



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESTUDO COMPARATIVO DE ELEMENTOS CONSTRUTIVOS DE TRELIÇAS
ATRAVÉS DE UMA ANÁLISE ESTRUTURAL E DE CUSTO-BENEFÍCIO**

Demóstenes Dias Ramalho Segundo

SÃO LUÍS

2023

Demóstenes Dias Ramalho Segundo

**ESTUDO COMPARATIVO DE ELEMENTOS CONSTRUTIVOS DE TRELIÇAS
ATRAVÉS DE UMA ANÁLISE ESTRUTURAL E DE CUSTO-BENEFÍCIO**

Trabalho de conclusão de curso apresentado junto ao curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Maranhão - Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador:

Prof. Dr. Dalmo Inacio Galdêz Costa

SÃO LUÍS

2023

Dias Ramalho Segundo, Demóstenes.

ESTUDO COMPARATIVO DE ELEMENTOS CONSTRUTIVOS DE
TRELIÇAS ATRAVÉS DE UMA ANÁLISE ESTRUTURAL E DE CUSTO-
BENEFÍCIO / Demóstenes Dias Ramalho Segundo. - 2023.

36 f.

Orientador(a): Dalmo Inacio Galdêz Costa.

Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do
Maranhão, São Luís, 2023.

1. Análise Estrutural. 2. Custo-Benefício. 3.
Treliaças. I. Inacio Galdêz Costa, Dalmo. II. Título.

Demóstenes Dias Ramalho Segundo

**ESTUDO COMPARATIVO DE ELEMENTOS CONSTRUTIVOS DE TRELIÇAS
ATRAVÉS DE UMA ANÁLISE ESTRUTURAL E DE CUSTO-BENEFÍCIO**

Trabalho de conclusão de curso apresentado junto ao curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Maranhão - Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador:

Prof. Dr. Dalmo Inacio Galdêz Costa

São Luís, 12 de dezembro de 2023.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Dalmo Inacio Galdêz Costa – Orientador

Prof. Dr. Elson César Moraes - UFMA/Engenharia Mecânica

Prof. Dr. Vilson Pereira Souza – UFMA/Engenharia Mecânica

RESUMO

A análise estrutural tem como objetivo garantir um projeto confiável para as estruturas levando em conta as atuações de forças internas e externas. Esta vem sendo continuamente aperfeiçoada com modelagens e análises que reproduzem com grande grau de precisão o comportamento real da estrutura. No entanto, ainda há o fator custo-benefício aplicado às soluções de engenharia. Uma dessas soluções que é vastamente utilizada é a treliça, que é capaz de vencer grandes vãos com elementos esbeltos, tornando a estrutura leve e com custo acessível. No presente trabalho, treliças planas compostas por diferentes elementos estruturais são estudadas e comparadas com a finalidade de analisar seu custo-benefício considerados dois diferentes tipos de seções transversais. As seções transversais do tipo U dobrado estarão em ambas as análises, estando presentes nos banzos superiores e inferiores, modificando somente os componentes que fazem a triangulação, sendo eles uma barra redonda e uma cantoneira. Para a análise, é aplicada a mesma carga em ambas as treliças e comparadas as tensões induzidas considerando o preço de cada material. As análises estruturais são feitas através de modelagens computacionais resolvidas pelo Método dos Elementos Finitos para obtenção de deslocamentos e tensões de cada peça. As seções analisadas terão como condição, ter o preço por metro mais próximo possível e também será levado em conta o preço global para a fabricação das treliças, considerando cortes, soldas e montagem.

Palavras-chave: Análise Estrutural, Treliças, Custo-Benefício.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tipos de elementos contidos em treliças.....	4
Figura 2 – Treliça Plana (a) e Treliça espacial (b).....	5
Figura 3 – Exemplos de Treliças Planas Simples.....	5
Figura 4 – Conexão de treliças espaciais.....	6
Figura 5 – Treliças Espaciais e sua formação.....	6
Figura 6 – Treliças comumente usadas telhados (a) e pontes (b).....	7
Figura 7 – Diagrama de corpo livre em treliças.	7
Figura 8 – Exemplos de tipos de elementos finitos.....	10
Figura 9 - Treliça de cantoneira.....	18
Figura 10 - Treliça de barra redonda.	18
Figura 11 - Geometria geral das treliças.....	20
Figura 12 - Detalhe do perfil U e Cantoneira.	20
Figura 13 - Detalhes da malha na análise da estrutura com cantoneiras.	21
Figura 14 - Detalhes da malha na análise da estrutura com barras redondas.	21
Figura 15 - Resultados de deslocamento total da treliça com cantoneira.....	22
Figura 16 – Resultados de deslocamento total da treliça com barra redonda.....	23
Figura 17 - Tensão máxima de Von Mises da treliça com cantoneira.....	24
Figura 18 – Região da máxima de Von Mises.....	24
Figura 19 – Ponto da tensão máxima.....	24
Figura 20 - Tensão máxima de Von Mises da treliça com barra redonda.	25
Figura 21 – Região da máxima de Von Mises.....	25
Figura 22 – Ponto da tensão máxima.....	25

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	1
2	JUSTIFICATIVA.....	2
3	OBJETIVOS.....	3
3.1	OBJETIVO GERAL.....	3
3.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	3
4	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	4
4.1	CLASSIFICAÇÃO DAS TRELIÇAS.....	5
4.2	ANÁLISE ESTRUTURAL DE TRELIÇAS.....	7
4.2.1	FORMULAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS VOLTADO A ESTRUTURAS.....	8
4.2.2	TIPOS DE ELEMENTOS, FUNÇÕES DE FORMA E FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO.....	9
4.2.3	ELEMENTO FINITO TRIDIMENSIONAL DE QUATRO NÓS.....	11
5	METODOLOGIA.....	18
5.1.1	PROCEDIMENTO PARA ANÁLISE ESTRUTURAL COMPUTACIONAL.....	18
5.1.2	PROCEDIMENTO PARA O COMPARATIVO DO CUSTO-BENEFÍCIO.....	19
6	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	20
6.1	ANÁLISE DE DEFLEXÕES.....	22
6.2	ANÁLISE DE TENSÕES.....	23
6.3	CUSTO GERAL.....	25
6.4	DISCUSSÃO.....	26
7	CONCLUSÃO.....	28

1 INTRODUÇÃO

Uma das principais funções da engenharia é resolver problemas de forma que haja o melhor custo benefício na sua solução (PFEIL, 2009). Mediante essa ideia, na área estrutural, o homem buscou geometrias que mais se adequassem às suas demandas, buscando segurança, bom custo e boa adequação nos projetos, fabricações e montagens.

Uma das principais configurações geométricas utilizadas é a triangular. Um dos motivos preponderantes para o uso do triângulo está relacionado com sua rigidez, devido ao fato de não ser possível a alteração dos ângulos internos quando dois pontos estão firmemente fixados, isso dificulta deslocamentos não desejados, tornando-o bastante estável e seguro (NEVES, 2014). Tal característica não pode ser reproduzido pelos demais polígonos.

As treliças são compostas por elementos delgados, quando em comparação com seu comprimento total e são conectadas por placas de reforço, podendo ser parafusados ou soldados (HIBBELER, 2017).

Com o passar do tempo, as treliças foram tornando-se cada vez mais comuns nas estruturas, pois conseguem resistir a diversos tipos de esforços sem que haja necessidade de elementos estruturais robustos ou de seções transversais avantajadas (SECHALO, 2012). Por se tratar de uma solução bastante usual, foi-se adequando para que houvesse a maior redução de custo e melhor aproveitamento dos elementos, buscando inovações nos materiais e nos tipos de peças que o compõe.

Esses tipos de peças vêm sendo alterados com o passar do tempo, o que torna questionável até onde é interessante o uso de uma seção transversal mais complexa ou de custo elevado (MAGALHÃES, 2013). Os elementos estruturais mais usuais contidos em uma treliça metálica são perfis U e cantoneiras, esses conseguem atender a maioria das solicitações impostas à uma treliça, no entanto, se for necessário, é feito o uso de elementos mais robustos.

Os perfis U são utilizados como o fechamento da treliça, mais presentes nos banzos superiores e banzos inferiores por terem uma boa resistência à flexão (BELLEI, 2011). As cantoneiras são comumente utilizadas para compor a triangulação devido sua seção transversal que proporciona um bom momento de inércia, por consequência, uma boa resistência à flambagens locais e globais, além de boas resistências a tensões axiais e perpendiculares, aumentando a rigidez da treliça como um todo (SECHALO, 2012).

As barras redondas são pouco utilizadas, sendo passivas de prejulgamentos errôneos sobre sua capacidade, no entanto, tem uma ótima resistência à tração, e, por vezes, os elementos estruturais de uma treliça tem como função principal resistir a tração (HIBBELER, 2017).

2 JUSTIFICATIVA

As mudanças de seções transversais e de material fazem parte da rotina dos engenheiros que trabalham com estruturas, principalmente estruturas metálicas sejam elas de grande ou pequeno porte, sempre com o objetivo de obter a melhor relação custo/benefício (McCORMAC, 2012).

De acordo com Bellei (2011), é imprescindível que no dimensionamento de estruturas metálicas haja o melhor aproveitamento dos seus elementos, principalmente em uma treliça, que é usada diversas vezes para solucionar problemas e minimizar os custos, o que implica até em uma melhor negociação com o cliente final.

Uma viga ou coluna treliçada chega a diminuir o orçamento final pois sua geometria e leveza contribuem para uma fácil montagem e fabricação, portanto, o gerenciamento desses elementos antes, durante e depois do projeto é imprescindível, principalmente para estruturas de grande porte. Assim, justificando o trabalho:

- Por se tratar de estruturas amplamente utilizadas a otimização do seu custo de fabricação é extremamente relevante;
- Configurações não convencionais, se corretamente projetadas podem resultar em treliças mais baratas e eficientes;

3 OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GERAL

Este trabalho tem como objetivo geral fazer um comparativo em termos de análise estrutural entre duas treliças metálicas compostas por elementos de seções transversais diferentes e de mesmo preço, sendo uma composta de cantoneira e outra de barra redonda que compõe a triangulação de uma treliça metálica.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Assim, o presente trabalho tem como objetivos específicos:

- Comparar as resistências de treliças compostas de dois diferentes elementos estruturais com custos equivalentes;
- Analisar o aproveitamento de cada perfil comparando sua capacidade máxima de carga com os esforços externos aplicados;
- Comparar de maneira geral resistência e custo-benefício.

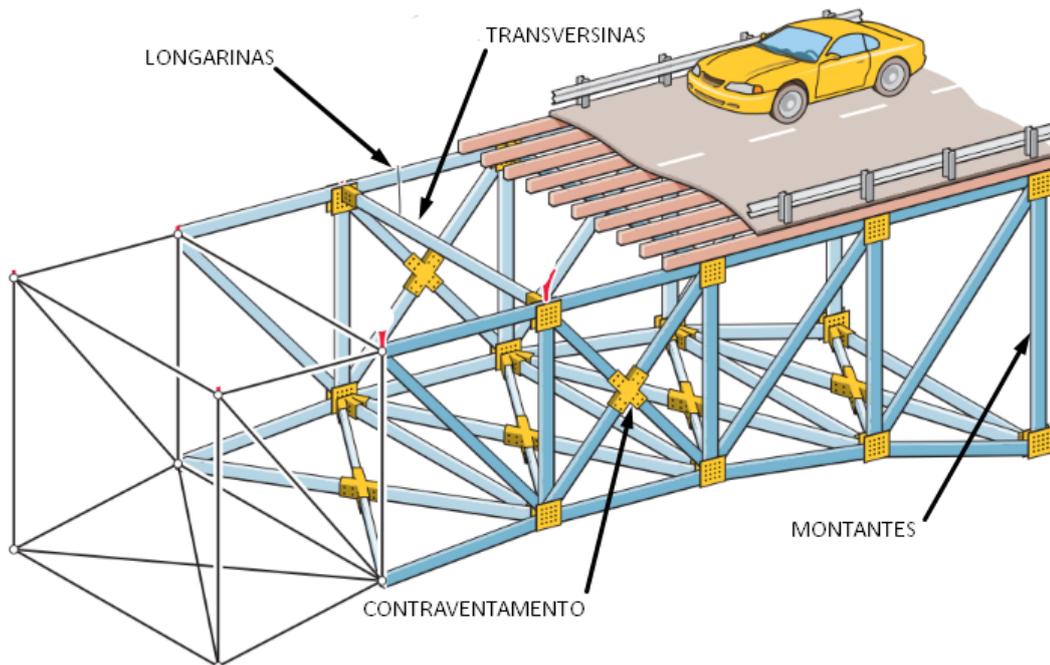
4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Estruturas reticuladas de nós rotulados, ou simplesmente, treliças, são compostas por elementos lineares que têm maiores atuações de tensões devido a forças externas em suas rótulas, de forma que ocorra somente esforços normais, podendo ser de compressão ou tração (SORIANO, 2013). Geralmente, trata-se de uma idealização, por não existir, necessariamente, uma rótula perfeita e haver tensões envolvendo peso próprio, que também não é considerado em sua principal definição (PFEIL, 2009).

Em grande parte, treliças tem as seções transversais dos seus elementos estruturais ínfimos quando comparado com seu comprimento total, o que as torna uma das maiores e melhores soluções de engenharia já feitas pelo homem, fazendo-se barata em diversos aspectos, tanto em fabricação como montagem (BELLEI, 1998).

Ao longo do tempo, foi-se descobrindo diversas formas de aplicar treliças em projetos e problemas do cotidiano vivido pelos engenheiros e profissionais da área (SORIANO, 2013). Isso resultou em diversos tipos de treliças metálicas desenvolvidas e registradas, porém, sempre mantendo a triangulação entre seus elementos e contemplando dos mesmos elementos entre os diferentes modelos, como montantes, diagonais e longarinas ou banzos, como pode ser representado pela Figura 1.

Figura 1 – Tipos de elementos contidos em treliças.



Fonte: (MERIAM, 2018) Adaptado.

4.1 CLASSIFICAÇÃO DAS TRELIÇAS

As treliças podem ser classificadas geometricamente em treliças planas ou espaciais (SORIANO, 2013). Treliça Plana tem seus elementos dispostos em um único plano, quando levado em conta seu comprimento, representado pela Figura 2a, já as treliças espaciais são treliças planas que se ramificam de forma a idealizar uma treliça espacial, ou seja, contemplando elementos em três direções, como representada pela Figura 2b.

Figura 2 – Treliça Plana (a) e Treliça espacial (b).



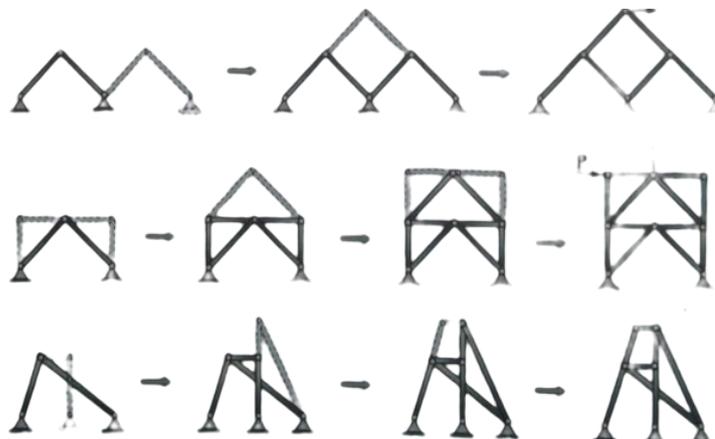
(a)

(b)

Fonte: (MERIAM, 2018) Adaptado.

Quanto às suas formações, as treliças são classificadas em simples, compostas ou complexas (SORIANO, 2013). Treliças planas simples são compostas por barras com ligações rotuladas e extremidades conectadas à apoios de segundo gênero, como representado pela Figura 3.

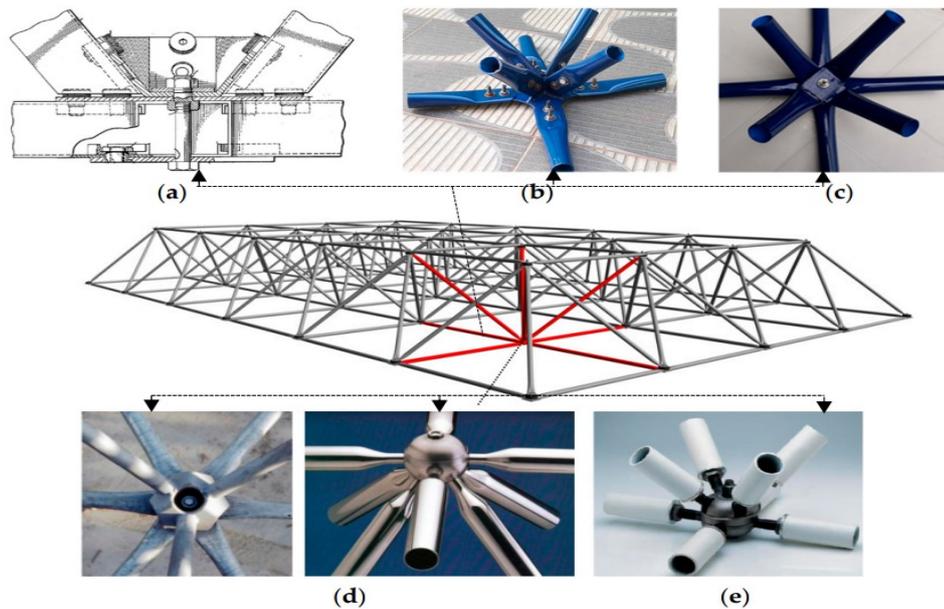
Figura 3 – Exemplos de Treliças Planas Simples.



Fonte: (SORIANO, 2013).

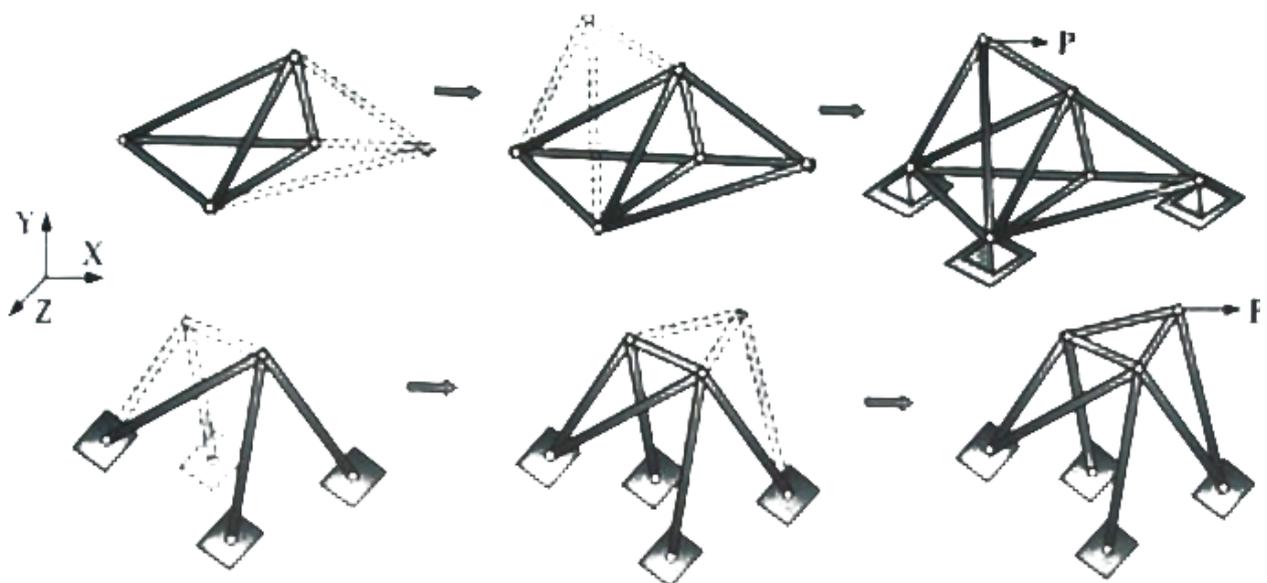
Já a treliça espacial simples é obtida através de seis barras bi rotuladas, criando-se tetraedros, conectadas à mais três barras em planos diferentes, dando início a outro tetraedro. São comumente conectadas com pinos compartilhados ou estruturas onde cada barra é ligada à uma chapa que é ligada à junção principal, as Figuras 4a a 4e exemplificam este tipo de ligações e a Figura 5 representam um exemplo de montagem. São vastamente utilizadas em coberturas e em grandes vãos (SORIANO, 2013).

Figura 4 – Conexão de treliças espaciais.



Fonte: (WELINGTON V.et.al, 2020).

Figura 5 – Treliças Espaciais e sua formação.

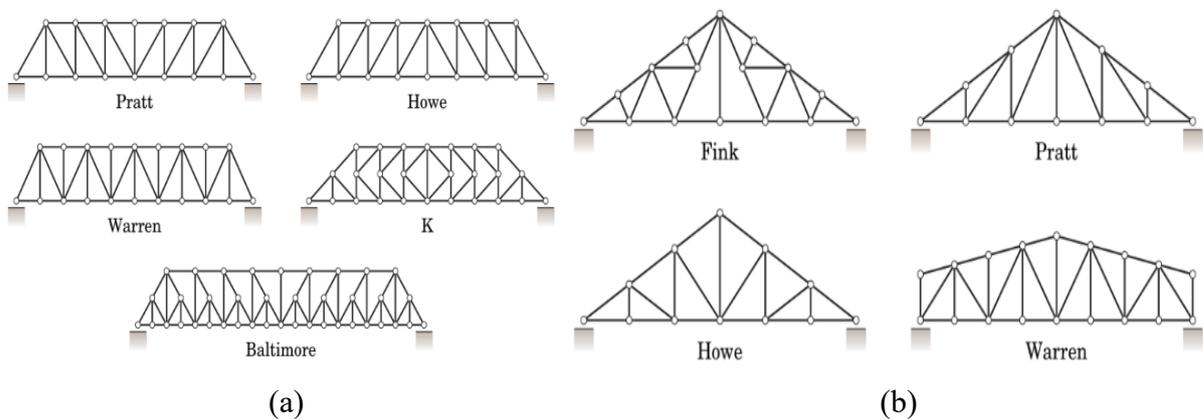


Fonte: (SORIANO, 2013).

A treliça composta é a ligação entre duas ou mais treliças simples, enrijecendo a ligação entre elas, de forma a não haver deslocamentos relativos na conexão (SORIANO, 2013). Podem ser usadas em estruturas que tem uma grande carga concentrada na sua extremidade.

Já a treliça complexa é qualquer tipo de treliça que não seja simples ou composta. Esses modelos de treliças supracitados formam estruturas e variações, podendo ser exemplificadas pela Figura 6.

Figura 6 – Treliças comumente usadas telhados (a) e pontes (b).

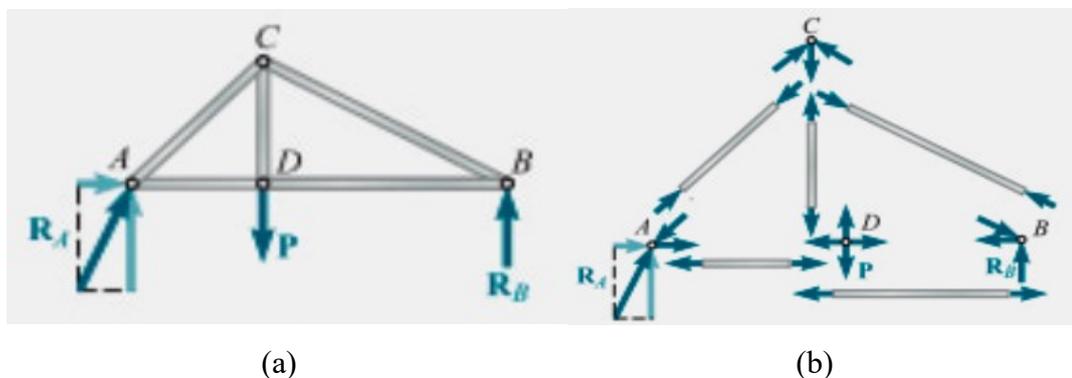


Fonte: (MERIAM, 2018).

4.2 ANÁLISE ESTRUTURAL DE TRELIÇAS

De acordo com BEER (2013), uma treliça pode ser considerada um conjunto de conexões e elementos com duas forças, um exemplo de treliça com seu diagrama de corpo livre está representado pela Figura 7.

Figura 7 – Diagrama de corpo livre em treliças.



Fonte: (MERIAM, 2018).

Cada elemento recebe uma influência de duas forças, de mesma intensidade e opostas (BEER, 2013). Uma vez que as tensões internas em uma treliça são conhecidas, a análise na estrutura se reduz ao cálculo das forças em seus elementos, comumente tração e compressão.

De acordo com MERIAM (2018), quando uma treliça está em equilíbrio, suas conexões também devem estar. Um pino em equilíbrio pode ser representado por duas equações de equilíbrio, se a treliça contém n pinos, existirão, portanto, $2n$ equações, que podem ser resolvidas para $2n$ incógnitas, podendo achar as forças aplicadas aos nós, e, conseqüentemente, nos elementos.

No entanto, quando mais de três forças estão envolvidas, é mais adequado escrever as equações de equilíbrio como o $\sum F_x = 0$ e $\sum F_y = 0$ e resolver para as forças desconhecidas. (BEER, 2013). Ainda há mais equação de equilíbrio em termos de momento, $\sum M = 0$, que é usada para determinar as reações na estrutura.

Contudo, por vezes, as análises em estruturas precisam de métodos mais gerais como o de elementos finitos, tornando os resultados mais próximos da realidade.

De acordo com MOAVENI (2015), o método dos elementos finitos é uma técnica numérica para resolver equações diferenciais vastamente aplicada na engenharia mecânica e em outros campos da engenharia e ciências. Este método de modelagem matemática divide um domínio contínuo em um conjunto de subdomínios ou elementos discretos, geralmente polígonos ou poliedros.

Para estruturas, existe a decomposição do domínio de interesse em elementos finitos, que são pequenas regiões geométricas com propriedades físicas bem definidas (NORTON, 2013). Esses elementos são interconectados para formar uma malha, e as equações que regem o comportamento físico estrutural do sistema são resolvidas para todo elemento. Na aplicação em estruturas, existe a correlação entre rigidez, tensões e deslocamentos para a obtenção dos resultados.

4.2.1 FORMULAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS VOLTADO A ESTRUTURAS

O Método de elementos finitos é amplamente utilizado na engenharia para solucionar problemas muito complexos ou inviáveis de resolver analiticamente. Várias áreas da engenharia fazem uso desta técnica, como Análise estrutural, Mecânica dos Fluidos, Transferência de calor, Eletromagnetismo, Análise de fadiga, Processos de fabricação entre outras aplicações (MOAVENI, 2015). Dessa forma, para cada área aplicada é necessário fazer o uso de teorias que envolvem seu campo de atuação.

A aplicação do Método dos elementos finitos (MEF) voltado a estruturas é dividido basicamente em etapas padrões (MOAVENI, 2015). A formulação básica pode ser descrita pelos seguintes passos: discretização da geometria, escolha das funções de forma, cálculo da

matriz de rigidez, montagem da matriz de rigidez global, imposição das condições de contorno, resolução do sistema linear de equações resultante e cálculo das forças. Após estas etapas é feita a análise dos dados obtidos. Abaixo, cada uma das etapas é descrita em detalhes:

Discretização: A estrutura é dividida em elementos finitos que podem ser descritos por equações matemáticas mais simples. Cada elemento é definido por um conjunto de nós e suas coordenadas.

Função de forma: Para cada elemento, uma função de forma é escolhida para aproximar a variação dos deslocamentos dentro do elemento. Essa função de forma é geralmente definida em termos das coordenadas locais do elemento.

Matriz de rigidez: A matriz de rigidez do elemento é calculada com base na função de forma e nas propriedades materiais do elemento. Essa matriz relaciona as forças nodais do elemento aos deslocamentos nodais.

Montagem da matriz global: A matriz de rigidez de cada elemento é montada na matriz global, que é uma matriz de rigidez para toda a estrutura.

Condições de contorno: As condições de contorno são aplicadas para restringir os graus de liberdade da estrutura e permitir a solução do sistema de equações.

Resolução do sistema: O sistema de equações é resolvido para determinar os deslocamentos nodais da estrutura.

Cálculo das forças: As forças nos elementos da estrutura são calculadas a partir dos deslocamentos nodais usando a matriz de rigidez de cada elemento.

4.2.2 TIPOS DE ELEMENTOS, FUNÇÕES DE FORMA E FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO

De acordo com MOAVENI (2015), existem vários tipos de elementos finitos que são utilizados para modelar problemas em diferentes geometrias e dimensões. Alguns dos principais tipos de elementos finitos são nomeados como unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais. Cada um tem sua característica e quanto maior for a complexidade do problema, maior será a necessidade de elementos mais complexos e que demandam de uma capacidade de processamento maior. Essas geometrias são acompanhadas por funções de forma ou funções de interpolação, que são fundamentais no MEF.

As funções de forma são funções matemáticas que contem a forma de um elemento finito em uma determinada geometria, que são utilizadas para aproximar a solução da equação

diferencial que descreve o problema de interesse (MOAVENI, 2015). São escolhidas de forma que garanta que o elemento finito escolhido atenda às condições iniciais do problema.

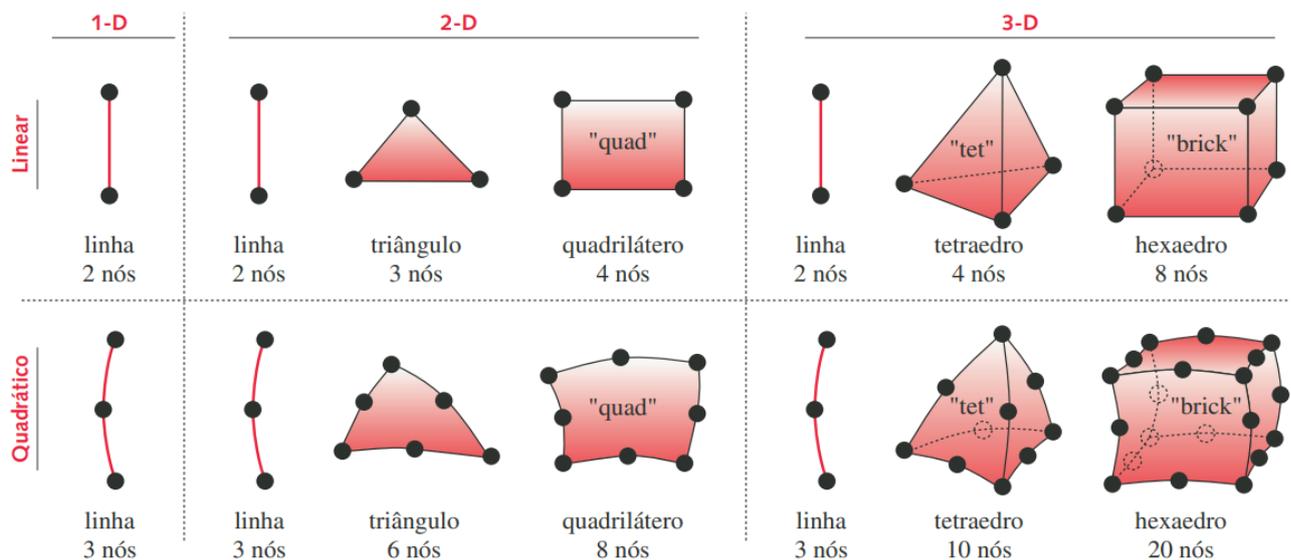
Já as funções de interpolação são usadas para aproximar a solução desconhecida em pontos internos do elemento, é definida sob as funções de forma e dos valores conhecidos dos pontos nodais do elemento e são utilizadas para calcular a solução aproximada em qualquer ponto interno do elemento finito a partir dos valores nos seus pontos nodais (NORTON, 2013).

Os elementos unidimensionais são usados para modelar problemas unidimensionais, como problemas de análise estrutural em vigas ou barras. Exemplos de elementos unidimensionais incluem elementos de viga, de treliça e de cabo (NORTON, 2013).

Os elementos bidimensionais são usados para modelar problemas como análise estrutural em placas ou superfícies planas (MOAVENI, 2015). Exemplos de elementos bidimensionais incluem elementos quadriláteros, triangulares e elementos especiais para modelagem de problemas em cascas ou membranas.

Os elementos tridimensionais são usados para modelar problemas de análise estrutural em corpos volumétricos ou sólidos (MOAVENI, 2015). Exemplos de elementos tridimensionais incluem elementos tetraédricos, hexaédricos e prismáticos. Alguns destes elementos finitos comuns são representados pela Figura 8.

Figura 8 – Exemplos de tipos de elementos finitos.



Fonte: NORTON, 2013.

Apesar do MEF ter processos complexos, existem *softwares* comerciais que auxiliam o uso do mesmo por meio de desenhos auxiliados por computador (CAD), como é o caso do *ANSYS*, *Inventor*, *SolidWorks Simulations* entre outros.

4.2.3 ELEMENTO FINITO TRIDIMENSIONAL DE QUATRO NÓS

De acordo com NORTON (2013), os softwares que auxiliam as análises feito por MEF para sólidos utilizam em seus métodos de cálculo os equacionamentos referentes às análises de problemas sólidos tridimensionais usando elementos tetraédricos de quatro nós.

De acordo com (MOAVENI, 2015), apenas seis componentes de tensão independentes são necessários para caracterizar o estado geral de tensão em um ponto, são eles:

$$[\sigma]^T = [\sigma_{xx} \ \sigma_{yy} \ \sigma_{zz} \ \tau_{xy} \ \tau_{yz} \ \tau_{xz}] \quad (1)$$

Onde σ_{xx} , σ_{yy} e σ_{zz} são tensões normais e τ_{xy} , τ_{yz} e τ_{xz} são tensões de cisalhamento. Além disso, existe também o vetor deslocamento que mede as mudanças que ocorrem na posição de um ponto dentro de um corpo quando o corpo é submetido a cargas (MOAVENI, 2015). Esse vetor deslocamento pode ser escrito em seu componente cartesiano da seguinte forma:

$$\vec{\delta} = u(x, y, z)\vec{i} + v(x, y, z)\vec{j} + w(x, y, z)\vec{k} \quad (2)$$

Além disso, o estado de deformação também é utilizado para as análises, sendo o estado geral de deformação caracterizado por seis componentes independentes dado por:

$$[\varepsilon]^T = [\varepsilon_{xx} \ \varepsilon_{yy} \ \varepsilon_{zz} \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{xz}] \quad (3)$$

Onde ε_{xx} , ε_{yy} e ε_{zz} são as deformações normais e γ_{xy} , γ_{yz} e γ_{xz} são os componentes de deformação de cisalhamento (MOAVENI, 2015). As relações de deformação e deslocamento acabam sendo representadas por:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (4)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x}$$

A Equação (5) pode ser representada em forma de matriz como:

$$\{\varepsilon\} = LU \quad (5)$$

Onde:

$$\{\varepsilon\} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{pmatrix}$$

E

$$LU = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \end{pmatrix}$$

L sendo comumente referido como operador diferencial linear.

Ao longo da região elástica de um material também existe uma relação entre o estado de tensões e deformações, de acordo com a lei de Hooke generalizada. Essa relação é dada pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})] \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{1}{E} [\sigma_{yy} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz})] \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{1}{E} [\sigma_{zz} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})] \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{G} \tau_{xy} \quad \gamma_{yz} = \frac{1}{G} \tau_{yz} \quad \gamma_{zx} = \frac{1}{G} \tau_{zx} \end{aligned} \quad (6)$$

A relação entre tensão e deformação pode ser expressa como a seguinte matriz:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (7)$$

Onde:

$$\{\sigma\} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{pmatrix}$$

$$[D] = \frac{E}{1+\nu} \begin{bmatrix} \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Já para um material sólido em um caso tridimensional, a energia de deformação é dada por:

$$\Lambda^{(e)} = \frac{1}{2} \int_V (\sigma_{xx}\varepsilon_{xx} + \sigma_{yy}\varepsilon_{yy} + \sigma_{zz}\varepsilon_{zz} + \tau_{xy}\gamma_{xy} + \tau_{xz}\gamma_{xz} + \tau_{yz}\gamma_{yz}) dV \quad (8)$$

Ou, de forma mais compacta:

$$\Lambda^{(e)} = \frac{1}{2} \int_V [\sigma]^T \{\varepsilon\} dV \quad (9)$$

Substituindo as tensões em termo de deformações usando a lei de Hooke, a Equação (9) pode ser escrita na forma:

$$\Lambda^{(e)} = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T [D] \{\varepsilon\} dV \quad (10)$$

Usando o elemento de quatro nós para formular a rigidez, o qual tem quatro nós, com cada nó tendo três graus de liberdade translacionais nas direções nodais x , y e z . Os

deslocamentos u , v e w em termos dos valores nodais e as funções de forma ficam da seguinte forma:

$$\{u\} = [S]\{U\} \quad (11)$$

Onde:

$$\{u\} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$$

$$[S] = \begin{bmatrix} S_1 & 0 & 0 & S_2 & 0 & 0 & S_3 & 0 & 0 & S_4 & 0 & 0 \\ 0 & S_1 & 0 & 0 & S_2 & 0 & 0 & S_3 & 0 & 0 & S_4 & 0 \\ 0 & 0 & S_1 & 0 & 0 & S_2 & 0 & 0 & S_3 & 0 & 0 & S_4 \end{bmatrix}$$

As funções de forma são S_1 , S_2 , S_3 e S_4 , tal que:

$$S_1 = \frac{1}{6V} (a_I + b_I X + c_I Y + d_I Z)$$

$$S_2 = \frac{1}{6V} (a_J + b_J X + c_J Y + d_J Z)$$

$$S_3 = \frac{1}{6V} (a_K + b_K X + c_K Y + d_K Z)$$

$$S_4 = \frac{1}{6V} (a_L + b_L X + c_L Y + d_L Z)$$

Onde V é o volume do elemento tetraédrico e a_i , b_i , c_i e d_i são os determinantes das matrizes de coordenadas X , Y e Z dos nós do elemento, indicadas abaixo:

$$a_I = \det \begin{vmatrix} X_J & Y_J & Z_J \\ X_K & Y_K & Z_K \\ X_L & Y_L & Z_L \end{vmatrix}$$

$$b_I = -\det \begin{vmatrix} 1 & Y_J & Z_J \\ 1 & Y_K & Z_K \\ 1 & Y_L & Z_L \end{vmatrix}$$

$$c_I = \det \begin{vmatrix} X_J & 1 & Z_J \\ X_K & 1 & Z_K \\ X_L & 1 & Z_L \end{vmatrix}$$

$$d_I = -\det \begin{vmatrix} X_J & Y_J & 1 \\ X_K & Y_K & 1 \\ X_L & Y_L & 1 \end{vmatrix}$$

(12)

E:

$$\{U\} = \begin{pmatrix} u_I \\ v_I \\ w_I \\ u_J \\ v_J \\ w_J \\ u_K \\ v_K \\ w_K \\ u_L \\ v_L \\ w_L \end{pmatrix}$$

Então, de acordo com MOAVENI (2015), relaciona-se as deformações ao campo de deslocamento e, por sua vez, aos deslocamentos nodais através das funções de forma. Precisa-se tomar as derivadas dos componentes do campo de deslocamento em relação às coordenadas X , Y e Z de acordo com as relações deformação-deslocamento dadas pela Equação (5). A operação tem o seguinte resultado:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yx} \\ \gamma_{xz} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial S_1}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial S_2}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial S_3}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial S_4}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial S_1}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial S_2}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial S_3}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial S_4}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial S_1}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial S_2}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial S_3}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial S_4}{\partial z} \\ \frac{\partial S_1}{\partial y} & \frac{\partial S_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial S_2}{\partial y} & \frac{\partial S_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial S_3}{\partial y} & \frac{\partial S_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial S_4}{\partial y} & \frac{\partial S_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial S_1}{\partial z} & \frac{\partial S_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial S_2}{\partial z} & \frac{\partial S_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial S_3}{\partial z} & \frac{\partial S_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial S_4}{\partial z} & \frac{\partial S_4}{\partial y} \\ \frac{\partial S_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial S_1}{\partial x} & \frac{\partial S_2}{\partial z} & 0 & \frac{\partial S_2}{\partial x} & \frac{\partial S_3}{\partial z} & 0 & \frac{\partial S_3}{\partial x} & \frac{\partial S_4}{\partial z} & 0 & \frac{\partial S_4}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_I \\ v_I \\ w_I \\ u_J \\ v_J \\ w_J \\ u_K \\ v_K \\ w_K \\ u_L \\ v_L \\ w_L \end{pmatrix} \quad (13)$$

Substituindo as funções de forma e diferenciando, temos:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{U\} \quad (14)$$

Onde:

$$[B] = \frac{1}{6V} \begin{bmatrix} b_I & 0 & 0 & b_J & 0 & 0 & b_K & 0 & 0 & b_L & 0 & 0 \\ 0 & c_I & 0 & 0 & c_J & 0 & 0 & c_K & 0 & 0 & c_L & 0 \\ 0 & 0 & d_I & 0 & 0 & d_J & 0 & 0 & d_K & 0 & 0 & d_L \\ c_I & b_I & 0 & c_J & b_J & 0 & c_K & b_K & 0 & c_L & b_L & 0 \\ 0 & d_I & c_I & 0 & d_J & c_J & 0 & d_K & c_K & 0 & d_L & c_L \\ d_I & 0 & b_I & d_J & 0 & b_J & d_K & 0 & b_K & d_L & 0 & b_L \end{bmatrix}$$

Substituindo na equação da energia de deformação os componentes de deformação em termos de deslocamentos, temos:

$$\Lambda^{(e)} = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T [D] \{\varepsilon\} dV = \frac{1}{2} \int_V [U]^T [B]^T [D] [B] [U] dV \quad (15)$$

Diferenciando em relação aos deslocamentos nodais para minimização do funcional da energia de deformação:

$$\frac{\partial \Lambda^{(e)}}{\partial U_k} = \frac{\partial}{\partial U_k} \left(\frac{1}{2} \int_V [U]^T [B]^T [D] [B] [U] dV \right) \text{ Para } k = 1, 2, \dots, 12 \quad (16)$$

De acordo com MOAVENI (2015), a Equação (16) resulta na expressão $[K]^e \{U\}$ e posteriormente, na expressão para a matriz de rigidez que é:

$$[K]^{(e)} = \int_V [B]^T [D] [B] dV = V [B]^T [D] [B] \quad (17)$$

Já o vetor de carregamento para um elemento tetraédrico é uma matriz 12×1 . Em situações de carga concentrada, o vetor de carregamento é formado ao posicionar os componentes da carga nos nós apropriados e nas direções adequadas. Para uma carga distribuída, a matriz de carga é calculada a partir da equação.

$$\{F\}^{(e)} = \int_A [S]^T \{p\} dA \quad (18)$$

Onde

$$\{p\} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}$$

e A representa a superfície sobre a qual os componentes da carga distribuída estão atuando. As superfícies do elemento tetraédrico têm forma triangular. Supondo que a carga distribuída atue na superfície I-J-K, a matriz de carga se torna

$$\{F\}^{(e)} = \frac{A_{I-J-K}}{3} \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ p_x \\ p_y \\ p_z \\ p_x \\ p_y \\ p_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

A matriz de carga para uma carga distribuída atuando nas outras superfícies do elemento tetraédrico é obtida da mesma maneira.

O sistema final de equações é indicado pela Equação (19), abaixo, que é obtida após a montagem da matriz de rigidez global, considerando as matrizes de cada elemento e suas conectividades na malha. A solução do problema é obtida com a resolução do sistema linear de equações resultantes.

$$[K]\{u\} = \{F\} \quad (19)$$

Onde $[K]$ é a matriz global de rigidez, $\{u\}$ é o vetor deslocamento da estrutura e $\{F\}$ é o vetor de forças nodais.

O entendimento das equações supracitadas é imprescindível para o uso e manuseio de programas que utilizam análises de elementos finitos. É necessário ter o conhecimento para analisar os resultados e fazer as considerações durante as simulações. O entendimento da subdivisão dos elementos no espaço tridimensional é essencial para capturar a complexidade inerente à análise estrutural. Esta incursão técnica permite a compreensão não apenas da interface superficial do programa, mas também de sua mecânica conceitual e operacional.

5 METODOLOGIA

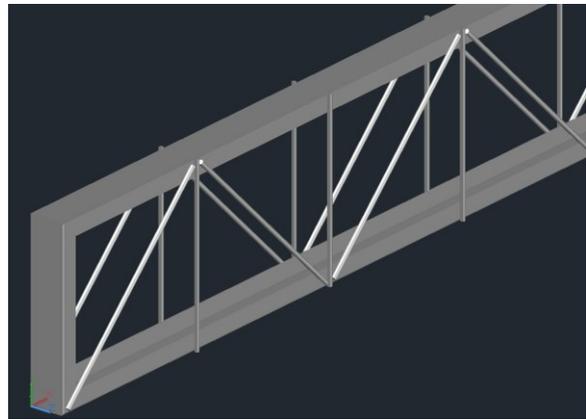
Foram selecionadas duas barras de seções transversais diferentes, porém com preços aproximados, envolvendo dois modelos de vigas treliçadas planas simples do tipo Warren com Montantes com 10 m de comprimento. O primeiro modelo com os banzos de perfis U dobrados a frio de 150x50x3 e diagonais e montantes com cantoneiras de 1" x 1/8" e o segundo com banzos de perfis U dobrados a frio de 150x50x3 e diagonais e montantes com barras redondas de 1/2". A Figura 9 e 10 mostram as estruturas modeladas, com as treliças de cantoneira e barra redonda, respectivamente.

Figura 9 - Treliça de cantoneira.



Fonte: Autor.

Figura 10 - Treliça de barra redonda.



Fonte: Autor.

5.1.1 PROCEDIMENTO PARA ANÁLISE ESTRUTURAL COMPUTACIONAL

Os procedimentos realizados seguiram passos consolidados de análise de elementos finitos, divididos em sete etapas que partiu inicialmente da modelagem computacional e foi finalizada com a obtenção dos valores para fins da comparação entre os dois elementos de seções transversais diferentes. Os passos seguidos foram:

1. Foram modeladas ambas as treliças (com cantoneira e barra redonda) no software de modelagem AUTOCAD 3D.
2. Foram importados os modelos para o software de análise computacional *Ansys*.
3. Selecionou-se o material de acordo com o material informado pelos fabricantes.
4. Foram geradas as malhas de forma que os resultados convergissem.
5. Foram adicionados dois apoios, nas extremidades dos banzos.
6. Foi aplicado uma força distribuída de 19865 N, equivalente à uma carga média que vigas dessa magnitude devem suportar.

7. Valores de Deflexão total e Tensões equivalentes foram obtidas com o intuito de realizar o comparativo entre os elementos estruturais.

5.1.2 PROCEDIMENTO PARA O COMPARATIVO DO CUSTO-BENEFÍCIO

1. Foram analisados os preços médios dos materiais de acordo com os fornecedores locais.
2. Foi realizado um comparativo entre as tensões equivalentes, deformações equivalentes, preços globais dos materiais.
3. Foi realizado o comparativo do custo-benefício dos dois modelos de forma a obter uma relação percentual.

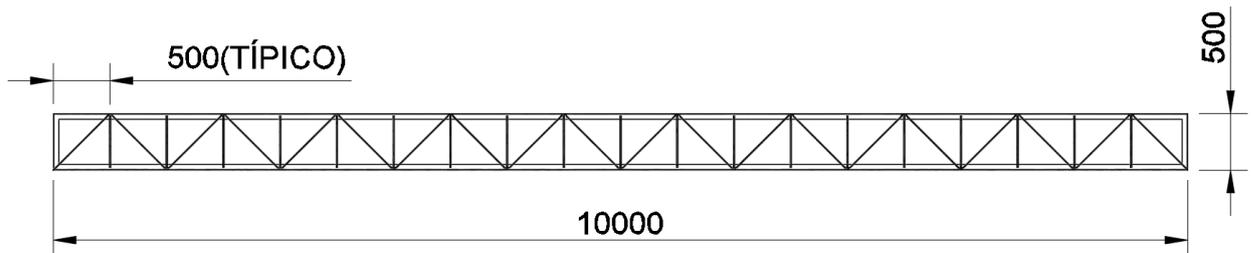
6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para ambas as treliças, foi utilizada uma carga distribuída de 2025,67 kg, disposta no banzo superior. Este valor se deu de cargas aproximadas às que treliças metálicas desse comprimento devem suportar. Vale ressaltar que a carga considerada não teve majorações.

De acordo com as normas vigentes de aço como a ABNT NBR 8800 e ABNT NBR 14762, devem ser consideradas majorações nos carregamentos de peso próprio, carga permanente, sobrecarga e cargas de vento e minorações nas resistências dos materiais. Como este trabalho trata de um comparativo entre duas seções transversais, não foram aplicadas essas considerações pois o comparativo ainda seria proporcional às cargas e resistências modificadas.

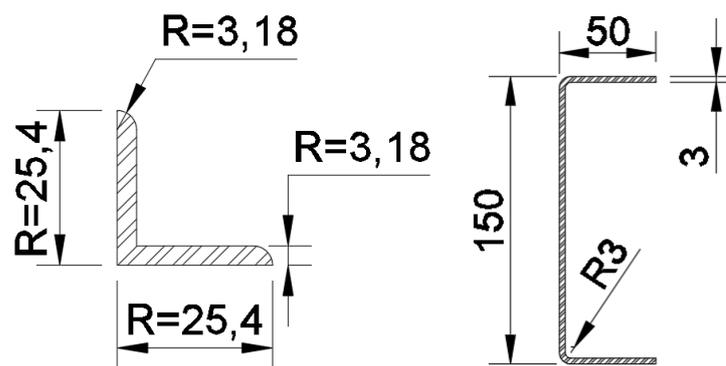
A geometria possui as dimensões indicadas na Figura 11 e o detalhe da cantoneira e perfil U estão indicados na Figura 12.

Figura 11 - Geometria geral das treliças com dimensões em mm.



Fonte: Autor.

Figura 12 - Detalhe do perfil U e Cantoneira com dimensões em mm.



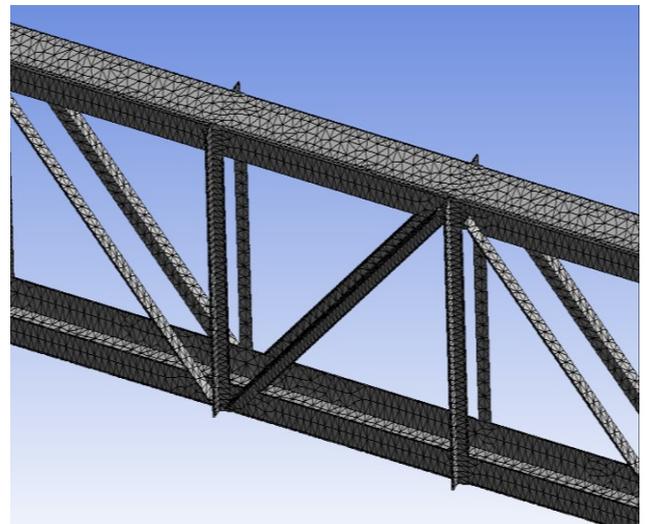
Fonte: Autor.

As malhas utilizadas para as análises foram geradas de modo que os resultados convergissem. Como as geometrias das seções transversais eram diferentes, foi necessário fazer o uso de quantidades de elementos diferentes pra cada tipo de seção.

Ambas as análises utilizaram elementos de ordem quadrática, isso significa que foram utilizados elementos finitos que empregam funções de interpolação de segundo grau para uma representação mais precisa do comportamento dos elementos na análise. Esses elementos oferecem maior precisão, mas também requerem mais recursos computacionais em comparação com elementos de ordem linear. O comprimento da aresta dos elementos para a seção de cantoneira foi de 10 mm, tendo 412239 nós e 188408 elementos e para barra redonda, teve o tamanho dos elementos iguais à 6,35 mm, com 721259 nós e 345067 elementos. As Figuras 13 e 14 ilustram essas geometrias discretizadas por meio de imagens.

Figura 13 - Detalhes da malha na análise da estrutura com cantoneiras.

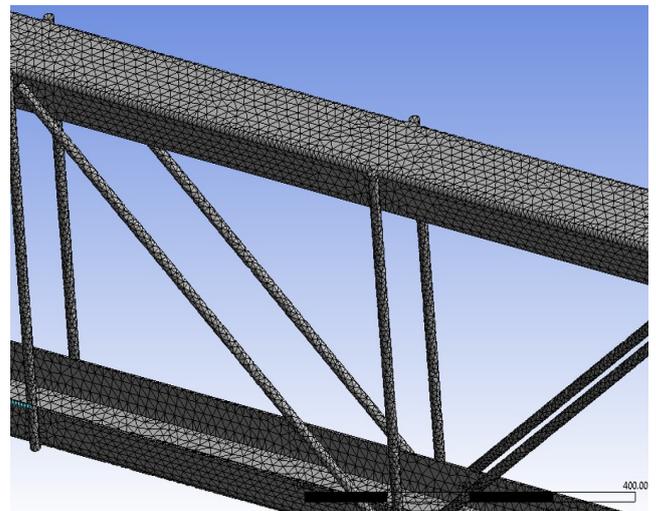
Details of "Mesh"	
Display	
Display Style	Use Geometry Setting
Defaults	
Physics Preference	Mechanical
Element Order	Quadratic
<input type="checkbox"/> Element Size	10.0 mm
Sizing	
Quality	
Inflation	
Advanced	
Statistics	
<input type="checkbox"/> Nodes	412239
<input type="checkbox"/> Elements	188408



Fonte: Autor.

Figura 14 - Detalhes da malha na análise da estrutura com barras redondas.

Details of "Mesh"	
Display	
Display Style	Use Geometry Setting
Defaults	
Physics Preference	Mechanical
Element Order	Quadratic
<input type="checkbox"/> Element Size	6.35 mm
Sizing	
Quality	
Inflation	
Advanced	
Statistics	
<input type="checkbox"/> Nodes	721259
<input type="checkbox"/> Elements	345067



Fonte: Autor.

6.1 ANÁLISE DE DEFLEXÕES

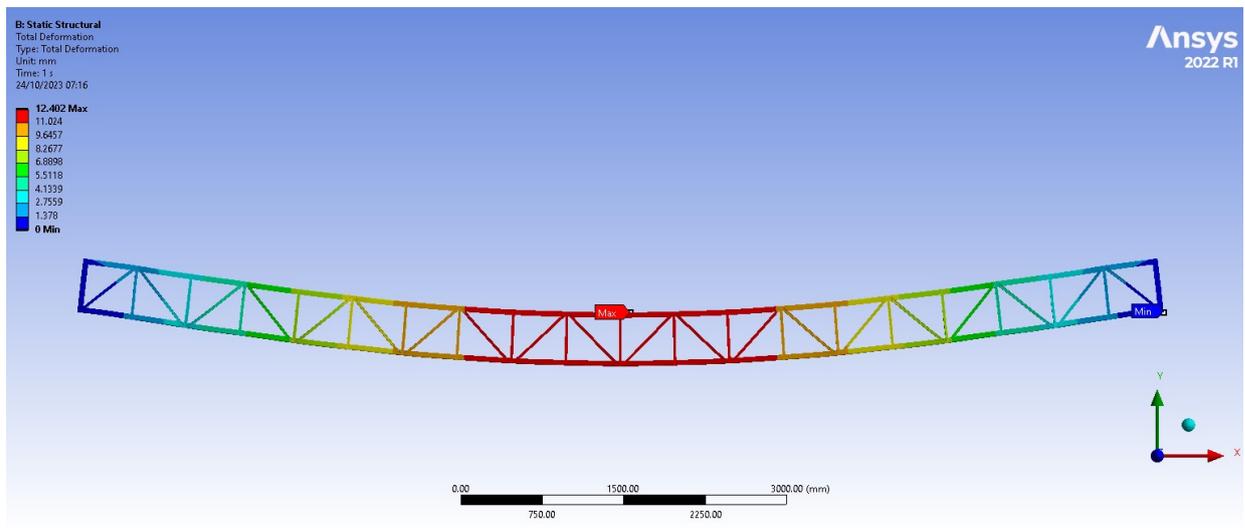
Como as geometrias são simétricas em relação ao plano que passa pelo centro dos banzos, os valores de deslocamento na direção da altura da treliça e de deslocamento total são similares, dessa forma, foi utilizado o resultado de deslocamento total, u_T (*Total deformation*), dado por:

$$u_T = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$$

Onde, u , v , w , são os deslocamentos em cada uma das três direções.

Para a treliça de cantoneira o deslocamento ou deflexão total teve um valor de 12,402 mm, sendo o máximo deslocamento observado no centro da viga. A localização do ponto mais deformado foi satisfatória pois condiz com a realidade, já que os carregamentos e condições de contorno são simétricos. A Figura 15 mostra o local de deslocamento máximo com escala aumentada para fins observacionais.

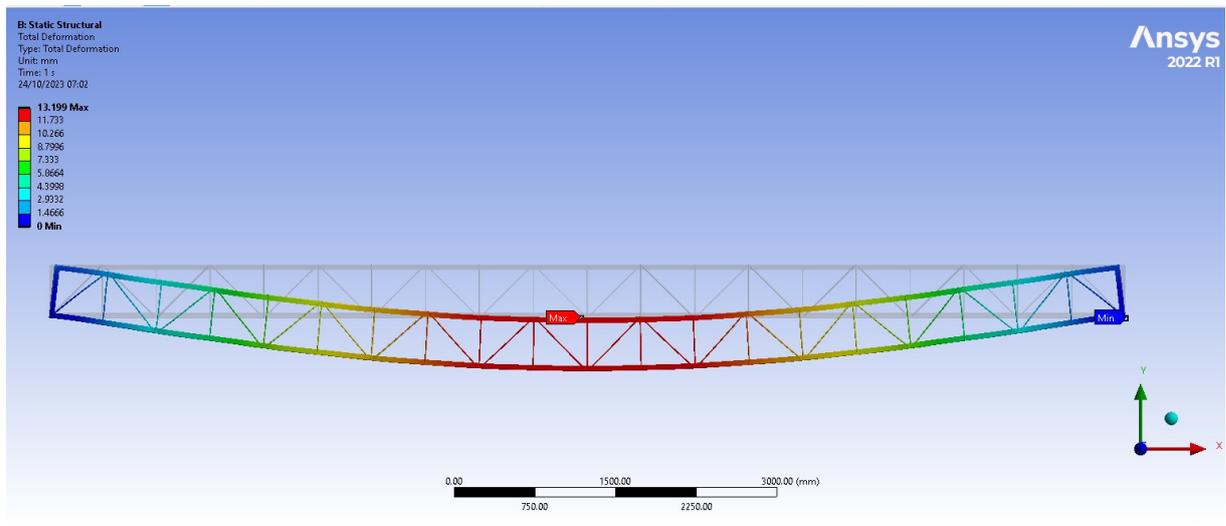
Figura 15 - Resultados de deslocamento total da treliça com cantoneira.



Fonte: Autor.

Assim como a treliça com cantoneira, a treliça composta por barra redonda também teve sua deflexão máxima no centro da geometria, resultando também, em valores satisfatórios. Essa teve seu deslocamento máximo de 13,199 mm, sendo 0,797 mm maior que a de cantoneira. A Figura 16 está indicando este resultado.

Figura 16 – Resultados de deslocamento total da treliça com barra redonda.



Fonte: Autor.

6.2 ANÁLISE DE TENSÕES

As tensões equivalentes de Von-Mises, representada pela equação abaixo, consideradas foram apenas as que atuaram nos elementos estruturais estudados (cantoneira mais solicitada e barra redonda mais solicitada).

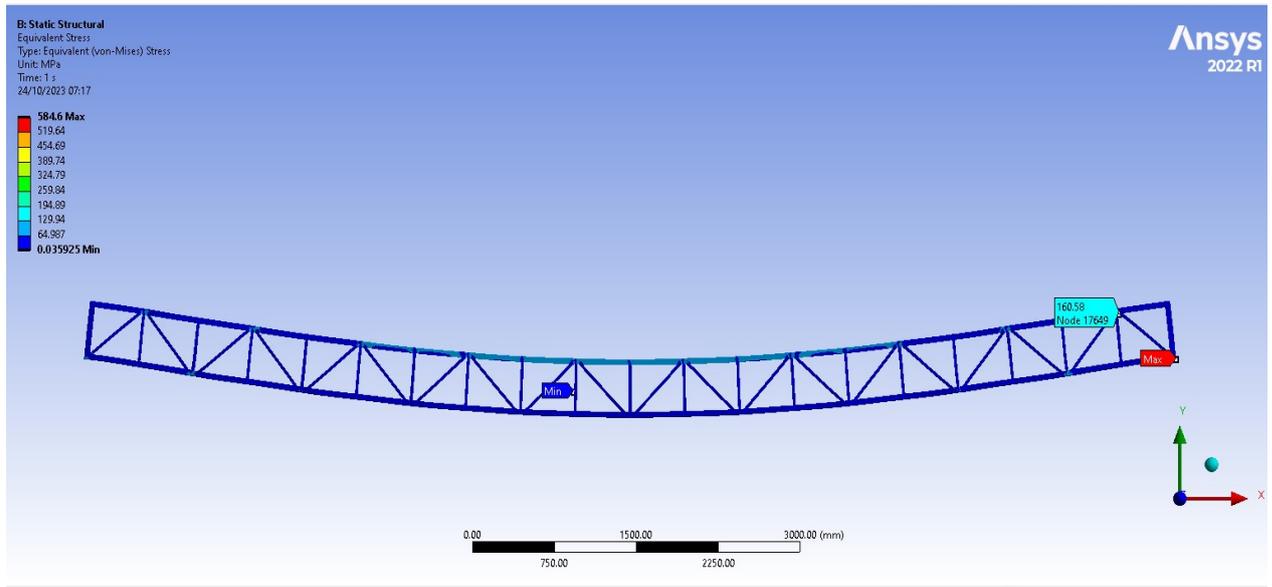
$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}{2}}$$

Foi observado que as máximas tensões foram nas diagonais e ocorreram próximo às suas conexões com os banzos, o que faz sentido pois é onde há uma grande descontinuidade geométrica.

Ambas as treliças tiveram seus valores máximos próximos às fixações externas, o que traz segurança e veracidade para o resultado, pois as maiores solicitações dos elementos estruturais de treliças ficam próximos a eles.

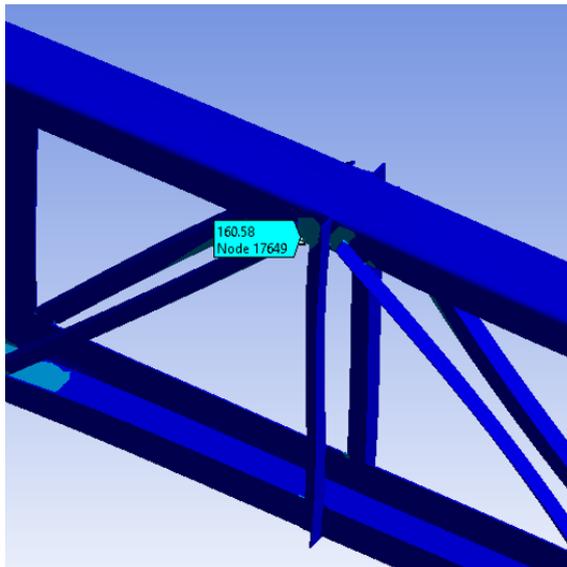
A treliça de cantoneira teve sua maior tensão igual à 160,58 MPa, a Figura 17 indica este resultado, e as Figuras 18 e 19 apresentam mais precisamente o ponto mais solicitado.

Figura 17 - Tensão máxima de Von Mises da treliça com cantoneira.



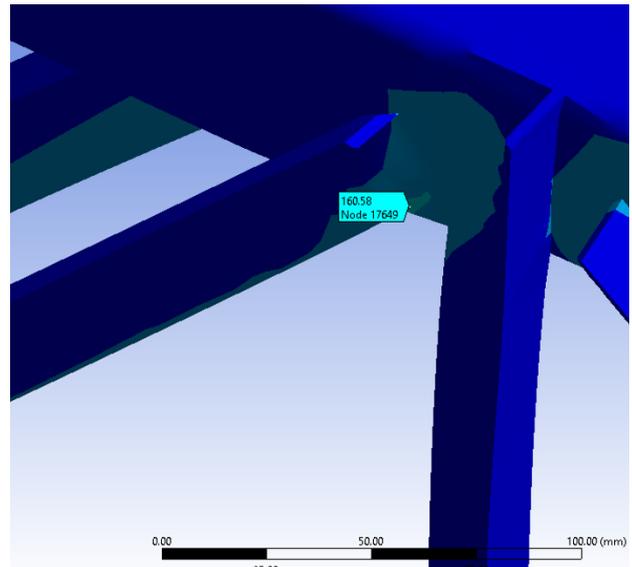
Fonte: Autor.

Figura 18 – Região da máxima de Von Mises.



Fonte: Autor.

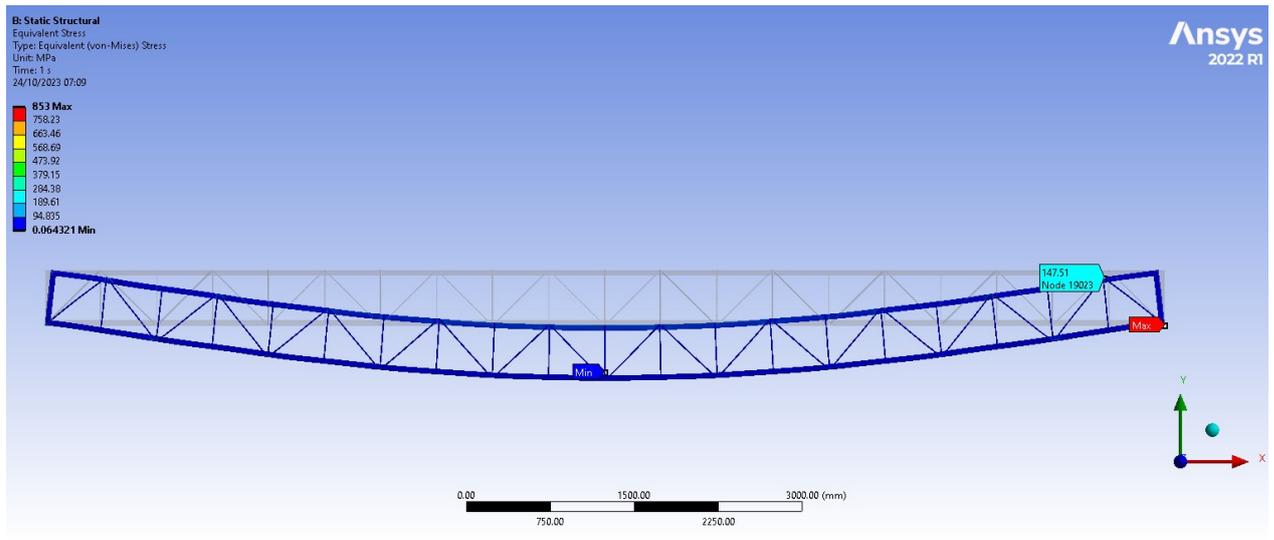
Figura 19 – Ponto da tensão máxima.



Fonte: Autor.

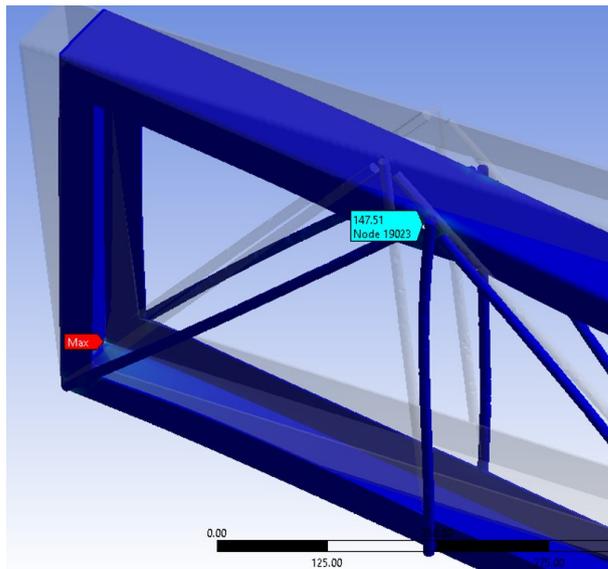
Já os resultados referentes a tensão máxima aplicada na treliça de barra redonda foi de 147,51 MPa, sendo localizada praticamente no mesmo ponto da treliça de cantoneira, indicando a coerência entre os resultados. A Figura 20 indica de maneira global onde está a máxima tensão, e as Figuras 21 e 22 apontam mais precisamente sua localização.

Figura 20 - Tensão máxima de Von Mises da treliça com barra redonda.



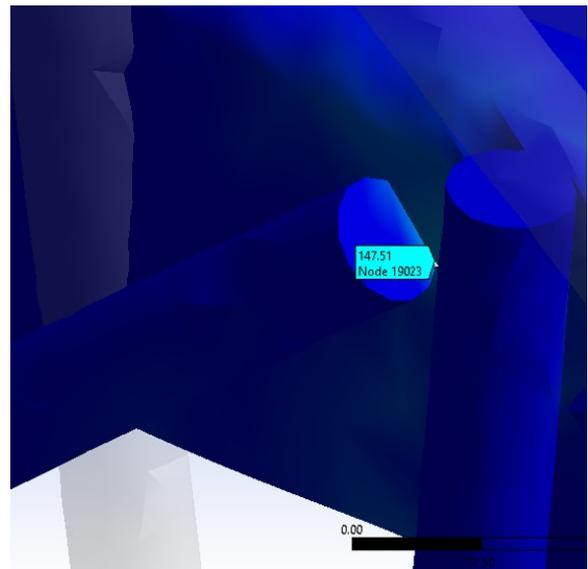
Fonte: Autor.

Figura 21 – Região da máxima de Von Mises.



Fonte: Autor.

Figura 22 – Ponto da tensão máxima.



Fonte: Autor.

6.3 CUSTO GERAL

A volatilidade no preço dos materiais referentes à estrutura metálica é sempre presente, o que acaba dificultando certas análises comparativas referente a esse tipo de material a longo prazo, no entanto, como o presente trabalho trata de um comparativo levando em conta o custo-benefício, a análise dos preços foi algo importante a realizar.

Nesse sentido, os preços dos materiais foram baseados em orçamentos obtidos dos dois maiores fornecedores da cidade de São Luís. A média desses valores foi utilizada para determinar o preço dos materiais empregados.

O preço do primeiro fornecedor (Aço Maranhão), para uma peça de cantoneira com 6 metros foi de R\$ 62,52. Já para uma peça de 6 metros de barra redonda, o mesmo fornecedor teve um preço de R\$ 53,76, sendo 14,01% mais barato a peça com seção transversal referente à barra redonda.

Já o preço do segundo fornecedor (Ferro Norte), para uma peça de cantoneira com 6 metros foi de R\$ 58,82. Já para uma peça de 6 metros de barra redonda, o mesmo fornecedor teve um preço de R\$ 47,71, sendo 18,88% mais barato a peça com seção transversal referente à barra redonda.

6.4 DISCUSSÃO

De acordo com os três dados analisados foi possível observar que a treliça composta por barra redonda obteve melhores resultados em comparação com a treliça composta por cantoneira. Tendo um melhor desempenho em termos de tensões e preço, enquanto a treliça de cantoneira foi melhor somente em relação à deflexão.

Com a diferença de 0,797 mm, a deflexão máxima da estrutura composta por cantoneira teve um melhor desempenho, sendo 6,03% menor, contudo, vale ressaltar que essa diferença não foi tão expressiva quando se leva em consideração o comprimento da treliça (10 m).

Observou-se também que mesmo com os valores de tensões equivalentes de Von Mises maiores, a deflexão da treliça de cantoneira foi menor que a de barra redonda, isso pode ter se dado devido a seção transversal da cantoneira ter momento de inércia maior, conseguindo resistir melhor às flexões o que acarreta uma menor exigência dos perfis dos banzos.

Assim, a barra redonda teve seu elemento mais solicitado com uma tensão igual a 147,52 MPa, enquanto a cantoneira mais solicitada teve um valor de tensão de 160,58 MPa, uma diminuição de 8,13%. Esse valor torna-se mais expressivo que a deflexão, pois, para um escoamento limite de 290 MPa, que é o limite de escoamento do aço ASTM A-36, ainda tem uma grande margem de segurança, o que se traduz em um projeto 8,13% mais confiável.

Por fim, o preço médio para a cantoneira foi de R\$60,67, enquanto para a barra redonda foi de R\$50,73, o que resulta em uma economia de 16,38%. Esse, assim como a tensão equivalente teve um valor extremamente expressivo, tendo em vista que as obras de estruturas metálicas transitam nas casas das dezenas de milhares ou até mesmo centenas de milhares.

É relevante mencionar, que a fabricação da treliça composta por barra redonda ainda tem maior facilidade e agilidade devido a sua geometria não exigir tanto de máquinas de cortes

e por ser mais maleável, e ser mais facilmente montada devido seu baricentro ser exatamente no centro da sua geometria.

Assim, é possível observar que por mais conservador que sejam as treliças de pequeno porte montadas por cantoneiras, ainda existem soluções com melhores custos benefício, como é o caso da barra redonda. A Tabela 1 apresenta de forma resumida os resultados obtidos.

Tabela 1 – Comparação dos resultados das análises para os diferentes perfis.

ANÁLISE/MATERIAL	CANTONEIRA	BARRA REDONDA
TENSÕES EQUIVALENTES (MPa)	160,58	147,52
DEFORMAÇÃO TOTAL (mm)	12,402	13,199
PREÇO DOS MATERIAIS	R\$ 60,67	R\$ 50,73

Fonte: Autor.

7 CONCLUSÃO

Neste trabalho, as análises de deflexões, tensões e custo para dois tipos de estruturas treliçadas com preços equivalentes foram realizadas de modo a verificar qual apresenta os melhores resultados. A análise estrutural utilizando um programa comercial com base no método dos elementos finitos foi realizada de forma a fazer comparativos dos aproveitamentos em cantoneiras e barras redondas. Foi possível observar que as treliças com elementos diagonais e verticais em forma de barras redondas se sobressaíram pois obtiveram menores valores para tensões equivalentes de Von-Misses e preço menor, além de ser pouco inferiores quanto a análise de deslocamentos globais das estruturas.

Portanto, pode-se concluir que a barra redonda teve melhores valores quando levado em consideração seu custo-benefício. Vale ressaltar, que a cantoneira utilizada na análise é a opção mais barata dentre as comercializadas, já a barra redonda tem diâmetros ainda menores disponíveis no mercado, podendo ser substituída e ter uma economia ainda maior. No entanto, esta aplicação está limitada em estruturas onde sua maior atuação de cargas é vertical, já que a barra redonda não tem uma capacidade tão grande a resistir esforços como torção, compressão, cargas dinâmicas, entre outras.

Desta forma, pode-se concluir também que, por mais conservadores que sejam os métodos convencionalmente empregados na engenharia, sempre é válido questionar e aprofundar-se em áreas geralmente consideradas tradicionais e consolidadas. Isso resulta em aprimoramentos nos métodos e em análises cada vez mais abrangentes e precisas.

REFERÊNCIAS

NEVES, Evandro Marques das. **Rigidez dos triângulos**, 2014 Dissertação (Mestrado em Matemática) - Rede Nacional, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, São José do Rio Preto, 2014.

HIBBELER, Russell Charles. **Estática: mecânica para engenharia** / R. C. Hibbeler; tradução Daniel Vieira. -- 14. ed. -- São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2017.

BELLEI, Ildony Hélio; BELLEI, Humberto N. (2011) **Edifícios de pequeno porte estruturados em aço**. 4. Ed. Rio de Janeiro: IABr/CBCA, 2011

BELLEI, Ildony Hélio; (2011) **Edifícios industriais em aço**. 2. Ed. São Paulo: Pini, 1998.

SORIANO, Soriano Lima. (2013) **Estática das Estruturas**. 3. Ed. São Paulo: Ciência Moderna, 2013.

PFEIL, W; PFEIL, M. **Estruturas de Aço: dimensionamento prático de acordo com a ABNT NBR 8800:2008**. 8 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

SILVA, Welington V. *et al.* Experimental Analysis of Space Trusses Using Spacers of Concrete with Steel Fiber and Sisal Fiber. **MDPI**, Brasília, 2020.

NORTON, Robert L. (2013) **Projeto de máquinas: uma abordagem integrada** / Robert L. Norton; [tradução: Konstantinos Dimitriou Stavropoulos .et al.]. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

European Commission (2012). Facilitating market development for sections in industrial halls and low-rise buildings (SECHALO). European Commission, Luxembourg.

CSERNAK, Stephen F.; McCORMAC, Jack C. (2013) **Structural Steel Design: International Edition**. 5. Ed. Pearson, 2013.

MAGALHÃES, Fábio Emanuel Oliveira. **Projeto De Edifícios Em Estrutura Metálica - Efeitos De 2ª Ordem**, 2013. (Mestrado em Engenharia Civil). Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2013.

MOAVANI, Saeed. (2015) **Finite Element Analysis Theory and Application with ANSYS** 4. Ed. England: Pearson Education, 2015

BEER, Ferdinand P., *et al.* **Estática e mecânica dos materiais**, Tradução: Antonio Eutáquio de Melo Pertence; Revisão Técnica: Antonio Pertence Júnior. Porto Alegre: AMGH, 2013

MERIAM, J. L.; KRAIGE, L.G.; VOLTON, J. N. (2018) **Engineering Mechanics Statics**. 9. Ed. Virginia: Wiley, 2018.