



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA - CCET**  
**CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA - CCEM**



Gabriel Lago de Oliveira

Orientador: Prof. Dr. Edilson Dantas Nóbrega

**MODELAGEM E AVALIAÇÃO DE SILENCIADORES REATIVOS E DISSIPATIVOS  
POR MEIO DA ANÁLISE DA PERDA DE TRANSMISSÃO UTILIZANDO MÉTODOS  
ANALÍTICOS E NUMÉRICOS**

**São Luís – MA**

**2023**

**IDENTIFICAÇÃO DA INSTITUIÇÃO:**

Universidade Federal do Maranhão – UFMA

Centro de Ciências Exatas e Tecnologia – CCET

Coordenação do Curso de Engenharia Mecânica – CCEM

Av. dos Portugueses, 1966, Bacanga

CEP. 65080-805

Tel.: (98) 3272-9123

**IDENTIFICAÇÃO DO BOLSISTA:**

Nome: Gabriel Lago de Oliveira

Instituição de Ensino: Universidade Federal do Maranhão

Curso: Engenharia Mecânica

Matrícula: 2022024862

E-mail: [Oliveira.gabriel@discente.ufma.br](mailto:Oliveira.gabriel@discente.ufma.br)

Processo: BIC – 11849/22 – FAPEMA

Local: São Luís – Maranhão

Vigência: 01/07/2022 – 30/08/2022

**IDENTIFICAÇÃO DO ORIENTADOR:**

Nome: Edilson Dantas Nóbrega

Instituição: Universidade Federal do Maranhão

Cargo: Professor Adjunto

E-mail: [Edilson.dantas@ufma.br](mailto:Edilson.dantas@ufma.br)

GABRIEL LAGO DE OLIVEIRA

**MODELAGEM E AVALIAÇÃO DE SILENCIADORES REATIVOS E DISSIPATIVOS  
POR MEIO DA ANÁLISE DA PERDA DE TRANSMISSÃO UTILIZANDO MÉTODOS  
ANALÍTICOS E NUMÉRICOS**

Trabalho aprovado. São Luís – MA \_\_\_\_ de \_\_\_\_ 2023

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Edilson Dantas Nóbrega – UFMA/Orientador

---

Prof. Dr. Dalmo Inácio Galdez Costa – UFMA/Engenharia Mecânica

---

Prof. Dr. Vilson Souza Pereira – UFMA/Engenharia Mecânica

Oliveira, Gabriel Lago de.

Modelagem e avaliação de silenciadores reativos e dissipativos por meio da análise da perda de transmissão utilizando métodos analíticos e numéricos / Gabriel Lago de Oliveira. - 2023.

39 f.

Orientador(a): Edilson Dantas Nóbrega.

Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Maranhão, São Luís - MA, 2023.

1. Acústica. 2. Band gaps. 3. Metamateriais. 4. Perda de transmissão. 5. Silenciadores. I. Nóbrega, Edilson Dantas. II. Título.

## RESUMO

A engenharia acústica se utiliza largamente de dispositivos que atuam na atenuação de vibração e sons, promovendo um ambiente livre de ruídos desagradáveis. Os silenciadores atuam nesse sentido, como dispositivos passivos ou ativos, reduzindo o ruído em bandas de frequência. Para tanto, mudanças nas configurações geométricas da célula unitária são desenvolvidas para otimizar a largura da banda de frequência e o nível de perda de transmissão. Uma outra abordagem interessante, que vem ganhando relevância em pesquisas mais recentes, é a disposição das células unitárias de forma periódica ao longo de um duto. Essa configuração, conhecida como metamateriais acústicos, geram bandas de frequência denominadas *band gaps*, que ocorrem devido a interferência destrutiva em ondas harmônicas. Desta maneira, o presente estudo tem como objetivo projetar e avaliar os silenciadores de câmara de expansão, câmara microperfurada e ressonador de Helmholtz de forma periódica, realizando variações paramétricas nas dimensões e geometrias das estruturas acústicas. O parâmetro de desempenho utilizado no estudo foi a perda de transmissão sonora, pois independe das impedâncias de origem e terminação. As respostas dinâmicas foram avaliadas através dos métodos dos elementos espectrais, matriz de transferência e elementos finitos, confirmando a boa convergência prevista na literatura. Além disso, com os resultados obtidos foi possível observar as regiões de *band gaps* para cada modelo padrão através do diagrama de dispersão e os níveis de atenuação por meio da resposta forçada e perda de transmissão, indicando que um dispositivo pode desempenhar com mais eficiência que outro em determinadas condições de aplicação em relação a banda de frequência e nível de atenuação.

**Palavras-chave:** Metamateriais, perda de transmissão, *band gaps*, silenciadores, acústica.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>JUSTIFICATIVA.....</b>	<b>9</b>
<b>3</b>	<b>OBJETIVOS .....</b>	<b>10</b>
3.1	OBJETIVO ESPECÍFICO .....	10
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>11</b>
4.1	SILENCIADOR DE CÂMARA DE EXPANSÃO.....	11
4.2	CÂMARA DE EXPANSÃO MICROPERFURADA - MÉTODO DA MATRIZ DE TRANSFERÊNCIA PARA SCMP .....	14
4.3	RESSONADOR DE HELMHOLTZ - MATRIZ DE TRANSFERÊNCIA PARA HR	16
4.4	ELEMENTOS ACÚSTICOS FORMULADOS POR PRESSÃO – FEM	17
<b>5</b>	<b>RESULTADOS.....</b>	<b>20</b>
5.1	MODELO PADRÃO – SCE.....	20
5.2	RESPOSTAS DINÂMICAS – SCE.....	21
5.3	MODELO PADRÃO – SCMP.....	25
5.4	RESPOSTAS DINÂMICAS – SCMP.....	25
5.5	RESPOSTAS DINÂMICAS – HR.....	29
5.6	COMPARAÇÃO DE TL.....	32
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>34</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>35</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A transmissão de ondas sonoras por sistemas de tubulação em aplicações de engenharia é, sem dúvidas, um dos principais causadores de transtorno relacionado a ruídos em ambientes industriais [1]. Além do transtorno habitual, é de conhecimento público que o ruído representa um grave perigo à saúde, levando a consequências irreparáveis como a perda auditiva [2]. Nesse sentido, faz-se necessário o controle de ruídos através de barreiras acústicas e/ou dispositivos de controle acústico capazes de atenuar essas transmissões sonoras indesejáveis.

Na engenharia acústica, é comum que o controle das propagações sonoras em dutos seja realizado por dispositivos conhecidos como silenciadores, muflas ou ressonadores, acoplados ao longo de sua estrutura [1,2]. A depender da forma de atenuação, seja por interferência destrutiva, absorção, dissipação ou reflexão de ondas, os dispositivos podem ser classificados em duas categorias: passivos e ativos [1].

Silenciadores passivos reativos, também chamados de muflas se caracterizam por dissipar o ruído em um duto mediante reflexão das ondas sonoras causadas por uma mudança de parâmetro no silenciador, seja por um comprimento, área, diâmetro ou impedância [1,2]. Nesse contexto, o filtro acústico que mais se destaca por conta da simplicidade estrutural e desempenho econômico é o silenciador de câmara de expansão (SCE) [3]. Entretanto, esse tipo de silenciador possui uma deficiência quanto ao nível atenuação do ruído quando comparado a outros tipos de silenciadores.

Outro silenciador do tipo passivo reativo é o ressonador de Helmholtz (HR). Os ressonadores de Helmholtz são constituídos por um gargalo conectado a uma cavidade volumétrica em que o gargalo e a cavidade atuam como os principais parâmetros para o controle de ruído em baixas frequências. Em dutos, a atenuação do som ocorre devido a mudança de impedância na região onde o ressonador for disposto, já que possibilita a reflexão do som para fonte incidente.

Segundo [5], uma analogia que se pode fazer para melhor entender os ressonadores de Helmholtz é compará-los a um sistema massa-mola-amortecedor, em que a massa de ar contida no gargalo do ressonador vai vibrar sobre a cavidade volumétrica que atua como uma mola e de um material poroso no gargalo do HR que atua como um amortecedor da pressão sonora emitida a uma certa vazão volumétrica,

muitas vezes desconsiderado devido sua pouca contribuição de amortecimento, por conta disso, a frequência de ressonância do sistema exerce a função de perda de transmissão sonora. Porém, os HR's somente são efetivos em banda de frequência estreita [6]. Por conta disso, há diversos interesses em abordagens que ampliem a eficiência dos HR's aumentando sua faixa de frequência efetiva para solução de problemas em engenharia.

Em silenciadores passivos dissipativos, a absorção do ruído ocorre por perdas termo-viscosas através do revestimento no interior do silenciador, geralmente material poroso como fibras de vidro e espumas, se destacando principalmente por absorverem bem os ruídos em faixas de frequência média e alta [4,7]. Todavia, esses materiais não são apropriados para diversas aplicações onde há necessidade de maior segurança em questões ligadas a saúde, como hospitais e industriais alimentícias por conta da descarga de partículas que ocorrem com o desgaste e em aplicações onde há necessidade de operar em espaço limitado, devido a sua robustez [7].

Por conta dessas deficiências, algumas alternativas foram desenvolvidas para ampliar as faixas de atenuação, segurança e respeito ao meio ambiente dos silenciadores passivos, podendo se destacar: a distribuição periódica dos silenciadores ao longo dos dutos (metamateriais) e a inserção de painel microperfurado no lugar de materiais porosos.

Os metamateriais consistem em células unitárias dispostas de forma periódica. Essa configuração estrutural recentemente introduzida apresenta alguns fenômenos acústicos peculiares como a não propagação de ondas harmônicas, gerando bandas de frequência conhecidas como *band gaps*, onde só há ondas evanescentes, ampliando as faixas de frequência de atenuação devido ao deslocamento das frequências naturais próximas dessas bandas para outras faixas de frequências [8,9]. Tal abordagem vem ganhando força no campo acústico pois além de ampliar a faixa de atuação da mufla, permite a utilização em espaço limitado fundamental para aplicações industriais [6].

Adicionalmente, a inserção de painéis microperfurados (MPP) em estruturas acústicas periódicas ou não, têm sido amplamente aplicados em estudos numéricos e experimentais. Tal abordagem, vem se destacando na engenharia acústica em virtude de serem absorvedores recuperáveis, não combustíveis e amigos do meio ambiente, em outras palavras, ecologicamente corretos [7].



Inicialmente propostos por [10], os silenciadores de câmara microperfurada (SCMP) possuem uma estrutura perfurada com alguns microporos de tamanho submilimétricos em um painel com uma espessura fina, ocorrendo absorção sonora quando a onda incidente passa pelos microfuros, sendo o princípio de funcionamento o mesmo utilizado nos ressonadores de Helmholtz [11]. De modo geral, as bandas de frequência de absorção ou *band gaps* no SCMP dependem de diâmetro do microfuro, da taxa de perfuração e da espessura do painel, fornecendo absorção de ruído na faixa de frequência requerida por conta das centenas de microfuros dispostos [7,11].

Atualmente, devido ao avanço nos estudos dos SCMP, o que antes era uma deficiência, como o fato dos microfuros serem realizados por tecnologia a laser, aumentando custo de fabricação comercial, ou pela limitada banda frequência de atuação, agora pode ser resolvido [7]. [Colina *et al*, 12] Propôs a utilização de uma técnica de fabricação que se utiliza de uma mistura de polímeros e grãos de sal para obtenção das perfurações necessárias, diminuindo o custo de fabricação. Já [13] investigou a diminuição dos diâmetros dos furos para tamanhos ultra milimétricos, comprovando que há uma melhor capacidade de absorção em uma ampla faixa de frequência, obtendo perfurações cada vez menores.

Adicionalmente, [14] também utilizou a abordagem de metamaterias dispostos de forma periódica em silenciadores de câmara microperfurado (SCMP) para aumentar a banda de frequência pela característica de dispersão na perda geral de transmissão sonora. Atualmente, [15] estudou a associação de diferentes características de frequência em paralelo, numérica e experimentalmente, com incidência de ondas oblíquas e campo difuso, revelando resultados promissores.

O parâmetro principal para se analisar o desempenho em muflas é a perda de transmissão sonora (TL) no domínio da frequência [16]. A TL é utilizada como parâmetro principal para escolha de um silenciador pois independe das impedâncias de origem e terminação, sendo caracterizada pela diferença de pressão da onda incidente e transmitida [17,18].

É comum que métodos analíticos e numéricos no domínio da frequência sejam formulados em detrimento do método dos elementos finitos (FEM), já que essas formulações alcançam resultados bastante aproximados com soluções exatas, reduzindo custo computacional [19].

Portanto, o método do elemento espectral (SEM) e o método da matriz de transferência (TMM), métodos analíticos no domínio da frequência, foram formulados

para se obter a resposta forçada do sistema, sendo posteriormente o TMM implementada para se obter a TL, conforme introduzido por [20]. O teorema de Floquet-Bloch fora implementando juntamente ao SEM e TMM para obtenção do diagrama de dispersão, que nos dá as regiões de absorção dos ruídos, ou seja, os *band gaps*. Os resultados analíticos foram comparados as respostas numéricas gerada pelo FEM simuladas no *software comsol 5.6*.

## 2 JUSTIFICATIVA

Sendo muito importante para o controle de ruídos, os silenciadores acústicos são muito utilizados na indústria e no ambiente urbano para controle de sons indesejados de máquinas como ventiladores, automóveis, turbinas de aviões e motores. Sendo estudados desde a antiguidade, esses dispositivos são capazes de melhorar a vida das pessoas gerando conforto e segurança. Antes estudados como célula unitária, as muflas estão sendo desenvolvidas tecnologicamente, ampliando sua região e capacidade de atenuação. Um desses avanços são os metamateriais, estruturas que possuem silenciadores acoplados em torno do comprimento de um duto, agrupados de forma normalmente periódica. O presente trabalho busca desenvolver modelos analíticos e numéricos afim de somar com trabalhos já desenvolvidos e suprir a necessidade de novas pesquisas na área de metamaterias acústicos.

### 3 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é modelar estruturas metamateriais acústicas e utilizar o método do elemento espectral (SEM), método da matriz de transferência (TMM) e método dos elementos finitos (FEM) para avaliar e comparar as respostas dinâmicas alterando os parâmetros das estruturas padrão.

#### 3.1 OBJETIVO ESPECÍFICO

- Desenvolver a estrutura metamaterial dos silenciadores de câmara de expansão, câmara microperfurada e ressonador de Helmholtz pelo método da matriz de transferência, elemento espectral e elementos finitos.
- Desenvolver o modelo em *software* comercial afim de validar os modelos e os métodos analíticos.
- Fazer uma avaliação paramétrica através de mudanças geométricas das estruturas acústicas.
- Determinar os melhores parâmetros para a eficiência do silenciador a partir da TL.
- Comparar os resultados da TL obtida pelos métodos TM, SE e FE dos silenciadores propostos.

## 4 METODOLOGIA

### 4.1 SILENCIADOR DE CÂMARA DE EXPANSÃO

#### 4.1.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS ESPECTRAIS

Considerando que apenas ondas planas se propagam dentro de um duto ao longo de sua direção axial  $x$ , necessária para descrever o campo acústico, a matriz do elemento espectral pode ser obtida a partir da equação da propagação de onda clássica em 1D [21].

$$\frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c} \frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

Em que  $p$  é a pressão acústica,  $c$  é a velocidade acústica da onda e  $t$  é o tempo. A Equação (1) precisa ser transformada para o domínio da frequência, portanto é necessário aplicar a *Discrete Fourier Transform* (DFT). Temos que a pressão pode ser representada na forma espectral por:

$$\frac{d^2 p(x, \omega)}{dx^2} + k^2 p(x, \omega) = 0 \quad (2)$$

Em que  $k = \omega/c$  é o número de onda e  $\omega$  é a frequência angular. Portanto, para um elemento de comprimento  $L$ , a solução geral para a Equação (2) é obtida na forma:

$$p(x) = a_1 e^{-ikx} + a_2 e^{ikx} \quad (3)$$

Em que  $a_1$  e  $a_2$  são constantes dependentes das condições de contorno para as ondas incidentes e refletidas, respectivamente.

Aplicando as condições de contorno do problema é possível determinar as constantes de amplitude  $a_1$  e  $a_2$  das ondas da Equação (3). Considerando um duto de comprimento  $L$  em que a posição de entrada é  $x = 0$  e saída  $x = L$ , temos:

$$\begin{Bmatrix} P(0) \\ P(L) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_0 \\ P_L \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ e^{-ikL} & e^{ikL} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Resolvendo o sistema da Equação (4) e utilizando a identidade de Euler, encontra-se os valores das constantes em função das condições de contorno.

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{P_0 \sin(kL) + iP_L - iU_o \cos(kL)}{2 \sin(kL)} \\ a_2 &= \frac{U_o \sin(kL) + iU_o \cos(kL) - iP_L}{2 \sin(kL)} \end{aligned} \quad (5)$$

Substituindo os valores encontrados na Equação (5) na Equação (3) e aplicando a identidade de Euler com as relações trigonométricas necessárias, temos:

$$P(x) = g_1(x)P_0 + g_2(x)P_L \quad (6)$$

Em que  $g_1(x)$  e  $g_2(x)$  são as funções de forma,

$$\begin{aligned} g_1(x) &= \csc(kL) \sin((L-x)k) \\ g_2(x) &= \csc(kL) \sin(kx) \end{aligned} \quad (7)$$

Segundo [20] a velocidade de volume pode ser relacionada com a pressão acústica por:

$$p'(x) = -ikY \cdot v \quad (8)$$

Em que  $Y = c/S$  e  $S$  são a impedância acústica característica e seção transversal do duto, respectivamente, e  $v$  a velocidade de volume dada por:

$$v = \frac{a_1 e^{-ikx} - a_2 e^{ikx}}{Y} \quad (9)$$

Substituindo a Equação (6) na Equação (8) e aplicando as condições de contorno, temos:

$$\begin{Bmatrix} V(0) \\ V(L) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} V_0 \\ V_L \end{Bmatrix} = \frac{1}{i\mathbf{k}Y} \begin{bmatrix} \cot(\mathbf{k}L) & -\csc(\mathbf{k}L) \\ -\csc(\mathbf{k}L) & \cot(\mathbf{k}L) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_0 \\ P_L \end{Bmatrix} = \mathbf{S}(\mathbf{k}) \begin{Bmatrix} P_0 \\ P_L \end{Bmatrix} \quad (10)$$

Em que  $\mathbf{S}(\mathbf{k})$  é a matriz do elemento espectral, também chamada de matriz de rigidez dinâmica exata.

#### 4.1.2 MÉTODO DA MATRIZ DE TRANSFERÊNCIA ESPECTRAL

O TMM no domínio da acústica é utilizado quando um sistema pode ser discretizado totalmente, representando uma sequência de elementos que se conectam por nós. A matriz de transferência relaciona a pressão e velocidade de volume nos pontos de entrada e saída do silenciador, da forma:

$$\begin{Bmatrix} P_0 \\ V_0 \end{Bmatrix} = [\mathbf{T}] \begin{Bmatrix} P_L \\ V_L \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Em que  $\mathbf{T}$  é a matriz de transferência espectral do duto, que consiste em quatro elementos dependentes da frequência  $T_{11}, T_{12}, T_{13}$ , e  $T_{14}$ . Fazendo as manipulações algébricas da Equação (10), é obtido:

$$\begin{aligned} T_{11} &= \cos(\mathbf{k}L) \\ T_{12} &= iY \sin(\mathbf{k}L) \\ T_{21} &= i\sin(\mathbf{k}L)/Y \\ T_{22} &= \cos(\mathbf{k}L) \end{aligned} \quad (12)$$

Podendo a Equação (11) ser representada da maneira:

$$\mathbb{Q}_0 = \mathbf{T}\mathbb{Q}_L \quad (13)$$

Em que  $\mathbb{Q}_0 = \{P_0 \ V_0\}^T$  e  $\mathbb{Q}_L = \{P_L \ V_L\}^T$  são os vetores de estado da entrada  $x = 0$  e da saída  $x = L$  do SCE. Como a matriz de transferência é um método que trabalha com cada elemento da estrutura, cada elemento é representado por uma matriz de transferência. Portanto, o SCE pode ser representado pelo duto antes da

entrada da câmara de expansão, na câmara de expansão e no duto depois da câmara de expansão. Portanto, o sistema duto-SCE-duto representado por (11) é:

$$\mathbb{Q}_0 = \mathbf{T}_d \mathbf{T}_c \mathbf{T}_d \quad (14)$$

Em que  $\mathbf{T}_d$  e  $\mathbf{T}_c$  são as matrizes de transferência do duto e da câmara de expansão. A perda de transmissão, parâmetro utilizado para analisar o desempenho dos silenciadores, em um SCE pode ser calculada da seguinte forma [22]:

$$TL = 20 \cdot \log \left\{ \cos(kL) + \left( i \left( \frac{Y_2}{Y_1} \right) \frac{\sin(kL)}{2} \right) + \left( i (Y_1/Y_2) \frac{\sin(kL)}{2} \right) \right\} \quad (15)$$

#### 4.2 CÂMARA DE EXPANSÃO MICROPERFURADA - MÉTODO DA MATRIZ DE TRANSFERÊNCIA PARA SCMP

Considerando que só há transmissão de ondas planas dentro do duto e da câmara microperfurada, a Equação (2) que governa o sistema pode ser expressada da forma [14]:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 P_0}{dx^2} + \left( k^2 - \frac{4}{d_d} \frac{ik}{z} \right) P_0 + \left( \frac{4}{d_d} \frac{ik}{z} \right) P_L &= 0 \\ \frac{d^2 P_L}{dx^2} + \left( \frac{4d_d}{(d_c^2 - d_d^2)} \frac{ik}{z} \right) P_0 + \left( k^2 - \frac{4d_d}{(d_c - d_d^2)} \frac{ik}{z} \right) P_L &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Em que  $d_d$  e  $d_c$  são os diâmetros do duto e da câmara de expansão microperfurada, e  $z$  é a impedância acústica adimensional da microperfuração [14], que pode ser representada por:

$$z = \frac{32\eta}{\sigma\rho c} \frac{t}{d_h^2} \left[ \sqrt{1 + \frac{K^2}{32} + \frac{\sqrt{2}}{32} K \frac{d_h}{t}} \right] + i \frac{\omega t}{\sigma c} \left[ 1 + \frac{1}{\sqrt{3 + \frac{K^2}{2}}} + 0.85 \frac{d_h}{t} \right] \quad (17)$$

Em que  $\eta$  é a viscosidade do ar,  $\sigma$ ,  $d_h$  e  $t$  são, respectivamente, a porosidade, diâmetro do microfuro e a espessura do microperfurado. E  $K = d_h \sqrt{(\omega\rho/4\eta)}$ .



Utilizando a Equação (16) na Equação (8) que relaciona velocidade e pressão acústica, temos:

$$\frac{d}{dx} \begin{Bmatrix} P_0 \\ -V_0 \\ P_L \\ -V_L \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & ikY_1 & 0 & 0 \\ \frac{ik}{Y_1} + \frac{4}{d_d z Y_1} & 0 & -\frac{4}{d_d z Y_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ikY_2 \\ -\frac{4d_d}{(d_c^2 - d_d^2) z Y_2} & 1 & -i + \frac{4d_d}{(d_c^2 - d_d^2) z Y_2} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_0 \\ -V_0 \\ P_L \\ -V_L \end{Bmatrix} \quad (18)$$

Em que  $Y_1$  e  $Y_2$  são as impedâncias características do duto e da câmara microperfurada. A matriz da Equação (18) pode ser representada na forma compacta por:

$$\frac{d}{dx} \begin{Bmatrix} P_0 \\ -V_0 \\ P_L \\ -V_L \end{Bmatrix} = \mathbf{A} \frac{d}{dx} \begin{Bmatrix} P_0 \\ -V_0 \\ P_L \\ -V_L \end{Bmatrix} \quad (19)$$

Assumindo que a parede da câmara externa seja rígida e as condições iniciais sejam:

$$\begin{aligned} V_L(0) &= 0 \\ V_L(L) &= 0 \end{aligned} \quad (20)$$

Aplicando as condições de contorno abaixo, a matriz  $4 \times 4$  é reduzida para uma matriz  $2 \times 2$  da seguinte maneira:

$$\mathbf{T}_M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{13} & M_{14} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Em que:

$$\begin{aligned} M_{11} &= A_{11} - \frac{A_{13}A_{41}}{A_{43}} & M_{12} &= A_{12} - \frac{A_{13}A_{42}}{A_{43}} \\ M_{13} &= A_{21} - \frac{A_{23}A_{41}}{A_{43}} & M_{14} &= A_{22} - \frac{A_{23}A_{42}}{A_{43}} \end{aligned} \quad (22)$$

Portanto, a matriz  $\mathbf{T}_M$  é a matriz de transferência da região microperfurada do duto. Sendo assim, a matriz de transferência da célula unitária composta por duto-câmara microperfurada-duto pode ser representada por:

$$\mathbf{T}_{TMM} = \mathbf{T}_d \mathbf{T}_M \mathbf{T}_d \quad (23)$$

#### 4.3 RESSONADOR DE HELMHOLTZ - MATRIZ DE TRANSFERÊNCIA PARA HR

Assumindo as mesmas condições de propagação dadas para um SCE, a solução para Equação (1) é dada na forma:

$$\mathbf{P}(x) = A e^{-ikx} + B e^{ikx} \quad (24)$$

A pressão acústica e a velocidade de volume podem ser relacionadas pela equação de Euler linear [21]:

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (25)$$

Em que  $\rho$  é a densidade do fluido. Substituindo a Equação (24) na Equação (25) e reorganizando em função da velocidade, temos:

$$v = - \frac{S}{\rho c} (A e^{-ikx} - B e^{ikx}) \quad (26)$$

Em que as constantes de amplitude de onda incidente  $A$  e refletida  $B$  são encontradas aplicando as mesmas condições de contorno utilizadas para SCE. Portanto, aplicando  $x = 0$  e  $x = L$  e reorganizando a Equação (26) encontramos a matriz de transferência espectral do duto, como:

$$\begin{Bmatrix} V_0 \\ P_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\mathbf{k}L_e) & iY \sin(\mathbf{k}L_e) \\ i \sin(\mathbf{k}L_e)/Y & \cos(\mathbf{k}L_e) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_L \\ P_L \end{Bmatrix} \text{ ou } \mathbb{Q}_0 = \mathbf{T}_d \mathbb{Q}_L \quad (27)$$

Em que  $L_e = L + 0.6a$  é o comprimento efetivo do duto e  $L$  e  $a$  são, respectivamente, o comprimento e raio do duto principal. Unindo a Equação (24) com a Equação (26) para metade do duto  $x = L/2$ , temos que:

$$\begin{Bmatrix} V_0 \\ P_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_{HR}} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_L \\ P_L \end{Bmatrix} \text{ ou } \mathbb{Q}_0 = \mathbf{T}_{HR} \mathbb{Q}_L \quad (28)$$

Em que  $Z_{HR}$  é a impedância acústica da cavidade e  $\mathbf{T}_{HR}$  a matriz de transferência espectral da cavidade do HR. Portanto, a célula unitária de um ressonador de Helmholtz pode ser obtida multiplicando as matrizes de transferência de cada elemento do ressonador, duto-ressonador-duto, então:

$$\mathbb{Q}_0 = \mathbf{T}_d \mathbf{T}_{HR} \mathbf{T}_d \mathbb{Q}_L \text{ ou } \mathbf{T}_{DHR} \mathbb{Q}_L \quad (29)$$

A perda de transmissão sonora pode ser obtida da matriz de transferência da célula unitária, dada por:

$$STL = 20 \log \left( \frac{TDHR_{11} + \frac{S}{\rho c} TDHR_{12} + \frac{S}{\rho c} TDHR_{21} + TDHR_{22}}{2} \right) \quad (30)$$

#### 4.4 ELEMENTOS ACÚSTICOS FORMULADOS POR PRESSÃO – FEM

De acordo com [23] a pressão acústica  $p$  dentro de um elemento finito pode ser escrito como

$$p = \sum_{i=1}^m N_i p_i \quad (31)$$

Em que  $N_i$  é um conjunto de funções de forma linear,  $p_i$  são as pressões nodais acústicas no nó  $i$  e  $m$  é o número de nós que formam o elemento. Para elementos acústicos formulados sob pressão, a equação de elementos finitos sem perdas para o fluido é,

$$[\mathbf{M}_f]\{\ddot{\mathbf{P}}\} + [\mathbf{K}_f]\{\mathbf{P}\} = \{\mathbf{F}_f\} \quad (32)$$

Em que  $[\mathbf{K}_f]$  é a matriz de rigidez do fluido equivalente,  $[\mathbf{M}_f]$  é a matriz de massa do fluido equivalente,  $\{\mathbf{F}_f\}$  é um vetor de cargas de fluido aplicadas,  $\{\mathbf{p}\}$  é um vetor de pressões acústicas nodais desconhecidas e  $\{\dot{\mathbf{p}}\}$  é um vetor da segunda derivada da pressão acústica em relação ao tempo.

Os elementos acústicos formulado sob pressão podem ser conectados a elementos estruturais para que os dois se acoplem, a pressão acústica atua sobre uma estrutura que a faz vibrar, e o mesmo ocorre quando uma estrutura vibrante faz com que o som seja gerado em um fluido acústico.

As equações de movimento acústico para estrutura são,

$$[\mathbf{M}_s]\{\ddot{\mathbf{U}}\} + [\mathbf{K}_s]\{\mathbf{U}\} = \{\mathbf{F}_s\} \quad (33)$$

Em que  $[\mathbf{K}_s]$  é a matriz de rigidez estrutural,  $[\mathbf{M}_s]$  é a matriz de massa estrutural,  $\{\mathbf{F}_s\}$  é um vetor de cargas estruturais aplicadas,  $\{\mathbf{U}\}$  é um vetor de deslocamentos nodais desconhecidos e, portanto,  $\{\ddot{\mathbf{U}}\}$  é um vetor de segunda derivada dos deslocamentos em relação ao tempo, equivalente à aceleração dos nós. A interação do fluido e da estrutura ocorre na interface entre a estrutura e os elementos acústicos, onde a pressão acústica exerce uma força sobre a estrutura e o movimento da estrutura produz uma pressão. Para explicar o acoplamento entre a estrutura e o fluido acústico, termos adicionais são adicionados às equações de movimento para a estrutura e o fluido, de densidade  $\rho_0$ , respectivamente, como [23]:

$$[\mathbf{M}_s]\{\ddot{\mathbf{U}}\} + [\mathbf{K}_s]\{\mathbf{U}\} = \{\mathbf{F}_s\} + [\mathbf{R}]\{\mathbf{P}\} \quad (34)$$

$$[\mathbf{M}_f]\{\ddot{\mathbf{P}}\} + [\mathbf{K}_f]\{\mathbf{P}\} = \{\mathbf{F}_f\} - \rho_0[\mathbf{R}]^T\{\dot{\mathbf{U}}\} \quad (35)$$

Em que  $[\mathbf{R}]$  é a matriz de acoplamento que leva em conta a área superficial associada a cada nó na interface fluido-estrutura. As Equações (34) e (35) podem ser transformadas em uma Equação matricial incluindo os efeitos do amortecimento como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & 0 \\ \rho_0 \mathbf{R}^T & \mathbf{M}_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{U}} \\ \ddot{\mathbf{P}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{U}} \\ \dot{\mathbf{P}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & -\mathbf{R} \\ 0 & \mathbf{K}_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{P} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_s \\ \mathbf{F}_f \end{Bmatrix} \quad (36)$$

Em que  $[\mathbf{C}_s]$  e  $[\mathbf{C}_f]$  são as matrizes de amortecimento estrutural e acústico, respectivamente. Para análises harmônicas, estas equações podem ser reduzidas a uma expressão sem diferenciais como:

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 \mathbf{M}_s + i\omega \mathbf{C}_s + \mathbf{K}_s & -\mathbf{R} \\ -\omega^2 \rho_0 \mathbf{R}^T & -\omega^2 \mathbf{M}_f + i\omega \mathbf{C}_f + \mathbf{K}_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{P} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_s \\ \mathbf{F}_f \end{Bmatrix} \quad (37)$$

A matriz da Equação (37) é assimétrica. Portanto, a inversão da matriz da Equação (37) leva mais tempo para ser calculada. Para simplificar essa operação, pode ser definido uma variável de transformação para as pressões nodais como [23]:

$$\dot{\mathbf{q}} = i\omega \mathbf{q} = \mathbf{P} \quad (38)$$

Substituindo na Equação (37) para que o sistema de equações se torne,

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 \mathbf{M}_s + i\omega \mathbf{C}_s + \mathbf{K}_s & -i\omega \mathbf{R} \\ -i\omega \mathbf{R}^T & \frac{\omega^2 \mathbf{M}_f - i\omega \mathbf{C}_f - \mathbf{K}_f}{\rho_0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{P} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_s \\ \frac{i \mathbf{F}_f}{\omega \rho_0} \end{Bmatrix} \quad (39)$$

A Equação (39) possui uma matriz simétrica que pode ser invertida e resolvida para vetores de deslocamentos nodais estruturais  $\mathbf{U}$  e a variável de transformação para pressões nodais  $\mathbf{q}$ , mais rapidamente que a formulação assimétrica da Equação (37). As pressões nodais podem ser calculadas usando a Equação (38).

## 5 RESULTADOS

O primeiro modelo periódico avaliado foi o SCE, em que fora utilizado todos os métodos numéricos SEM, TMM e FEM. O segundo modelo simulado fora o SCMP, em que devido à complexidade geométrica só foi possível a aplicação dos métodos TMM e FEM. Para o HR, os métodos TMM e FEM foram utilizados. Para cada silenciador foi elaborado um modelo padrão, com geometria e propriedades iniciais, para que se fizesse as variações paramétricas em cima dos valores padrões.

### 5.1 MODELO PADRÃO – SCE

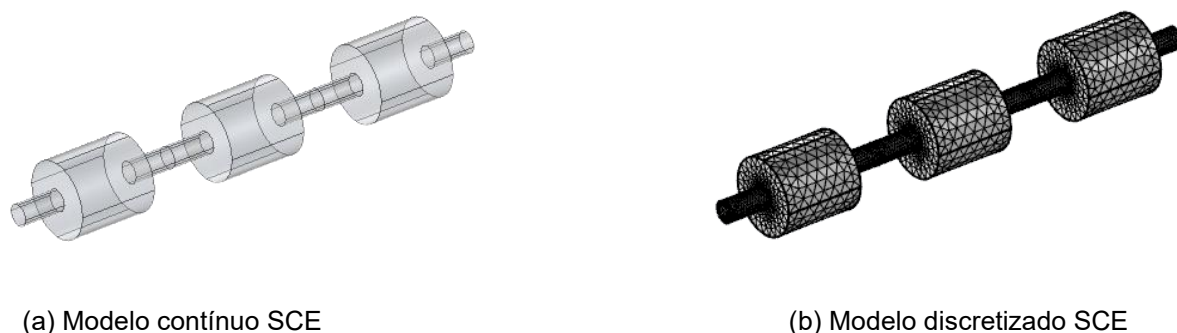
Para o modelo padrão do silenciador de câmara de expansão, os valores dos parâmetros da geometria e das propriedades do ar estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Geometria e propriedades do SCE.

<b>Geometria/Propriedade</b>	<b>Valor</b>
Diâmetro do duto ( $m$ )	$50 \cdot 10^{-3}$
Comprimento do duto ( $m$ )	$100 \cdot 10^{-3}$
Diâmetro da câmara de expansão ( $m$ )	$175 \cdot 10^{-3}$
Comprimento da câmara de expansão ( $m$ )	$185 \cdot 10^{-3}$
Velocidade ( $m/s$ )	343.3
Densidade ( $kg/m^3$ )	1,204
Viscosidade ( $Pa \cdot s$ )	$1,8 \cdot 10^{-5}$
Células	3

A Figura 1 mostra o modelo periódico do SCE com três células e sua discretização. Para a discretização foi utilizado o módulo acústico no *Comsol*, discretizando a estrutura em uma malha extra fina, variando a frequência de 0 a 2500 Hz. O FEM só fora utilizado para o cálculo da TL.

Figura 1: Modelo padrão do SCE.



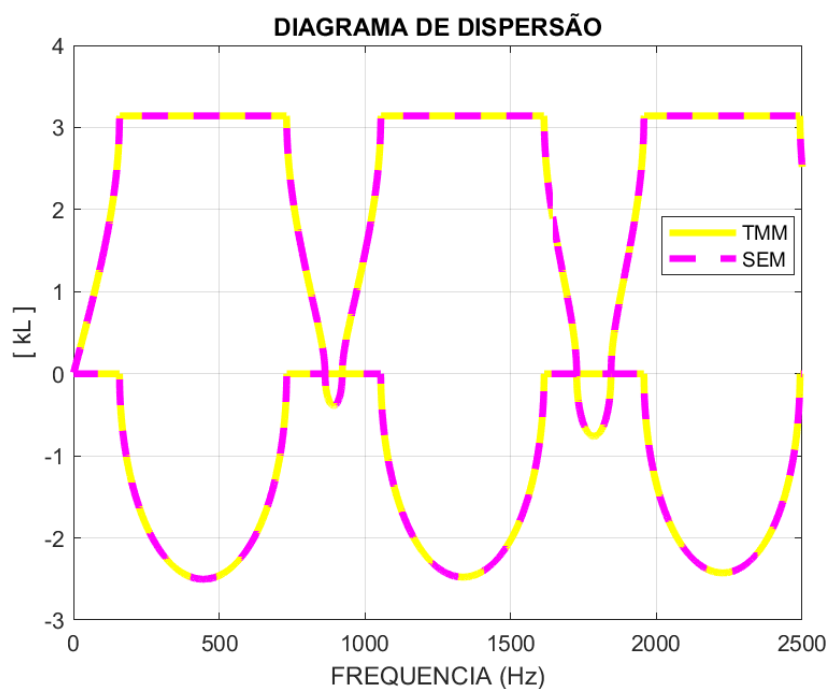
(a) Modelo contínuo SCE

(b) Modelo discretizado SCE

## 5.2 RESPOSTAS DINÂMICAS – SCE

A Figura 2 mostra o diagrama de dispersão para o silenciador de câmara de expansão convencional periódico padrão. O diagrama de dispersão apresenta a parte real e imaginária, em que a parte real representa as ondas que se propagam e a parte imaginária as ondas evanescentes. A região de ondas evanescentes é também conhecida como *band gaps*, uma faixa de atenuação que ocorre na parte imaginária do diagrama de dispersão. Para os SCE, a região de atenuação ocorre nas faixas de frequência em que a parte real assume um valor de  $\pi$  ou  $0$  e a parte imaginária é diferente de zero, ou seja, a atenuação ocorre pelo efeito destrutivo de *Bragg*.

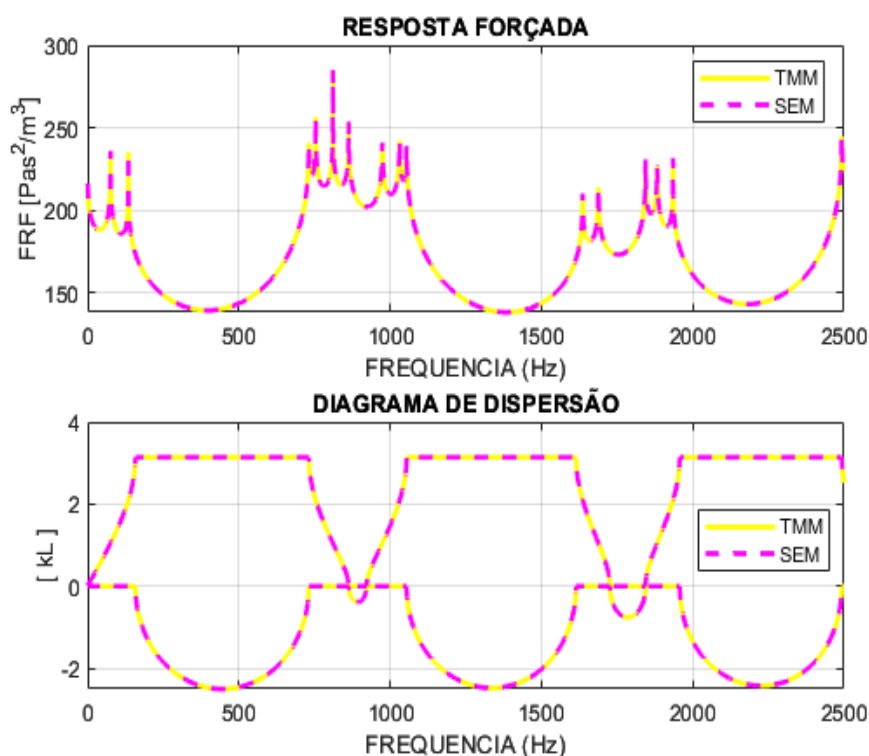
Figura 2: Diagrama de dispersão padrão – SCE.



O diagrama de dispersão do modelo padrão do SCE exibe três regiões completas de *Band gaps* nas faixas de 158 – 732 Hz, 1053 – 1615 Hz e 1954 – 2493 Hz. É também possível observar a convergência entre os métodos analíticos SEM e TMM para toda faixa de frequência.

A resposta forçada apresenta, assim como o diagrama de dispersão, as faixas de atenuação sonora que ocorrem os *Band gaps* mais o nível de atenuação. A Figura 3 exibe a FRF para o modelo do SCE padrão periódico, assim como a comparação das faixas de atenuação entre o diagrama de dispersão e da resposta forçada. Para a resposta forçada foram utilizadas velocidades de massa na entrada e saída conhecidas, além da condição anecoica para estrutura.

Figura 3: Resposta forçada padrão – SCE.



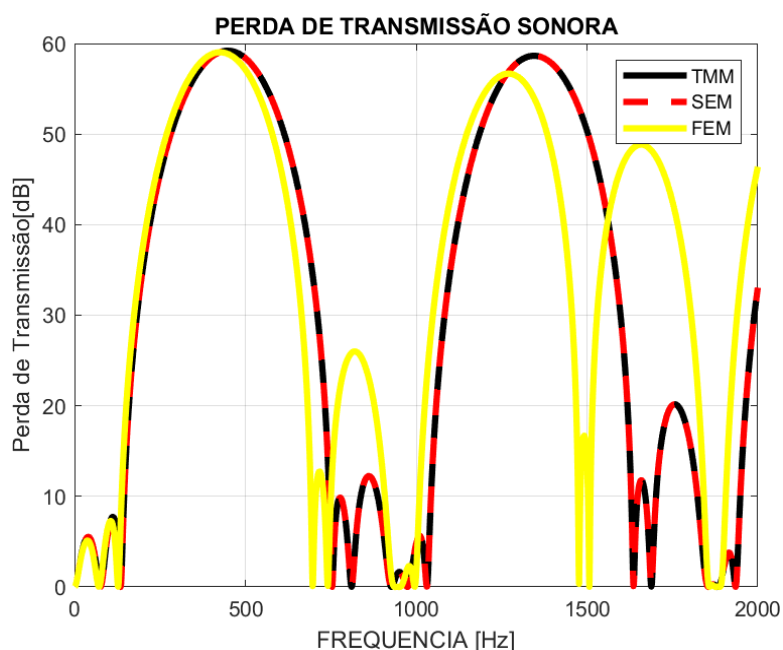
É possível observar que as regiões de atenuação das duas respostas são as mesmas. E da mesma forma que o diagrama de dispersão, a resposta forçada converge para todas as faixas de frequências para os métodos SE e TM. Além disso, é possível perceber que a FRF apresenta as regiões de atenuação devido ao espalhamento de *Bragg*.



### 5.2.1 PERDA DE TRANSMISSÃO SONORA – TL

A perda de transmissão sonora foi utilizada para avaliar a eficiência dos silenciadores, em que a perda de transmissão é caracterizada pela diferença entre a pressão sonora incidente e transmitida. A Figura 4 exibe o resultado da TL para o modelo SCE padrão.

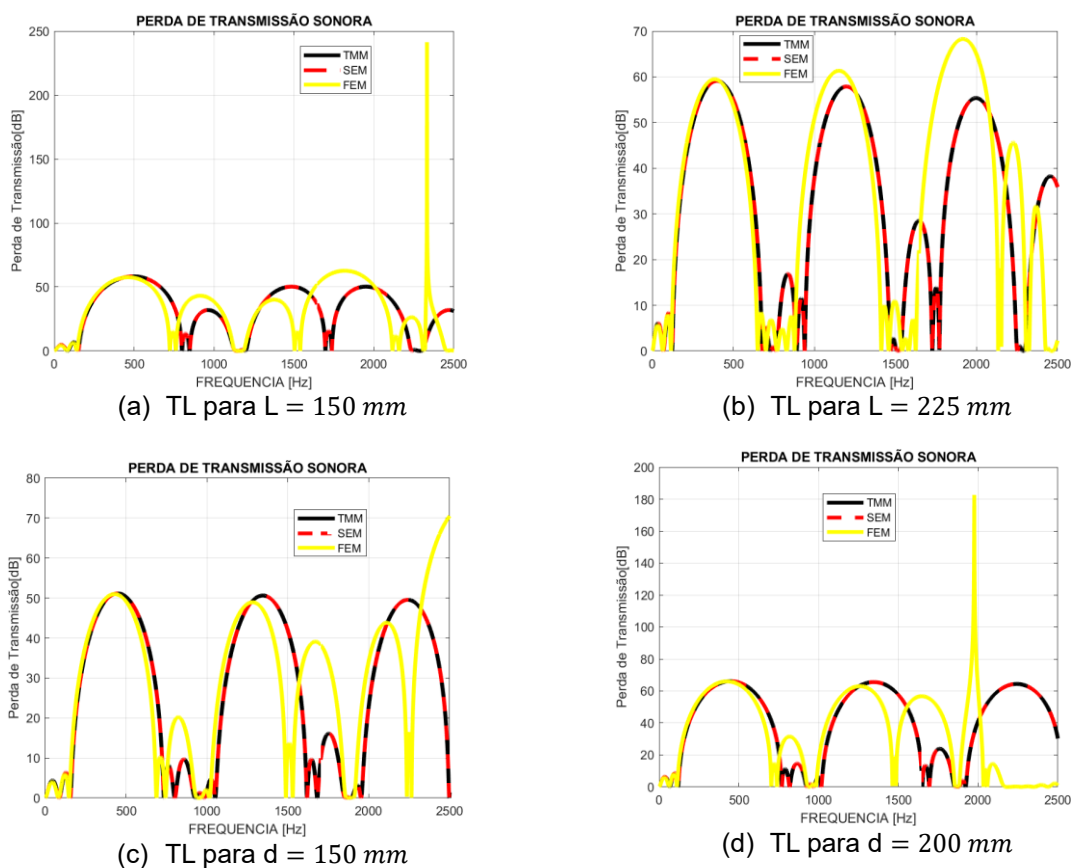
Figura 4: Perda de transmissão sonora padrão – SCE.



Analisando a Figura 4 é possível observar que existe convergência entre os métodos SE, TM e FE em alguns pontos nas frequências mais baixas e a medida com que a frequência aumenta começa-se perceber a divergência entre os métodos analíticos e numérico. Isso se justifica devido a análise dos métodos analíticos serem feitos em 1D e numérico em 3D. Enquanto o modelo 1D aborda apenas ondas axiais, o modelo 3D inclui outros modos de onda, como o radial, validando mais a resposta. Além disto, o refinamento da malha utilizada pode ser melhorado, utilizando-se de uma discretização mais fina. Ademais, percebe-se que a TL mais alta está relacionada com as baixas e médias bandas de frequências, entre 158 – 733 Hz e 1059 – 1618 Hz, com valores máximos de 58 e 59 [dB], para os métodos analíticos nas regiões de baixas e médias frequências, respectivamente. Para o FEM, a atenuação da primeira banda coincide com o método analítico e aumentando-se a frequência é percebido uma queda da TL por volta de 56 [dB] na segunda região de *band gap*.

Para as variações paramétricas foi modificado o comprimento e o diâmetro da câmara de expansão. A variação de comprimento e diâmetro são representados pelas constantes  $L$  e  $d$ , respectivamente, em que se variou as medidas em relação aos valores padrões da Tabela 1. A Figura 5 exibe os resultados da TL para cada variação.

Figura 5: TL para as variações paramétricas – SCE



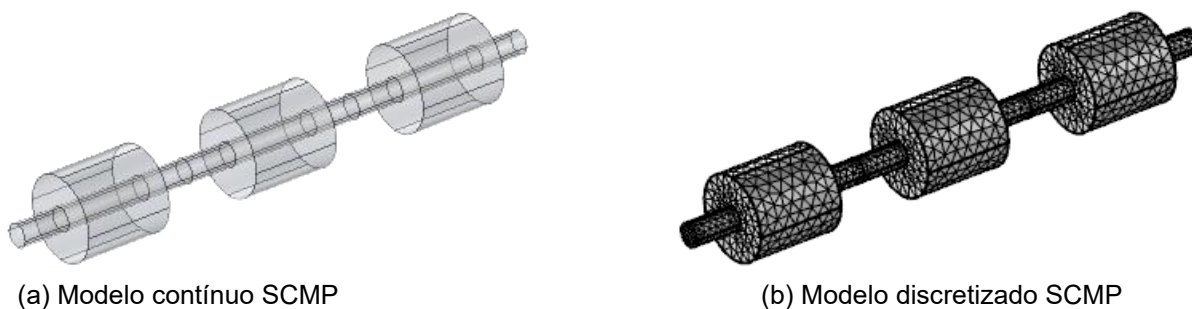
Embora as faixas de frequências permaneçam as mesmas, é possível notar uma melhora significativa no desempenho acústico quando se aumenta o diâmetro da câmara de expansão na análise analítica e numérica. O nível de atenuação aumentou cerca de 10% em relação ao modelo padrão para o SEM, TMM e FEM para primeira faixa de atenuação, enquanto que com a diminuição do diâmetro houve uma queda de cerca de 20% no nível de atenuação na primeira região de *band gap*. Para a variação de comprimento não houve mudança significativa na faixa e nível de atenuação, o que revela a não necessidade de um comprimento maior da estrutura de expansão para uma boa atenuação de ruído.

### 5.3 MODELO PADRÃO – SCMP

Para o modelo padrão do silenciador de câmara microperfurada, os valores dos parâmetros da geometria e das propriedades do ar estão apresentados na Tabela 1, além das microperfurações que foram consideradas com diâmetro  $d_h = 1mm$ , número de furos  $N_f = 500$  e espessura interna do duto  $t = 2mm$ .

A Figura 6 mostra o modelo padrão periódico do SCMP com três células e sua discretização. Para a discretização do modelo foi utilizada uma malha normal devido à complexidade geométrica da estrutura, necessitando de custo computacional elevado dada a limitação da máquina de simulação. Para análise das respostas dinâmicas se variou a frequência de 0 a 2000 Hz.

Figura 6: Modelo padrão do SCMP



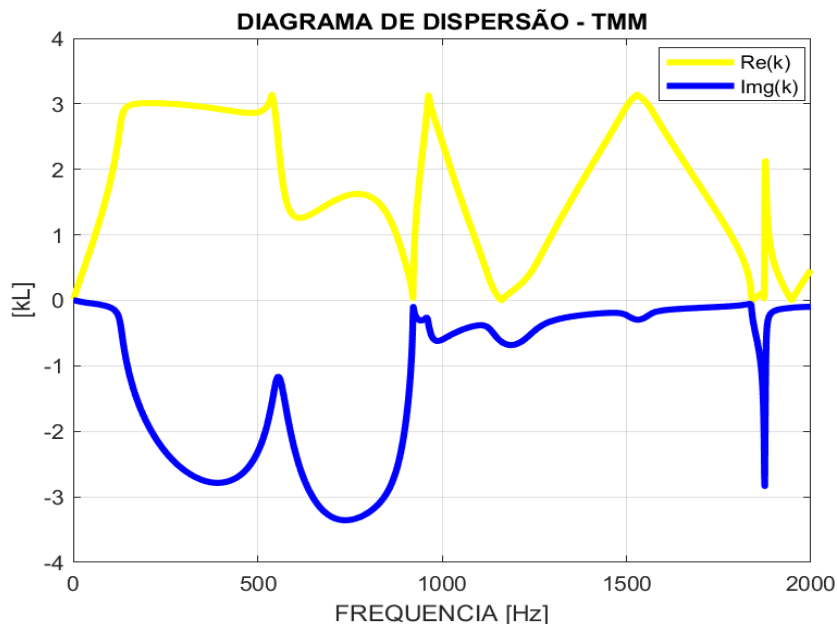
É possível observar que na Figura 6 um duto interno microperfurado é posicionado na câmara de expansão, diferenciando da câmara de expansão convencional.

### 5.4 RESPOSTAS DINÂMICAS – SCMP

Para o modelo padrão, devido à complexidade geométrica da estrutura microperfurada, foi desenvolvido apenas o método TM para avaliação analítica. O diagrama de dispersão do modelo padrão é exibido na Figura 7. É possível notar que, diferente do SCE, o diagrama de dispersão do SCMP se comporta de maneira exótica devido aos efeitos de dissipação que ocorrem por conta dos microfuros presentes no duto interno, fazendo com que as ondas continuem se propagando nas regiões de *band gaps* com um fator de amortecimento. Além disso, o gráfico de dispersão mostra que os *band gaps* para o SCMP apresentam uma faixa de frequência larga na primeira

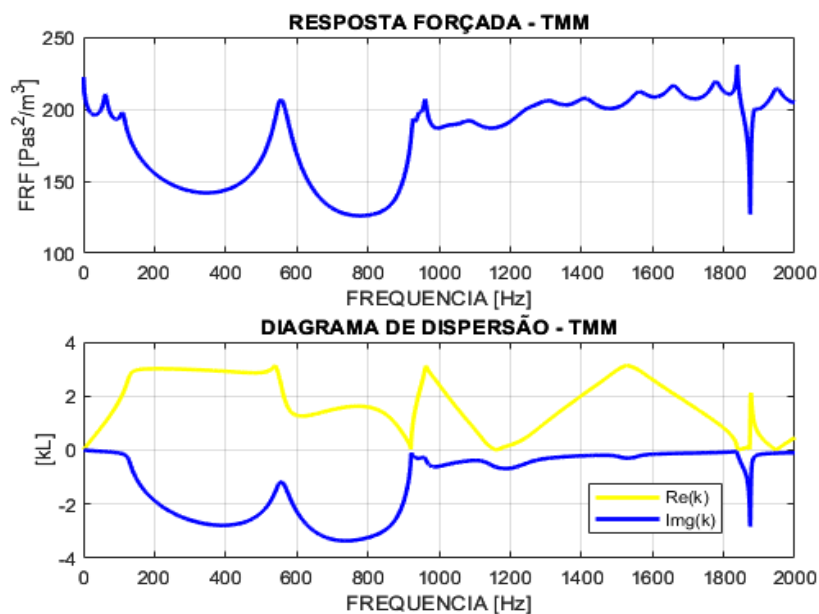
banda, 146 – 916 Hz, somada à um efeito de ressonância local perto dos 1800 Hz, evidenciando a atuação eficiente em frequências baixas.

Figura 7: Diagrama de dispersão – SCMP.



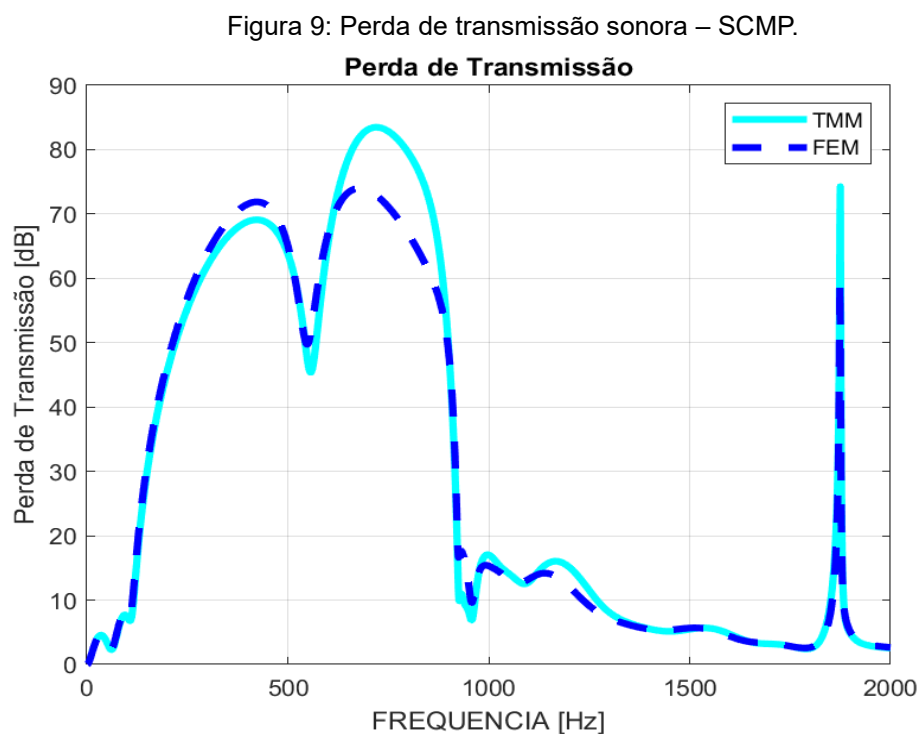
A Figura 8 mostra a FRF para o silenciador microperfurado padrão e é possível observar que as atenuações referentes aos microfuros ocorrem nas mesmas bandas de frequência dos *band gaps* do diagrama de dispersão, além da atenuação devido ao efeito de ressonância local.

Figura 8: Resposta forçada padrão – SCMP.



### 5.4.1 PERDA DE TRANSMISSÃO SONORA

A perda de transmissão sonora para o SCMP padrão é exibido na Figura 9, em que os métodos TM e FEM são utilizados para avaliar a TL.



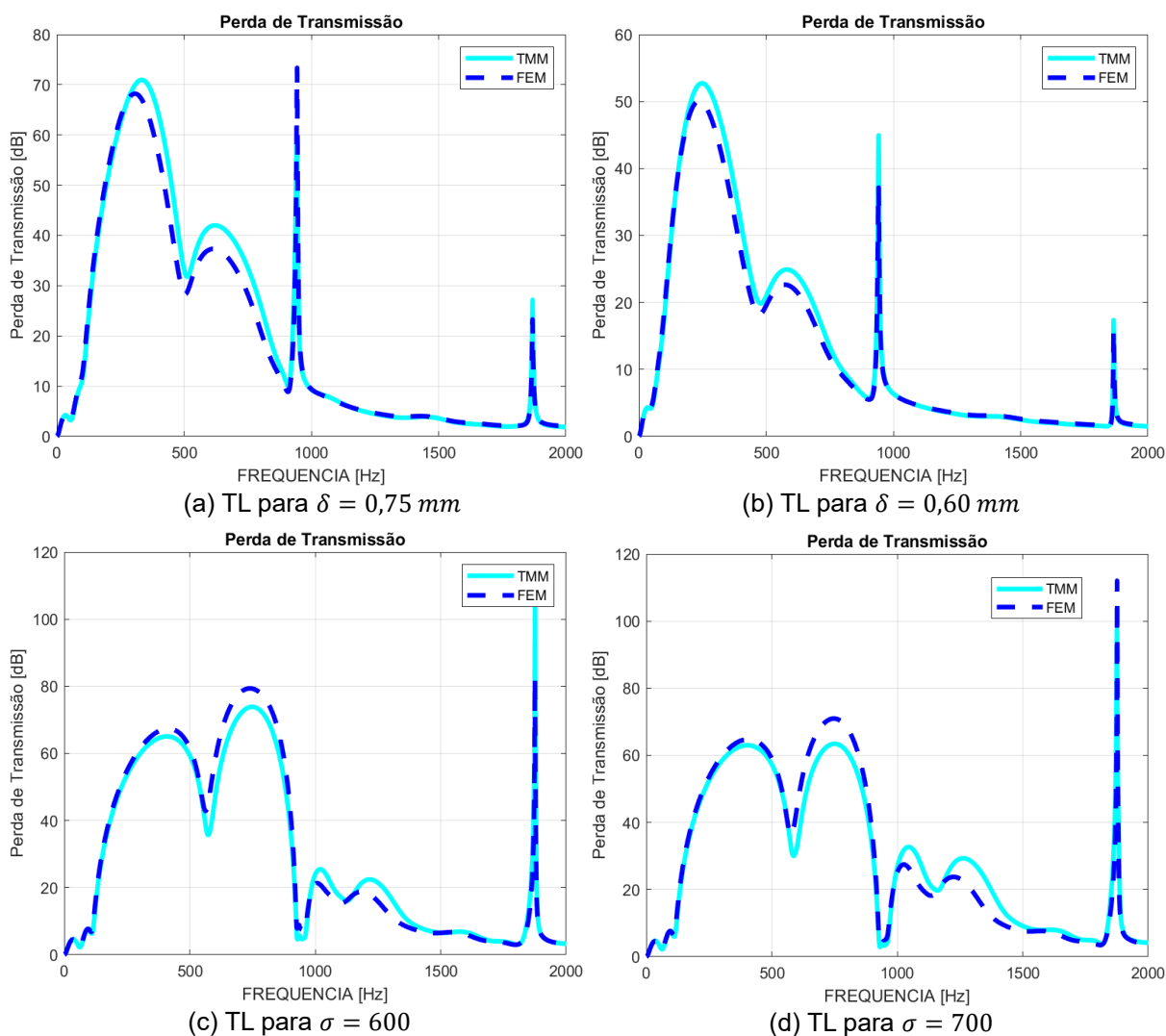
Fonte: Autor.

Embora a malha aplicada para o SCMP tenha sido grossa, é possível observar a convergência entre os métodos TM e FE na maior parte das faixas de frequência. Somada a isso, observa-se que há um aumento da largura na primeira banda de atenuação em cerca de 30%, com um também aumento de nível em cerca de 16% em relação ao SCE padrão, chegando a uma perda de até 73 e 83 dB para o método numérico e analítico, respectivamente. Essa perda acentuada em baixas frequências se deve ao efeito de resistência acústica proporcionado pelos furos no duto interno. Assim como observado no diagrama de dispersão e na resposta forçada, a TL também apresenta a perda de transmissão devido a ressonância local, que ocorre em uma banda estreita perto dos 1800 Hz.

Para as variações paramétricas foi modificado o diâmetro do furo e a quantidade de furos do duto interno. A variação do diâmetro e número de furos são representados pelas constantes  $\delta$  e  $\sigma$ , respectivamente, em que se variou as medidas

em relação aos valores padrões. A Figura 10 exibe os resultados da TL para cada variação.

Figura 10: TL para as variações paramétricas – SCMP.



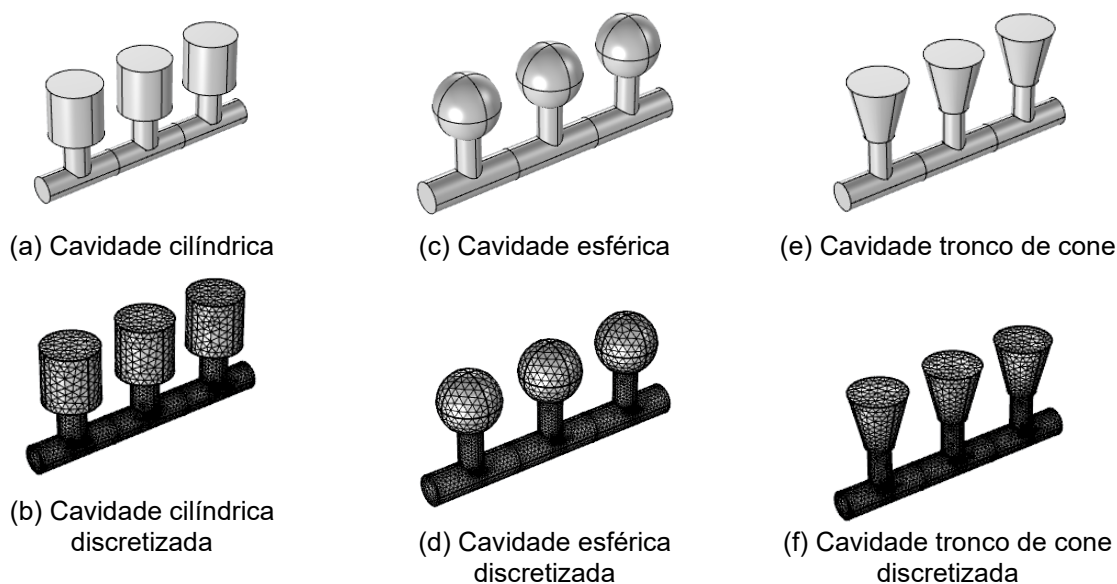
Observa-se que com a diminuição dos microfuros há uma queda acentuada do desempenho acústico do silenciador, tendo uma queda de quase 50% do seu nível na segunda banda de atenuação para  $\delta = 0,75 \text{ mm}$  e cerca de 20 e 50 dB para a primeira e segunda faixa de atenuação para  $\delta = 0,6 \text{ mm}$ . Embora o desempenho acústico apresente uma queda, nota-se que a faixa de bandgap das variações se mantém as mesmas que para o modelo padrão. Desta maneira, averigua-se que a diminuição do diâmetro do microfuro não está associada a um melhor desempenho acústico, devendo-se propor estudos que analisem um valor ótimo para essa variável.

Para o aumento das quantidades de microperfurações, embora a largura da faixa de atenuação permaneça a mesma, é possível notar que há algumas variações nos níveis de perda de transmissão, em especial para  $\sigma = 700$  em que houve uma queda próxima de 10 dB para o método numérico. Desse modo, percebe-se que aumentar a quantidade de furos não necessariamente aumentará o nível de TL e a faixa de bandgap, havendo a necessidade estudos que trabalhem uma faixa elevada de variações para que se encontre um valor ótimo.

## 5.5 RESPOSTAS DINÂMICAS – HR

Para o ressonador de Helmholtz foi-se utilizado a variação geométrica da cavidade e comparada suas perdas de transmissão. Para o modelo padrão se considerou a geometria de cavidade cilíndrica e as demais cavidades utilizadas foram a esférica e troco de cone. A Figura 11 exhibe os modelos projetados.

Figura 11: Estruturas acústicas periódica dos ressonadores de Helmholtz.



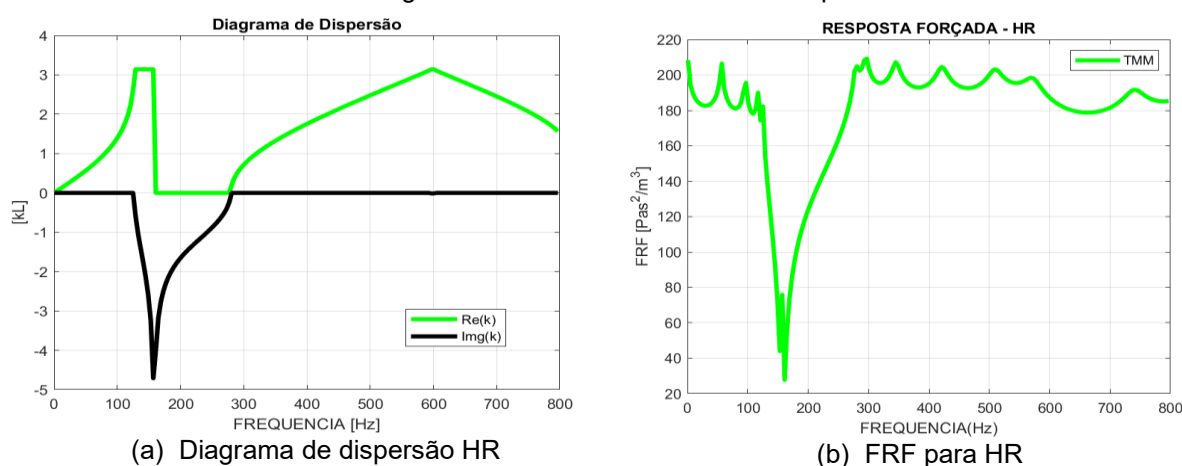
Para os modelos geométricos dos ressonadores de Helmholtz, os valores dos parâmetros da geometria e das propriedades do ar estão apresentados na Tabela 3. Para a discretização se utilizou malha extra fina variando a frequência de 0 a 800 Hz.

Tabela 3: Dados dos ressonadores.

Geometria/propriedade	Valor
Massa específica ( $\text{Kg}/\text{m}^3$ )	1,204
Velocidade do som ( $\text{m}/\text{s}$ )	343,3
Raio do duto ( $\text{m}$ )	$50 \cdot 10^{-3}$
Raio do pescoço ( $\text{m}$ )	$40 \cdot 10^{-3}$
Comprimento do duto ( $\text{m}$ )	$300 \cdot 10^{-3}$
Comprimento das cavidades ( $\text{m}$ )	$h_c = 0,2$ e $h_t = 0,2$
Raios do cilindro e da esfera ( $\text{m}$ )	$r_c = 0,1$ e $r_t = 0,1$
Raio maior tronco de cone ( $\text{m}$ )	$100 \cdot 10^{-3}$
Raio menor tronco de cone ( $\text{m}$ )	$50 \cdot 10^{-3}$

Para o modelo padrão do ressonador de Helmholtz periódico, a Figura 12 exibe o resultado para o diagrama de dispersão. Pelo diagrama, observa-se que assim como o SCE, o *band gap* do HR é puramente evanescente, mostrando uma característica do tipo de mufla reativa. O *band gap* apresenta uma largura de atenuação estreita 125 – 281 Hz, confirmando os resultados da literatura, e apesar da disposição periódica, não é possível observar outra faixa de *band gap* devido a periodicidade, apenas o *band gap* devido ao efeito de ressonância local que ocorre próximo da frequência natural do HR, 157 Hz.

Figura 12: Ressonador de Helmholtz padrão

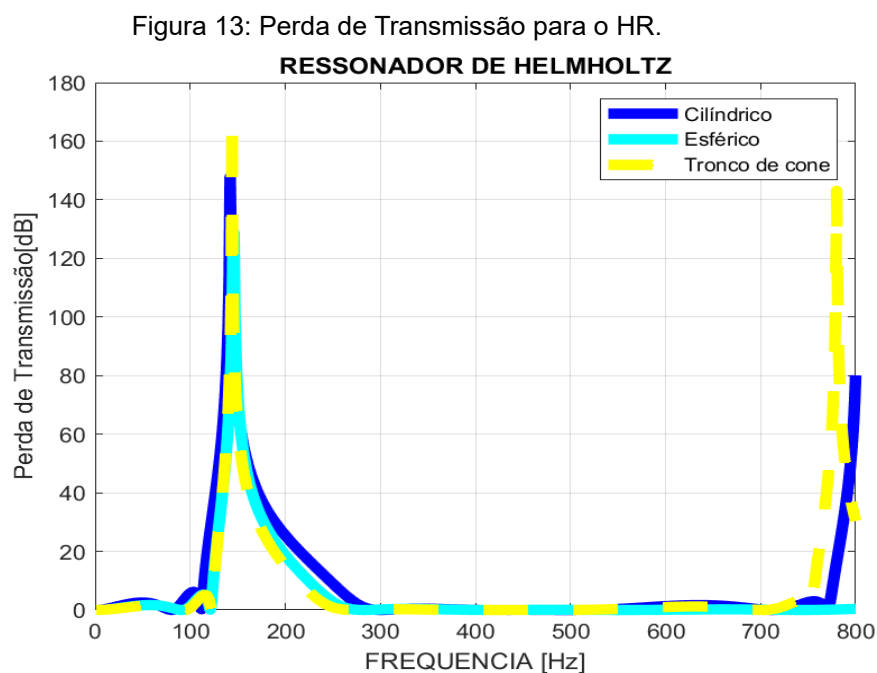


A resposta forçada para a cavidade cilíndrica exibida na Figura 13 apresenta na mesma faixa de frequência do diagrama de dispersão, a atenuação devido a



ressonância local relacionada a frequência natural do HR, confirmando os resultados obtidos.

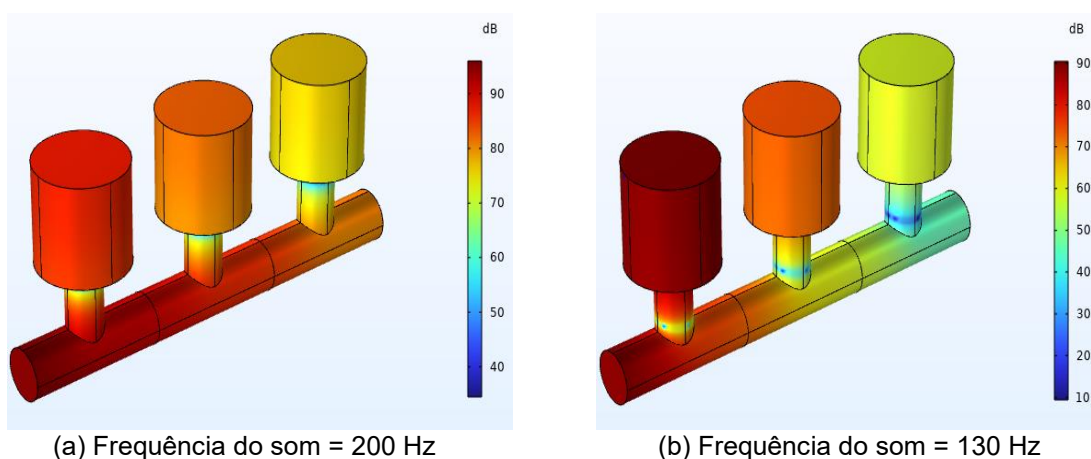
A perda de transmissão sonora é comparada para os três modelos utilizados na Figura 14, empregando o FEM, devido a limitação o TMM para os demais modelos.



Observa-se que as cavidades influenciaram na perda de transmissão sonora, tendo diferenças no nível de perda de transmissão, sendo a cavidade tronco de cone a que obteve maior nível de perda, 168 dB, em relação a 147 e 128 dB da cavidade cilíndrica e esférica, respectivamente. Tal comportamento pode estar associado a diferença de volume que existe entre os modelos. Embora apresente comportamento de níveis diferentes, a faixa de atuação dos modelos estudados são as mesmas, sendo as cavidades esféricas e cilíndricas responsáveis por uma segunda banda de atenuação próxima dos 800 Hz, por conta da periodicidade da estrutura, algo que também deve ocorrer com a cavidade cilíndrica em outra faixa de frequência.

Outra informação interessante obtida na simulação computacional, corroborando com resultados já vistos na literatura, tem a ver com o comportamento do nível de atenuação sonora a depender da frequência com que o som passa pelos ressonadores. A Figura 15 exhibe esse comportamento para duas frequências diferentes, uma próxima ao nível máximo de atenuação da perda de transmissão e outra em um ponto de frequência mais distante do pico de atenuação.

Figura 14: Comportamento da estrutura acústica.

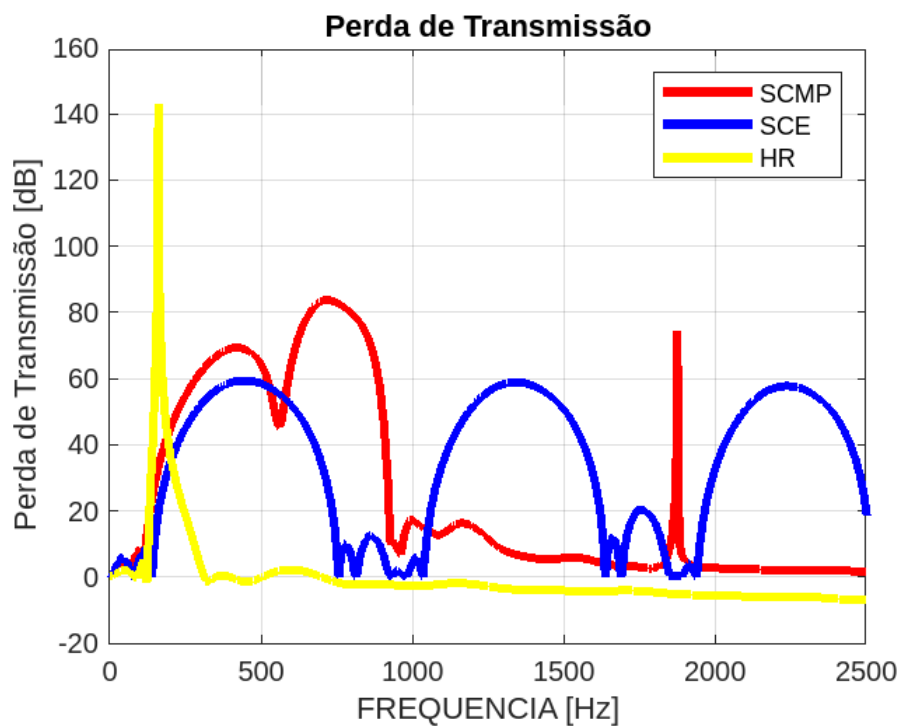


Nota-se que quando a frequência do som é próxima ao pico de perda de transmissão máxima, 130 dB para a cavidade cilíndrica, há uma maior perda de nível de pressão sonora, cerca de 50 dB, pois essa frequência coincide com a frequência natural da estrutura acústica. O contrário também é válido, quando se tem uma frequência de som incidente mais distante do nível máximo da atenuação sonora obtém-se uma menor perda de nível, algo próximo dos 10 dB para frequência de 200 Hz.

## 5.6 COMPARAÇÃO DE TL

A Figura 15 exibe a comparação entre as TL dos três dispositivos propostos. É possível observar de forma mais precisa as formas em que cada dispositivo atua, sendo o ressonador de Helmholtz o silenciador que possui o maior nível de atenuação, embora em uma banda de frequência estreita, tendo uma eficiência maior que 62% e 48% nos picos de maior atenuação em comparação com o SCE e SCMP, respectivamente. Em baixas frequências o SCMP foi o que mais se destacou em relação a maior banda de frequência de atuação, obtendo uma eficiência maior que o SCE e HR próximos do 30% e 63%, respectivamente. Para maior quantidade de faixas de atenuações para baixas, médias e altas frequências o SCE foi o que obteve maior eficiências, obtendo três regiões com faixas e níveis de atenuação bem próximas, embora seja o que possui o menor nível de atenuação dentre os dispositivos propostos.

Figura 15 – Comparação de TL.



## 6 CONCLUSÕES

O presente trabalho investigou o desempenho acústico de muflas do tipo câmara de expansão, câmara microperfurada e ressonador de Helmholtz de forma periódica, variando parâmetros dimensionais e geométricos. As respostas dinâmicas foram avaliadas utilizando os métodos SEM, TMM e FEM. Para a abordagem analítica, utilizou-se do *software* comercial *Matlab* e para a abordagem numérica o *comsol*. Os resultados para o modelo de câmara de expansão convencional mostram que o aumento do diâmetro da câmara de expansão está associado a uma maior perda de transmissão sonora e que o aumento do comprimento da câmara de expansão não influenciou na melhora de desempenho. Para o SCMP, observou-se que devido os microfuros, o desempenho para bandas de frequências mais baixas aumentou, melhorando a largura e o nível de atenuação em comparação com o convencional. Além disto, para os parâmetros utilizados foi possível observar que a diminuição e o aumento do número de furos não estão associados a uma melhora de desempenho de atenuação, havendo perda de desempenho quando se diminuiu o diâmetro dos furos. A mudança geométrica da cavidade dos ressonadores de Helmholtz influenciou na perda de transmissão sonora, apresentando uma banda estreita semelhante entre os modelos, mas com níveis de atenuações diferente, tendo o tronco de cone desempenhado o maior nível de atenuação. Para as muflas propostas é possível justificar o distanciamento dos métodos devido a formulação proposta para os métodos analíticos terem sido desenvolvido em apenas 1D, em que considera apenas transmissão de ondas axiais, enquanto no 3D se considera outros modos de onda.

## REFERÊNCIAS

- [1] DOKUMACI, Erkan. **Duct Acoustics: Fundamentals and Applications to Mufflers and Silencers**. 1. ed. New York: Cambridge University Press, 2021. 586 p. ISBN 978-1-108-84075-0.
- [2] BIES, David A.; HANSEN, Colin H. **Engineering Noise Control: Theory and Practice**. 4. ed. Taylor & Francis: Spon Press, 2009. 447 p. ISBN 0-203-87240-1.
- [3] YU, Xiang; CHENG, Li. Duct noise attenuation using reactive silencer with various internal configurations. **Journal of Sound and Vibration**, [S. l.], v. 335, p. 229-244, 20 jan. 2015.
- [4] YU, Xiang; CHENG, Li. Transmission Loss analysis of a simple expansion chamber muffler with extended inlet and outlet combined with inhomogeneous micro-perforated panel (iMPP). **Applied Acoustics**, [S. l.], v. 194, p. 108808, 15 jun. 2022.
- [5] BARRON, R. F. **Industrial Noise Control and Acoustics**. 1. ed. [S.l.]: CRC Press, 2001. ISBN 9780824707019.
- [6] CAMPOS, Brenno Victor Lima. **Controle de Ruído em Dutos Usando Metamateriais do Tipo Ressonadores de Helmholtz**. Orientador: José Maria Campos dos Santos. 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual de Campinas, [S. l.], 2018.
- [7] COLINA, Carlo de La; MILLÁN, Elena Roiba; CHIMENO, Marcos; SIMÓN, Francisco. A wideband triple-layer microperforated panel sound absorber. **Composite Structures**, [S. l.], v. 226, p. 1-9, 15 out. 2019.
- [8] AN, Byung Hun; LEE, Jin Woo. Metamaterial-based muffler with broadband tunability in a limited space: optimal design, theoretical investigation and experiment. **International Journal of Mechanical Sciences**, [S. l.], v. 205, p. 106594, 1 set. 2021.
- [9] GOTO, Adriano M. Goto; NÓBREGA, Edilson D.; PEREIRA, Flávio N.; SANTOS, José Maria C. Dos. José Maria C. Dos Santos. **International Journal of Mechanical Sciences**, [S. l.], v. 181, p. 105776, 1 set. 2021.
- [10] D.-Y Maa, Theory and design of microperforated-panel sound-absorbing construction, *Sci. Sin.* **XVIII**, 55–71 1975.
- [11] ZHANG, Yongfeng; WANG, Gang; ZHU, Ziyuan; LIU, Qingsheng. Vibro-acoustic coupling characteristics of the microperforated panel with local

resonators. **International Journal of Mechanical Sciences** , [S. l.], v. 245, p. 108125, 1 mo 2023.

[12] COLINA, Carlo de La; MILLÁN, Elena Roiba; CHIMENO, Marcos; SIMÓN, Francisco. A wideband triple-layer microperforated panel sound absorber. **Composite Structures**, [S. l.], v. 226, p. 1-9, 15 out. 2019.

[13] QIAN, Y.J.; KONG, D.Y.; LIU, S.M.; ZHAO, Z. Investigation on micro-perforated panel absorber with ultra-micro perforations. **Applied Acoustics**, [S. l.], v. 74, p. 971-935, 7 jul. 2013.

[14] SHI, Xiaofeng; MAK, Cheuk-Ming. Sound attenuation of a periodic array of micro-perforated tube mufflers. **Applied Acoustics**, [S. l.], v. 115, p. 15-22, 1 jan. 2017.

[15] WANG, Chunqi; HUANG, Lixi; ZHANG, Yumin. Oblique incidence sound absorption of parallel arrangement of multiple micro-perforated panel absorbers in a periodic pattern. **Journal of Sound and Vibration**, [S. l.], v. 333, p. 6828-6842, 10 dez. 2014.

[16] COBO, Pedro; ESPINOSA, Francisco Montero. Proposal of cheap microperforated panel absorbers manufactured by infiltration. **Applied Acoustics**, [S. l.], v. 74, p. 1069-1075, 9 set. 2013.

[17] QIAN, Y.J.; KONG, D.Y.; LIU, S.M.; ZHAO, Z. Investigation on micro-perforated panel absorber with ultra-micro perforations. **Applied Acoustics**, [S. l.], v. 74, p. 971-935, 7 jul. 2013.

[18] SHI, Xiaofeng; MAK, Cheuk-Ming. Sound attenuation of a periodic array of micro-perforated tube mufflers. **Applied Acoustics**, [S. l.], v. 115, p. 15-22, 1 jan. 2017

[19] LEE, U. **Spectral Element Method in Structural Dynamics**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2009. ISBN 9780470823750.

[20] MUNJAL, M. **Acoustics of Ducts and Mufflers**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2014.

[21] KINSLER, L. E.; FREY, A. R.; COPPENS, A. B.; SANDERS, J. V. **Fundamentals of acoustics**. 4. ed. [S.l.]: Wiley, 1999. ISBN 9780471847892,0471847895.

[22] VISHWAKARMA, S. K.; PAWAR, S. J. Simulation Studies on the Transition from Simple Expansion Chamber Muffler to Tapered Expansion Chamber Muffler. **Advances in Fluid and Thermal Engineering**, [S. l.], v. 181, p. 389–398, 22 abr. 2021.

- [23] HOWARD, Carl Q. *et al.* **Acoustic Analyses Using MATLAB and ANSYS**. [S. l.: s. n.], 2015.
- [24] MONTEIRO, WANDERSON VINICIUS DE OLIVEIRA. **AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE SILENCIADORES REATIVOS E DISSIPATIVOS POR MEIO DE VARIAÇÕES PARAMÉTRICAS**. 2022. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Maranhão, [S. l.], 2022.
- [25] MONTEIRO, WANDERSON VINICIUS DE OLIVEIRA. Congresso nacional de engenharia mecânica. **FORMAÇÃO DE BAND GAPS POR MEIO DO RESSONADOR DE HELMHOLTZ COM VARIAÇÕES DA CAVIDADE ACÚSTICA**, [S. l.], p. 1-10, 7 ago. 2022.
- [26] GOMES, CÁSSIO BRUNO FLORÊNCIO; MONTEIRO, WANDERSON VINICIUS DE OLIVEIRA. **ANÁLISE DO MÉTODO DE ELEMENTO ESPECTRAL EM BARRAS DE CRISTAL FONÔNICO**. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Ciência e Tecnologia) - Universidade Federal do Maranhão, [S. l.], 2021.