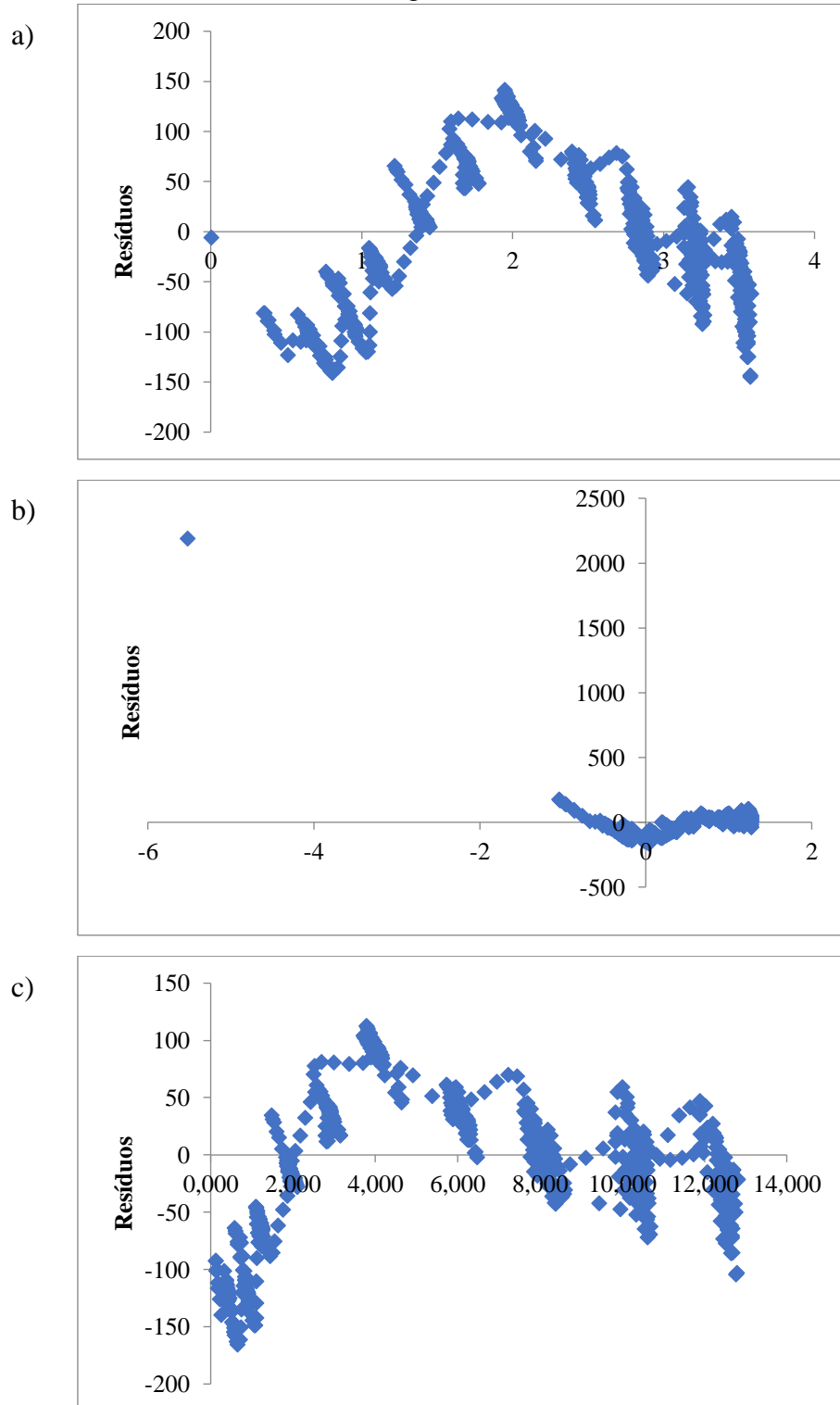
		Coeficiente	Valor p	R ²
Linear	Intersecção	4,08	0,51	0,94
	Coef. angular	280,86	0	
Logarítmico	Intersecção	319,75	2,10E-286	0,86
	Coef. angular	454,83	0	
Ergun	Intersecção	0	-	0,99
	Coef. angular 1	330,12	0	
	Coef. angular 2	-16,60	1,23E-31	

Fonte: Próprio autor (2022).

Como se pode ver, para o modelo linear, o valor da intersecção não pode ser aceito, pois o p-valor é maior do que o critério $\alpha = 0,05$ e a hipótese nula é rejeitada. Com somente essa exceção, os outros valores de p são aceitos e a hipótese nula para as intersecções e coeficientes são igualmente aceitos. Além disso, novamente, o modelo de Ergun apresenta maior coeficiente

de determinação (R^2), seguido pelo modelo linear e, por último, o logarítmico. Outra vez, a análise de resíduos é executada para verificar a assertividade das conclusões.

Figura 25 – Gráficos de resíduos a) modelo linear b) modelo logarítmico e c) modelo de Ergun.

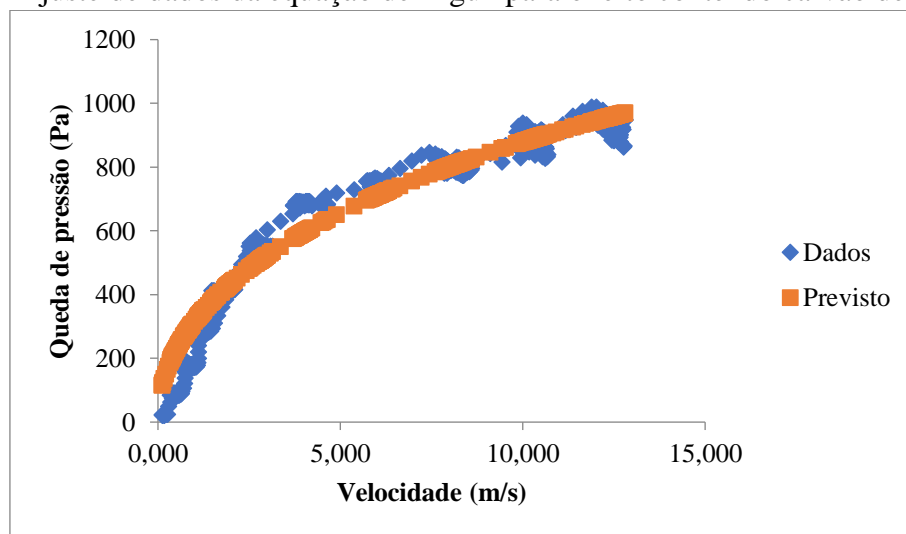


Fonte: Próprio autor (2022).

Assim, a análise dos resíduos corrobora com as conclusões extraídas dos dados do quadro 3 que mostra a vantagem do ajuste feito utilizando o modelo de Ergun. Além disso, analogamente ao feijão e ao milho, o ajuste para o açaí também apresentou outliers em uma quantidade de 6% que é ligeiramente superior aos outros materiais. Nesse caso, além dos cuidados do experimentalista, outro fator pode ter contribuído para esse breve aumento de pontos fora da curva.

Como é possível observar na figura 24, no início do processo, a queda de pressão no leito do carvão de açaí parece não ser sensível ao acréscimo de velocidade. Isso implica que no início, o fluido só é capaz de percolar entre os espaços vazios devido a maior porosidade do leito e sua alta esfericidade. Desse modo, a maior quantidade de outliers observadas no início do processo pode ser devido a uma falha do modelo em explicar esse pequeno fenômeno. Dessa forma, um pouco mais de precisão poderia ser obtida adicionando-se um termo referente ao coeficiente de intersecção ao modelo.

Figura 26 - Ajuste de dados da equação de Ergun para o leito contendo carvão de açaí



Fonte: Próprio autor (2022).

Desse modo, apesar do leito composto por carvão de caroço de açaí ter um comportamento ligeiramente diferente dos demais materiais, ele também segue o modelo de Ergun, como pode ser visto no gráfico 26 em que o ajuste dos dados experimentais é relativamente bom. A equação 36, a seguir, foi obtida utilizando-se os valores dos coeficientes calculados no quadro 3:

$$\frac{(-\Delta P)}{H} = 330,12q - 16,60q^2 \quad (36)$$

Apesar das ressalvas feitas acima, a equação 36 é capaz de descrever com muita precisão esse sistema fluidodinâmico. Porém, para que a regressão fosse feita seguindo fielmente a

equação de Ergun, foi assumido o pressuposto de que a intersecção era nula. De toda maneira, é possível que melhores resultados sejam obtidos desconsiderando-se esse pressuposto o que, na prática, apenas implicaria na adição de mais um termo na equação 36, referente ao coeficiente de intersecção.

6 CONCLUSÃO

Com este estudo foi possível analisar estatisticamente e de maneira detalhada, o comportamento dos dados de fluidização para os leitos compostos de feijão, milho e carvão de caroço de açaí. Além disso, também foram realizados testes de adequação de modelos com o uso de ferramentas de regressão linear simples.

A análise da queda de pressão dos sistemas mostrou uma aproximação da normalidade dos dados para a fase em que o leito se encontra fluidizado. Ademais, o gráfico de boxplot indicou o açaí como tendo a menor média entre os níveis analisados, além de não apresentar outliers.

O teste de igualdade de variâncias apontou uma diferença significativa na variância do milho ao passo que o feijão e o carvão de caroço de açaí apresentaram variâncias semelhantes. Esse resultado implicou na realização dos testes de média utilizando o método de Welch que, mais uma vez, apontou para uma diferença significativa na média do açaí em relação aos demais materiais verificados, fazendo o leito de carvão de açaí mais fácil de ser fluidizado. As médias do feijão e do milho, por outro lado, ficaram dentro do mesmo grupo segundo a comparação emparelhada de Games-Howell.

A análise de regressão linear simples comparou três modelos entre os quais Ergun apresentou, como esperado, melhor capacidade de ajuste dos dados amostrais. Os modelos passaram por um crivo que incluía a análise de variância, os valores de coeficientes de determinação e, por último, a análise dos resíduos. Assim, para todos os leitos analisados, o modelo de Ergun se sobressaiu aos demais com maiores coeficientes de determinação e resíduos aleatoriamente distribuídos.

De um modo geral, o estudo permitiu verificar através de ferramentas e métodos estatísticos o comportamento fluidodinâmico dos leitos de feijão, milho e carvão de caroço de açaí. Também foi possível compreender os aspectos gerais dos dados coletados experimentalmente tal como sua distribuição, variância e média.

REFERÊNCIAS

BARTLETT, Maurice Stevenson. Properties of sufficiency and statistical tests. Proceedings of the Royal Society of London. Series A-Mathematical and Physical Sciences, v. 160, n. 901, p. 268-282, 1937.

BASU, P.; FRASER, S. A. Circulating fluidized bed boilers. Springer, 1991. 1322286264.

BOX, George EP. Non-normality and tests on variances. Biometrika, v. 40, n. 3/4, p. 318-335, 1953.

CARDOSO, R.C. Arraste de partículas finas em um leito fluidizado e eficiência de coleta de um ciclone dipleg. 2008. 86 p. Dissertação de mestrado (Mestrado em Engenharia Química) - Universidade Federal de Urubelândia, [S. l.], 2008.

CONOVER, William J.; JOHNSON, Mark E.; JOHNSON, Myrle M. A comparative study of tests for homogeneity of variances, with applications to the outer continental shelf bidding data. Technometrics, v. 23, n. 4, p. 351-361, 1981.

CRATO, N. O. papel dos mínimos quadrados na descoberta dos planetas. Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática, v. 42, p. 113-124, 2014.

CREMASCO, Marco Aurélio. Operações unitárias em sistemas particulados e fluidomecânicos. 2. ed. rev. [S. l.]: Blucher, 2014. 423 p. ISBN 8521208553.

FARINAS, C. S. et al. Aproveitamento do caroço do açaí como substrato para a produção de enzimas por fermentação em estado sólido. Embrapa Instrumentação-Boletim de Pesquisa e Desenvolvimento (INFOTECA-E), 2009.

FERNANDO, A. L. Análise wavelet aplicada a sinais de flutuação de pressão em leito fluidizado. Campinas, UNICAMP, 2018.

GELDART, D. Types of gas fluidization. Powder Technology, Lausanne, v. 7, p. 285-292, jul. 1973.

GIBILARO, L. G.; GIBILARO, L. G. 3-Fluid flow through particle beds. Fluidization Dynamics, p. 14-30, 2001.

GRACE, John R. Contacting modes and behaviour classification of gas—solid and other two-phase suspensions. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, v. 64, n. 3, p. 353-363, 1986.

GUJARATI, Damodar N.; PORTER, Dawn C. *Econometria básica*. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011.

GUPTA, C. K.; SATHIYAMOORTHY, D. *Fluid bed technology in materials processing*. CRC press, 1998. 1420049860.

HODAPP, M. J. *Modelagem e simulação de um leito fluidizado: um estudo comparativo*. 2009. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Engenharia Química) - Universidade Estadual de Campinas., [S. l.], 2009.

HIRAKATA, Vânia Naomi; MANCUSO, Aline Castello Branco; CASTRO, Stela Maris de Jesus. Teste de hipóteses: perguntas que você sempre quis fazer, mas nunca teve coragem. Teste de hipóteses: perguntas que você sempre quis fazer, mas nunca teve coragem. Vol. 39, n. 2, 2019, p. 181-185, 2019.

JOHNSON, R. A.; WICHERN, D. W. *Applied multivariate statistical analysis*. New Jersey: Prentice Hall, 1998.816p

KUNII, D.; LEVENSPIEL, Octave. *Fluidization Engineering*. 2. ed. [S. l.]: Butterworth-Heinemann, 1991. 491 p. ISBN 9780409902334.

LARSON, Ron; FARBER, Betsy; CYRO; *TRADUÇÃO TÉCNICA PATARRA*. *Estatística aplicada*. Prentice Hall, 2004.

LEOTTI, Vanessa Bielefeldt; BIRCK, Alan Rodrigues; RIBOLDI, João. *Comparação dos Testes de Aderência à Normalidade Kolmogorov-smirnov, Anderson-Darling, Cramer–Von Mises e Shapiro-Wilk por Simulação*. Anais do 11º Simpósio de Estatística Aplicada à Experimentação Agronômica, 2005.

LEVENSPIEL, O. *Engenharia das reações químicas*. Editora Blucher, 2000. 8521216874.

LI, Z. et al. *Fluidization Characteristics in a Fluidized bed of Dissimilar Particles*. 13th International Drying Symposium (IDS), Beijing, China, p. 587-595, 2002.

MARINI, Fábio; MORI, Milton. Simulação de um leito fluidizado aplicando a técnica CFD baseada na teoria cinética do escoamento granular. 2008. Tese de Doutorado. Dissertação de Mestrado–Faculdade de Engenharia Química, Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP. 13/02/2008. Campinas, São Paulo.

MARQUES, F. C. Caracterização dos Regimes de Fluidização de Partículas Finas Através da Análise de Flutuações de Pressão no Leito. 2004. Tese de Doutorado. Dissertação de Mestrado, Uberlândia, Universidade Federal de Uberlândia.

MILLIKEN, George A.; JOHNSON, Dallas E. Analysis of messy data, volume II: Nonreplicated experiments. Chapman and Hall/CRC, 2017.

MONTGOMERY, Douglas C.; PECK, Elizabeth A.; VINING, G. Geoffrey. Introduction to linear regression analysis. John Wiley & Sons, 2021.

MONTGOMERY, Douglas C.; RUNGER, George C. Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros. 4. ed. [S. l.]: LTC, 2016.

NITZ, Marcello; GUARDANI, Roberto. Fluidização Gás-Sólido: Fundamentos e Avanços. **Revista Brasileira de Engenharia Química**, [s. l.], 1 dez. 2008.

PANORÂMA DE RESÍDUOS SÓLIDOS NO BRASIL. [S. l.: s. n.], 2021- . 2020-2021. Disponível em: <https://abrelpe.org.br/panorama/>. Acesso em: 12 jul. 2022.

PARK, K.J. et al. Transferência de calor em leitos fluidizados borbulhantes e leitos vibro-fluidizados. *Revista da Sociedade Brasileira de Ciência e Tecnologia dos Alimentos*, [S. l.], p. 113-127, dez. 2000.

RIBEIRO, B. J. C.; MORAES, A. G. L.; NASCIMENTO, A. F. S.; FERREIRA, J. dos S.; SANTO, P. de S. Estudo De Um Caso: Uma Análise Sobre O Aproveitamento Do Caroço Do Açaí (*Euterpe Oleracea* Mart.) Como Alternativa Para Redução De Resíduos Orgânicos. IBEAS - Instituto Brasileiro de Estudos Ambientais, [s. l.], 21 maio 2021.

RIBOLDI, João et al. Precisão e poder de testes de homocedasticidade paramétricos e não-paramétricos avaliados por simulação. *Revista Brasileira de Biomedicina*, v. 32, n. 3, p. 334-344, 2014.

RODRIGUES, Dayana Cravo; CAVALCANTE, Igor Campos da Silva; CORDEIRO, Adria Lorena de Moraes Cordeiro; SANTANA, Laila Rover; GOMES, Laércio Gouvêa. III-129 - Efeitos Da Geração, Lançamento Inadequado E Formas De Reaproveitamento Dos Resíduos

De Caroços De Açaí Na Região Metropolitana De Belém Do Pará. ABES - Associação Brasileira de Engenharia Sanitária e Ambiental, [s. l.], 2018.

RODRIGUES, S. C. A. Modelo de Regressão Linear e suas Aplicações. Orientador: Professora Doutora Célia Maria Pinto Nunes. 2012. 94 p. Tese (Mestrado em Ensino de Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário) - UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR, [S. l.], 2012.

SATO, Michel Keisuke et al. Biocarvão de resíduos de açaí como condicionante de solos. 2018.

SHREVE, R. N.; BRINK JR, J. A. Indústrias de Processos Químicos. 4. ed. Rio de Janeiro, RJ: GUANABARA KOOGAN, 2012. ISBN 978-85-277-1419-8.

SILVA, R. A. N. COMPORTAMENTO FLUIDODINÂMICO DO FEIJÃO (*Phaseolus vulgaris*), MILHO (*Zea Mays Everta*) E DO CARVÃO VEGETAL DE AÇAÍ (*Euterpe Olereacea*) EM LEITO FLUIDIZADO CÔNICO, 2022.

SILVA, Tahare Ferreira. Caroço de açaí: uma alternativa bioenergética. 2021.

SOUSA, Daniel Felipe Lima de; REIS JUNIOR, J. C. F.; RODRIGUES, Caio Augusto Nogueira. Tratamento de água para consumo humano, utilizando filtro composto de carvão ativado produzido a partir de endocarpo de coco, borracha de pneu e caroços de açaí. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE GESTÃO AMBIENTAL. 2018.

TACONELI, César Augusto. Análise de regressão linear. Universidade Federal do Paraná. Departamento de Estatística. Curitiba, 2010.

WALPOLE, R. E.; MYERS, R. H.; MYERS, S. L.; YE, K. Probabilidade e estatística: para engenharia e ciências. 8. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009. ISBN 9 7 8 - 8 5 - 7 6 0 5 -1 9 9 -2.

WELCH, Bernard L. The generalization of 'STUDENT'S' problem when several different population variances are involved. *Biometrika*, v. 34, n. 1-2, p. 28-35, 1947.