



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO  
COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA AEROESPACIAL

---

**Modelagem e Controle do direcionamento de um Paraquedas para  
Recuperação de Foguetes de Sondagem**

---

**Aluno**

Emanuel Rodrigues Valentim da Silva  
Engenharia Aeroespacial

**Orientador**

Prof. Dr. Paulo Rogério de Almeida Ribeiro  
Coordenação do Curso de Engenharia da Computação

**Trabalho de Conclusão de Curso**

São Luís, 18 de janeiro de 2023

Emanuel Rodrigues Valentim da Silva

MODELAGEM E CONTROLE DO DIRECIONAMENTO DE UM  
PARAQUEDAS PARA RECUPERAÇÃO DE FOGUETES DE  
SONDAGEM

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à  
Universidade Federal de Maranhão, como requi-  
sito necessário para obtenção do grau de Bacha-  
rel em Engenharia Aeroespacial.

**Orientador: Prof. Dr. Paulo Rogério de  
Almeida Ribeiro**

São Luís, 18 de janeiro de 2023

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).  
Diretoria Integrada de Bibliotecas/UFMA

Valentim da Silva, Emanuel R.

Modelagem e Controle do direcionamento de um Paraquedas  
para Recuperação de Foguetes de Sondagem / Emanuel R.

Valentim da Silva. - 2023.

55 p.

Orientador(a): Paulo Rogério de Almeida Ribeiro.

Curso de Engenharia Aeroespacial, Universidade Federal  
do Maranhão, São Luís, 2023.

1. Controle. 2. Foguetes. 3. Paraquedas. 4.  
Sintonização Automática. I. Rogério de Almeida Ribeiro,  
Paulo. II. Título.

*Dedico este trabalho à minha mãe, ao meu pai e à minha irmã de quem incentivo e suporte nunca me faltou. Dedico aos demais familiares que mesmo na distância e silêncio torciam pelo meu sucesso. E por fim aos meus colegas, que durante anos dividiram comigo os desafios da vida acadêmica.*

## Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, a quem louvo por todos as dificuldades e alegrias que vivenciei durante os anos de graduação.

Agradeço à minha mãe, que soube na sua doçura me corrigir e na sua sabedoria me ensinar.

Agradeço ao meu pai, que desde sempre é o meu modelo de homem, cidadão e pai de família.

Agradeço à minha irmã, que sempre torceu pela minha felicidade e nunca poupou esforços para me ajudar.

Agradeço ao meu primo Pedro, que nunca me permitiu esquecer dos meus valores e dos meus objetivos.

Agradeço aos meus colegas de universidade, que dividiram comigo os desafios, incertezas, conquistas, frustrações e alegrias da vida acadêmica.

Agradeço aos meus professores, em especial ao meu orientador prof. Paulo Rogério, cujo ensinamentos e orientações foram além da sala de aula e sem o qual eu jamais teria realizado este trabalho.

*“A única razão para o tempo é para que não aconteça tudo no mesmo instante.”*

*Albert Einstein*

## Resumo

Paraquedas têm sido amplamente utilizados na recuperação de dispositivos aeroespaciais como Veículo Aéreo Não Tripulado (VANT) e aeronaves supersônicas. Diversos estudos têm explorado a capacidade de realizar o controle do paraquedas por meio da associação de superfícies de controle em sua estrutura semelhante às empregadas na aviação. Esses estudos realizaram importantes contribuições, nomeadamente modelagem matemática dos fenômenos físicos envolvidos. No entanto, os métodos de sintonia para os controladores desses trabalhos apresentam carência de informação e projeto. O presente trabalho apresenta um projeto de um sistema para controle da movimentação de um paraquedas. Esse projeto realiza a formulação das leis de controle para análise dinâmica do comportamento do sistema, bem como realiza a otimização dos dispositivos de compensação para atender os índices de desempenho especificados. Para o projeto do controlador, técnicas de otimização computacional baseado na aproximação de funções de transferência foram utilizadas para obter os parâmetros do controlador proporcional, integral e derivativo (PID). Os resultados obtidos atendem os requisitos especificados, nomeadamente tempo de acomodação de 12 s com máximo sobressinal de 20,03%.

**Palavras-chave:** Controle; Paraquedas; Sintonização Automática; Foguetes.

## Abstract

Parachutes have been widely used in the recovery of aerospace devices such as Unmanned Aerial Vehicle (UAV) and supersonic aircraft. Several studies have explored the ability to control the parachute by associating control surfaces in its structure similarly to those used in aviation. These studies provided important contributions, namely mathematical modeling of the physical phenomena involved. However, there is a lack of information about the tuning methods for the controllers as well as their design. This work presents a system design to control a parachute's trajectory. This project performs the formulation of control laws for dynamic analysis of the system's behavior and the optimization of compensation devices to achieve the specified performance indices. For the controller design, computational optimization techniques based on transfer function approximation were used to obtain the proportional, integral, and derivative (PID) controller parameters. The obtained results achieved the specified requirements: a settling time of 12 s with a maximum overshoot of 20.03%.

**Keywords** - Control; Parachute; Auto-Tuning; Rockets.

# Lista de Figuras

1	Frames de Referência . . . . .	17
2	Ângulos de Euler . . . . .	18
3	Componentes de um Movimento Circular . . . . .	20
4	Resultante de Momento de uma superfície Aerodinâmica . . . . .	21
5	Momento Resultante para um objeto tridimensional . . . . .	21
6	Diferentes Formatos de <i>Canopy</i> . . . . .	22
7	Forças atuantes sobre um Paraquedas . . . . .	23
8	Nomenclatura dos elementos de um perfil aerodinâmico . . . . .	24
9	Coefficientes de Momento sobre uma Aeronave . . . . .	25
10	Movimento de <i>Banking Turn</i> . . . . .	25
11	Processo em um Sistema de Controle . . . . .	26
12	Exemplos de Sistemas de Controle . . . . .	27
13	Tipos de Sistemas de Controle quanto à Realimentação . . . . .	28
14	Sistema de Malha Fechada . . . . .	29
15	Plano da Frequência Complexa . . . . .	30
16	Estabilidade Assintótica de acordo com a posição das raízes características . . . . .	31
17	Tipos de Sinais de Entrada . . . . .	32
18	Índices de Desempenho . . . . .	32
19	Gráfico do Lugar da Raízes . . . . .	33
20	Diagrama de Blocos Genérico de um Sistema em Malha Fechada . . . . .	34
21	Diagrama do processo de um sistema de controle . . . . .	35
22	Modelo Físico para o sistema proposto . . . . .	36
23	Diagrama de blocos funcional do sistema . . . . .	37
24	Modelo Físico detalhado . . . . .	37
25	Modelo Esquemático . . . . .	38
26	Diagrama Esquemático do Sistema dos Atuadores . . . . .	40
27	Diagrama de Blocos do Modelo Matemático . . . . .	42
28	Simulação dos Blocos Individuais no <i>Simulink</i> . . . . .	44
29	Interface da Aplicação para <i>auto-tuning</i> . . . . .	45
30	Resposta ao Degrau para o Bloco do Motor . . . . .	45
31	Resposta ao Degrau para o Bloco do Paraquedas . . . . .	46
32	Resposta ao Degrau em ramo direto . . . . .	47
33	Simulação em Malha Fechada . . . . .	48
34	Análise das Raízes do Polinômio Característico . . . . .	49
35	Gráfico do Lugar da Raízes da função de transferência do Ramo Direto . . . . .	50
36	Resposta ao Degrau do sistema com o Controlador . . . . .	51
37	Ação do Controlador no Erro . . . . .	51

# Lista de Tabelas

1	Parâmetros para obtenção da função de transferência do paraquedas . . . . .	42
2	Parâmetros do Controlador PID . . . . .	49
3	Índices de Desempenho da Resposta do Sistema com Controlador . . . . .	50

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>8</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>9</b>
<b>Sumário</b>	<b>10</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>12</b>
1.1 Considerações Iniciais . . . . .	12
1.2 Objetivos . . . . .	14
1.2.1 Geral . . . . .	14
1.2.2 Específicos . . . . .	14
1.3 Justificativa . . . . .	14
1.4 Estrutura do Trabalho . . . . .	15
<b>2 Fundamentação Teórica</b>	<b>16</b>
2.1 <i>Frames</i> e Sistemas de Coordenadas . . . . .	16
2.1.1 Notação . . . . .	16
2.1.2 Matriz de Transformação de Coordenadas . . . . .	17
2.2 Cinemática e Dinâmica dos Corpos . . . . .	19
2.2.1 Leis de Newton-Euler do Movimento . . . . .	19
2.2.2 Forças e Momentos atuantes em um Paraquedas . . . . .	22
2.2.3 Superfícies de Controle . . . . .	24
2.3 Sistemas de Controle . . . . .	26
2.3.1 Definição e Terminologia . . . . .	26
2.3.2 Sistemas de Malha Aberta e Fechada . . . . .	26
2.3.3 Modelo Físico e Matemático . . . . .	27
2.3.4 Estabilidade e Resposta Dinâmica dos Sistemas . . . . .	29
2.3.5 Compensadores . . . . .	32
<b>3 Metodologia</b>	<b>35</b>
3.1 Processo para o Projeto de um Sistema de Controle . . . . .	35
3.2 Etapa 1: Modelo Físico . . . . .	36
3.3 Etapa 2: Diagrama de Blocos do Modelo Físico . . . . .	36
3.4 Etapa 3: Modelo Esquemático . . . . .	38
3.5 Etapa 4: Modelo Matemático e Diagrama de Blocos . . . . .	39
3.5.1 Modelo do Bloco do Atuador . . . . .	39
3.5.2 Modelo do Bloco do Paraquedas . . . . .	40
3.5.3 Modelo Completo . . . . .	42
3.6 Etapa 5: Redução do Diagrama de Blocos . . . . .	43
3.7 Etapa 6: Análise de Desempenho e Projeto do Controlador . . . . .	43
3.7.1 Projeto do Controlador . . . . .	43
<b>4 Resultados e Discussões</b>	<b>45</b>
4.1 Resposta ao Degrau do Bloco do Motor . . . . .	45

4.2	Resposta ao Degrau do Bloco do Paraquedas . . . . .	46
4.3	Resposta ao Degrau do Ramo Direto . . . . .	47
4.4	Resposta ao Degrau em Malha Fechada . . . . .	47
4.5	Análise do Gráfico do Lugar das Raízes . . . . .	48
4.6	Análise dos Métodos de Sintonia . . . . .	49
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>52</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>53</b>

# 1 Introdução

## 1.1 Considerações Iniciais

De acordo com a Associação das Indústrias Aeroespaciais (AIA), o setor aeroespacial mundial movimentou cerca de \$909 bilhões no ano de 2019. A expectativa do Banco da América (BofA) é que em 2030 o setor represente \$1,4 trilhão na economia mundial (SHEETZ, 2020). A taxa de crescimento expressiva é reflexo de um setor que exige cada vez mais alta tecnologia de produtos e serviços os quais são ofertados por profissionais de diferentes áreas do conhecimento (SORENSEN, 2022). Dentro desse setor, o ramo espacial representou em 2021 cerca de \$469 bilhões em movimentações diretas e indiretas na economia segundo a Fundação do Espaço (TEAM, 2023) e é esperado que nas próximas décadas os avanços massivos em tecnologia associados à popularização dos programas espaciais favoreçam a redução dos custos de lançamentos de missões (ALVES, 2021).

Os custos envolvidos para qualquer aplicação aeroespacial são elevados de forma que, por muito tempo, o setor governamental configurou a única instituição capaz de sustentar o setor (PEDOSSAUT, 2021). Nesse contexto surge a ideia de democratização do acesso ao espaço em que a nova corrida espacial, liderada por *startups* e empresas de visão disruptiva do modelo *Old Space*, tem por objetivo viabilizar o acesso ao espaço exterior para todos que desejarem (MUNDOGEO, 2022). A nova era das atividades espaciais, ou *New Space*, é marcada pelo setor privado assumindo o protagonismo que outrora era conferido aos programas espaciais governamentais (PEDOSSAUT, 2021).

Acontecimentos expressivos foram alcançados recentemente por grandes empresas em direção à consolidação deste novo modelo de economia espacial. Algumas dessas empresas apostam no turismo espacial como forma de explorar a economia do setor (ALVES, 2021). A *SpaceX*, atualmente a empresa do setor espacial com maior valor de mercado do mundo, em 2020 se tornou a primeira companhia privada a enviar uma missão tripulada para a Estação Espacial Internacional (ISS), inaugurando uma nova etapa nos voos espaciais comerciais (ELDRIDGE, 2023). Sob o lema "*Fazendo a humanidade multiplanetária*", a *SpaceX* deve o seu sucesso aos projetos de engenharia que possibilitaram a reutilização dos seus veículos lançadores. Segundo dados da própria empresa, de um total de 201 lançamentos, 162 pousos foram realizados e 137 novos lançamentos foram efetuados a partir de veículos anteriormente utilizados (SPACEX, 2022). Sua visão disruptiva sobre o descarte dos veículos após lançamento garante hoje para a empresa uma economia de até 30% no custo de lançamento (AXESS, 2019).

Em 1999, surge na Universidade Politécnica da Califórnia um novo conceito de satélites chamado *CubeSat*. Esse satélite de dimensões reduzidas foi concebido para ser utilizado por estudantes para facilitar o ensino através da diminuição de custos e simplificação do seu desenvolvimento (TECH, 2022). Com o tempo, percebeu-se que essa nova categoria de satélite possuía aplicações profissionais úteis em determinados contextos e tornou-se um novo segmento do mercado espacial (WALKER, 2023). Atualmente, o mercado de lançamento de microsátélites é realizado através do modelo *Ridesharing*, onde há uma carga-útil primária que não são microsátélites e estes são sujeitos às trajetórias e configurações do cliente principal. Visando a quebra dos paradigmas tradicionais de lançamento, empresas têm proposto veículos lançadores específicos para lançamento de pequenos satélites (MUNDOGEO, 2022).

No contexto brasileiro, algumas *startups* têm realizado iniciativas para entrar no mercado

de lançamento de microsátélites. Além disso, a Agência Espacial Brasileira em parceria com o Departamento de Ciência e Tecnologia da Aeronáutica (DCTA) desenvolve desde 2011 estudos sobre o VLM-1 (Veículo Lançador de Microsatélite) (AEB, 2020). Todos os esforços e tecnologias desenvolvidas na nova etapa da corrida espacial tiveram por objetivo reduzir os custos envolvidos em operações de lançamento, na produção de dispositivos ou nas atividades em órbita. A exemplo da *SpaceX* e demais empresas que se estabeleceram no mercado espacial atual, as novas contribuições devem seguir caminhos semelhantes de implementações disruptivas que favoreçam a redução dos custos envolvidos de forma que a atividade espacial se torne competitiva em um mercado restrito (NISHIKAWA et al., 1984).

Em vista de contribuir para a democratização do espaço bem como para o programa espacial brasileiro, neste trabalho desenvolveu-se computacionalmente um modelo de sistema de controle capaz de realizar a recuperação de veículos lançadores (ou foguetes de sondagem) por meio de paraquedas. O uso de propulsores para a recuperação dos *boosters* do veículo lançador da *SpaceX* difere do modelo proposto neste estudo uma vez que este se baseia na ação de controle de um paraquedas. A recuperação de dispositivos aeroespaciais por meio de paraquedas é amplamente empregada e estudos com diferentes abordagens do seu desempenho foram realizados. WYLLIE (2001) e PAUL PREEMA E PAUL (2022) investigam a aplicação do uso de paraquedas na recuperação de Veículos Aéreos não Tripulados (VANTs). TAYLOR ANTHONY P E MACHIN (2007) realiza um estudo para o desenvolvimento de um sistema de paraquedas que atue na recuperação da capsula espacial Orion após reentrada atmosférica. GUIDOTTI G E RICHIELLO (2012) realizaram teste em voo acerca do desempenho de paraquedas para recuperação de aeronaves em regime de voo supersônico. DEVALLA VINDHYA E PRAKASH (2014) realizaram uma revisão para explorar a possibilidade de realizar o controle de um paraquedas a partir da concepção do controle de um *drone*. Estudos que implementem sistemas para controle da movimentação de um paraquedas podem ser encontrado em SLEGERS NATHAN E COSTELLO (2003), WATANABE MASAHITO E OCHI (2008) e GÖKTOĞAN (2012).

SLEGERS NATHAN E COSTELLO (2003) realizaram estudos sobre as características no controle de um sistema de paraquedas associado à uma carga útil. Seu estudo oferece dois modelos para o controle lateral de movimentação: *roll steering* e *skid steering*. Seus resultados mostram que o ângulo de incidência, a curvatura do *canopy* e a magnitude da deflexão das superfícies de controle são determinantes para o projeto de um paraquedas controlável.

WATANABE MASAHITO E OCHI (2008) apresentam resultados da modelagem e simulação computacional da dinâmica não linear de um sistema com aplicação de um motor. Seu modelo atribui 6 graus de liberdade para a movimentação do *canopy* e 2 graus para o *payload* associado ao motor. Essa abordagem favorece a representação dos modelos em vetores de estado necessários para a simulação da resposta no tempo com e sem empuxo gerado pelo motor. Os resultados foram comparados com voos experimentais e validaram o modelo para sistemas de paraquedas que apresentem empuxo.

GÖKTOĞAN (2012) apresentaram um sistema que permite a guiagem, controle e navegação de um *paramotor*. Seu estudo incluiu: a obtenção do modelo matemático da planta e do atuador; o sistema de identificação de parâmetros do modelo matemático; e o projeto de controle lateral e de altitude do sistema. Seus resultados concluíram que o modelo lateral e de altitude são independentes. Além disso, os autores perceberam que a aplicação tem melhor desempenho através de uma lógica de orientação antecipada.

Os trabalhos de SLEGERS NATHAN E COSTELLO (2003) e WATANABE MASAHITO E OCHI (2008) se restringem à verificação dos modelos analíticos sem aplicá-los ao projeto de sistemas de controle. GÖKTOĞAN (2012), apesar de desenvolver um sistema de controle, não exploram o projeto do compensador, bem como seus métodos de sintonia, necessário para

alcançar índices de desempenho no controle do fluxo do sinal.

Ante o exposto, o presente trabalho desenvolve a modelagem matemática da dinâmica de um paraquedas e aplica as formulações obtidas a um sistema de controle. No projeto de compensadores do sistema, é aplicada técnicas de *auto-tuning* para sintonia de controladores em vista de facilitar a obtenção dos índices de desempenho que atendam aos requisitos do sistema. Além de permitir a sintonia de sistemas de ordem elevada, a associação dessas técnicas com métodos de otimização computacional facilita a obtenção dos parâmetros que melhor atendem os requisitos de sistema. Geralmente, aplicações de natureza aeroespacial estabelecem requisitos de desempenho que precisam ser atendidos. Além disso, os fenômenos envolvidos são de natureza complexa. Portanto, o presente projeto além de projetar um sistema de controle funcional, investiga a possibilidade de aplicar técnicas de sintonia de controladores automática em projetos de engenharia de natureza complexa em vista de facilitar o seu processo de desenvolvimento.

## 1.2 Objetivos

Este trabalho busca desenvolver um modelo computacional e um sistema de controle para recuperação de foguetes. Esse deve mitigar o distanciamento da zona de impacto para a costa terrestre (ou posição de interesse). É adotado um método de projeto em seis etapas que contemplam a modelagem física e matemática, análise de desempenho e projeto de controlador. Durante as etapas, os requisitos de desempenho do sistema são levantados, o que resulta nos objetivos apresentados abaixo:

### 1.2.1 Geral

Modelar e projetar um sistema de controle capaz de alterar a trajetória de um paraquedas mediante a entrada de um sinal de referência.

### 1.2.2 Específicos

1. Obter modelos matemáticos cujos comportamentos são consonantes aos modelos físicos;
2. Aplicar técnicas de Sintonia de Controladores;
3. Alcançar índices de desempenho que satisfaçam os requisitos de projeto;

## 1.3 Justificativa

Tendo em vista a relevância do setor aeroespacial na economia mundial, bem como a necessidade de torná-la cada vez mais acessível à população em geral, este trabalho busca contribuir, com soluções mais econômicas, para as operações que envolvem lançamento e recuperação de

veículos aeroespaciais. O conceito de reutilização de materiais de uso aeroespacial era inconcebível no último século. A cada lançamento, todos os dispositivos envolvidos eram condenados e projetados para atuarem uma única vez por um curto período. Neste século, verificou-se que a reutilização é um caminho para a redução de custos que poderia chegar em curto prazo a até 30% do valor tradicional. Nesse contexto, busca-se então implementar estratégias de controle para favorecer a recuperação de veículos aeroespaciais por meio do controle do apontamento de paraquedas.

## **1.4 Estrutura do Trabalho**

A Seção 2 apresenta a Fundamentação Teórica deste projeto. Nesta seção, os principais conceitos para aplicação da metodologia adotada são abordados.

A Seção 3 apresenta a metodologia adotada. Cada etapa do processo será explanada.

A Seção 4 apresenta os resultados e análises realizadas.

A Seção 5 apresenta as conclusões do trabalho, bem como aplicabilidade dessas e propostas de trabalhos futuros.

## 2 Fundamentação Teórica

O presente capítulo tem por objetivo esclarecer os leitores acerca dos conceitos pertinentes a este trabalho. Para isso, faz-se necessária a exposição da fundamentação teórica utilizada neste projeto. Dada a complexidade dos fenômenos associados ao movimento de um paraquedas, buscou-se extrair o modelo do perfil aerodinâmico de um paraquedas a partir da análise de aeronaves. Esses conceitos aplicados no ramo aeronáutico possuem teoria validada e vasto material de consulta. Além disso, também será discutida a Teoria Clássica do Controle.

### 2.1 *Frames* e Sistemas de Coordenadas

Entende-se por sistemas de coordenadas o método que fornece uma relação numérica com o Espaço Euclidiano. As coordenadas cartesianas, por exemplo, são um sistema de coordenadas. Um sistema de coordenadas definido a partir da origem com três vetores ortonormais são reconhecidos como *frames* de referência. De forma geral, é possível imaginar os *frames* como corpos rígidos (SCHAUB; JUNKINS, 2003), como a Terra ou um avião em deslocamento, de forma a manter a distinção entre *Frames* e Sistemas de Coordenadas (ZIPFEL, 2009).

Segundo Schaub (2003), Cinemática é uma coleção de métodos vetoriais ou matriciais que buscam descrever aspectos dos corpos rígidos como aceleração, velocidade e posição a partir de diferentes *frames* de referência (SCHAUB; JUNKINS, 2003). A Figura 1 apresenta alguns dos principais *Frames* de Referências de aplicação aeroespacial.

#### 2.1.1 Notação

Para modelar a dinâmica dos veículos aeroespaciais, é indispensável um sistema de notações onde seus símbolos expressem todas as características das quantidades físicas envolvidas (ZIPFEL, 2009). A fim de simplificar equações sem comprometer a abrangência das mesmas, Einstein introduziu em 1916 a Convenção de Soma ao cálculo de tensores que ficou conhecida como Notação de Einstein (HENDERSON, 2006). O formato inicial da Notação de Einstein é apresentado na Equação 1 a qual foi aperfeiçoada pelo Draper Laboratory do MIT e é apresentada na Equação 2.

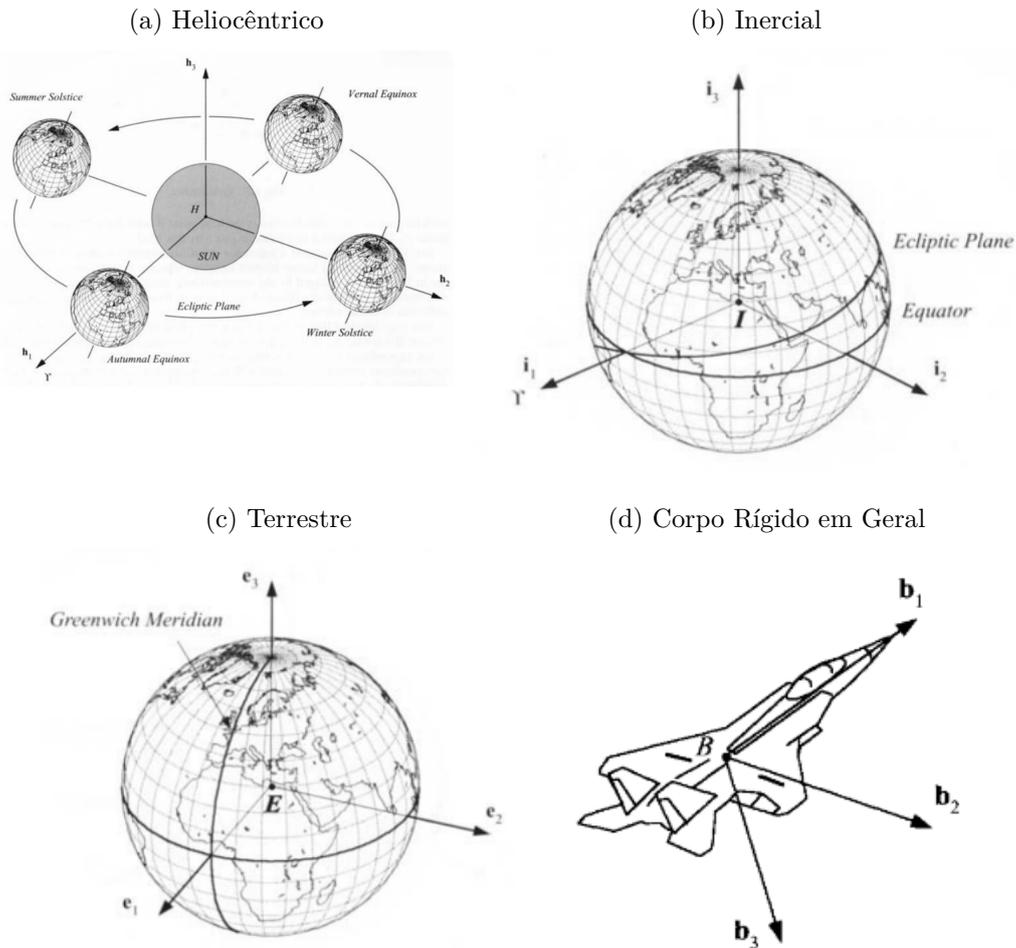
$$v_i = \sum_{j=1}^3 t_{ij} v_j; \quad i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

$$v^i = t_j^i v^j; \quad j = 1, 2, 3; \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

Onde  $t_j^i$  expressa o vetor transformação de coordenadas.

Zipfel (2009) adotou este modelo para suas abordagens na modelagem matemática de veículos aeroespaciais, de forma que suas notações descrevessem vetores, tensores e escalares. Um vetor deslocamento de um ponto  $A$  em relação a um ponto  $B$  (w.r.t - *with respect to*) é o vetor

Figura 1: Frames de Referência



Fonte: (ZIPFEL, 2009)

$s_{AB}$ ; O vetor velocidade de um ponto  $B$  em relação a um *frame* Inercial é  $v_B^I$ . A velocidade angular entre os *frames*  $B$  e  $C$  podem ser escritos como  $\omega^{BC}$ . Para expressar os tensores dentro de um sistemas de coordenadas, emprega-se colchetes ( $[ ]$ ) seguidos da denominação do sistema de coordenadas a que se referem. O vetor deslocamento simbolizado em coordenadas terrestres  $E$  é caracterizado por  $[s_{AB}]^E$ . De forma semelhante, os vetores velocidade e velocidade angular, em coordenadas terrestre e inercial, respectivamente, são expressos por  $[v_B^I]^E$  e  $[\omega^{BI}]^I$ .

## 2.1.2 Matriz de Transformação de Coordenadas

As transformações de coordenadas são essenciais ao trabalhar com entidades físicas vetoriais como posição, velocidade, campo magnético, corrente elétrica, etc. Elas permitem que os dados referentes a uma quantidade física possam ser manipulados em um sistema de coordenadas apropriado (HAPGOOD, 1992). Dois sistemas de coordenadas,  $]^A$  e  $]^B$ , são relacionados entre si pela matriz de transformação  $[T]^{BA}$  conforme a Equação 3.

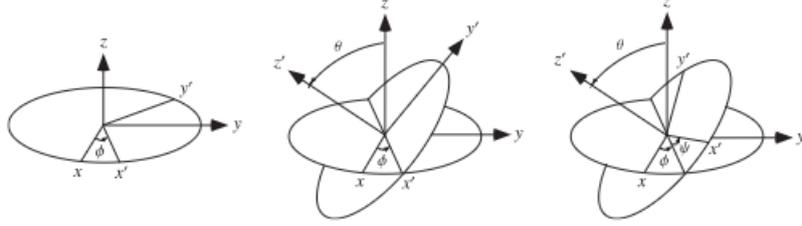
$$[x]^B = [T]^{AB}[x]^A \quad (3)$$

De forma que  $[T]^{AB}$  é uma matriz 3x3 (ZIPFEL, 2009) considerando o sistema de coordenadas Euclidianas.

### Sistemas de Coordenadas fixadas no Objeto

Para os objetivos deste estudo, é necessário estabelecer a matriz de transformação que relaciona o sistema de coordenadas geográficas com o sistema de coordenadas fixadas no corpo do objeto. Essa matriz de transformação é composta por três transformações aplicadas aos ângulos de Euler: *yaw*, *pitch*, e *roll* ou,  $\psi, \theta$  e  $\phi$  (ZIPFEL, 2009). A Figura 2 apresenta a disposição dos ângulos de Euler no espaço.

Figura 2: Ângulos de Euler



Fonte: (WEISSTEIN, 2022)

As matrizes de rotação correspondentes a cada eixo, são expressas nas equações abaixo.

$$R_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\psi) & -\sin(\psi) \\ 0 & \sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$R_y(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$R_z(\phi) = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Uma sequência de três rotações pode ser obtida, na ordem das rotações da Figura 2, por meio da multiplicação das matrizes de rotação de cada ângulo (WEISSTEIN, 2022). Nesta análise, iniciando pela rotação do eixo  $z$ , em seguida pelos eixos  $x$  e  $y$ , é obtida a matriz de transformação apresentada na Equação 7.

$$\begin{aligned} [T]^{BG} &= R_z(\phi)R_x(\theta)R_y(\psi) \\ &= \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \cos \theta & -\sin \theta \\ \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (7) \end{aligned}$$

Modificando a ordem das rotações, uma matriz diferente da apresentada pode ser obtida, uma vez que a multiplicação de matrizes não é comutativa. Entretanto, pela característica associativa, é possível modificar as multiplicações e obter os mesmo resultados (ZIPFEL, 2009).

## 2.2 Cinemática e Dinâmica dos Corpos

Esta subseção tem por finalidade apresentar os principais fenômenos físicos que governam o movimento de um paraquedas.

### 2.2.1 Leis de Newton-Euler do Movimento

O estudo da dinâmica de voo de veículos aeroespaciais que trafegam na atmosfera, de forma geral, considera o veículo como um corpo elástico, com densidade variável e diversos subsistemas que conferem forças aerodinâmicas, propulsivas e gravitacionais variadas. Ao se considerar o veículo como um corpo rígido, os efeitos estruturais e relativos ao movimento de controle de superfícies móveis são negligenciáveis (MORELLI; KLEIN, 2016). Nessas condições, o movimento de um objeto com perfil aerodinâmico é descrito pela segunda lei de Newton:

$$F = \frac{d}{dt}(m\mathbf{V}) \quad (8)$$

Onde a derivada no tempo do momento linear de um corpo em relação a um *frame* inercial é igual a força agindo sobre aquele corpo. A mesma equação, que é expressa em notação tensorial aplicando o uso de derivada rotacional, assume o formato apresentado na Equação 9 o qual é inserida em um *frame* inercial.

$$m^B \left[ \frac{dv_b^I}{dt} \right]^I = [f]^I \quad (9)$$

Para um *frame* não inercial  $]^B$ , é possível utilizar a seguinte relação via transformação de Euler:

$$m^B \left[ \frac{dv_b^I}{dt} \right]^B + m^B [\Omega^{BI}]^B [v_B^I]^B = [f]^B \quad (10)$$

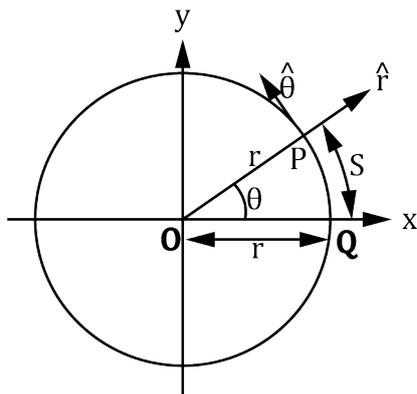
De forma que o termo  $[\Omega^{BI}]^B [v_B^I]^B$  corresponde a aceleração tangencial sendo resultado do produto da matriz simétrica da velocidade angular com a velocidade inercial do centro de massa do corpo (ZIPFEL, 2009).

O movimento circular é consequência da Segunda Lei de Newton uma vez que é resultado da ação das forças centrípeta e centrífuga (RESNICK; HALLIDAY; WALKER, 2016). A partir da Figura 3 é possível estabelecer a relação existente entre as componentes lineares e angulares de um movimento circular os quais estão expressas nas Equações 11 e 12. A Equação 13 apresenta a lei horária do movimento em termos do ângulo (NUSSENZVEIG, 2013).

$$\theta = \frac{S}{r} \quad (11)$$

$$\omega(t) = \frac{v(t)}{r} \quad (12)$$

Figura 3: Componentes de um Movimento Circular



Fonte: (NUSSENZVEIG, 2013)

$$\theta = \theta_0 + \omega(t - t_0) \quad (13)$$

De forma que  $S$  corresponde ao deslocamento linear,  $r$  ao raio da circunferência,  $\theta$  ao deslocamento angular e  $\omega$  à velocidade angular.

Enquanto as leis de Newton governam a dinâmica translacional de um corpo, as leis de Euler se destinam a descrever seu movimento de atitude (ZIPFEL, 2009). Semelhante às leis de Newton, as Lei de Euler são geralmente associadas a um *frame* inercial em relação ao centro de massa do corpo (ZIPFEL, 2009). Euler afirmou que a taxa de variação do momento angular é igual ao momento total do corpo. Desse modo, é possível reescrevê-la conforme a Equação 14

$$M = \frac{d}{dt}(\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}) \quad (14)$$

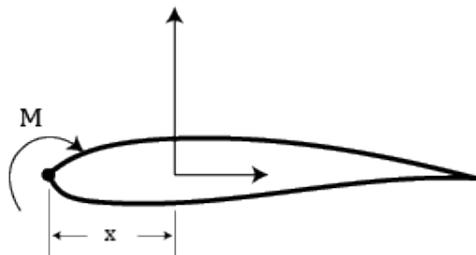
O momento de uma força, a partir das formulações de Euler, estabelece a tendência de um corpo realizar torque em torno de um eixo pela aplicação de uma força (HIBBELER, 2005). Se  $\sum F$  representa a soma de todas as forças agindo sobre um corpo, o momento  $M_B$  é entendido como o produto vetorial da posição do corpo com a resultante das forças que agem sobre ele (MERIAM; KRAIGE; BOLTON, 2020).

$$\sum M_B = \mathbf{r} \times m \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad (15)$$

A Figura 4 apresenta o momento resultante, a partir da decomposição de forças da resultante aerodinâmica, localizada a uma distância  $x$  do centro de pressão da superfície. Convencionou-se que os momentos aerodinâmicos assumem sinal positivo quando a rotação tende a ser horária e negativo quando a rotação tende a ser antihorária. A mesma convenção é aplicada para o movimento de arfagem de uma aeronave ( $\theta$  em termo de ângulos de Euler). Variação positiva configura aumento do ângulo de ataque enquanto que a variação negativa reflete na diminuição (ANDERSON, 2011).

Para um objeto tridimensional, a resultante aerodinâmica de momento será apresentada em relação aos três eixos de rotação que correspondem à arfagem (*yaw*), guinada (*pitch*) e rolagem (*roll*). A Figura 5 apresenta o momento relativo aos três eixos de uma aeronave (i,j,k) em

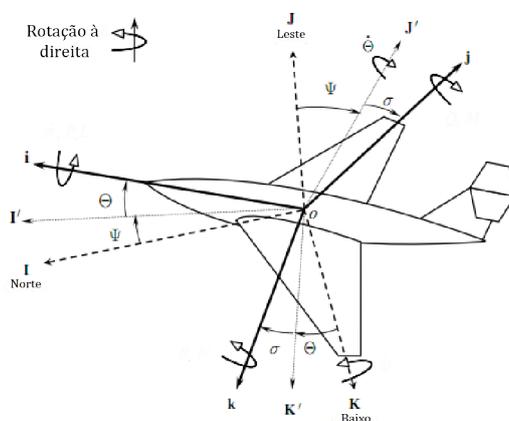
Figura 4: Resultante de Momento de uma superfície Aerodinâmica



Fonte: Adaptado de (ANDERSON, 2011)

relação a um frame local-horizontal ( $\mathbf{I}, \mathbf{J}, \mathbf{K}$ ).

Figura 5: Momento Resultante para um objeto tridimensional



Fonte: (TEWARI, 2011)

Aplicando regras de diferenciação à Equação 15, obtém-se

$$\sum M_B = \frac{d\mathbf{l}_B}{dt} \quad (16)$$

A Equação 16 afirma que o momento resultante sobre um ponto de ação de forças é igual a taxa de variação de momento angular sobre o mesmo ponto (MERIAM; KRAIGE; BOLTON, 2020). Aplicando a derivada rotacional pelo emprego das transformações de Euler, é possível expressar a Equação 16 no *frame* fixado no corpo em relação ao *frame* geográfico (ZIPFEL, 2009):

$$[I_B^B]^B \frac{d[\omega^{BG}]^B}{dt} + [\Omega^{BG}]^B [I_B^B]^B [\omega^{BG}]^B = [M_B]^B \quad (17)$$

Onde  $[I_B^B]^B$  corresponde ao Tensor Momento de Inércia expresso no *frame* cujo formato é apresentado abaixo.

$$[I_B^B]^B = \begin{bmatrix} I_{XXI} & I_{XYI} & I_{XZI} \\ I_{YXI} & I_{YYI} & I_{YZI} \\ I_{ZXI} & I_{Zyi} & I_{ZZI} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Além disso  $\Omega$  corresponde ao tensor velocidade angular e  $\omega$  ao vetor velocidade angular, cuja operação matemática na Equação 17 corresponde a uma não-linearidade (ZIPFEL, 2009).

## 2.2.2 Forças e Momentos atuantes em um Paraquedas

Paraquedas são utilizados como dispositivos que diminuem a aceleração de um corpo em movimento de queda livre. Além do uso recreativo, podem ser empregados em aplicações militares, geralmente para transporte de cargas, acesso de pessoal a locais estratégicos ou para aplicações científicas na recuperação de engenhos aeroespaciais. Dependendo da finalidade e das condições de operação, diferentes formatos podem ser aplicados à superfície de referência do paraquedas conhecida como *canopy*. A Figura 6 apresenta alguns formatos de paraquedas em diferentes aplicações.

Figura 6: Diferentes Formatos de *Canopy*

(a) Aplicação Militar



(b) Aplicação Científica



(c) Aplicação Recreativa



(d) Aplicação em Transporte de Cargas



Fonte:

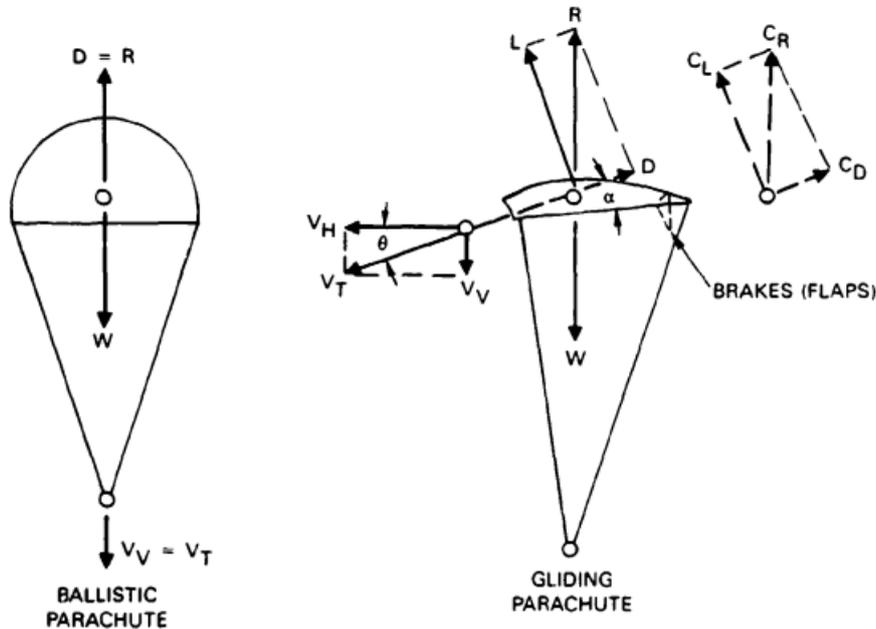
a. (EDUCALINGO, 2022) b. (NAIL, 2020) c. (SQUIRREL, 2022) d. (LTD, 2019)

Para uso recreativo, e até mesmo esportivo, recorre-se aos tipos de paraquedas que permitem o controle de trajetória e são frequentemente referenciados como *Gliding Parachute*. Esses paraquedas possuem um *Canopy* com perfil aerodinâmico favorável à execução de manobras que modifiquem sua direção permitindo o controle durante o período de queda livre (KNACKKE, 1991).

A compreensão das forças que atuam sobre um corpo imerso em um fluido escoando per-

mite o entendimento do motivo pelo qual é possível controlar alguns modelos de paraquedas. A Figura 7 apresenta a comparação entre as forças atuantes entre paraquedas quanto a sua manobrabilidade 7.

Figura 7: Forças atuantes sobre um Paraquedas



Fonte: (KNACKE, 1991)

A principal diferença observada está na presença expressiva das componentes de arrasto ( $D$ ) e sustentação ( $L$ ) que conferem uma resultante aerodinâmica ( $R$ ). A essa resultante, e portanto às suas componentes, está associado um coeficiente aerodinâmico que está diretamente relacionado ao material e formato do paraquedas (KNACKE, 1991). Matematicamente, as componentes da resultante aerodinâmica, a partir das Leis de Newton, possuem as seguintes formulações:

$$D = \frac{C_D S \rho v_T^2}{2} \quad (19)$$

$$L = \frac{C_L S \rho v_T^2}{2} \quad (20)$$

Onde  $C_D$  e  $C_L$  correspondem ao coeficiente de arrasto e sustentação, respectivamente,  $S$  se refere à área de superfície do *canopy*,  $\rho$  corresponde à densidade do ar no nível do mar e  $v_T$  à velocidade terminal do corpo que, pelo somatório das forças apresentadas na Figura 7, pode ser determinada a partir de:

$$v_T = \sqrt{\frac{2W}{S\rho} \frac{1}{\sqrt{C_L^2 + C_D^2}}} \quad (21)$$

A velocidade terminal se refere a velocidade em que o corpo atinge aceleração nula em um movimento de queda livre (RESNICK; HALLIDAY; WALKER, 2016). É importante destacar que a densidade do ar  $\rho$  na atmosfera não é uniforme. Na realidade, em um movimento

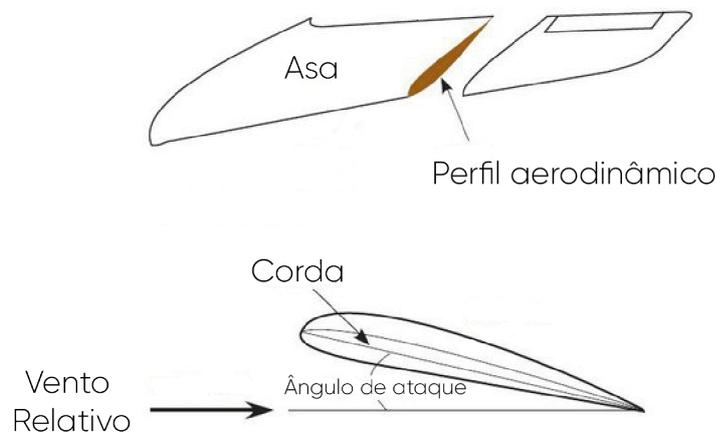
descendente, um paraquedas é constantemente desacelerado devido ao aumento dos valores de densidade do ar. Dessa forma, sua velocidade terminal é constantemente modificada. Para trajetórias de queda livre suaves, essa condição pode ser ignorada. No entanto, para movimentos mais agressivos (velocidade maiores que  $200 \text{ km/h}$ ) a desaceleração por conta da mudança dos valores de densidade do ar podem resultar em variações de 3% a 5% na velocidade em queda livre do corpo (KNACKE, 1991).

A resultante aerodinâmica atua conforme a distribuição de pressão e cisalhamento ao longo do perfil aerodinâmico (CLANCY, 1975). Essas forças agindo em pontos diferente da superfície tendem a gerar torque nos eixos do corpo (ZIPFEL, 2009). Dessa forma, o momento resultante das forças agindo sobre a superfície aerodinâmica pode ser expresso em termo dos coeficiente de momentos em relação aos eixos de rolagem ( $C_l$ ), arfagem ( $C_n$ ) e guinada ( $C_m$ ). Em outras palavras, o momento aerodinâmico gerado pela ação de forças no centro aerodinâmico do paraquedas pode ser expressado conforme Equação 22.

$$M_B = \frac{\rho S v_T^2}{2} [C_l \times b \quad C_m \times c \quad C_n \times b] \quad (22)$$

Onde  $b$  é o comprimento de referência da "asa" e  $c$  a corda do perfil aerodinâmico conforme pode ser observado na Figura 8. A Figura 9 apresenta os três coeficientes de momento inseridos na Equação 22 agindo em uma aeronave.

Figura 8: Nomenclatura dos elementos de um perfil aerodinâmico

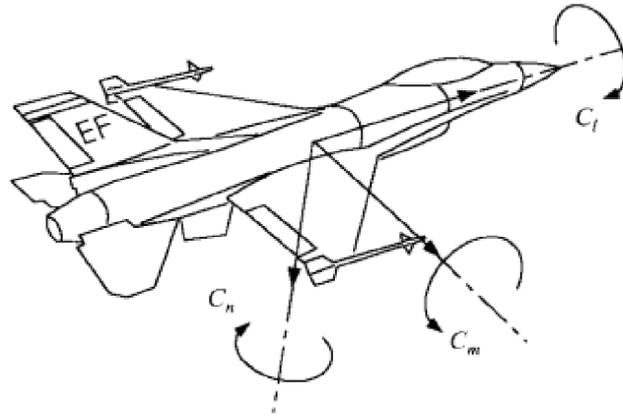


Fonte: (SUBRAMANIAN, 2016)

### 2.2.3 Superfícies de Controle

A maioria dos veículos aeroespaciais são compostos por mais de um corpo. A aeronave apresentada na Figura 9, por exemplo, além da sua fuselagem possui propulsores, compressores e turbinas. Além disso, possui outras partes móveis que são determinantes para a manobrabilidade da aeronave denominadas superfícies de controle (ZIPFEL, 2009). Em aeronaves, por exemplo, pode-se citar o *elevator*, *aileron*s e *rudder*. Essas superfícies são capazes de gerar forças e momentos de controle pela pequena variação na sua deflecção  $\delta$  em relação a sua posição

Figura 9: Coeficientes de Momento sobre uma Aeronave



Fonte: (ZIPFEL, 2009)

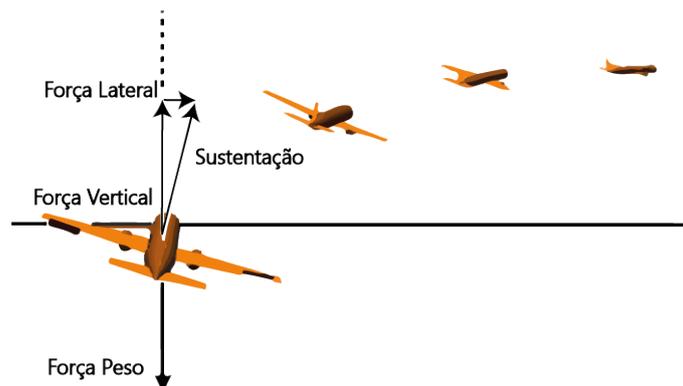
estacionária, visto que essas forças obedecem uma relação linear com as superfícies de controle (TEWARI, 2011).

Essas superfícies quando defletidas contribuem para a variação na magnitude de forças e momentos. *Elevators* são determinantes para o controle da força de sustentação que favorece o movimento de arfagem, enquanto que os *elevators* favorecem o controle do coeficiente de momento de rolagem, necessário para a realização de movimento curvilíneos em aeronaves (ZIPFEL, 2009; TEWARI, 2011).

Existem superfícies móveis em veículos aeronáuticos que são empregados como dispositivos de controle de rolagem, como é o caso dos *ailerons*. Esses dispositivos imprimem uma deflexão assimétrica  $\delta a$  que corresponde à deflexão imprimida aos *ailerons* esquerdo e direito em sentidos opostos.

A rolagem torna possível um fundamental movimento na aviação denominado *banking turn* que é demonstrado na Figura 10.

Figura 10: Movimento de *Banking Turn*



Fonte: Adaptado de (BENSOON, 2023).

O movimento de rolagem resulta em uma força lateral devido à permanência da força de sustentação normal à superfície do veículo. À medida que o veículo avança com a presença dessa força, o mesmo realiza uma trajetória circular, pois essa força lateral atua como a força centrípeta no movimento circular. Em síntese, um movimento de rolagem resulta em um

movimento de guinada (BENSOON, 2023). É possível perceber que esse mesmo movimento se aplica aos *gliding parachutes* em que se torna possível o controle de trajetória.

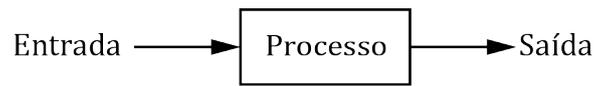
## 2.3 Sistemas de Controle

Esta seção aborda os principais conceitos que envolvem as teorias de controle a serem empregadas neste trabalho.

### 2.3.1 Definição e Terminologia

Um sistema de controle é o conjunto de componentes interconectados cuja configuração resulta em uma saída desejada para um estímulo de entrada (DORF; BISHOP, 2009). Exemplos de sistemas são circuitos elétricos, dispositivos mecânicos, motores, geradores, etc. O comportamento desses dispositivos é influenciado por ações externas as quais são denominadas entradas do sistema (MAYA; LEONARDI, 2014). As saídas do sistema são denominadas variáveis controladas enquanto que as entradas são conhecidas como variáveis manipuladas (OGATA, 2011). O processo descrito é representado por blocos e apresentado na Figura 11.

Figura 11: Processo em um Sistema de Controle



Fonte: (DORF; BISHOP, 2009)

A relação de entrada-saída apresentada na Figura 11 representa uma relação de causa e efeito de um processo, isto é, um sinal de entrada que é tratado para fornecer um sinal de saída variável (DORF; BISHOP, 2009). A Figura 12 apresenta dois tipos de sistema de controle associados aos seus modelos em blocos. Alguns termos são necessários para caracterizar o comportamento dos componentes internos e externos ao sistema. Além do processo, que já foi definido, é possível identificar a planta e os distúrbios. A planta pode ser entendida como um equipamento ou conjunto de componentes que funcione de forma integrada com o objetivo de realizar determinada operação. Muitos autores consideram planta como a operação a ser controlada sendo, indistinta, ao termo processo. Na Figura 12-a, por exemplo, a planta é o motor. Os distúrbios são sinais que afetam o comportamento da variável de saída de maneira adversa. Um distúrbio ao modelo da 12-b, por exemplo, é a abertura da tampa do forno que favorece as trocas de calor com o ambiente (DORF; BISHOP, 2009).

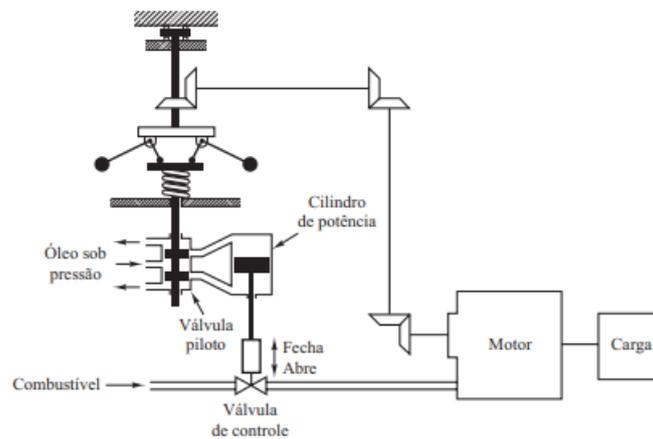
As próximas sub-seções se dedicam à discussão de termos e procedimentos técnicos para a construção de um sistema de controle otimizado.

### 2.3.2 Sistemas de Malha Aberta e Fechada

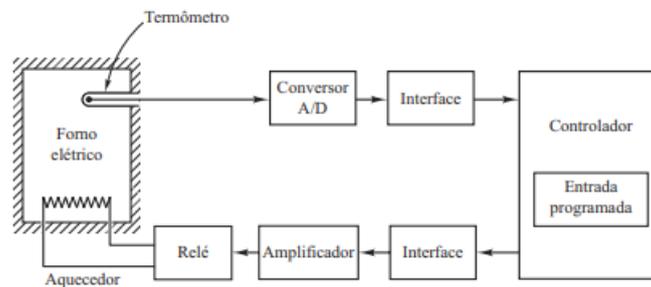
Os sistemas de controle podem ser categorizados quanto à influência do seu sinal de saída na ação de controle no sistema (DORF; BISHOP, 2009). Nos modelos em malha aberta não há

Figura 12: Exemplos de Sistemas de Controle

(a) Sistema de Controle de Velocidade



(b) Sistema de Controle de Temperatura



Fonte: (OGATA, 2011)

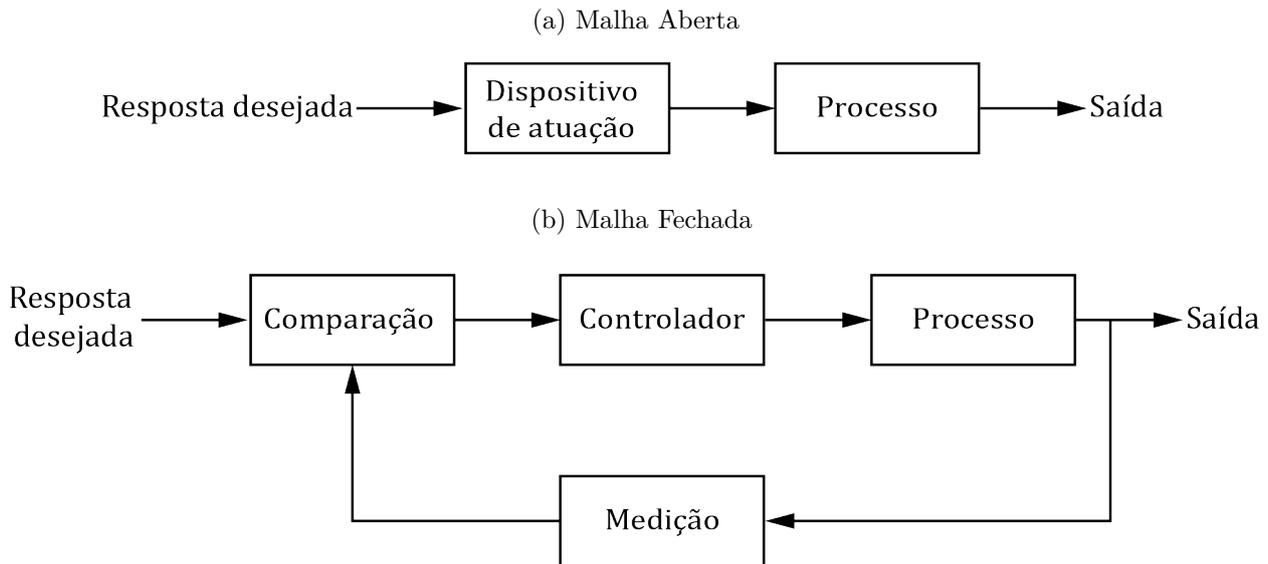
quaisquer interferência da saída do sistema no sinal de controle. Nesses casos, o comportamento da variável controlada é configurado em função do tempo ou das variáveis de entrada (MAYA; LEONARDI, 2014). Nos sistemas de controle de malha fechada o erro atuante é a diferença entre o sinal de entrada e uma função do sinal de saída (OGATA, 2011). Ambos os modelos podem ser representados por meio de diagramas de bloco conforme apresentado na Figura 13.

A presença de realimentação classifica os sistemas em reguladores, quando a variável de saída mantém um valor constante, igual ou proporcional ao valor de referência, e rastreadores, quando as variáveis de saída devem acompanhar as variáveis de entrada (MAYA; LEONARDI, 2014).

### 2.3.3 Modelo Físico e Matemático

O modelo físico, ou descritivo, de um sistema consiste em um modelo ideal que revela apenas os aspectos necessários para o estudo do comportamento que se deseja controlar (MAYA; LEONARDI, 2014). Ao realizar uma análise quantitativa, ou matemática, deve-se levar em consideração as leis físicas que governam os fenômenos que estão envolvidos no processo em questão (OGATA, 2011). É baseado no modelo físico que se estabelece o modelo matemático (MAYA; LEONARDI, 2014).

Figura 13: Tipos de Sistemas de Controle quanto à Realimentação



Fonte: (OGATA, 2011)

As etapas de modelagem possuem dois estágios distintos: o primeiro se refere ao modelo de abstração do mundo real em uma linguagem simplificada, e o segundo configura a formalização matemática das características do modelo (MAYA; LEONARDI, 2014).

O modelo dinâmico dos processos geralmente são descritos através de equações diferenciais ordinárias que podem ser lineares ou não. Usualmente, o mundo real é não-linear, sendo os modelos que descrevem seus fenômenos também não-lineares. Se for possível a linearização do sistema, algumas ferramentas matemáticas podem ser empregadas a fim de se obter a solução que descreve a operação do sistema (DORF; BISHOP, 2009). Dentre essas ferramentas, é possível listar a representação por meio de espaço de estados e ainda a representação por meio de função de transferência geralmente aplicada para modelos SISO (*Simple Input Simple Output*)(OGATA, 2011).

### Função de Transferência

A função de Transferência é definida como a relação entre a transformada de Laplace da saída e a transformada de Laplace da entrada com as condições iniciais nulas para um sistema Linear e Invariante no tempo (LIT)(MAYA; LEONARDI, 2014). O formato da transformada de Laplace pode ser observado na Equação 23.

$$G(s) = \frac{\mathcal{L}(saída)}{\mathcal{L}(entrada)}$$

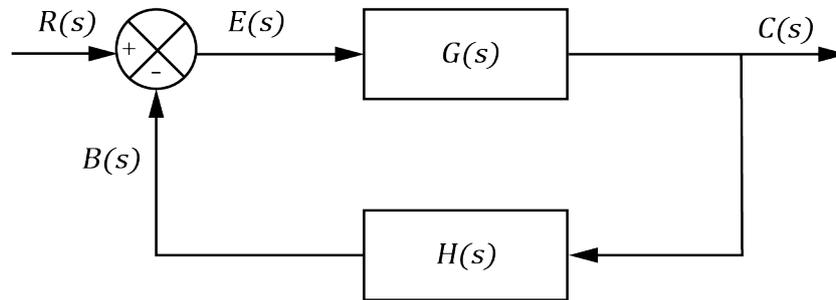
$$= \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0s^m + b_1s^{m-1} + \dots + b_{m-1}s + b_m}{a_0s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n} \quad (23)$$

Onde  $s$  corresponde ao domínio de Laplace em que a maior potência de  $s$  no denominador, que contém a equação característica do sistema, corresponde à ordem do sistema (OGATA, 2011). A transformada de Laplace, por sua vez, para uma função do tempo é expressa por

$$F(s) = \int_{0^-}^{\infty} f(t)e^{-st} dt = \mathcal{L}\{f(t)\} \quad (24)$$

Em vários projetos de engenharia, comumente recorre-se ao uso de tabelas de transformadas de Laplace que fornecem a relação entre as funções e suas transformadas (DORF; BISHOP, 2009).

Figura 14: Sistema de Malha Fechada



Fonte: (OGATA, 2011)

A partir do diagrama de blocos apresentados na Figura 14 é possível estabelecer algumas funções de transferência quanto à realimentação do sistema. A Equação 25 apresenta a função de transferência de malha aberta a partir da relação entre o sinal de realimentação  $B(s)$  e o sinal de erro atuante  $E(s)$  (OGATA, 2011).

$$\frac{B(s)}{E(s)} = G(s)H(s) \quad (25)$$

A relação entre saída  $C(s)$  e erro atuante  $E(s)$  é denominada função de transferência de ramo direto (OGATA, 2011) e pode ser visualizada na Equação 26.

$$\frac{C(s)}{E(s)} = G(s) \quad (26)$$

É possível perceber que se a realimentação for unitária, então  $B(s) = C(s)$ . A função de transferência que relaciona a saída  $C(s)$  e a entrada  $R(s)$  é denominada função de transferência de malha fechada e é apresentada na Equação 27.

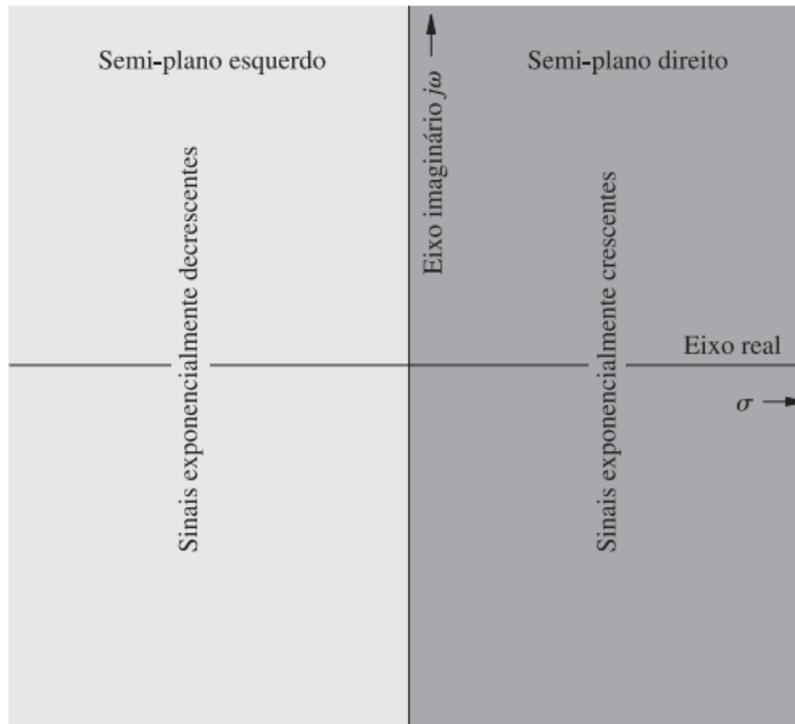
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (27)$$

### 2.3.4 Estabilidade e Resposta Dinâmica dos Sistemas

Se para uma entrada limitada de um sistema a saída também for limitada, é dito que esse sistema é externamente estável ou BIBO (*Bounded Input Bounded Output*). Se, a uma entrada limitada, o sistema apresentar uma saída ilimitada, o sistema é dito BIBO instável. Uma importante função necessária para descrever a estabilidade de sistemas é o sinal exponencial  $e^{st}$  onde  $s$  corresponde a um número complexo. Esse número pode ser representado em um plano de frequência complexa (plano  $s$ ), conforme Figura 15.

Quanto à estabilidade interna (assintótica), um sistema é assintoticamente estável se, e

Figura 15: Plano da Frequência Complexa



Fonte: (LATHI; GREEN, 2005)

somente se, todas as raízes características estiverem no semiplano esquerdo (SPE) do plano complexo. Caso ao menos uma das raízes se localize no semiplano direito (SPD) ou existirem raízes repetidas no eixo imaginário, o sistema é instável. O sistema pode ainda ser classificado como marginalmente estável se não existirem raízes repetidas no eixo imaginário (LATHI; GREEN, 2005). A Figura 16 apresenta a localização das raízes características e os seus modos característicos correspondentes.

Um sistema de controle linear e invariante no tempo (LIT) é, portanto, estável, se a saída sempre retorna ao estado de equilíbrio quando o sistema é submetido a uma condição inicial. Alternativamente, é criticamente estável se as oscilações de saída se repetirem de maneira contínua e instável (OGATA, 2011).

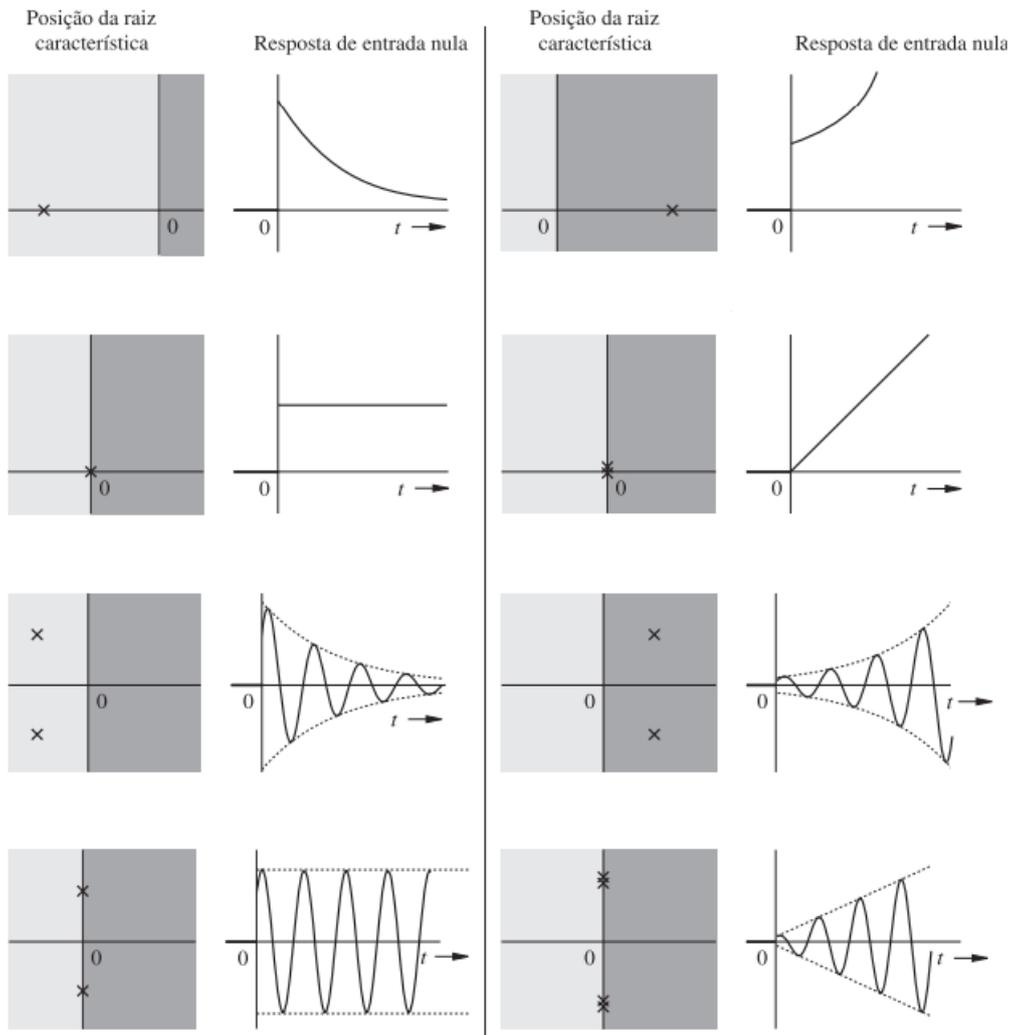
A resposta de um sistema linear  $y(t)$  é composto pela resposta transitória ( $y_{Tr}(t)$ ) e forçada  $y_F(t)$  associada ao modelo. Nos sistemas estáveis, a resposta natural tende a ser atenuada com o tempo enquanto que a resposta forçada apresenta o padrão do sinal de entrada (MAYA; LEONARDI, 2014). A resposta completa de um sistema, portanto, é descrita conforme Equação 28.

$$y(t) = y_{Tr}(t) + y_F(t) \quad (28)$$

A resposta dinâmica de um sistema está associada a sua componente transitória diante de uma excitação de entrada (MAYA; LEONARDI, 2014). Os sinais de entrada mais comuns são o degrau unitário, a rampa unitária e o impulso unitário e podem ser visualizados na Figura 17.

Antes de atingir o regime permanente, a resposta transitória de um sistema pode apresentar diversas oscilações amortecidas cujas características podem ser especificadas de acordo com:

Figura 16: Estabilidade Assintótica de acordo com a posição das raízes características



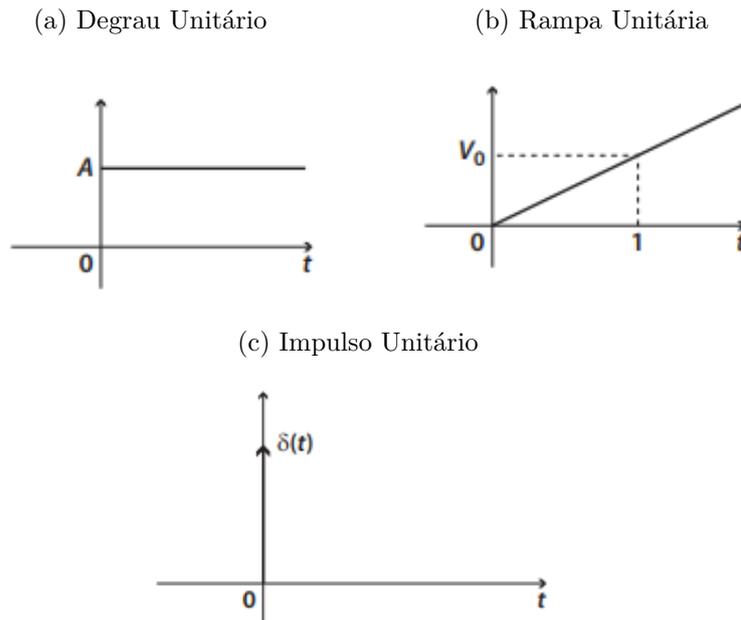
Fonte:(LATHI; GREEN, 2005)

1. Tempo de atraso ( $t_a$ ): corresponde ao tempo necessário para que a resposta atinja 50% do seu valor final.
2. Tempo de subida ( $t_s$ ): trata-se do tempo necessário para que a resposta transcorra de 10% a 90%, 5% a 95% ou 0% a 100% do valor final.
3. Tempo de pico ( $t_p$ ): é o tempo requerido para que se atinja o primeiro pico de sobressinal
4. Máximo sobressinal ( $M_p$ ): é o valor máximo de pico.
5. Tempo de acomodação ( $t_{ac}$ ): É o tempo necessário para que a curva de resposta atinja valores de 2% ou 5% em torno do valor final e permanecendo nele. (OGATA, 2011)

Essas características são denominadas índices de desempenho da resposta completa do sistema e pode ser graficamente observada na Figura 18.

Sistemas que apresentem comportamento instável geralmente não possuem valor prático em projetos de engenharia (DORF; BISHOP, 2009). A forma direta para determinação da estabilidade de um sistema consiste na análise do polinômio característico, conhecido como polinômio de Hurwitz, através do método de Routh-Hurwitz (MAYA; LEONARDI, 2014). Outra forma é

Figura 17: Tipos de Sinais de Entrada



Fonte: (MAYA; LEONARDI, 2014)

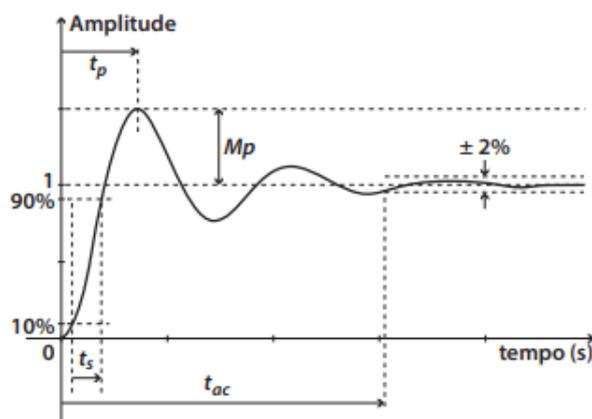
construindo o diagrama do lugar das raízes que permite uma análise gráfica do comportamento das raízes da equação característica para diferentes valores de ganho de malha aberta (OGATA, 2011). A Figura 19 apresenta o gráfico do Lugar das Raízes.

O *Matlab* pode ser utilizado para obter o gráfico do Lugar das Raízes e realizar a análise (DORF; BISHOP, 2009).

## 2.3.5 Compensadores

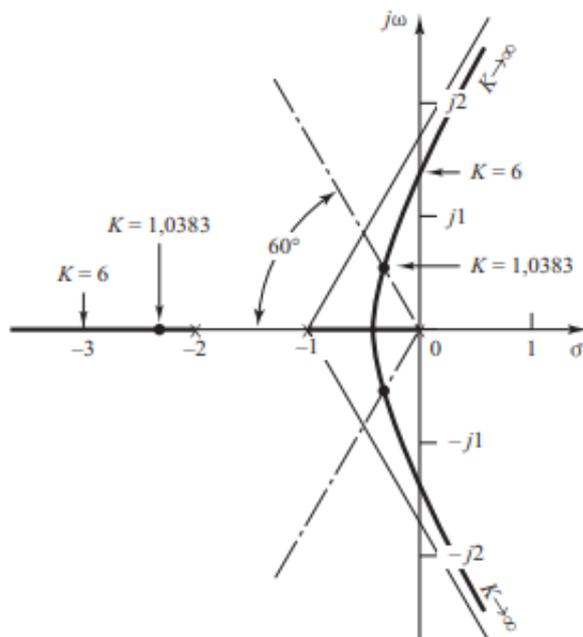
Em um sistema de controle, frequentemente são empregados subsistemas que contribuem para a estabilidade do processo de acordo com os parâmetros desejados. Esses subsistemas

Figura 18: Índices de Desempenho



Fonte: (MAYA; LEONARDI, 2014)

Figura 19: Gráfico do Lugar da Raízes



Fonte:(OGATA, 2011)

são conhecidos como compensadores (ou controladores) e não são intrínsecos às características do sistema (MAYA; LEONARDI, 2014). Dentre os principais tipos de controladores empregados em projetos de engenharia estão os controladores ativos de três termos ou controladores Proporcional, Integral e Derivativo (PID), cuja função de Transferência é

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s \quad (29)$$

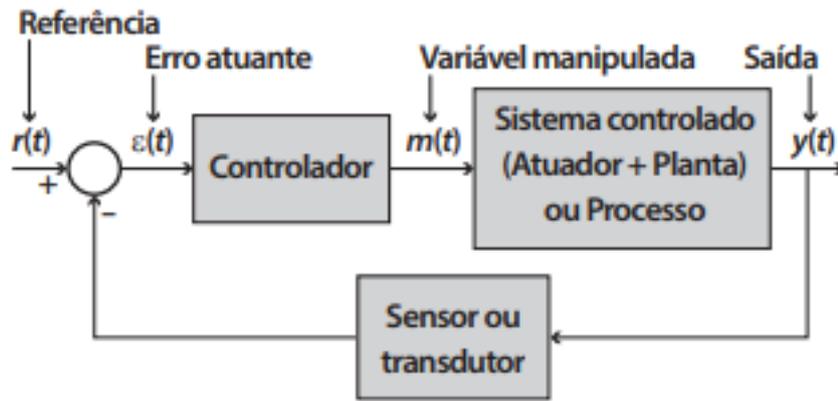
Onde  $K_p$  se refere ao termo proporcional,  $K_I$  ao termo integral e  $K_D$  ao diferencial. Se o termo derivativo for igual a 0, obtém-se um controlador proporcional integrativo (PI). Da mesma forma, ao anular o termo integrativo obtém-se um controlador proporcional derivativo (PD) (DORF; BISHOP, 2009). Adicionalmente, é possível escrever a Equação 29 aplicando um filtro de ação derivativa com o objetivo de tornar a ordem do denominador maior que a ordem do numerador. O resultado é a Equação 30.

$$K_p + \frac{K_i}{s} + K_d \frac{N}{1 + N \frac{1}{s}} \quad (30)$$

Onde  $N$  corresponde ao coeficiente de filtro. Esses tipos de controladores podem ser empregados para sistemas complexos onde o modelo matemático não permite uma abordagem analítica no projeto de compensadores, como por exemplo, através do método do lugar da raízes, diagrama de Bode, etc (OGATA, 2011). Além desses tipos de controladores, é possível ainda citar as ações de controle passiva por avanço de fase (LEAD), atraso de fase(LAG) e por avanço e atraso de fase (LEAD-LAG) (MAYA; LEONARDI, 2014). A Figura 20 apresenta um sistema em diagrama de blocos com a presença de um controlador.

Os controladores devem, primariamente, ser capazes de estabilizar o sistema. Além disso, devem garantir os melhor desempenho para regime transitório e permanente de acordo com as

Figura 20: Diagrama de Blocos Genérico de um Sistema em Malha Fechada



Fonte: (MAYA; LEONARDI, 2014)

especificações de projeto apresentadas na Subseção 2.3.4 (MAYA; LEONARDI, 2014). Quando a sintonia de controladores não for possível por métodos diretos, deve-se recorrer a alguns métodos experimentais. Dentre esses métodos, é possível citar os métodos de Ziegler-Nichols de curva de reação e resposta em frequência onde, experimentalmente, a resposta do sistema fornece parâmetros a serem substituídos em uma tabela para gerar os respectivos valores das componentes derivativas, integrativas e proporcionais do controlador (OGATA, 2011).

Esses métodos são caracterizados pela obtenção de dados a partir de uma série de procedimentos experimentais para alcançar resultados qualitativos aproximados (LABORATORIES, 2023). Para alguns sistemas complexos, não é possível aplicar os passos apresentados nos métodos de Ziegler-Nichols. Como alternativa, é possível empregar métodos de sintonia por meio de otimização computacional. Esses métodos permitem que as especificações da resposta transiente sejam aproximadas através da busca de várias combinações de parâmetros PID. (OGATA, 2011). Além disso, existem ferramentas que aplicam métodos de aproximação de modelos ordem elevada por modelos de primeira ou segunda ordem favorecendo o projeto do controlador (WANG, 2020).

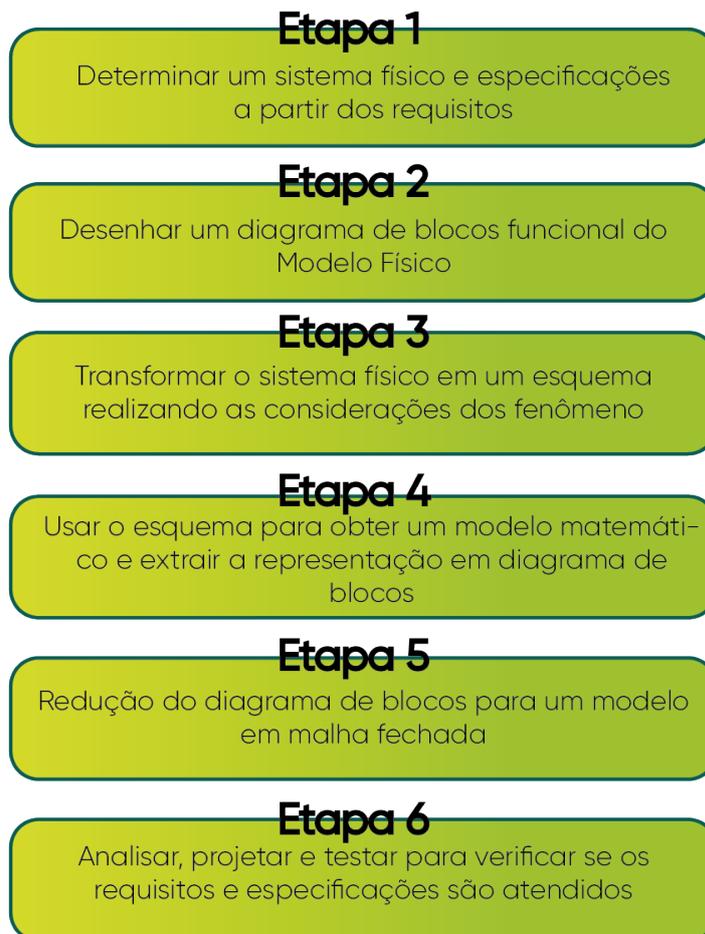
### 3 Metodologia

Esta seção destina-se a expor as etapas de projeto e metodologias utilizadas durante o desenvolvimento da pesquisa.

#### 3.1 Processo para o Projeto de um Sistema de Controle

Um roteiro para estudo do comportamento dinâmico de um sistema depende da sua natureza, complexidade e especificações relativas ao seu desempenho. Nise (2013), desenvolveu um plano que pode ser adotado para o desenvolvimento de um sistema de controle. As etapas do processo podem ser visualizadas no diagrama da Figura 21. Nesse processo, é possível observar as principais etapas para o estudo do desempenho de um sistema dinâmico, a saber: modelagem física, modelagem matemática, simulação do comportamento dinâmico e compensação.

Figura 21: Diagrama do processo de um sistema de controle



Fonte: Adaptado de nise2013engenharia

As subseções a seguir destinam-se a aplicar cada etapa do roteiro acima descrito ao projeto de um sistema de controle de paraquedas.

## 3.2 Etapa 1: Modelo Físico

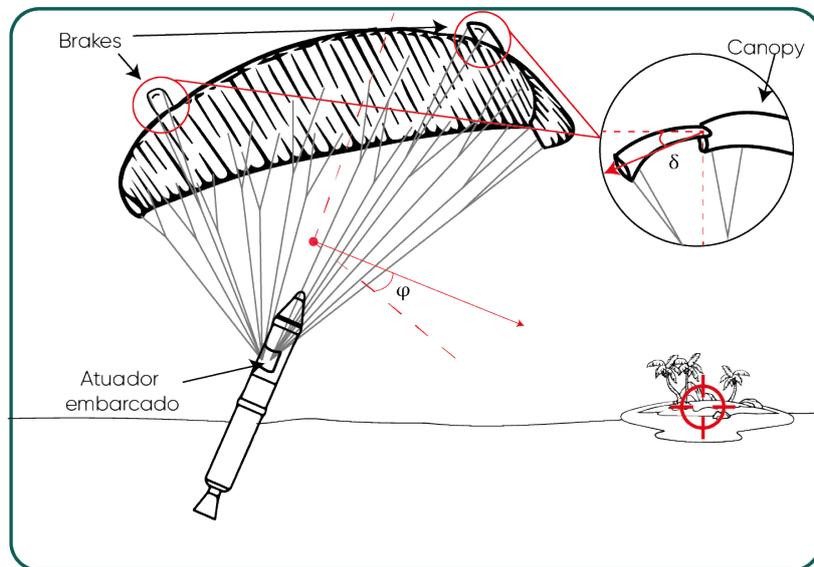
O objetivo do sistema idealizado é realizar a recuperação de um dispositivo aeroespacial (*payload, boosters, foguetes de sondagem, etc*) por meio de paraquedas. Para isso, o sistema de controle proposto deve atuar a fim de seguir um ângulo de apontamento de referência. Os requisitos para esse sistema são:

- O sistema deve ser capaz de alcançar o ângulo de referência em até 15 s;
- O sistema deve realizar movimentos suaves;
- O sistema deve ser capaz de realizar o controle de forma estagiada;

O controle de forma estagiada tem em vista a simplificação da modelagem matemática do bloco do motor, onde durante a ação de controle não seria levado em consideração o movimento de relaxamento das cordas. Portanto o sistema de controle, realizaria uma ação de controle para cada perturbação no sistema somente com o movimento de retração das cordas. Detalhes adicionais serão apresentadas na etapa 4.

O modelo físico do sistema é apresentado na Figura 22. Dispositivos de medição devem identificar o ângulo de apontamento para a coordenada desejada. O sistema de controle deve ser capaz de realizar a mudança na posição angular através da deflexão  $\delta$  das superfícies de controle (*Brakes*). À medida que o controle for sendo realizado, um sensor (giroscópio, acelerômetros, etc) deve identificar o comportamento do sistema para favorecer a realimentação.

Figura 22: Modelo Físico para o sistema proposto



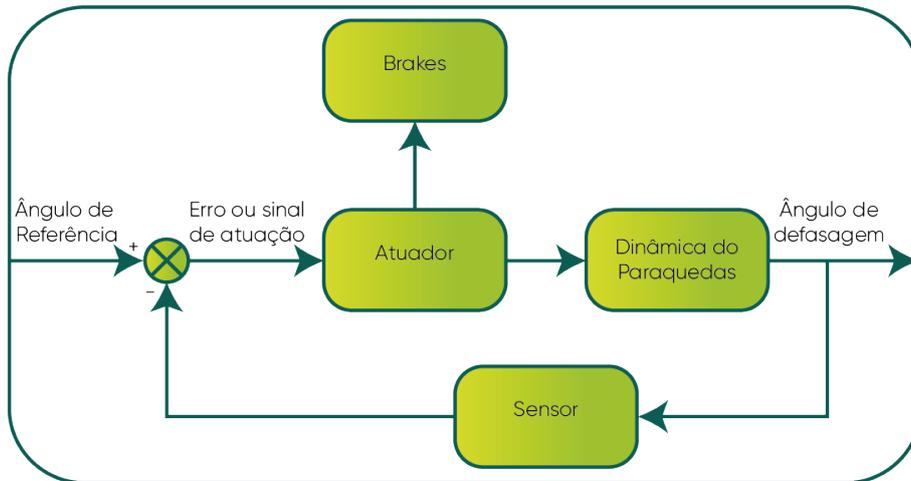
Fonte: Adaptado de baskelovich2021Liudmila, caroline2022

## 3.3 Etapa 2: Diagrama de Blocos do Modelo Físico

A compreensão do funcionamento de cada componente do sistema permite estabelecer um diagrama de blocos funcional do fluxo do sinal. A Figura 23 apresenta esse diagrama.

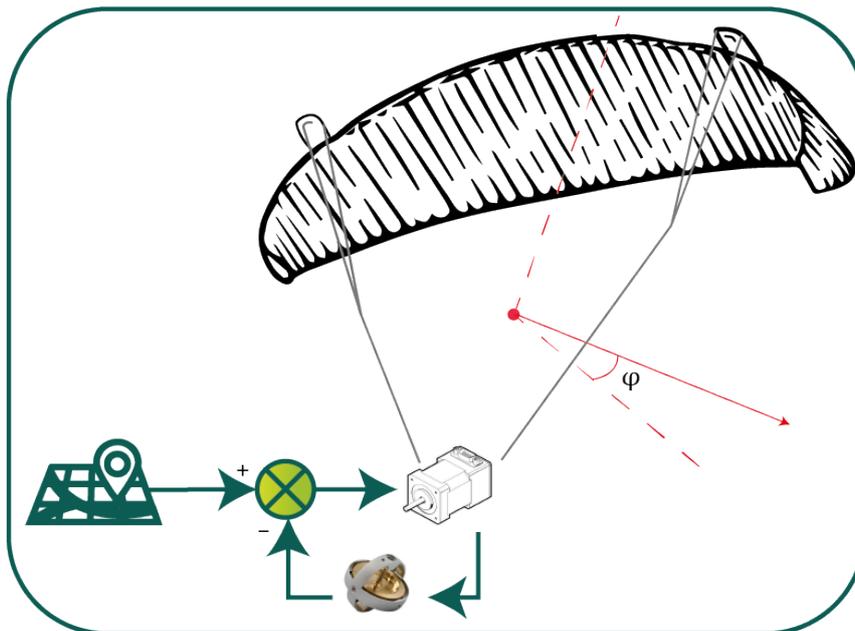
De modo a elaborar o diagrama de blocos funcional em uma representação dos dispositivos físicos, elaborou-se o diagrama da Figura 24.

Figura 23: Diagrama de blocos funcional do sistema



Fonte: Autoria Própria

Figura 24: Modelo Físico detalhado



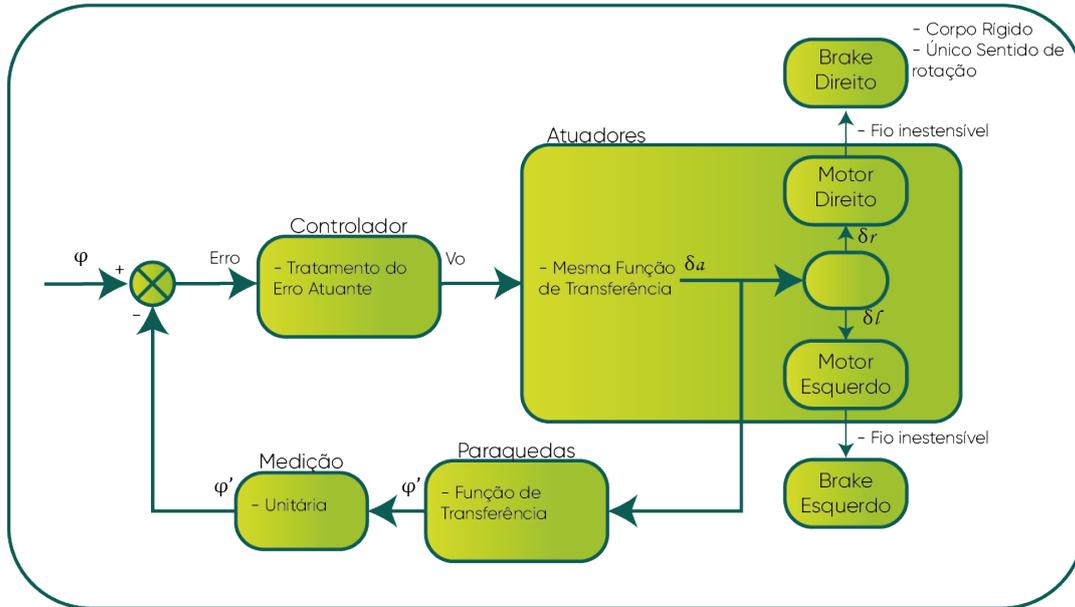
Fonte: Autoria Própria

O ângulo de referência é obtido através de dispositivos de localização (GPS, plataformas inerciais, etc) que comparam com as coordenadas de interesse e, sabendo a direção para qual o paraquedas está apontado realiza o cálculo para obter o ângulo de defasagem em relação à coordenada de interesse. O sinal de referência a ser atingido deve ser traduzido em um movimento de rotação do motor que atuará sobre as superfícies de controle imprimindo um deflexão sobre as mesmas. Essa mesma deflexão corresponde à entrada do bloco correspondente à descrição dinâmica do paraquedas, isto é, que governará o seu comportamento de onde será obtida o ângulo de defasagem que corresponde a resposta de todos o sistema. À medida que o controle for sendo efetuado, um dispositivo de medição será aplicado pra coletar o deslocamento angular efetuado pelo sistema em torno do ângulo de guinagem.

### 3.4 Etapa 3: Modelo Esquemático

As representações das figuras anteriores permitem a identificação dos dispositivos envolvidos e aplicá-los a um modelo esquemático, isto é, um diagrama do fluxo de funcionamento detalhado do sistema. Além disso, sua análise permite realizar considerações a fim de simplificar o modelo. O diagrama esquemático desta etapa pode ser visualizado na Figura 25.

Figura 25: Modelo Esquemático



Fonte: Autoria Própria

$\psi$  corresponde ao ângulo de apontamento desejado,  $V_o$  à velocidade linear do motor,  $\delta_a$  à deflexão assimétrica,  $\delta_r$  à deflexão do brake da direita e  $\delta_l$  ao da esquerda.

Com o auxílio do diagrama esquemático, algumas considerações acerca do comportamento dos componentes foram feitas:

1. A função de transferência do bloco do motor apresentará como saída a deflexão assimétrica.
2. Os *brakes* serão considerados corpos rígidos e as cordas associadas serão consideradas inestensíveis ainda que, na prática, tem-se conhecimento de que não o são;
3. A realimentação será unitária.

Os itens acima apresentados foram propostos com o objetivo de tornar viável o sistema tanto do ponto de vista matemático quanto mecânico. Considerar as deflexões direita e esquerda tal qual está representada na Figura 25 faria surgir um ponto de não linearidade ao sistema.

Esse comportamento, conforme foi explicado na Subseção 2.2.3, é identificado pelo fato de a deflexão assimétrica corresponder à diferença entre as posições angulares dos *brakes* esquerdo e direito. Diferente das aeronaves, para este modelo físico, somente é possível haver a deflexão em um sentido de rotação. Sendo assim, uma deflexão assimétrica positiva ou negativa atuaria somente sobre uma das superfícies de controle, direita ou esquerdas, respectivamente dependendo da convenção de sinal utilizada. Em síntese, considerar esse comportamento como

parte da ação de controle faria surgir uma condição no fluxo de sinal de modo que se o sinal apresentasse um valor positivo, o motor direito (de acordo com a convenção de sinal) seria acionado e vice versa. Considerou-se que esse comportamento poderia ser tratado externo ao sistema de controle de modo que somente a variável deflexão assimétrica seria considerada.

O item 2 desconsidera efeitos desprezíveis para o sistema. O item 3 é considerado em favor da simulação computacional em uma situação ideal.

## 3.5 Etapa 4: Modelo Matemático e Diagrama de Blocos

As etapas anteriores resultaram em um modelo esquemático. O modelo apresentou considerações que simplificaram a aplicação de leis físicas para obtenção do modelo matemático completo do sistema.

O modelo abstraído conta com duas funções de transferência que descrevem o comportamento dos atuadores e do paraquedas. As subseções seguintes serão destinadas a expor o processo de obtenção dessas funções.

### 3.5.1 Modelo do Bloco do Atuador

Parte substancial do processo de modelagem é descrever o comportamento que o atuador terá sobre o sistema. Para este sistema, o atuador tem por objetivo realizar a retração e relaxamento das cordas associadas aos *brakes*. O modelo físico detalhado da Figura 24 apresenta a associação direta que acontece entre o motor, a corda e o *brake* correspondente. Desconsiderando as perdas do motor e considerando a corda como inextensível bem como o *brake* como um corpo rígido, é possível considerar que as velocidades lineares da extremidade da alavanca de rotação do motor e dos *brakes* são iguais. A derivada da Equação 12, corresponde à Equação 13. Dessa forma, é possível obter a seguinte equação diferencial para o ângulo de deflexão no tempo:

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{V_o}{R} \quad (31)$$

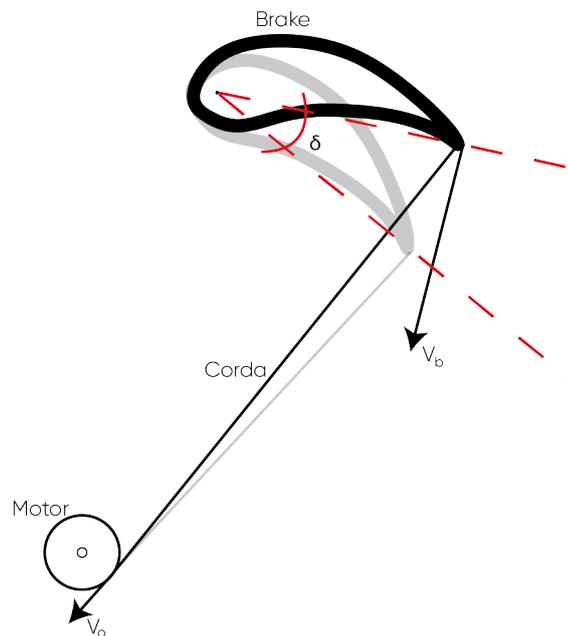
A Figura 26 ilustra a dinâmica do bloco para um movimento de retração do *brake*.

Aplicando a transformada de Laplace na Equação 31, obtém-se a seguinte função de transferência no domínio de Laplace:

$$\frac{\delta(s)}{V_o} = \frac{1}{0,4s} \quad (32)$$

De forma que a entrada do sistema é a velocidade linear do motor,  $V_o$ , e a saída é a deflexão assimétrica, isto é,  $\delta = \delta_a$  e o raio  $R$  do movimento circular realizado pelo *brake* foi considerado  $40cm$  para a simulação do comportamento.

Figura 26: Diagrama Esquemático do Sistema dos Atuadores



Fonte: Autoria própria

### 3.5.2 Modelo do Bloco do Paraquedas

Para a obtenção do modelo matemático pertinente à dinâmica do paraquedas, recorreu-se à abordagem realizada em goktougan2012guidance. Os momentos e forças pertinentes ao movimento são identificadas e apresentadas:

Quanto às forças presentes é possível relacionar:

1. A força gravitacional atuando sobre o centro de massa do sistema;
2. A força de arrasto atuando sobre a fuselagem da carga;
3. As força aerodinâmica resultante no paraquedas.
4. As forças atuantes sobre as superfícies de controle (*brakes*).

Cada uma dessas forças é capaz de realizar um movimento de alavanca em relação ao centro de massa que confere torque ao sistema. Os momentos subsequentes estão listados abaixo:

1. Momento devido às forças aerodinâmicas sobre a fuselagem da carga;
2. Momento devido às forças aerodinâmicas sobre o paraquedas
3. Momento devido às forças aerodinâmicas sobre as superfícies de controle

Substitui-se o momento resultante na Equação 17 de forma a se obter um modelo que descreva a atitude do sistema em 6 graus de liberdade  $(\phi, \theta, \psi, p, q, r)$ . Conforme observações de goktougan2012guidance, tanto  $q$  como  $\theta$  são nulos em um voo estável, tornando-se irrelevantes para o controle lateral do sistema.

A partir da equação 22, é possível se obter o momento correspondente às forças aerodinâmicas agindo sobre o centro de massa do sistema:

$$[M_B^A]^B = \frac{1}{2}\rho A^p V_p \begin{bmatrix} \frac{C_{l_p} b^2 p}{2V_p} + C_{l_\phi} b \phi \\ \frac{C_{m_q} c^2 q}{2V_p} + C_{m_0} c + C_{m_\alpha} c \alpha^P \\ \frac{C_{n_r} b^2 r}{2V_p} \end{bmatrix} \quad (33)$$

Onde admite-se  $A^p$  como a área de referência do paraquedas,  $V_p$  a velocidade resultante do sistema,  $b$  como o comprimento do paraquedas,  $c$  a largura e  $C_{l_p}, C_{l_\phi}, C_{m_q}, C_{m_0}, C_{m_\alpha}, C_{n_r}$  correspondem aos coeficientes aerodinâmicos retirados a partir de (GÖKTOĞAN, 2012). O termo  ${}^A_B]^B$  significa que a variável em questão sofre efeito aerodinâmico sobre o centro de massa  $B$  do sistema sendo descritos em relação (wrt) ao *frame* geográfico  $]^B$ .

Pelo mesmo processo da Equação 33, o momento corresponde às superfícies de controle é dado pela Equação 34:

$$[M_\delta^A]^B = \frac{1}{2}\rho A^p V_p \begin{bmatrix} \frac{C_{l_{\delta a}} b}{d} \\ 0 \\ \frac{C_{n_{\delta a}} b}{d} \end{bmatrix} \delta_a \quad (34)$$

Onde  $d$  corresponde ao comprimento do *brake* e  $C_{l_\delta}, C_{n_\delta}$  correspondem a coeficientes aerodinâmicos obtidos experimentalmente. Substituindo 33 e 34 na Equação 17, obtém-se:

$$[I_B^B]^B \frac{d[\omega^{BG}]^B}{dt} + [\Omega^{BG}]^B [I_B^B]^B [\omega^{BG}]^B = [M_B^A]^B + [M_{\delta a}^A]^B \quad (35)$$

A expansão da Equação 35 revela termos não-lineares, conforme explicado na Subseção 2.2.1. De acordo com (GÖKTOĞAN, 2012), a linearização por meio de Série de Taylor dessa equação resulta no seguinte modelo em variáveis de estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \rho A^p V_p^2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{I_{X X I} C_{l_\phi}}{2} & 0 & \frac{I_{X X I} C_{l_p} b^2}{4V_p} & \frac{I_{X Z I} C_{n_r} b^2}{4V_p} \\ \frac{I_{X Z I} C_{l_\phi} b}{2} & 0 & \frac{I_{X Z I} C_{l_p} b^2}{4V_p} & \frac{I_{Z Z I} C_{n_r} b^2}{4V_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \psi \\ p \\ r \end{bmatrix} \\ + \rho A^p V_p^2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{I_{X X I} C_{l_{\delta a}} b + I_{X Z I} C_{n_{\delta a}} b}{2d} \\ \frac{I_{X Z I} C_{l_{\delta a}} b + I_{Z Z I} C_{n_{\delta a}} b}{2d} \end{bmatrix} \delta_a \quad (36)$$

O Esquema da Figura 25 evidencia que a saída do sistema deve ser o ângulo de guinada  $\psi$ . Portanto, com o auxílio da ferramenta *ss2tf-Matlab* obtém-se a partir da Equação 36 a seguinte

função de transferência para os valores das variáveis apresentados na Tabela 1 os quais foram obtidos de (GÖKTOĞAN, 2012):

$$\frac{\psi(s)}{\delta_a(s)} = \frac{6.177s^2 + 16.88s + 47.11}{s^4 + 10.38s^3 + 30.29s^2 + 59.09s} \quad (37)$$

Tabela 1: Paramêtos para obtenção da função de transferência do paraquedas

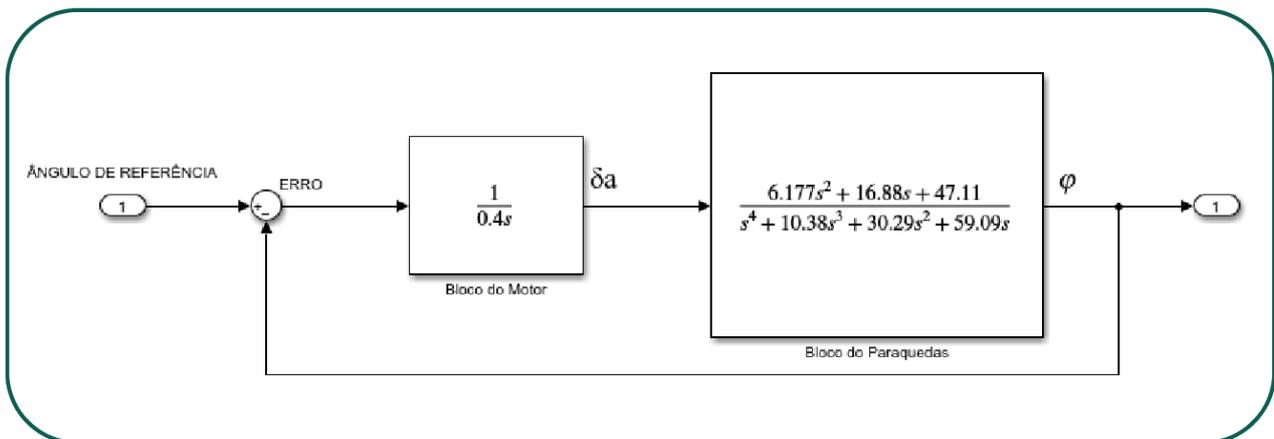
$\rho$	1.225 kg/m <sup>3</sup>
$A_p$	1.16 m
$V_p$	6.00 m/s
$b$	2.15 m
$d$	0.40 m
$I_{XXI}$	-0.336 kgm <sup>2</sup> /rad <sup>2</sup>
$I_{XZI}$	-0.059 kgm <sup>2</sup> /rad <sup>2</sup>
$I_{ZZI}$	0.109 kgm <sup>2</sup> /rad <sup>2</sup>
$C_{l_p}$	-0.127
$C_{l_\phi}$	-0.0055
$C_{n_r}$	-0.0035
$C_{l_{\delta a}}$	-0.2959
$C_{n_{\delta a}}$	-0.0506

Fonte: (GÖKTOĞAN, 2012)

### 3.5.3 Modelo Completo

As relações matemáticas obtidas nas seções anteriores (Equações 32 e 37) são atribuídas ao Diagrama de Blocos funcional do modelo físico para alcançar o Diagrama de Blocos Completo do Modelo Matemático (Figura 27).

Figura 27: Diagrama de Blocos do Modelo Matemático



Fonte: Autoria Própria

Esse diagrama assume as considerações realizadas no modelo esquemático, isto é, aplica a realimentação unitária e não incorpora ao sistema o funcionamento individual dos atuadores.

O diagrama resultante do modelo matemático será utilizado para realização da Análise de Desempenho e auxílio no Projeto do Controlador na etapa 6.

### 3.6 Etapa 5: Redução do Diagrama de Blocos

A redução do modelo em diagrama de blocos tem por finalidade sua simplificação através da omissão de elementos internos ao sistema. A partir da Equação 27, considerando a realimentação unitária, obtém-se a função de transferência em malha fechada do sistema apresentada na Equação 38.

$$\frac{\psi(s)}{R(s)} = \frac{6.177s^2 + 16.88s + 47.11}{0.4s^5 + 4.152s^4 + 12.12s^3 + 29.81s^2 + 16.88s + 47.11} \quad (38)$$

Onde  $R(s)$  corresponde ao ângulo de apontamento de referência.

Adicionalmente, é pertinente às análises obter a função de transferência do ramo direto a qual, a partir de 25, é apresentada na Equação 39.

$$\frac{E(s)}{\psi(s)} = \frac{6.177s^2 + 16.88s + 47.11}{0.4s^5 + 4.152s^4 + 12.12s^3 + 23.64s^2} \quad (39)$$

$E(s)$  corresponde ao erro atuante da malha de realimentação do sistema.

### 3.7 Etapa 6: Análise de Desempenho e Projeto do Controlador

A análise de desempenho do sistema foi iniciada através de simulações atribuídas a cada bloco (motor e paraquedas). A esses subsistemas verificou-se a resposta a uma entrada degrau de forma a qualificar o modelo matemático comparando-o com seu comportamento físico. Essas simulações foram feitas mediante software *Matlab/Simulink* como apresenta a Figura 28.

Foram realizadas simulações, pelo mesmo processo, dos blocos motor e paraquedas em série e o sistema completo em malha fechada. Os resultados e discussões acerca das referidas simulações serão apresentados na Seção 4.

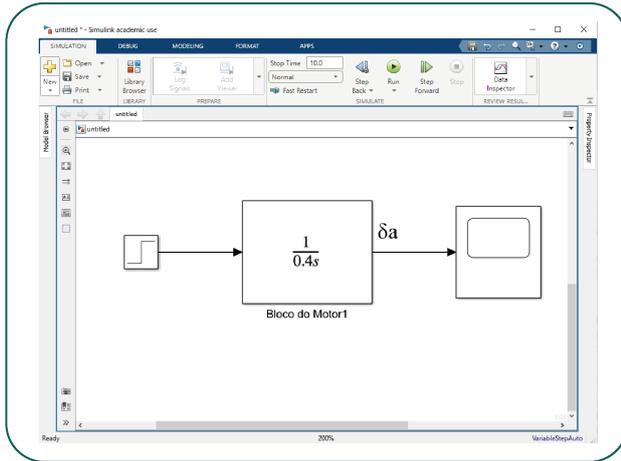
#### 3.7.1 Projeto do Controlador

No projeto do compensador, inicialmente, recorreu-se ao gráfico do lugar das raízes para verificar se a variação do ganho, através de um controlador proporcional, seria suficiente para atender aos requisitos do sistema.

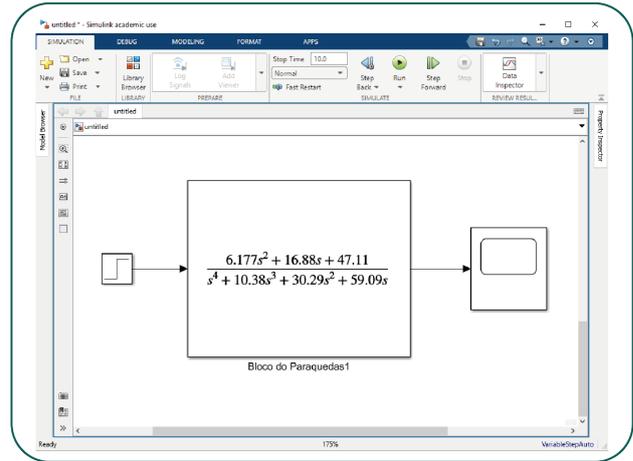
Adicionalmente, percebeu-se a necessidade de um controlador PID para atuar no erro da malha de realimentação. Além disso, estabeleceu-se os seguintes parâmetros para os índices

Figura 28: Simulação dos Blocos Individuais no *Simulink*

(a) Bloco do Motor



(b) Bloco do Paraquedas



Fonte: Autoria Própria

ideais de desempenho da resposta do sistema:

1. Tempo de subida ( $t_s$ ): 1 s;
2. Tempo de acomodação ( $t_{ac}$ ): 15 s;
3. Sobressinal ( $M_p$ ):  $>15^\circ$ ;
4. Tempo de Pico ( $t_p$ ): Entre 2,5s e 3,5s.

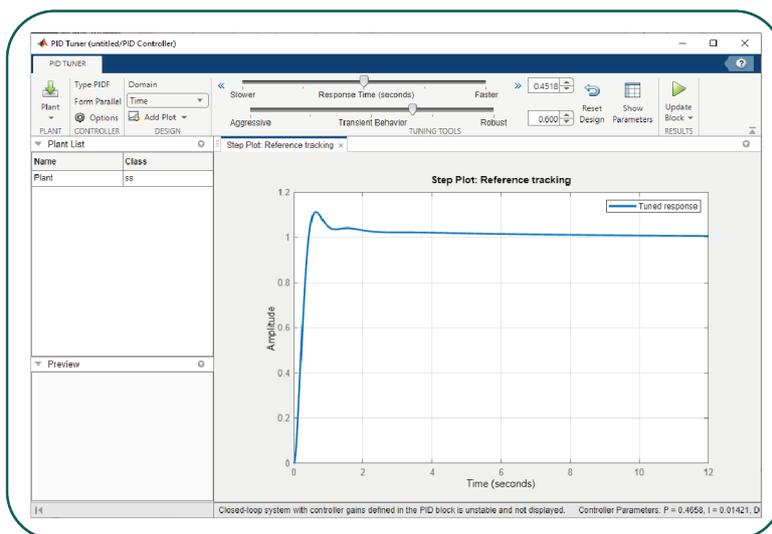
Quanto ao tempo de subida e tempo de acomodação, utilizou-se os critérios de 10% a 90% e 2% respectivamente.

Foram considerados alguns processos para a sintonia dos parâmetros proporcionais, integrativos e derivativos. Dentre esses processos, realizou-se algumas verificações dos métodos de sintonia da curva de reação e resposta em frequência de Ziegler-Nichols.

As características da planta, no que diz respeito a sua complexidade, inviabilizaram os métodos considerados até então. Recorreu-se à utilização de métodos de otimização computacional que implementam a sintonia automática de controladores. Optou-se pela ferramenta *Simulink Control Design Software* dentro do ambiente *Matlab*. A Figura 29 apresenta a aplicação para sintonia automática de controladores PID.

A ferramenta possibilita estabelecer valores de interesse quanto ao tempo de resposta e à robustez do sistema. Estes parâmetros podem ser facilmente modificados em vista da obtenção de melhores resultados uma vez que esse processo é simples e rápido. Dentro da aplicação, seria possível realizar a sintonização automática através de dois métodos disponíveis: *Frequency Model-based* e *Transfer Function Model-Based*. O primeiro método empregaria o método da resposta em frequência, semelhante ao processo que já havia sido investigado. Portanto, esse método também não foi possível de ser utilizado. O segundo método realiza aproximações da planta para funções de transferência de ordem inferiores a fim de aplicar o método computacional para alcançar os índices desejáveis. Sendo assim, o método empregado para *autotuning* foi através do método baseado em aproximação de funções de transferência.

Figura 29: Interface da Aplicação para *auto-tuning*



Fonte: Autoria Propria

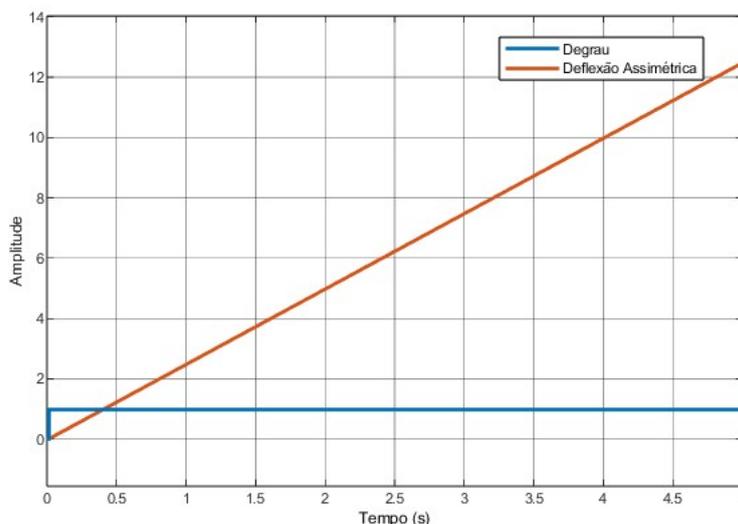
## 4 Resultados e Discussões

Esta seção tem por objetivo apresentar os resultados obtidos nas simulações descritas na Etapa 6 bem como as análises dos mesmos.

### 4.1 Resposta ao Degrau do Bloco do Motor

A partir da função de transferência da Equação 32 a resposta ao degrau para uma simulação de 10 s apresentou comportamento conforme o gráfico da Figura 30.

Figura 30: Resposta ao Degrau para o Bloco do Motor



Fonte: Autoria Própria

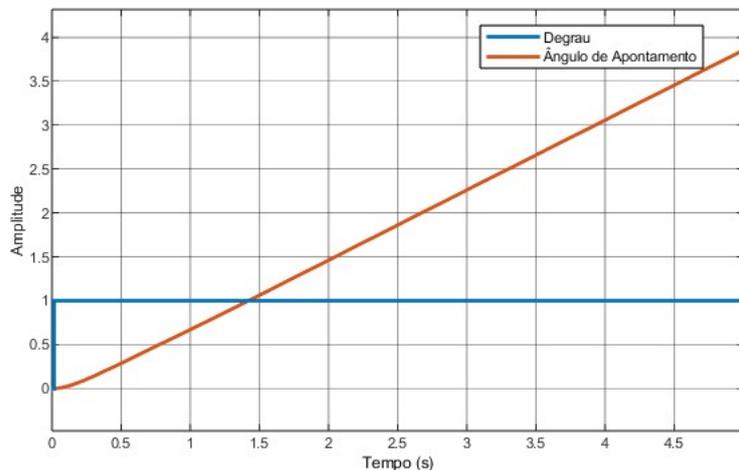
A resposta ao degrau apresentada demonstra a evolução no tempo do comportamento da

deflexão assimétrica, em  $rad$ . Para uma velocidade constante de  $1\text{ m/s}$  a deflexão tende a aumentar de forma linear. Essa evolução se enquadra no comportamento esperado uma vez que, para uma velocidade linear constante do motor em um movimento circular, o deslocamento angular tende a evoluir linearmente. Além disso, o coeficiente angular da reta informa a alta taxa de variação da deflexão assimétrica do motor:  $5rad$  são alcançados em apenas  $2\text{ s}$  de simulação. Este valor equivale à variação de  $286,4^\circ$  o que, para a dinâmica do sistema tal qual como foi modelado, seria inviável.

## 4.2 Resposta ao Degrau do Bloco do Paraquedas

Para o bloco do paraquedas, observou-se o comportamento do ângulo de apontamento  $\psi$  para uma entrada degrau unitária e constante. A função de transferência correspondente ao bloco é a apresentada na Equação 37 e seu comportamento nessas condições pode ser observado na Figura 31.

Figura 31: Resposta ao Degrau para o Bloco do Paraquedas



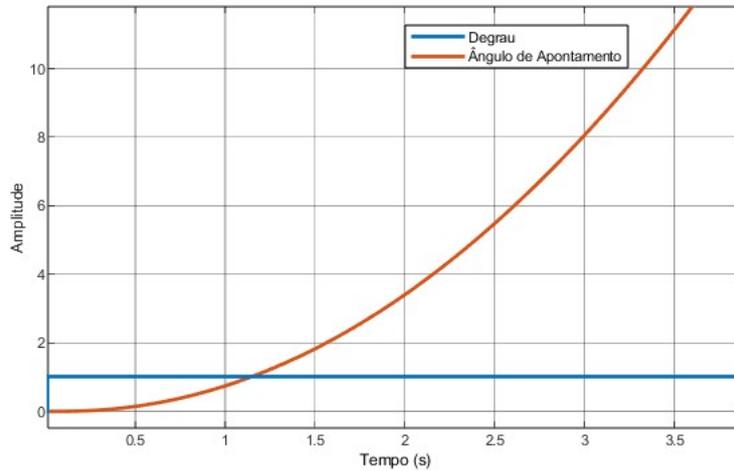
Fonte: Autoria Própria

A resposta ao degrau para este bloco apresenta o mesmo comportamento linear do bloco do motor. As múltiplas variáveis presentes na Equação de Estado 36 demonstra a dificuldade em realizar a análise matemática do comportamento da resposta desse subsistema. No entanto, ao comparar o comportamento com o fenômeno de *banking turn* apresentado na Subseção 2.2.3 percebe-se que se um movimento de rolagem é mantido constante, a força lateral resultante permanece constante. Isso faz com que o corpo faça um movimento circular com seu deslocamento angular evoluindo linearmente ao longo do tempo. Ainda que a equação não descreva a relação do ângulo de rolagem ( $\phi$ ) com o ângulo de guinada ( $\psi$ ), do ponto de vista do comportamento físico é plausível que a curva evolua com o tempo conforme apresentado na Figura 31. Semelhante ao bloco do motor, considera-se com cautela o tempo de resposta do sistema mediante coeficiente angular da reta formada.

### 4.3 Resposta ao Degrau do Ramo Direto

A partir da Equação 39, verificou-se o comportamento do sistema em ramo direto para uma entrada degrau constante. A resposta é apresentada na Figura 32.

Figura 32: Resposta ao Degrau em ramo direto



Fonte: Autoria Própria

As respostas ao degrau para os sistemas do bloco do motor e do paraquedas apresentaram ambas comportamento linear. A convolução dessas respostas resultaria em um comportamento parabólico tal qual é apresentado na Figura 32. Neste ponto, observa-se um atraso para a resposta do sistema se comparado com os blocos individualmente e, como consequência dos fenômenos físicos envolvidos, a não convergência da resposta.

### 4.4 Resposta ao Degrau em Malha Fechada

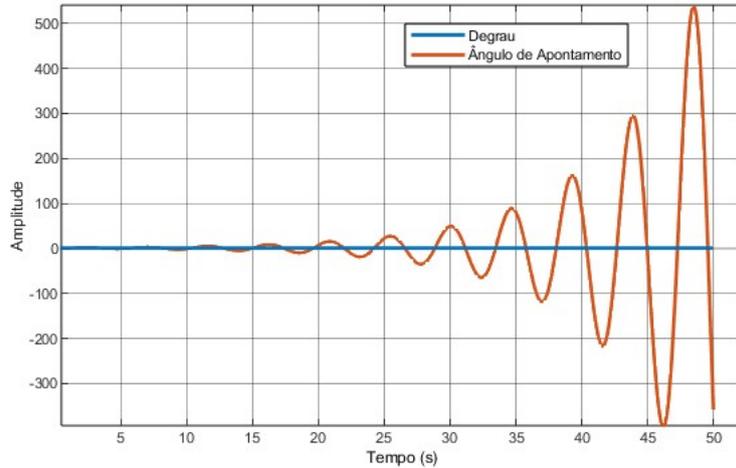
As resposta às simulações apresentadas nas seções anteriores revelam a necessidade de aplicar um sinal retroativo a fim de garantir a convergência do sistema. A resposta ao degrau para o sistema cuja função de transferência é a apresentada na Equação 38 pode ser visualizada na Figura 33. Adicionalmente, acompanhou-se a evolução do erro atuante do sistema. Para ambas as simulações, considerou-se um tempo de execução de 50 s.

O comportamento da resposta ao degrau apresentada na Figura 33 sugere que o gráfico da posição das raízes do polinômio característico da Equação 38 apresenta dois polos no SPD. Este fato é verificado através da análise dos polos e zeros do sistema em malha fechada e apresentado na Figura 34.

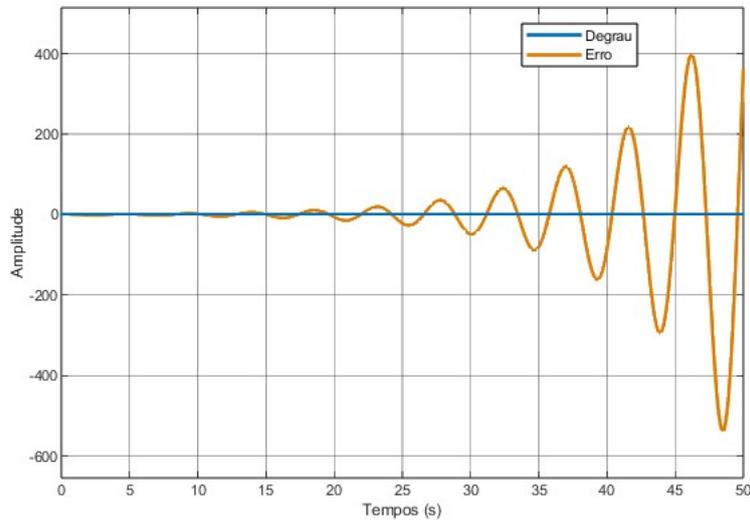
As Figuras 33 e 34 demonstram que há a necessidade de um compensador atuando no erro na malha de realimentação para garantir a convergência do sistema para o sinal de referência.

Figura 33: Simulação em Malha Fechada

(a) Resposta ao Degrau



(b) Erro Atuante



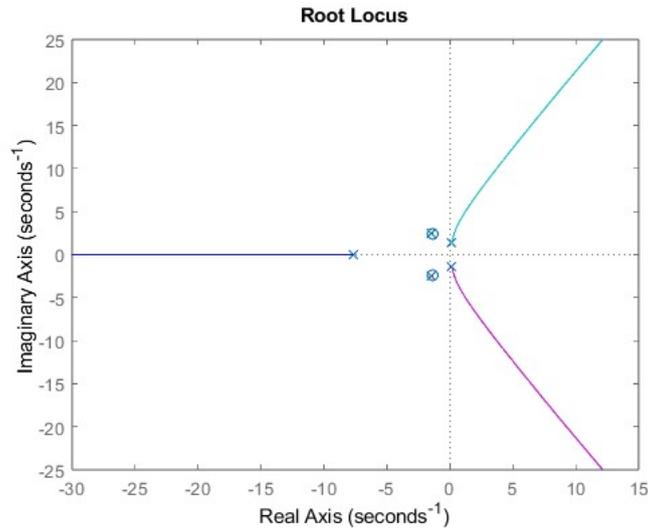
Fonte: Autoria Própria

## 4.5 Análise do Gráfico do Lugar das Raízes

Além de revelar a presença de duas raízes características no SPD do eixo real, na Figura 34 é traçado o caminho das raízes os quais não cruzam o eixo imaginário. Isso significa que não é possível a convergência com alterações no ganho. O mesmo gráfico é extraído da função em ramo direto do sistema de forma a verificar como a presença de um controlador proporcional altera o lugar das raízes. Esse gráfico pode ser visualizado na Figura 35.

O gráfico do lugar da raízes do ramo direto do sistema mostra que há a presença de raiz na origem. Isso justifica o comportamento divergente apresentado na Figura 32. Semelhante ao gráfico da malha realimentada, o lugar das raízes da função em ramo direto não cruza o eixo imaginário. As análises revelam a necessidade de atribuir parâmetros derivativos e integrativos a fim de forçar que as raízes localizadas no SPD cruzem o eixo imaginário.

Figura 34: Análise das Raízes do Polinômio Característico



Fonte: Autoria Própria

## 4.6 Análise dos Métodos de Sintonia

O controlador PID além de garantir a convergência do sistema tem a funcionalidade de adequar os parâmetros de desempenho aos requisitos do projeto através de métodos de sintonia. A resposta da planta do sistema, composta pela associação dos blocos do motor e do paraquedas, não apresenta uma curva em forma de "S" como exige o método da curva de reação de Ziegler-Nichols para sintonia de controladores PID. Além disso, utilizar o método da resposta em frequência é inviável. Isso pode ser também visualizado pelo gráfico do Lugar das Raízes em que para qualquer ganho as raízes tendem a se posicionar no semiplano direito.

Os métodos de sintonia que aplicam o uso da margem de ganho crítico para determinação dos parâmetros são inviáveis para a complexidade da função de transferência da planta. Alternativamente, o método baseado em função de transferência para *auto-tuning* apresentou resultados satisfatórios. A Tabela 2 apresenta os parâmetros obtidos na sintonia automática do PID através da *toolbox Control Design* presente no *software Matlab/Simulink*.

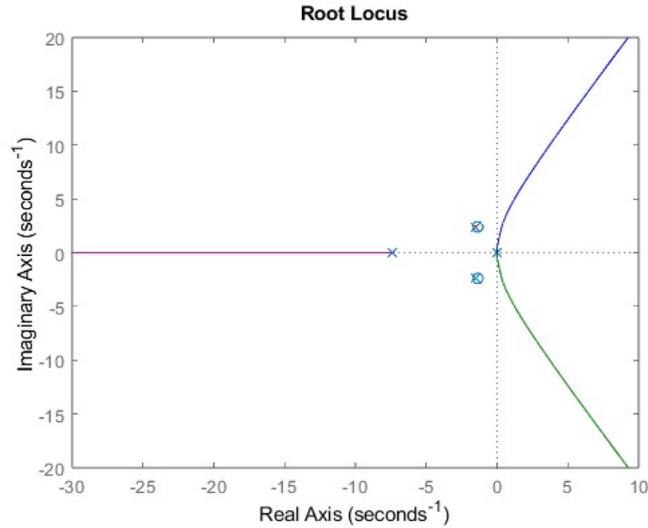
Tabela 2: Parâmetros do Controlador PID

<i>Parâmetros</i>	<i>Valores</i>
$K_p$	0,12154
$K_i$	0,006119
$K_d$	0,5838
$N$	4,1971

Aplicando os parâmetros obtidos na Equação 30, a resposta alcançada é apresentada na Figura 36. Comparativamente, é plotado um gráfico do comportamento da deflexão no tempo de resposta do sistema. A Tabela 3 apresenta os índices de desempenho para a curva da Figura 36.

Os parâmetros de desempenho demonstram que o primeiro valor de pico ocorre em 2,53 s de simulação. Essa transição proporciona que a curva da resposta em regime permanente seja suave, uma vez que o tempo de acomodação é de 12 s. Além disso, é observado que o valor

Figura 35: Gráfico do Lugar da Raízes da função de transferência do Ramo Direto



Fonte: Autoria Própria

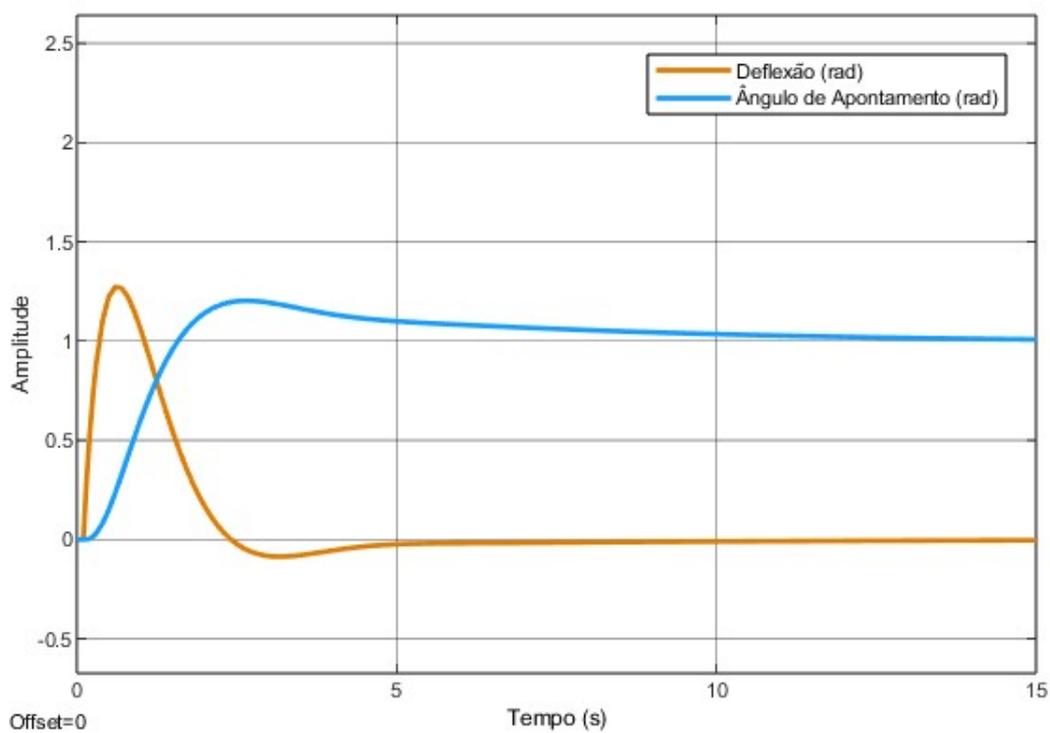
Tabela 3: Índices de Desempenho da Resposta do Sistema com Controlador

<i>Parâmetros</i>	<i>Valores</i>
<i>Tempo de subida</i>	0,962 s
<i>Tempo de acomodação</i>	12,03 s
<i>Máximo Sobressinal</i>	20,3 %
<i>Pico</i>	1,20
<i>Tempo de Pico</i>	2,53 s

de pico atingido ultrapassa em  $0,2 \text{ rad}$  o valor de referência o que corresponde a  $11,45^\circ$ . A análise do pico de sobressinal mostra que o erro máximo alcançado não favorece a ocorrência de movimentos repentinos uma vez que a curva tende a ser suavizada. O comportamento da curva de deflexão assimétrica no tempo mostra que o valor máximo atingido é de  $1,3 \text{ rad}$  o que corresponde a  $74,5^\circ$ . Esse valor, do ponto de vista mecânico, é plenamente factível. A depender das limitações mecânicas que permitem o movimento dos *brakes*, o ângulo de referência pode exigir uma deflexão indesejável. Para essas situações, é desejável um sistema que limite esses valores, como por exemplo, filtros.

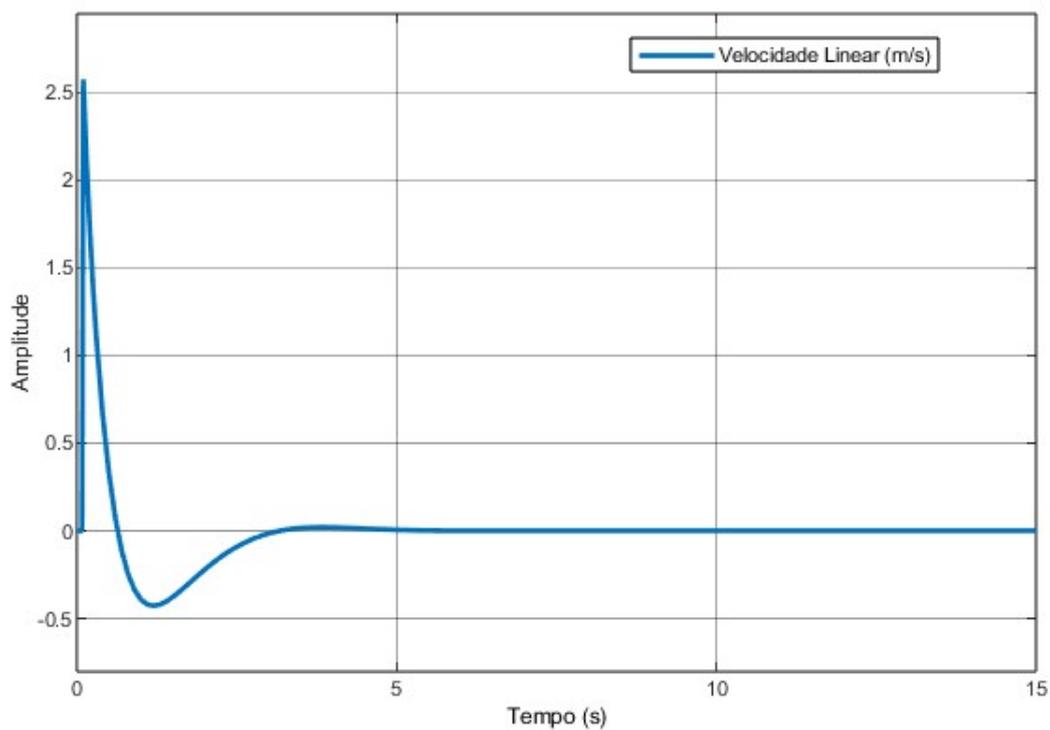
De forma complementar ao exposto, a Figura 37 apresenta a ação do controlador no erro da malha de realimentação. O gráfico exhibe a capacidade do controlador de tratar o erro atuante de forma que valores admissíveis sejam atribuídos à entrada do bloco do motor.

Figura 36: Resposta ao Degrau do sistema com o Controlador



Fonte: Autoria Própria

Figura 37: Ação do Controlador no Erro



Fonte: Autoria Própria

## 5 Conclusão

O estudo apresentou o projeto de um sistema de controle de aplicação na indústria aeroespacial baseado no método estruturado por Nise (2013). O sistema idealizado, tem por objetivo realizar a recuperação de engenhos aeroespaciais por meio do controle automático da movimentação de um paraquedas. Entre os requisitos de operação, o sistema deve realizar o apontamento do paraquedas para um ângulo de referência à medida que sofre perturbações e sua trajetória é modificada. A movimentação deve ser suave porém dentro de um período estabelecido. A elaboração dos modelos físico e matemático revelou que o controle deveria acontecer de forma estagiada a fim de evitar não-linearidades no sistema. Dessa forma, não foi considerado no modelo o desempenho dos atuadores individualmente a partir do sinal de deflexão assimétrica  $\delta a$ . Os modelos matemáticos referentes à planta do sistema foram obtidos por métodos analíticos e seu comportamento verificado por meio de estímulos em cada subsistema.

As respostas ao degrau para os blocos da planta do sistema (Motor e Paraquedas) bem como a resposta ao degrau da planta apresentaram desempenho compatível com os fenômenos físicos que as governam. Apesar disso, a realimentação efetuada não conduziu o sistema à convergência. A necessidade de um controlador exigiu a verificação do lugar das raízes a fim de identificar a exigência de controladores complexos. A análise do diagrama para a planta do sistema revelou a impossibilidade de alcançar convergência através da adição de um termo proporcional uma vez que o lugar das raízes não cruza o SPE do eixo real. Constatou-se então a necessidade de termos integrativos e derivativos associados ao controlador, demandando, portanto, métodos de sintonização dos parâmetros do controlador PID.

Recorreu-se à aplicação de métodos de *auto-tuning* baseados em modelos através do uso da *toolbox Control Design* presente na ferramenta *Matlab/Simulink*. A ferramenta aplica otimização computacional e demonstrou ser eficaz no projeto de controladores de plantas de ordem elevada se comparado aos métodos analíticos de sintonização. A partir da sintonização automática realizada, a resposta ao degrau do sistema com o uso do controlador projetado apresentou índices de desempenho satisfatórios aos requisitos de sistema estabelecidos no início do projeto. Portanto, tendo em vista os objetivos deste trabalho, é possível concluir que os mesmos foram atingidos uma vez que as simulações realizadas a partir dos processos empregados demonstraram comportamento satisfatório.

O projeto desenvolvido neste trabalho é destinado primariamente para recuperação de veículos lançadores. Alternativamente, demonstrou potencial para ser empregado em diversas atividades: transporte de carga em regiões de difícil acesso; atividades recreativas como medida de segurança; pesquisas científicas na atmosfera etc. Ainda que o projeto desenvolvido se restringiu a simulações computacionais, os resultados obtidos oferecem embasamento para a implementação do modelo em um protótipo. Por outro lado, o projeto do controlador obtido é suscetível a melhorias. Foi identificada a possibilidade de aperfeiçoamentos no desempenho do sistema através da implementação de filtros no fluxo de sinal que parte do bloco do motor para o bloco do paraquedas. Adicionalmente, outros métodos de sintonia de controladores não foram explorados e podem representar importante tópico de estudo. Algumas técnicas de *auto-tuning* são: através de relés, aplicando a transformada rápida de Fourier; filtro de amostragem de frequência; estimação da Resposta em Frequência; e simulação de Monte Carlo. Por fim, aperfeiçoamentos podem ser realizados no modelo matemático do sistema através de experimentos que forneçam parâmetros suficientes para sua simplificação principalmente no que se refere à dinâmica do paraquedas.

## Referências Bibliográficas

- AEB. *Apresentação DO VLM-1*. 2020. <<https://www.gov.br/aeb/pt-br/assuntos/noticias/apresentacao-do-vlm-1>>.
- ALVES, F. *Com bilionários, setor aeroespacial decola e atrai mercado financeiro*. 2021. <<https://www.infomoney.com.br/mercados/corrida-aeroespacial-atrai-atencao-do-mercado-financeiro-saiba-como-investir/>>.
- ANDERSON, J. *EBOOK: Fundamentals of Aerodynamics (SI units)*. [S.l.]: McGraw Hill, 2011.
- AXESS. *SpaceX: reuse rocket parts to reduce costs*. 2019. <<https://axessnet.com/en/spacex-reuse-rocket-parts-to-reduce-costs/>>.
- BENSOON, T. *Banking turn*. 2023. <<https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/VirtualAero/BottleRocket/airplane/turns.html>>.
- CLANCY, L. J. *Aerodynamics*. [S.l.]: John Wiley Sons, 1975. ISBN 0470158379; 9780470158371.
- DEVALLA VINDHYA E PRAKASH, O. Developments in unmanned powered parachute aerial vehicle: A review. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, IEEE, v. 29, n. 11, p. 6–20, 2014.
- DORF, R.; BISHOP, R. *Sistemas de controle modernos*. LTC, 2009. ISBN 9788521617143. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=pT4bQAAACAAJ>>.
- EDUCALINGO. *PARACHUTE*. 2022. <<https://educalingo.com/pt/dic-fr/parachute>>.
- ELDRIDGE, A. *SpaceX - American corporation*. 2023. <<https://www.britannica.com/topic/SpaceX>>.
- GÖKTOĞAN, A. H. Guidance, navigation and control of a small-scale paramotor. *Australian Conference on Robotics and Automation*, Australian Centre for Field Robotics, dez. 2012.
- GUIDOTTI G E RICHIELLO, C. e. D. M. P. e. R. G. Design, development, testing, e in-flight qualification of a parachute recovery system. *Journal of Spacecraft and Rockets*, v. 49, n. 4, p. 700–708, 2012.
- HAPGOOD, M. Space physics coordinate transformations: A user guide. *Planetary and Space Science*, Elsevier, v. 40, n. 5, p. 711–717, 1992.
- HENDERSON, D. M. *Applied Cartesian Tensors for Aerospace Simulations*. [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006.
- HIBBELER, R. C. *Estática: Mecânica para Engenharia*. [S.l.]: Pearson Prentice Hall, 2005.
- KNACKE, T. W. *Parachute recovery systems design manual*. [S.l.], 1991.
- LABORATORIES, M. *Ziegler-Nichols Tuning for PID*. 2023. <<https://www.mstarlabs.com/control/znrule.html>>.
- LATHI, B. P.; GREEN, R. A. *Linear systems and signals*. [S.l.]: Oxford University Press New York, 2005. v. 2.

- LTD, I. *Aerial Delivery Land – Light Weight Aerial Delivery Loads*. 2019. <<https://www.irvingq.com/irvingq-products-services/aerial-delivery-search-and-rescue-products/aerial-delivery-land-airdrop/light-weight-aerial-delivery-loads/>>.
- MAYA, P.; LEONARDI, F. *Controle Essencial*. [S.l.]: Pearson, 2014. ISBN 9788543002415.
- MERIAM, J. L.; KRAIGE, L. G.; BOLTON, J. N. *Engineering mechanics: dynamics*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2020.
- MORELLI, E. A.; KLEIN, V. *Aircraft system identification: theory and practice*. [S.l.]: Sunflyte Enterprises Williamsburg, VA, 2016. v. 2.
- MUNDOGEO. *C6: uma verdadeira empresa do New Space, que proporciona acesso democrático ao Espaço Exterior*. 2022. <<https://spacebrshow.com/2022/05/03/c6-uma-verdadeira-empresa-do-new-space-que-proporciona-acesso-democratico-ao-espaco-exterior/>>.
- NAIL, R. *Splashdown of NASA astronauts off the coast of Florida in less than a week*. 2020. <<https://www.floridatoday.com/story/tech/science/space/2020/07/27/splashdown-nasa-astronauts-off-coast-florida-less-than-week/5517097002/>>.
- NISHIKAWA, Y. et al. A method for auto-tuning of pid control parameters. *Automatica*, Elsevier, v. 20, n. 3, p. 321–332, 1984.
- NUSSENZVEIG, H. *Curso de física básica: Mecânica (vol.1)*. [S.l.]: Blucher, 2013. (1). ISBN 9788521207467.
- OGATA, K. *Engenharia de controle moderno*. Pearson Prentice Hall, 2011. ISBN 9788576058106. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=iL3FYgEACAAJ>>.
- PAUL PREEMA E PAUL, L. An overview on the parachute recovery systems with additive manufacturing for uav safe landing. *Materials Today: Proceedings*, Elsevier, 2022.
- PEDOSSAUT, M. *DEMOCRATIZAÇÃO DO ESPAÇO*. 2021. <<https://ptspace.pt/pt/democratizacao-do-espaco/>>.
- RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; WALKER, J. *Fundamentos De Física - Volume 1 - Mecânica*. LTC, 2016. ISBN 9788521630357. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=KG9PvgAACAAJ>>.
- SCHAUB, H.; JUNKINS, J. L. *Analytical mechanics of space systems*. [S.l.]: Aiaa, 2003.
- SHEETZ, M. *Bank of America expects the space industry to triple to a \$1.4 trillion market within a decade*. 2020. <<https://www.cnbc.com/2020/10/02/why-the-space-industry-may-triple-to-1point4-trillion-by-2030.html>>.
- SLEGGERS NATHAN E COSTELLO, M. Aspects of control for a parafoil and payload system. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 26, n. 6, p. 898–905, 2003.
- SORENSEN, J. *Aerospace Market and Growth Strategies Looking Into the Future*. 2022. <<https://www.embroker.com/blog/aerospace-market-growth-strategies/>>.
- SPACEX. *MAKING HUMANITY MULTIPLANETARY*. 2022. <<https://www.spacex.com/mission/#:~:text=MAKING%20HUMANITY%20MULTIPLANETARY,destinations%20in%20the%20solar%20system.>>

- SQUIRREL, L. *PARACHUTES BASE EQUIPMENT*. 2022. <<https://squirrel.ws/parachutes>>.
- SUBRAMANIAN, K. K. *How does a camber profile wing generate lift?* 2016. <<https://www.quora.com/How-does-a-camber-profile-wing-generate-lift>>.
- TAYLOR ANTHONY P E MACHIN, R. e. R. P. e. S. R. Developing the parachute system for nasa's orion: an overview at inception. In: *19th AIAA Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conference and Seminar*. [S.l.: s.n.], 2007. p. 2577.
- TEAM, S. F. E. *SPACE FOUNDATION RELEASES THE SPACE REPORT 2022 Q2 SHOWING GROWTH OF GLOBAL SPACE ECONOMY*. 2023. <<https://www.spacefoundation.org/2022/07/27/the-space-report-2022-q2/>>.
- TECH, T. U. S. *How small satellites are changing the space industry*. 2022. <<https://universemagazine.com/en/how-small-satellites-are-changing-the-space-industry/>>.
- TEWARI, A. *Advanced control of aircraft, spacecraft and rockets*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011.
- WALKER, R. *Technology CubeSats*. 2023. <[https://www.esa.int/Enabling\\_Support/Space\\_Engineering\\_Technology/Technology\\_CubeSats](https://www.esa.int/Enabling_Support/Space_Engineering_Technology/Technology_CubeSats)>.
- WANG, L. *PID control system design and automatic tuning using MATLAB/Simulink*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2020. ISBN 9781119469346.
- WATANABE MASAHITO E OCHI, Y. Modeling and simulation of nonlinear dynamics of a powered paraglider. In: *AIAA guidance, navigation and control conference and exhibit*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 7418.
- WEISSTEIN, E. W. *Euler Angles*. 2022. <<https://mathworld.wolfram.com/EulerAngles.html>>.
- WYLLIE, T. Parachute recovery for uav systems. *Aircraft Engineering and aerospace technology*, MCB UP Ltd, 2001.
- ZIPFEL, P. H. *Modeling and simulation of Aerospace Vehicle Dynamics*. [S.l.]: AIAA Education Series, 2009.