CURSO DE LICENCIATURA EM EDUCAÇÃO DO CAMPO
CIÊNCIAS DA NATUREZA E MATEMÁTICA

RAILSON DA CONCEIÇÃO CARDOSO

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE GEOMETRIA PLANA E NÍVEIS DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO NA ESCOLA DO CAMPO: Uma análise da 2ª série do Centro de Educação do Campo Roseli Nunes, Lagoa Grande do Maranhão - MA

BACABAL -MA
2023

RAILSON DA CONCEIÇÃO CARDOSO

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE GEOMETRIA PLANA E NÍVEIS DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO NA ESCOLA DO CAMPO: Uma análise da 2ª série do Centro de Educação do Campo Roseli Nunes, Lagoa Grande do Maranhão - MA

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à coordenação do curso de Licenciatura em Educação do Campo da Universidade Federal do Maranhão – UFMA, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Educação do Campo – Ciências da Natureza e Matemática

Orientador: Dr. André Flávio Gonçalves Silva

BACABAL - MA
2023

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a). Diretoria Integrada de Bibliotecas/UFMA

DA CONCEIÇÃO CARDOSO, RAILSON.
APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE GEOMETRIA PLANA E NÍVEIS DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO NA ESCOLA DO CAMPO : Uma análise da 2ª série do Centro de Educação do Campo Roseli Nunes, Lagoa Grande do Maranhão - MA / RAILSON DA CONCEIÇÃO CARDOSO. - 2023.
96 p.

Orientador(a): ANDRÉ FLÁVIO GONÇALVES SILVA. Monografia (Graduação) - Curso de Educação do Campo, Universidade Federal do Maranhão, BACABAL, 2023.

1. Aprendizagem significativa. 2. Educação do campo. 3. Escola do campo. 4. Níveis de pensamento geométrico. I. GONÇALVES SILVA, ANDRÉ FLÁVIO. II. Título.

RAILSON DA CONCEIÇÃO CARDOSO

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE GEOMETRIA PLANA E NÍVEIS DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO NA ESCOLA DO CAMPO: Uma análise da 2ª série do Centro de Educação do Campo Roseli Nunes, Lagoa Grande do Maranhão - MA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Educação do Campo – Ciências da Natureza e Matemática, da Universidade Federal do Maranhão, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Educação do Campo.

Aprovado em: _____ / ______ / 2023.

BANCA EXAMINADORA

____

Dr. André Flávio Gonçalves Silva - Orientador
(UFMA)

____

Dr. Benjamim Cardoso da Silva Neto – 1º Avaliador
(IFMA)

____

Drª. Cristiana Resende Marcelo – 2º Avaliador
(UFMA)

Dedico este trabalho inicialmente ao meu Deus, o início e o fim de todas as coisas; aos meus queridos pais, pelo exemplo de fé e obstinação; aos meus irmãos, pelo amor fraterno; à mulher amada, pelo modelo de companheirismo; e, especialmente, dedico às vítimas da Covid – 19, que tiveram interrompidos seus planos e sonhos para o magistério.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pelo dom da vida e por ter me permitido estudar e não desistir de meus projetos. Sou igualmente grato a Ele pelas pessoas que colocou em meu caminho e cuja maioria chegou comigo ao fim desse ciclo. Faço questão de mencionar abaixo, carinhosamente, todas elas pela seguinte ordem: família, colegas, professores e direção do CECRN.

Aos meus pais, Adail Ribeiro Cardoso e Maria da Conceição Gonçalves, agradeço por todos os cuidados, carinho e atenção que me deram. Nunca li todas as enciclopédias e os outros livros com os quais me presentearam, objetivando que tomasse gosto pela leitura, mas tentei aprender tudo o que estava ao meu alcance para ir bem na vida escolar e, posteriormente, nas carreiras acadêmica e profissional.

Também agradeço aos meus irmãos, primos, tios e avó paterna pela ajuda, apoio e por ter sido junto com meus pais as âncoras dos meus projetos quando o mar de desafios se fazia muito agitado.

Sou grato também aos meus colegas de graduação, cujos momentos de vivência ficarão eternizados em meu coração. Não foram poucos as noites e fins de semana que sacrificamos para colocar os trabalhos em dia, estudar para as provas e resolver algumas listas de exercícios, mas quase sempre conseguimos separar algum momento à tardinha para caminharmos na avenida João Alberto, fazermos atividades físicas no parquinho da UEMA e, às vezes, arriscar alguns minutos de futsal e vôlei na quadra do hoje Centro de Ciências de Bacabal.

Faço aqui um agradecimento especial ao meu orientador, Dr. André Flávio Gonçalves Silva, pela paciência e presteza durante essa desafiante jornada, que inicia com suas aulas das disciplinas de física e encerra na construção deste Trabalho de Conclusão de Curso. Estendo os agradecimentos ao coordenador do curso, aos demais professores e servidores com os quais convivi de forma harmônica e amigável ao longo desses anos.

Por fim, agradeço à direção do Centro de Educação do Campo Roseli Nunes pela acolhida nas atividades do Estágio Supervisionado II, o qual fortaleceu minha vocação pela docência e contribuiu para a realização da pesquisa que culminou no presente trabalho.

RESUMO

Este trabalho se volta a abordar as condições para recorrência de aprendizagem significativa de conteúdos de geometria plana no Centro de Educação do Campo Roseli Nunes, a saber uma Escola do Campo, pública da rede estadual, localizada no P.A CIGRA, município de Lagoa Grande do Maranhão e que oferta, desde o ano de 2009, o curso de Ensino Médio atrelado à qualificação de Técnico em Agropecuária. Os sujeitos da pesquisa consistem em um total de 36 discentes matriculados na 2ª série, cujas idades variam de 16 até 21 anos, e, em sua maioria, são egressos de escolas situadas no campo. De modo que, a análise aqui proposta partiu da discussão sobre a compatibilidade entre Teoria da Aprendizagem Significativa e Modelo Van Hiele. Para isso, recorreu-se, além da revisão bibliográfica, à aplicação do Teste de Conhecimentos Prévios de Geometria Plana e do Teste Van Hiele, que analisam, respectivamente, conhecimentos prévios e níveis de pensamento geométrico. Como resultado, tem-se que nenhum dos alunos está nos níveis de pensamento geométrico ensejado para o Ensino Médio, tampouco, eles têm consolidados muitos conhecimentos básicos da geometria plana. Isso contribuiu para a necessidade de se melhor verificar o grau e a natureza das defasagens de aprendizado em geometria no Ensino Médio da Escola do Campo. Além do mais, os resultados deste trabalho corroboram com as discussões sobre a importância de os debates sobre ensino-aprendizagem de geometria plana nas Escolas do Campo buscar incorporar ou criar ferramentas, abordagens, teorias ou modelos capazes de abarcar parte da complexidade do ensino-aprendizagem da matemática escolar.

Palavras-chave: Aprendizagem significativa. Níveis de pensamento geométrico. Escola do Campo. Educação do Campo.

ABSTRACT

This study focuses on the conditions for meaningful learning of plane geometry content at the Roseli Nunes Field Education Center, a state-run field school located in P.A CIGRA, in the municipality of Lagoa Grande do Maranhão, which has been offering a high school course linked to the Agricultural Technician qualification since 2009. The research subjects consist of a total of 36 students enrolled in the 2nd grade, whose ages range from 16 to 21, and most of whom are graduates of schools located in the countryside. Therefore, the analysis proposed here started with a discussion on the compatibility between Significant Learning Theory and the Van Hiele Model. To this end, in addition to the literature review, we used the Flat Geometry Prior Knowledge Test and the Van Hiele Test, which analyze, respectively, prior knowledge and levels of geometric thinking. As a result, none of the students are at the levels of geometric thinking required for secondary school, nor have they consolidated much basic knowledge of plane geometry. This has contributed to the need to better verify the degree and nature of the learning gaps in geometry in secondary schools in the countryside. Furthermore, the results of this work corroborate discussions on the importance of debates on the teaching and learning of plane geometry in rural schools seeking to incorporate or create tools, approaches, theories or models capable of encompassing part of the complexity of teaching and learning school mathematics.

Keywords: Meaningful learning. Levels of geometric thinking. Rural School. Rural Education.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE SIGLAS

CECRN	Centro de Educação do Campo Roseli Nunes
CIGRA	Companhia Pastoril e Industrial do Vale do Grajaú
DCTMA	Documento Curricular do Território Maranhense
MST	Movimento dos Trabalhadores e Trabalhadoras Rurais Sem Terra
MVH	Modelo Van Hiele
P. A	Projeto de Assentamento
Pisa	Programa Internacional de Avaliação
PRONERA	Programa Nacional de Educação na Reforma Agrária
SAEB	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica
SEAMA	Sistema Estadual de Avaliação do Maranhão
TAS	Teoria da Aprendizagem Significativa
TVH	Teste Van Hiele

“Deus dá as batalhas mais difíceis aos seus melhores soldados”

(Papa Francisco)

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho, partindo dos conhecimentos prévios e dos níveis de pensamento geométrico, analisa a ocorrência de aprendizagem significativa de geometria plana entre os discentes da 2ª série do CECRN - Centro de Educação do Campo Roseli Nunes, o qual está localizado no município de Lagoa Grande do Maranhão.

De modo a possibilitar um melhor entendimento quanto ao propósito desta pesquisa, são trazidos abaixo os conceitos que subjazem-na, a saber: aprendizagem significativa, níveis de pensamento geométrico, Educação do Campo, Escola do campo. Os dois primeiros conceitos estão relacionados ao cognitivismo enquanto continente teórico inaugurado na segunda metade do séc. XX, e, os dois últimos, à busca pela efetivação dos projetos de sociedade e educativo dos povos que habitam o campo brasileiro.

Dada a ordem de apresentação dos conceitos, tem-se que a aprendizagem significativa, tal qual concebida por Ausubel (1968, 1978, 1980, 2000) em sua TAS - Teoria da Aprendizagem Significativa, é uma interação substantiva que ocorre na estrutura cognitiva entre a informação a ser assimilada e conceitos, relevantes e inclusivos, que o indivíduo já possui e, por conseguinte, chamados de ideias-âncora ou subsunçores. Na ausência destes últimos ou no caso em que o material de ensino desconsidera o grau de abrangência que possuem, ao invés de significativa, ocorre a aprendizagem mecânica (Moreira, 2022).

Os níveis de pensamento geométrico, segundo conceito em revista, são um dos constituintes do MVH - Modelo Van Hiele (1962); no qual são considerados estágios lineares e cumulativos que caracterizam o desenvolvimento do raciocínio geométrico do indivíduo desde a capacidade de reconhecer figuras geométricas planas, com base unicamente nas características visuais destas, até a compreensão das chamadas “geometrias não euclidianas”. Tais etapas cognitivas são também chamadas, no geral, de níveis Van Hiele e, detalhadamente (e em ordem hierárquica): visualização, análise, dedução informal, dedução formal, rigor (Kaleff *et al*., 1994).

Por seu turno, a Educação do Campo é uma concepção educativa que surge na luta dos movimentos e organizações sociais do campo por reforma agrária. Isso posto, é na busca pela efetivação dos direitos sociais nos acampamentos e, posteriormente, assentamentos, que surge o esboço de um projeto educativo que atendesse as especificidades do campo, de forma que a educação se desvinculasse do modelo tradicional. Os primeiros marcos políticos de tal ensejo são da década de 1990 com a criação de cursos de nível técnico e superior no âmbito do PRONERA - Programa Nacional de Educação na Reforma Agrária (Caldart, 2007; Santos, Paludo e Oliveira, 2010).

Destarte que a Escola do Campo, último conceito em revista, constitui-se num espaço formativo onde se materializam os objetivos da Educação do Campo, dentre os quais se pode citar a valorização das formas de produção da existência e dos saberes tradicionais dos camponeses, concomitantemente à garantia de um ensino de qualidade dos saberes historicamente sistematizados, a exemplo dos da geometria plana, de modo que seja propiciada uma formação omnilateral ou integral (Santos, Paludo e Oliveira, 2010; Antunes-Rocha, Martins, Martins, 2011).

Isso posto, a discussão aqui trazida referente à aprendizagem significativa de geometria na Escola do Campo, torna-se relevante à medida que os indicadores educacionais dão conta de uma realidade permeada de defasagens no aprendizado de matemática escolar em todo o território nacional. Ao mesmo tempo, salienta-se que a aprendizagem significativa de geometria vem ao encontro de temas caríssimos à Escola do Campo, como, por exemplo: o fomento para que os discentes desenvolvam autonomia nos estudos, a promoção da interdisciplinaridade, e, imprescindível a estes dois objetivos, o desenvolvimento do pensamento geométrico.

O diferencial deste trabalho reside então no fato dele partir do diálogo entre TAS e TVH, especificamente no que concerne à aprendizagem significativa e aos níveis de pensamento geométrico, para investigar a aprendizagem de geometria plana dos discentes do Ensino Médio de uma Escola do Campo, haja vista que se tem como uma das constatações desta pesquisa a incipiência, no cenário acadêmico nacional, do tema “ensino-aprendizagem de geometria na Escola do Campo” e de outros temas correlatos a este.

Nesse sentido, ao não serem aprofundadas ou mesmo propostas discussões sobre o ensino-aprendizagem de geometria, ocorrido tanto no nível básico quanto no nível superior da Educação do Campo, contribui-se com a manutenção de um processo educativo em matemática árido de abordagens, metodologias e tecnologias educacionais. Quadro este que foi identificado nas experiências dos estágios supervisionados do Curso de Licenciatura em Educação do Campo, nos quais se verificou, dentre outros elementos, tanto a recorrência de uma aprendizagem mecânica dos conteúdos de geometria plana quanto a presença de um pensamento geométrico pouco elaborado dos discentes das escolas-alvo.

Tendo em vista o que já se expôs até aqui, estabelece-se que o presente trabalho buscou responder à seguinte questão-problema: como os discentes matriculados na 2ª série do CECRN estão situados nos níveis de pensamento geométrico do MVH que permitam uma recorrência de aprendizagem significativa de geometria plana?

Norteamento esse que levou à proposição do seguinte objetivo geral: analisar como os níveis de pensamento geométrico dos discentes da 2ª série do CECRN possibilitam uma recorrência de aprendizagem significativa de geometria plana. E dos objetivos específicos: (i) Investigar o nascimento da área de geometria plana e sua sistematização enquanto componente curricular na Educação Básica do Campo; (ii) Analisar o diálogo entre TAS e MVH no que concerne ao aprendizado de geometria plana; (iii) Diagnosticar, relacionar e comparar os níveis de pensamento geométrico dos discentes da 2ª série do CECRN quanto à recorrência de aprendizagem significativa de geometria plana.

Uma vez que o público da pesquisa é, em sua maioria, de egressos do Ensino Fundamental de escolas situadas no campo, para as quais as defasagens de aprendizado em matemática tendem a ser ainda mais profundas, elencou-se como hipótese que: todos os discentes da 2ª série do CECRN participantes da pesquisa não detém os conhecimentos de geometria suficientes assim como não estão nos níveis de pensamento geométrico esperados para a última etapa da educação básica. Não havendo, desse modo, condições para se experienciar, recorrentemente, uma aprendizagem significativa de conteúdos de geometria plana.

A título de uma melhor organização, este empreendimento divide-se em seis capítulos, incluindo esta seção, na qual se trouxe uma breve exposição dos principais conceitos abordados ao longo do trabalho, a justificativa da escolha e relevância do tema para construção do conhecimento científico, além do problema da pesquisa, os objetivos e a hipótese. No segundo capítulo, discute-se as origens da geometria plana enquanto área sistematizada do conhecimento, os aspectos relacionados à sua incorporação à matemática escolar no Brasil, assim como seu lugar no debate sobre ensino-aprendizagem de matemática na Escola do Campo.

O terceiro capítulo se volta a analisar as interlocuções entre TAS e MVH, tendo em vista os trabalhos existentes no cenário acadêmico nacional das últimas décadas. No quarto capítulo, apresenta-se o percurso metodológico, abordando-se os pressupostos filosóficos, os instrumentos de pesquisa e como se dá a análise dos resultados. Em seguida, procede-se à realização da caracterização do lócus e dos sujeitos da pesquisa.

No quinto capítulo é feita uma análise dos resultados dos testes TCPG e TVH, onde se realiza correlações entre as respostas, atinentes aos conhecimentos prévios geométricos e níveis de pensamento geométrico, e a literatura levantada no processo de revisão bibliográfica. O sexto e último capítulo é reservado às considerações finais, as quais abrangem uma retomada do tema e uma síntese entre as várias partes do trabalho.

2. ORIGENS DA GEOMETRIA PLANA E SEU LUGAR NA ESCOLA DO CAMPO

2.1 CONSTRUÇÃO DA GEOMETRIA PLANA E SUA APRESENTAÇÃO CONTURBADA NA ESCOLA

Ao se falar do desenvolvimento da geometria, há duas perspectivas principais de análise que devem ser consideradas, a saber, o relato tradicional da história da matemática e uma abordagem crítica da história da matemática. É nesta última que radica a presente seção por considerá-la mais de acordo com as discussões recentes, no campo da arqueologia, quanto à produção de conhecimentos em civilizações da antiguidade.

Segundo D'ambrósio (2019), para a visão tradicional, a geometria (geo: terra + metria: medida) que os matemáticos gregos desenvolveram foi inicialmente apreendida no Egito antigo, onde estava relacionada ao cálculo de áreas de terrenos para a agricultura, o qual era uma atividade relacionada ao funcionamento de um sistema de tributação. Tal relato é descrito em Heródoto de Halicarnasso da seguinte forma:

> Sesóstris [..] repartiu o solo do Egito entre seus habitantes [...]. Se o rio levava qualquer parte do lote de um homem [...], o rei mandava pessoas para examinar e determinar por medida a extensão exata da perda [...]. Por esse costume, eu creio, é que a geometria veio a ser conhecida no Egito, de onde passou para a Grécia (Heródoto apud Boyer e Merzbach, 2012, p.28).

Dessas práticas de agrimensura, Launay (2019) cita que pode ter se chegado ao resultado que, séculos depois, seria chamado “teorema de Pitágoras”. O caminho que levou até isso, possivelmente, advém do desafio de se construir os majestosos ângulos retos, tendo como instrumento uma corda seccionada por nós equidistantes, instrumento que, por sua vez, servia não só de esquadro, mas também de régua e compasso. Assim sendo, os egípcios verificaram que ao se construir um triângulo de lados 3-4-5, o encontro dos dois primeiros lados formavam o tão ensejado ângulo reto.

Vale ressaltar, à luz de Eves (2011) e Boyer e Merzbach (2012), que há menção do resultado acima e, também, de vários outros triângulos retângulos na documentação arqueológica das civilizações babilônica e chinesa. Esta correlação é suficiente para que alguns autores, dentre os quais autores de livros didáticos, identifiquem em resultados contidos em tablets e papiros, outros conceitos da geometria plana que atualmente constitui a matemática escolar. É o caso das fórmulas para o cálculo de áreas de retângulos, círculos e, também, o volume de cilindros, pirâmides e tronco de cones.

Todavia esse empreendimento possui caráter predominantemente especulativo, que corrobora, inclusive, com a propagação de que há uma "matemática geral da humanidade", mito este que Roque (2012) e demais autores de uma seara mais crítica da História da Matemática buscam desconstruir.

Dada a ausência de documentos que atestem a transição do que seria um tipo de geometria prática de povos da antiguidade para a geometria teórica da Grécia, Roque (2012) salienta uma série de divergências epistemológicas entre alguns dos resultados desses povos. Por exemplo, ao contrastar o problema 104[1] do tablete Haddad com o problema 41[2] do papiro de Rhind, os quais são referentes ao cálculo de volumes, conclui que os valores de π neles considerados tinham natureza diversa.

> Seria um tremendo anacronismo dizer que os povos mesopotâmicos e egípcios já possuíam uma estimativa para π, pois esses valores estavam implícitos em operações que funcionavam, ao invés de serem expressos por números considerados constantes universais, como em nossa concepção atual sobre π. O valor de 1/9 dos egípcios era uma constante multiplicativa que devia ser operada com o diâmetro, e não um número. O caso babilônico é ainda mais flagrante, pois o verbo "triplique" indica uma operação (Roque, 2012, p. 67).

É de certo que essas receitas, assim nominadas por Gorodski (2009) e Bicudo (2009), dos babilônios e egípcios para obtenção de áreas de figuras planas, atendiam às necessidades práticas que tinham por medidas, não constituindo, porém, um conjunto unificado de conhecimentos, o qual só viria a ser desenvolvido com Euclides no séc. IV a.C. Nesse ponto convergem tanto os críticos quanto os dados a uma visão tradicional da História da Matemática.

Outro ponto que faz diferençar a geometria grega das práticas de medir áreas e volumes de civilizações pré-helênicas é a preocupação com demonstrações, ou seja, não tomar como verdadeiros os resultados com base meramente na experiência dos sentidos. Aliás, conforme se verá mais adiante, esse apreço pelo rigor lógico é uma característica nitidamente grega (Roque, 2012).

---

[1] "Procedimento para um tronco. Sua linha divisória é 0,05. Quanto ele pode armazenar?" (Roque, 2012, p.67)

[2] "Fazer um celeiro redondo de 9 por 10" (Roque, 2012, p.67).

Apesar de a geometria plana ser tida como uma ciência completada por volta do séc. II a.C, ela não é, cabalmente, a mesma geometria que chega ao atual currículo da educação básica, uma vez que se passaram dezenas de séculos, nos quais ocorreram revisões, refutações e proposições de novos resultados geométricos. Além disso, houve a adoção pela geometria de um vestíbulo dado pela álgebra e aritmética, as quais também experienciaram dinâmicas de desenvolvimento bastante complexas.

Nesse sentido, Roque (2012) salienta que, ao invés de se enfatizar como ocorreu o desenvolvimento da geometria, em tentativas de se estabelecer encadeamentos perfeitos entre resultados difusos da antiguidade, segundo a autora, é mais interessante para o ensino de matemática se tentar abordar os resultados geométricos a partir de uma “reinvenção” dos cenários em que surgiram, ou seja, considerando que os problemas dos quais se ocuparam os matemáticos de vários recortes históricos tinham ou eram de:

> natureza cotidiana (contar, fazer contas); relativos à descrição dos fenômenos naturais (por que um corpo cai?; por que as estrelas se movem?), filosóficos (o que é conhecer?; como a matemática ajuda a alcançar o conhecimento verdadeiro?); ou, ainda, matemáticos (como legitimar certa técnica ou certo conceito?) (Roque, 2012, p.29).

Isso posto, junto de trechos das biografias de nomes de famosos geômetras, fecha-se esta seção com alguns dos resultados e problemas geométricos com que se ocuparam e os quais têm o potencial de despertar o interesse dos discentes da Escola do Campo por essa e outras áreas matemáticas. Tendo em vista o considerável pantheon de geômetras ao longo da história, optou-se por abordar algumas das contribuições de Tales, Pitágoras e Euclides.

Respeitando-se a ordem cronológica, ao se falar da relevância de Tales para a geometria, tem-se que foi esse grego, que viveu entre os séculos VII a.C e VI a.C, um dos que tiveram contato com as receitas do cálculo de áreas e de outros elementos da cultura egípcia. O relato tradicional cita como um dos grandes feitos desse morador da cidade de Mileto o cálculo da altura da grande pirâmide de Quéops, usando a medida da sombra desta, a medida de sua própria altura e a medida de sua sombra. Esse evento, vale ressaltar, costuma ser abordado nos livros didáticos a partir do conceito de semelhança de triângulos (Carvalho, 2021).

Afirma-se ainda no relato tradicional, que Tales de Mileto foi o responsável pela demonstração do teorema que leva seu nome[3] e de outros teoremas cujos enunciados são:

> [...] que um ângulo inscrito em um semicírculo é um ângulo reto” (**teorema de Tales)** [...]. 1.Um círculo é bissectado por um diâmetro. 2.Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais. 3.Os pares de ângulos opostos formados por duas retas que se cortam são iguais” (Boyer e Merzbach, 2012, p. 54, grifo nosso).

Nascido no séc. VI a.C, aproximadamente 50 anos após a morte de Tales, conforme atesta o relato tradicional, Pitágoras tem sua trajetória envolta de mitos que põem em xeque, inclusive, sua existência enquanto homem histórico. Isso porque algumas revisões em História da Matemática evidenciaram que os únicos relatos sobre a vida de Pitágoras conhecidos datam de séculos após sua morte, como é o caso dos trazidos em o “Comentários sobre o livro de Euclides”, obra escrita por Proclus no séc. III a.C, o qual, por sua vez, cita trechos de uma outra obra, o “Catálogo dos Geômetras”, cuja autoria se atribui a Eudemo (Carvalho, 2021; Roque, 2012).

> É interessante observar que Eudemo não menciona Pitágoras, mas somente os “pitagóricos”. Ou seja, Proclus pode ter sido responsável por uma síntese que mistura as ideias de Eudemo sobre a pureza dos métodos pitagóricos com a atribuição desses feitos a um homem, Pitágoras. Era conveniente, para Proclus, reconhecer aí os fundamentos de seu próprio platonismo (Roque, 2012, p. 78).

Encontra-se ainda no relato tradicional sobre a vida de Pitágoras, que ele teria visitado o Egito, a Babilônia e a Índia, apropriando-se dos conhecimentos matemáticos, astronômicos e religiosos dos povos dessas regiões. Ao retornar à península grega, teria estabelecido na região de Crotona a “escola pitagórica”, à qual estão associados, no que pese a falta de evidências históricas, importantes temas filosóficos e matemáticos, como são exemplos: a harmonia do universo, a

---

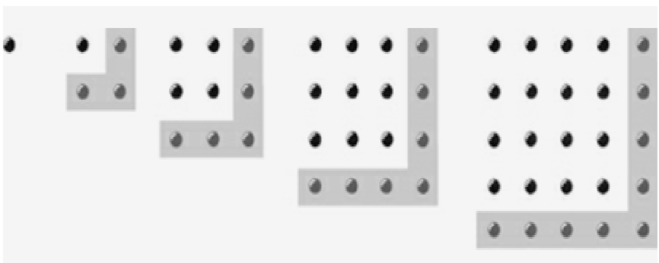
[3]No Brasil, o nome “teorema de Tales” é dado ao resultado que tem o seguinte enunciado: “Se duas retas são transversais a um feixe de retas paralelas, então dois segmentos quaisquer de uma das retas transversais são proporcionais aos segmentos correspondentes da outra” (Bonjorno; Júnior; Sousa, p.14, 2020).

negação da incomensurabilidade[4] e a demonstração do teorema hoje sintetizado na forma algébrica: $a^2 + b^2 = c^2$ (Gerbassi, 2017; Carvalho, 2021).

Conforme já abordado nesta seção, a autoria do teorema acima referido não é de Pitágoras nem de algum de seus discípulos, haja vista que é questionável a natureza geométrica desse e de outros resultados cuja autoria é atribuída à escola pitagórica. Isso porque os pitagóricos se ocupavam com o problema das "triplas" ou "ternas", a saber: encontrar um número quadrado a partir da soma de outros números quadrados (Eves, 2011; Roque, 2012; Boyer e Merzbach, 2012).

A figura 1 a seguir ilustra um possível método para obter triplas mediante o uso do *gnomom*, que é um tipo de esquadro de valor ímpar. Tudo começa ao se juntar ao número um (um ponto), o gnomon de três pontos, obtendo-se o número quatro. A este último se adiciona um gnômon de valor cinco, formando então o número nove, a partir do qual se constrói com um gnomon de sete pontos o número dezesseis que, finalmente, ao ser junto do gnomon de nove pontos, forma o número vinte e cinco. Observe-se que a partir dos números quadrados de lados três e quatro, obtém-se o número quadrado de lado igual a cinco, formando assim a primeira terna pitagórica (3, 4, 5) (Roque, 2012).

Figura 1: Obtenção de ternas pitagóricas através do gnomon



Fonte: Roque (2012, p.118)

Por fim, no que diz respeito à trajetória que teve Euclides, matemático que viveu entre os séculos IV a.C e III a.C, há uma razoável quantidade de registros sobre sua existência e contribuições diretas para o pensamento matemático. É

[4] **Incomensurabilidade:** 1. Magnitudes são ditas comensuráveis as que são medidas pela mesma medida, e incomensuráveis, aquelas das quais nenhuma medida comum é possível produzir-se. 2. Retas são comensuráveis em potência, quando os quadrados sobre elas sejam medidos pela mesma área, e incomensuráveis, quando para os quadrados sobre elas nenhuma área comum seja possível produzir-se (Bicudo, 2009, p. 354).

conhecido, sobretudo, pela organização da coletânea de livros de geometria, aritmética e álgebra, denominada "Os elementos". Euclides também foi o possível autor de "Os elementos de música", "Os fenômenos" e "Óptica", sendo estas últimas duas obras voltadas, respectivamente, ao estudo da "geometria esférica necessária para a astronomia de observação" e ao estudo da "perspectiva" (Eves, 2011, p.181).

Há na principal obra de Euclides, Os elementos, conhecimentos de geometria que transcendem os obstáculos impostos pela experiência dos sentidos, como é o caso da incomensurabilidade, já citada, que muitos autores consideram como tema gerador de uma crise na matemática dos tempos de Pitágoras. Sobre tal descoberta, Roque (2012, p.102) aborda que Os elementos: "representam o resultado dos esforços de formalização da matemática para apresentar uma geometria consistente e unificada que se aplique a grandezas quaisquer, comensuráveis e incomensuráveis".

Os elementos, todavia, não são a conclusão de uma busca desde os primórdios para tornar a matemática uma ciência, evolução que, segundo Immanuel Kant, foi mais importante que a descoberta da rota marítima pelo "cabo da boa esperança" (Kant, 2015). Ao invés disso, a geometria demonstrativa solidificada em Os elementos resulta de uma preocupação puramente da sociedade grega (Roque, 2012; Gorodski, 2009).

Isso se confirma no fato de que o surgimento do acima referido campo de conhecimento científico ser paralelo à efervescência do pensamento lógico-dedutivo na filosofia grega.

> Mais ou menos na mesma época em que Euclides compôs Os elementos, Aristóteles apresentou uma análise sutil e refinada da inferência silogística, o modelo de argumento que leva Sócrates – e o resto de nós, aliás – à morte, em virtude de ser um homem e de nós sermos mortais (Berlinski, 2018).

As limitações de Os elementos de Euclides foram melhor evidenciadas a partir do séc. XIX, sobretudo, no que concerne à refutação do quinto postulado[5] de Euclides. Segundo Gorodski (2009), decorreu da negação desse postulado, o desenvolvimento de geometrias com axiomáticas diferentes da euclidiana, as quais

[5] Se uma linha reta cruzar duas linhas retas e formar ângulos interiores do mesmo lado menores do que dois ângulos retos, as duas linhas retas, se produzidas indefinidamente, encontram-se no lado em que estão os ângulos menores do que dois ângulos retos" (BERLINSKI, 2018).

deram respaldo, inclusive, para o desenvolvimento da teoria da relatividade, proposta por Einstein no séc. XX.

.

> A geometria euclidiana era a ciência do espaço físico e, portanto, a única geometria possível e certamente a "verdadeira", e constituía-se do estudo de propriedades das figuras geométricas mergulhadas nesse espaço. Este ponto de vista perdurou essencialmente até o século XIX. Com as descobertas de Gauss, Lobachevski e Bolyai, não apenas a geometria euclidiana deixou de ser a única possível, mas também deixou de ser necessariamente aquela "verdadeira". Eventualmente, o próprio espaço passou a ser uma entidade passível de estudo geométrico (Gorodski, 2009, p.19).

O fato de a geometria euclidiana ter perdido sua posição hegemônica na explicação do espaço físico, devido ao surgimento das: geometria analítica, geometria diferencial e outras geometrias não euclidianas, não anula sua importância para a formação básica dos discentes no Ensino Fundamental e Ensino Médio da Escola do Campo, conforme bem esclarece Pais (2019, p.34):

> [...] as geometrias não euclidianas não negam a validade da geometria euclidiana, apenas abrem espaço para novas formas de conceber uma estrutura lógica, criando axiomas e teoremas incompatíveis com os anteriores, não havendo como falar em contradições, pois cada qual constitui um sistema axiomático independente.

Nesse sentido, a geometria objeto de Os elementos permanece como relevante subsidiador do: estudo e representação do espaço físico, do pensamento lógico-dedutivo. Sendo os dois primeiros necessários não só em matemática, mas em outras áreas do conhecimento sistematizado e, o último, sendo necessário, dentre outros exemplos, à computação, que exige sólida argumentação lógica tal qual deve exigir a linguagem oral e escrita na Escola do Campo.

> Por meio do ensino de Matemática se pode desenvolver a capacidade de expressão e comunicação dos estudantes, organizar e aperfeiçoar os argumentos a serem proferidos num diálogo ou num debate de ideias e dar objetividade à descrição dos objetos e situações de vida cotidiana ou outras de maior complexidade (Roseira, 2021, p. 336)

Isso posto, elucida-se aqui os seguintes conceitos constituintes da geometria euclidiana: definição, noção comum, postulado, demonstração, conjectura e resultado. Estes, com frequência, são abordados nos testes usados para construção do presente trabalho. Iniciando pelos três conceitos iniciais, Roque (2012, p. 177 - 178) argumenta que:

> Uma definição é um tipo de hipótese da qual o aprendiz não tem uma noção evidente, mas faz uma concessão àquele que as ensina e aceita-a sem demonstração. [...] Uma noção comum, segundo Proclus, é um enunciado de conteúdo óbvio, tido facilmente como válido pelo aprendiz. Se além de o enunciado ser desconhecido ele é proposto como verdadeiro por meio de alguma argumentação temos um postulado. Nesse caso, é necessário que aquele que ensina convença o aprendiz de sua validade.

Para UFMG (2022, p.5) uma demonstração é “um argumento que mostra que uma afirmação (teorema, proposição, lema) segue de um conjunto de premissas”, ao passo que uma conjectura consiste numa “suposição bem fundada, porém (ainda) sem demonstração”. Quando a conjectura recebe uma demonstração, passa ao status de resultado.

2.2 GEOMETRIA PLANA E EDUCAÇÃO

Nesta seção aborda-se os conceitos de “educação” e “escola”, relacionando-os com o desenvolvimento e o ensino da geometria plana. Para isso, são tomadas como principais referenciais: Ghiraldelli Jr (2021), Brandão (1981) e Gadotti (2005). Sendo este último responsável pela sistematização da educação em: educação informal, educação formal e educação não formal, conceitos imanentes ao objetivo desta seção.

É no latim em que se encontram as raízes etimológicas da palavra “educação”, a saber os termos: *educere*, que tem como um dos significados “conduzir de fora”, e *educare*, cujas duas das acepções são “criar” e “formar”. Apesar das conotações desses dois termos concorrerem para práticas pedagógicas diversas, é indissociável delas os atos de instruir ou ensinar (Ghiraldelli Jr, 2021, p.16).

Seja tida como experiência criadora, seja enquanto um processo de condução externa, a educação é um fenômeno encontrado em povos antigos e da atualidade, onde há sempre transmissão, ou melhor, trocas de saberes e valores (Brandão, 1981). Nesse sentido, não há de se resumir a educação somente a um espaço físico, onde se ensinam coisas que um grupo social julga ser importante para sua manutenção e evolução.

> a Educação acontece como uma continuidade, como algo interior a momentos da vida, seja entre mãe e filha, seja em uma caçada de que jovens iniciantes participam. Sendo algo que ocorre sempre sem marcadamente “acontecer” em um momento único ou raro, ela parece dissolver-se em e entre outras práticas sociais (Brandão, 2022, p. 42).

É essa não diretividade e não intencionalidade que, à luz de Gadotti (2005) caracteriza a “educação informal”, ou seja, um processo que se dá espontaneamente a partir das trocas de saberes e valores, inerentes à qualquer experiência de ensino-aprendizagem, que não são necessariamente codificados. Daí que há nos estudos antropológicos, há uma ênfase maior à educação informal, por esta permear todo o saber-fazer dos povos das mais diversas regiões do planeta.

> Quando os antropólogos pouco falam em educação, eles pouco querem falar de processos formalizados de ensino. Porque, onde os andamaneses, os maori, os apaches ou os xavantes praticam, e os antropólogos identificam processos sociais de aprendizagem, não existe ainda nenhuma situação propriamente escolar de transferência do saber tribal que vai do fabrico do arco e flecha à recitação das rezas sagradas aos deuses da tribo. Ali, a sabedoria acumulada do grupo social não "dá aulas" e os alunos, que são todos os que aprendem, "não aprendem na escola". Tudo o que se sabe aos poucos se adquire por viver muitas e diferentes situações de trocas entre pessoas, com o corpo, com a consciência, com o corpo-ea-consciência (sic) (Brandão, 1981, p.7).

Isso posto, é salutar a ponderação feita por Boyer e Merzbach (2012) de que as origens da geometria podem estar também no período do neolítico, do qual são datadas gravuras e utensílios do cotidiano, que apresentam um considerável nível de simetria e proporção. Nesse sentido, da mesma forma que os saberes referentes a processos de contagem, os saberes sobre formas espaciais, assim como sobre o preparo das tintas e das cerâmicas e cestos, foram transmitidos oralmente e de forma empírica, ou seja, através do exemplo, tal qual se encontra entre os indígenas brasileiros de hoje.

> O homem neolítico pode ter tido pouco lazer e pouca necessidade de medir terras, porém seus desenhos e figuras sugerem uma preocupação com relações espaciais que abriu caminho para a geometria. Seus potes, tecidos e cestas mostram exemplos de congruência e simetria, que, em essência, são partes da geometria elementar e aparecem em todos os continentes (Boyer e Merzbach, 2012, p. 25).

D'ambrósio (2019) propõe que sejam considerados, antes de qualquer “passagem didática”, esses saberes populares, compartilhados informalmente, de forma a enriquecer a abordagem dos conteúdos sistematizados da escola. No caso da geometria, o autor salienta que o fazer matemático cotidiano esmaece frente ao caráter teórico da geometria euclidiana.

> Por exemplo, a geometria do povo, dos balões e das pipas, é colorida. A geometria teórica, desde sua origem grega, eliminou a cor. Muitos leitores a essa altura estarão confusos. Estarão dizendo: mas o que isso tem a ver? Pipas e balões? Cores? Tem tudo a ver, pois são justamente essas as primeiras e mais notáveis experiências geométricas. (D'ambrósio, 2019, p. 65).

A "educação não formal", por seu turno, é um processo intencional que ocorre externamente aos sistemas de ensino formalizados. É previsto um ambiente específico para sua materialização, além de uma ementa, objetivos e horários que podem ser mais ou menos flexíveis (Gadotti, 2005). São exemplos de educação não formal, as experiências de alfabetização organizadas por Paulo Freire no município de Angicos - PE e, mais recente, as ações de alfabetização do programa "Sim, eu posso" no Estado do Maranhão.

Já a "educação formal", para a qual se voltou a pesquisa que subsidiou este trabalho, consiste num processo formativo que ocorre em escolas e universidades, orientado por uma grade curricular, com horários e processos de avaliação fixos (Gadotti, 2005). Aqui o processo de ensino-aprendizagem ainda é considerado frequentemente de modo vertical e o vínculo entre o que se deve aprender com a realidade não é nítido como ocorre nas comunidades tribais.

Das civilizações da antiguidade, a egípcia é uma das quais em que se melhor documentou os processos educativos. Deve-se considerar que o desenvolvimento do Egito é marcado pela divisão social do trabalho, categoria esta que Brandão (1981) considera estruturante da organização política e da qual nasce a preocupação com o modo de transmissão dos conhecimentos e práticas, tidos como relevantes em um grupo social, assim como onde serão ensinados, quem vai ensinar e quem irá aprender.

Assim sendo, os registros da educação no Egito são significativamente compostos de ensinamentos morais, dirigidos aos futuros membros da administração do grande império, sem trazer maiores informações sobre sua estruturação. Pode-se inferir, no entanto, que dado o avançado grau de desenvolvimento da sociedade egípcia, esta possuísse uma altamente elaborada organização do ensino e dos saberes necessários à gestão da economia e política, e ao cultivo da arte e religião.

> Logo, para isso se imaginaria encontrar escolas “intelectuais” de matemática, geometria, astronomia e, mais ainda, de ciências esotéricas e sagradas (ierà grámmata), e escolas “práticas” dos vários ofícios; quer dizer, para a época antiga, escola de sacerdotes e aprendizado de artesãos (aos quais é óbvio acrescentar o treinamento dos guerreiros) (Manacorda, 2019, p.22).

Dentre os egípcios alvos de uma formação para a política, havia aqueles que apresentavam domínio não só dos saberes intelectuais, mas também dos saberes práticos, conforme se pode constatar na figura dos escribas. Estes, conforme atestado no papiro Anastasi I, papiro Moscou e papiro de Rhind, o qual tem como autor o escriba Ahmes, além de dominar a escrita tinham sólidos conhecimentos dos métodos de se calcular áreas.

> Os dois documentos (papiros de Rhind e Moscou) mostram as tarefas práticas relacionadas com a função do escriba, ou melhor, dos escribas e suas múltiplas especializações, que compreendiam o cálculo das superfícies dos campos, dos volumes dos armazéns ou dos edifícios, das instalações para a fabricação do pão, das dosagens para a cerveja ou dos impostos dos súditos e assim por diante (Manacorda, 2019, p. 50 - grifo nosso).

Um ponto importante desses conhecimentos matemáticos dos egípcios é sua forma de transmissão, proposta na forma de desafios que um escriba fazia a outro. Residindo nisso um ritual tal qual: “uma “reunião de professores” [...] uma “aula de Matemática” [...]. Como uma pequena, rotineira, mas nem por isso menos digna interação a ser considerada como uma celebração do ensinar e aprender” (Brandão, 1981, p.218 - 219). Algo parecido com essas trocas de desafios matemáticos também é presente entre os matemáticos da Grécia e, sobretudo, entre os matemáticos do renascimento.

Na Grécia, há o estabelecimento de novos paradigmas de formação para os homens de diferentes classes, como são exemplos os baseados em Homero e em Hesíodo. No que diz respeito a espaços que ofereciam algum tipo de instrução para a vida na pólis (cidade), há nos registros históricos menção aos Chorós, Chiasói e às escolas dos filósofos, da qual é exemplo a escola Pitagórica, que considerava que a educação ou paideia era um bem inalienável (Manacorda, 2019).

Brandão (2022, p.45) ao falar sobre Werner Jaeger, um historiador do mundo clássico, menciona que ao buscar tratar da formação da paideia grega.

> Irá pensar uma paideia que contém, configura e faz operar a cultura como "formação humana", logo, como Pedagogia, como Educação. De uma maneira bastante ousada e possivelmente grata ao olhar de antropólogos, ele irá buscar e reconhecer a "primeira Educação" entre os gregos de Homero até Eurípedes, não na escola ou na Pedagogia dos sofistas, mas na poesia e, depois, no teatro e na "praça pública" de Clifford Geertz (Brandão, 2022, p. 45)

A paideia grega tinha como alvos somente os cidadãos, ou seja, gregos livres, cujo acesso aos conhecimentos matemáticos, ainda não faziam distanciar a teoria da prática, como se pode notar em sua contribuição para a engenharia, astronomia e formação militar. Desse modo, vale ressaltar que é ao contexto grego que se deve o termo "escola", pois este é oriundo do termo grego scholé, a saber "espaço de recreação ou lazer" (Ghiraldelli Jr, 2021, p. 13).

Segundo Roque (2012) e Boyer e Merzbach (2012), em um dado momento da história, o ensino da geometria na Grécia, passou a constar com um importante recurso didático, que foi Os elementos de Euclides e, posteriormente, o "Quadrivium", a saber um compêndio formado por: aritmética, geometria, música e astronomia. O quadrivium, cuja organização é atribuída a Arquitas, junto do "Trivium", por sua vez formado pela: gramática, retórica e dialética; constituíram as setes liberais, imbricadas no paradigma ainda existente da "Educação clássica".

O ideário de um ensino universal ganha força nos idos do séc. XVIII, sobretudo, com a tomada do poder na França pelos revolucionários de 1789. Deste evento histórico, pode-se citar a proposição de marcos legais a partir da "assembleia dos revolucionários" para a instrução das várias classes sociais. Segundo Manacorda (2019), a educação passou a ser dividida em "instrução literária", "instrução intelectual" e "instrução moral", evocando dessa forma elementos de uma educação clássica. Ao mesmo tempo havia o ensejo de que a escola estivesse vinculada com a formação para o trabalho.

Entretanto, os progressos educacionais na França oitocentista não são tão significativos para as classes mais pobres, sendo muito relevantes no campo das ciências empíricas e humanidades, cujos cientistas, artistas e escritores eram das classes em ascensão. Daí sendo reforçado o consenso sobre o caráter burguês da revolução francesa.

> Mas é importante lembrar que o acesso universal à escolarização dos trabalhadores ficou apenas no plano das ideias. Como temos discutido até aqui, a educação tem um recorte de classe, portanto, o acesso ao conhecimento científico, filosófico, artístico e da cultura corporal mais

> avançado não era oferecido ao povo trabalhador, mas aos filhos das classes dominantes (Santos, Paludo e Oliveira, 2012, p. 24).

No caso do Brasil, a educação formal tocada inicialmente pelos jesuítas com fins de catequização, ignora os saberes geométricos. Conforme estabelece Meneses (2007) a geometria plana só vira matéria educacional no país a partir da necessidade de melhor preparar os militares para artilharia e engenharia, a partir de critérios estabelecidos em lugares da Europa. O referido autor cita que os canhões usados no Brasil colonial eram muito imprecisos na pontaria, problema que os militares tinham dificuldade de resolver.

> Assim em 1699, é criada a aula especial de fortificações, com objetivo de ensinar a desenhar e a trabalhar no forte. Na década de 1730 o ensino militar tornou-se obrigatório a todo o oficial, há o registro dos primeiros livros brasileiros sobre geometria -Exames de Artilheiros e Exames de Bombeiros. Foi a necessidade de ter noções geométricas que impulsionou estudos matemáticos, incorporados nos currículos oficiais (Sena e Dorneles, 2013, p.139).

O livro “Exame dos Artilheiros” tinha seu primeiro capítulo voltado a ofertar uma instrumentalização quanto à aritmética, especialmente, às quatro operações fundamentais. Do segundo capítulo em diante, abordam-se os conceitos da geometria considerados a partir de proposições derivadas originalmente do livro de Euclides, que serviriam finalmente às aplicações. Já o livro “Exame dos bombeiros”, que tem o mesmo autor “Alpoim”, abordava a geometria plana e a trigonometria, de forma que um nível mais aprofundado que o anterior. (Meneses, 2007, p. 25, 29).

Esse autor aborda ainda que aos poucos os conteúdos de geometria foram inseridos na educação básica nacional. Esse autor cita a geometria como requisito para o ingresso no Ensino Superior assim como sua inserção na grade curricular do colégio secundarista Pedro II no ano de 1897. Já há neste período a junção da geometria com as áreas de aritmética e álgebra para formar a matemática escolar.

2.3 EDUCAÇÃO DO CAMPO E ESCOLA DO CAMPO

Em sua origem, a Educação do Campo está relacionada ao acesso dos moradores dos acampamentos e assentamentos de reforma agrária ao ensino formal e, consequentemente, ao processo de escolarização. À medida que se avança na leitura desta seção, porém, nota-se que a educação é somente uma das nuances da Educação do Campo, a qual até pouco tempo consistia num “conceito em disputa” (Caldart, 2008).

Segundo destaca Castro (2020, p.26), as primeiras constituições do Brasil após sua independência, a saber as constituições de 1822 e 1824, não manifestaram uma preocupação com a instrução daqueles que não habitavam os grandes centros urbanos. Nesse sentido, eram isoladas as experiências de educação voltadas a atender às crianças e jovens nesse período ocorria de forma e, principalmente, sem qualquer subsídio da gestão pública. A referida autora menciona que tal omissão do Estado é vigente até a promulgação da constituição de 1934, no governo Vargas, onde a questão educacional na parte mais populosa do país, ou seja, o campo passa a ser abordada juridicamente.

Com “a reforma Capanema”, realizada no ano de 1946 e após a constituição de 1937 que instaurou o Estado novo, as condições de acesso dos camponeses ao ensino público são mais bem esclarecidas. Há na redação das leis que marcam essa reforma - Conjunto de Leis Orgânicas do Ensino -, a menção, por exemplo, da obrigatoriedade do patronato agrícola em permitir e facilitar o acesso das crianças à escola (Castro, 2020). Entretanto, as condições de aprendizagem também não eram as melhores, devido a questões como a falta de profissionais devidamente capacitados, como bem ilustrado na célebre obra “Torto Arado”.

> “Inclusive, no princípio, o prefeito sugeriu uma solução menos trabalhosa e, sabendo que minha mãe era alfabetizada, quis fazê-la professora. Minha mãe, consciente de suas limitações, recusou. Reforçou em sua fala a expressão “tenho a letra, mas não tenho o número” (Junior, 2016, p.56).

Por seu turno, Ghiraldelli Jr (2021, p.110) cita como um dos marcos da reforma Capanema, a preocupação com a formação técnico-profissional dos estudantes do Ensino Secundário do país, equivalente hoje ao Ensino Médio. Daí a iniciativa do Estado Novo em estruturar essa formação-técnica nas modalidades: Industrial, Comercial, Agrícola e Normal. Sendo a modalidade agrícola levada a cabo pela “Lei do Ensino Agrícola”. Sobre esta, tem-se que: “Possibilitava aos alunos o ingresso na faculdade de Agricultura ou Veterinária, também formando professores para disciplinas próprias do ensino agrícola” (CASTRO, 2020, p.28).

Um fato interessante sobre a atenção que a elite brasileira deu à Educação Rural foi o esvaziamento do campo e, consequentemente, o inchaço urbano. Conforme traz Santos, Motta e Vieira (2022):

> A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de 1961, em seu art. 105, estabeleceu que “os poderes públicos instituirão e ampararão serviços e entidades que mantenham na zona rural escolas capazes de favorecer a adaptação do homem ao meio e o estímulo de vocações profissionais”.

É perceptível no desenrolar da educação rural durante essas três décadas (1930 - 1960) o predomínio do tecnicismo enquanto aparelho pedagógico voltado ao incentivo da formação de mão de obra para o trabalho industrial e agrícola. Isso leva ao debate sobre como qualquer prática educativa é orientada, consciente ou inconscientemente, por tendências pedagógicas, por sua vez, alicerçadas em diferentes projetos de sociedade (Santos, Paludo e Oliveira, 2010).

As tendências liberais, que marcam a Educação Tradicional e por algumas das quais buscou-se orientar o ensino da Educação Rural se desdobram em um total de quatro: Tradicional Humanista, Liberal Renovada ou Pedagogia da Escola Nova, Teoria Tecnicista. Na Escola Rural, porém, ocorreu uma apropriação deturpada dessas tendências liberais.

> [...] para as gerações de trabalhadores do campo e da cidade foram legadas formas degeneradas e alienadas de educação escolar. Desde a estrutura física, passando pela formação dos professores, o currículo, o financiamento, as formas de avaliar, o conhecimento, enfim, tudo aquilo que diz respeito aos meios para que a escola contribuísse para alcançar os fins de uma formação humana livre e universal foi negada ou bastante limitada no interior da sociedade capitalista (Santos, Paludo, Oliveira; 2010, p. 25).

Nesse sentido, retoma-se a ideia apresentada no início desta seção, a saber que a Educação do Campo abrange o âmbito pedagógico, mas não se resume a este. Isso fica mais claro a partir da crítica que faz Caldart (2008, p.71) de que a Educação do Campo tem como base a tríade “campo - políticas públicas - educação”, de forma que analisar qualquer um desses elementos de forma isolada em debates sobre Educação do Campo significa: “promover uma desconfiguração política e pedagógica da Educação do Campo”.

Isso posto, salienta-se que a Educação do Campo tem sim em sua gênese a negação dos ideários da Educação Rural assim como de suas concepções pedagógicas de caráter tradicional. Entretanto a crítica se aprofunda no âmbito da disputa entre modelos de desenvolvimento propostos para o país, sendo o modelo vigente ainda na década de 2020 de origem colonial, ou seja, focado nos plantations e mercado de commodities, o qual ou expropria os sujeitos do campo ou os busca relegar as mais alienantes condições de trabalho. Daí Caldart (2008 a, p.4) considerar a Educação enquanto uma:

> [...] concepção de educação que “nasceu como crítica à realidade da educação brasileira, particularmente à situação educacional do povo brasileiro que trabalha e vive no e do campo. Esta crítica nunca foi à educação em si, mesmo porque seu objeto é a realidade dos trabalhadores do campo, o que necessariamente a remete ao trabalho e ao embate entre projetos de campo que têm consequências sobre a realidade educacional e o projeto de país”.

Cita-se aqui o MST - Movimento dos Trabalhadores Rurais Sem Terra - como o agente mais importante para trazer a Educação do Campo para o debate político e, também, inserção no campo acadêmico. São exemplos dessas contribuições a organização e gestão do I ENERA - Encontro Nacional dos Educadores e Educadoras na Reforma Agrária -, o qual culminou na I Conferência de Educação do Campo, cujas deliberações levaram no ano de 1999 à criação do PRONERA - Programa Nacional de Educação em Áreas de Reforma Agrária (Santos, Paludo e Oliveira, 2010, p.50).

> A decisão do MST em construir uma educação coadunada com a sua estratégia de luta contra-hegemônica tem estabelecido, portanto, tensões com a educação hegemônica e, consequentemente, com o Estado instituído. Sendo assim, as tensões e conflitos não se encerram no contexto da luta pela terra (Araújo, 2020 p.129).

A Educação do Campo é, nesse sentido, resultado de uma série de esforços para garantir um ensino que reconheça a importância dos conhecimentos tradicionais dos povos do campo, respeitando suas formas de existência, ao mesmo tempo que lhes garanta um aprendizado efetivo dos conhecimentos historicamente sistematizados (Antunes-Rocha, Martins, Martins, 2011).

Desse modo, a Escola do Campo antagoniza com a Escola Rural, por esta última apresentar, dentre outras, características como: dicotomia entre saber teórico e saber prática, não valorização dos saberes e experiências prévias dos camponeses, ensino voltado ao acúmulo de conteúdos sem preocupação de dar-lhes significado (Caldart, 2008).

A Escola do Campo, contudo, não tem de si apenas as experiências pedagógicas do MST, mas antes incorporou para sua formação outras experiências, a exemplo das práticas de organicidade dos CEFFAS - Centros Familiares de

Formação por Alternância -, os quais por sua vez radicam nas vivências das *Maison Familiale Rurale* (Casa familiar Rural) surgidas na década de 1930 a partir do protagonismo dos camponeses da França na luta por uma educação emancipatória, cujos princípios e valores são comuns às demais parcelas do campesinato mundial (Antunes - Rocha, Martins, Martins, 2012, p.29).

2.4 ENSINO DE GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA DO CAMPO

O Pisa - Programa Internacional de Avaliação de Estudantes, em sua prova de matemática do ano de 2018, verificou que 68,1% dos estudantes brasileiros não alcançaram o nível 2 de proficiência, estabelecido na escala dessa avaliação externa. Destaca-se que a prova do Pisa se estrutura em seis níveis de proficiência e que se volta a investigar o aprendizado de alunos com idade de quinze anos dos países membros da OCDE - Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (Brasil, 2020, p.114).

Destaca-se ainda que na supracitada prova, a média geral de proficiência para os estudantes brasileiros foi de 384 pontos, ao passo que, para os estudantes das ainda chamadas pelo Estado brasileiro de “Zona Urbana” e “Zona Rural” foi, esse valor foi, respectivamente: 385 e 350 (Brasil, 2020, p.114 - 116). Apesar de não se tratar de valores tão discrepantes, evidencia-se aqui uma suposta inferioridade da qualidade do aprendizado nas escolas situadas no campo.

Por seu turno, o Saeb - Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica -, na edição de sua prova do ano 2019, a qual considerou a proficiência em matemática em nove níveis, verificou uma média geral de 277,3 (nível 2) em matemática para os discentes da 3ª e 4ª séries do Ensino Médio nacional. Para a Zona Urbana essa média foi de 278,5 (nível 2) e, para a Zona Rural: 249,6 (nível 1) (Brasil, 2021, p. 222 - 223).

Esse quadro geral com o qual encerra a década de 2010 assinala para uma precariedade do ensino-aprendizagem de matemática escola no Brasil e, principalmente, aponta para a manutenção de problemas históricos na forma como os conteúdos de aritmética, álgebra e geometria - que formam a base das demais áreas matemáticas - são trabalhados em sala de aula.

No caso do ensino de geometria, as defasagens de aprendizado ainda devem em muito à má formação ou ausência de formação dos professores, desafio este que concorre para um ensino mecanizado com ênfase na memorização de "poucos conceitos e muitas fórmulas", conforme identificado no Ensino Fundamental II por Oliveira (2012, p.38).

Para o Ensino Fundamental I do Campo, a situação não é menos preocupante para o ensino de geometria, pois os docentes não se sentem adequadamente preparados para abordar os conceitos dessa área, devido principalmente a problemas na formação inicial, segundo já mencionado.

> É perceptível um certo desconforto desses professores ao falar sobre o ensino de Geometria, o que não acontece quando se referem ao ensino de números, por exemplo. Refletindo esse desconforto, pouco tempo é dedicado ao trabalho com geometria nas salas de aula nas séries iniciais. Falta aos professores clareza sobre o que ensinar de Geometria e/ou acerca de que habilidades desenvolver nesse nível de ensino (Fonseca et al, 2011, p. 9-10)

Esse processo de marginalização dos conteúdos geométricos é denunciado no contexto geral da educação básica por Carvalho (2014, p.81) e, bem antes, por Lorenzato (1999). Este último menciona que os conteúdos da geometria plana não são abordados sequencialmente e, tampouco, considerando o pensamento geométrico do alunado. Além disso, dada a falta de trato com a velha ciência do espaço e das formas, os docentes costumam apelar para a "aritmetização da geometria".

No contexto atual do ensino de matemática, ainda são poucos os trabalhos voltados a compreender o ensino-aprendizagem de matemática e, mais especificamente geometria, em escolas situadas no Estado do Maranhão. Encontrou-se nesta pesquisa como resultado mais recente a pesquisa de Nunes, Oliveira, Braga et al (2020, p.85); a qual é voltada à investigação dos "Desafios dos Professores de Matemática em Classes Multisseriadas do Município de Buriticupu". Estes autores identificaram que, apenas, 5% dos 20 docentes do Ensino Fundamental pesquisados tinham Licenciatura plena em Matemática, tendo o restante: formação em nível médio, Pedagogia e Biologia.

Tal quadro não tende a se diferenciar para o restante das escolas no campo do Estado do Maranhão e do Brasil, principalmente, devido às redes municipais de educação, responsáveis prioritariamente pelo Ensino Fundamental, disporem de formas de contratação que dispensam seletivos simplificados de títulos e concursos públicos.

Dada a incipiência da área de pesquisa "ensino-aprendizagem de geometria na Educação do Campo", ainda são poucos os trabalhos desta seara que recorrem à pesquisa de campo ou estudo de caso em suas abordagens metodológicas, conforme se pode contrastar com a quantidade de trabalhos que pesquisam o ensino - aprendizagem de geometria em outras modalidades de ensino. Menciona-se como alguns dos resultados encontrados na revisão bibliográfica deste trabalho: Souza (2017), cujo título é "Horta Escolar Geométrica: um estudo de caso entre o processo de ensino e aprendizagem na perspectiva interdisciplinar na educação do campo"; e Silva (2020) com seu trabalho nominado "O Sagrado nas Pinturas Corporais Indígenas Potiguara da Paraíba: um diálogo entre a educação do campo e a etnomatemática, através dos saberes ancestrais". No que diz respeito a trabalhos que abordassem exclusivamente o ensino-aprendizagem de geometria, sem que esteja interpelado com outros temas, não encontrou qualquer resultado.

Tem - se dessa forma que a fotografia sobre a aprendizagem de geometria em escolas situadas no campo é quase totalmente de responsabilidade das chamadas "avaliações externas", cujos últimos relatórios públicos não têm detalhado os valores de proficiência por área temática. No caso, por exemplo, da prova do Pisa, é de 2012 o último relatório que traz individualmente a proficiência dos estudantes em geometria. Nas últimas versões dessa prova, assim como ocorre na avaliação externa do Seama - Sistema de Avaliação do Estado do Maranhão - somente os aplicadores e demais avaliadores têm acesso aos dados sobre o desempenho nas questões que avaliam conceitos geométricos.

A crítica que se faz aqui é a de que os professores que atuam na Educação Básica do Campo, os quais podem ser egressos dos cursos de Licenciatura em Educação do Campo, antes de qualquer abordagem dos conteúdos de geometria, necessitam identificar "os conhecimentos prévios de geometria" que possuem e, principalmente, em qual (is) "nível (is) de pensamento geométrico" estão situados seus discentes. Conforme se verá mais adiante, essas duas instâncias são relevantes para a ocorrência de aprendizagem significativa de geometria, a ponto de sua observância ser até mais efetiva para melhoria do aprendizado dessa área da matemática que as receitas gerais dadas pelas macroavaliações.

Isso posto, a Educação do Campo carece de mais trabalhos de pesquisa que abordem de forma aprofundada não só o aprendizado de geometria, mas também aritmética, álgebra, probabilidade e estatística. Da mesma forma analisar as demais especificidades do pensamento matemático: pensamento algébrico, pensamento aritmético, pensamento probabilístico etc. Pois ao fazer assim garante uma maior efetividade de abordagens como, por exemplo, a Etnomatemática, a aprendizagem ativa e aprendizagem personalizada. Além do mais, está na proposta pedagógica da Educação do Campo, a propiciação de uma formação integral ou omnilateral.

3. O DIÁLOGO ENTRE TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E MODELO VAN HIELE

3.1 O QUE É A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA EM AUSUBEL

Segundo Knud Illeris (Illeris, 2013, p.17) toda aprendizagem é composta de: “um processo externo de interação entre o indivíduo e seu ambiente social, cultural ou material, e “um processo psicológico interno de elaboração e aquisição”. Para esse autor, as teorias da aprendizagem tanto behavioristas, quanto cognitivistas, de cujas últimas é exemplo a teoria da aprendizagem de Ausubel, dão ênfase ao primeiro processo.

Isso posto, falar que a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel é cognitivista evoca a discussão sobre as filosofias que subjazem as construções teóricas da aprendizagem. No caso da abordagem feita por Moreira (2022) essas filosofias se resumem em três: filosofia comportamentalista, filosofia humanista e filosofia cognitivista.

Começando pela primeira, mais bem lembrada como behaviorismo, a filosofia comportamentalista tem sua ênfase “nos comportamentos observáveis e mensuráveis do sujeito, ou seja, nas respostas que dá aos estímulos externos” (Moreira, 2022, p.35-36). A leitura de tais respostas, conforme este teórico, subsidia à administração de reforços positivos, de forma que a resposta se repita mais vezes, e, também, à administração de reforços negativos, voltados a mitigar e até fazer cessar a resposta.

Outro elemento que marcaram a vigência da filosofia comportamentalista, que surge na década de 1920, nos sistemas de ensino mundo afora, foi a abordagem dos conteúdos escolares a partir das “mnemotécnicas”, que desde a Grécia antiga existem com o objetivo de facilitar a memória, mas que ganham um caráter mecanicista com o behaviorismo, que as tornou:

> [...] programas de treinamento individualizado, definidos por objetivos operativos, em que se ensinava os alunos, sob a epígrafe de técnicas e métodos de estudo, cadeias prescritas de operações, basicamente motoras, como reler, repetir, escrever resumos, fazer esquemas etc. Tais programas podiam ser dados independentemente do currículo ou da escola, e inclusive autoadministrarem-se mediante “livros programados” que exercitavam os leitores na aplicação repetida de cada uma das técnicas e a correspondente correção, reforçadora (“continue assim!”) ou reparadora (“tente de novo, fixando-se melhor!”) (Martín e Solé, 2006, p.149).

A filosofia humanista, por sua vez, não trata somente dos aspectos comportamentais ou apenas dos cognitivos, mas antes concebe o indivíduo como um conjunto indissociável de pensamentos, sentimentos e ações. Nesse sentido, o afeto é considerado por ela como elemento necessário à aprendizagem, apesar de outras filosofias da aprendizagem não o ignorarem. No que diz respeito a elementos do discurso pedagógico que bebem no humanismo se pode citar: “o ensino centrado no aluno” e o “aprender a aprender”. Já no que diz respeito à outras teorias educacionais, têm influência do humanismo: as “Pedagogia da Libertação” e “Pedagogia da Autonomia”, ambas de autoria de Paulo Freire (Moreira, 2022).

Já no que diz respeito ao cognitivismo, esta é uma filosofia que não ignora aspectos tidos como externos, como é o caso do afeto e do ambiente, porém, se volta a observar os mecanismos cognoscíveis pelos quais uma nova informação é retida pelo indivíduo. Aqui, ao invés da relação entre estímulo e resposta, há um interesse pelos processos mentais de atribuição de significados, compreensão, transformação e armazenamento das informações na estrutura cognitiva.

> Para os cognitivistas, o foco deveria estar nas chamadas variáveis intervenientes entre estímulos e respostas, nas cognições, nos processos mentais superiores (percepção, resolução de problemas, tomada de decisões, processamento de informação, compreensão) – quer dizer, na mente, mas de maneira objetiva, científica, não especulativa (Moreira, 2022, p. 37)

Assim sendo, não só a teoria da aprendizagem de Ausubel, a qual é foco desta seção, mas também a teoria de Jean Piaget, o modelo Van Hiele (discutido na próxima seção) e, com base em critérios mais atuais, a teoria da aprendizagem de Lev Vygotsky possuem um caráter cognitivista.

David P. Ausubel e Piaget são cognitivistas por seus trabalhos considerarem que a cognição é uma construção do indivíduo. Daí o construtivismo piagetiano consistir numa “posição filosófica cognitivista interpretacionista”, pois cabe ao sujeito atribuir significados às coisas que estão à sua volta (Moreira, 2022, p. 37). Já os indícios sobre a identidade cognitivista dos trabalhos de Vygotsky se devem ao fato deste psicólogo ter como preocupação investigar: “os processos internos relacionados à aquisição, à organização e ao uso do conhecimento e, especificamente, com sua dimensão simbólica” (Oliveira, 2019, p.83-84).

David P. Ausubel publicou sua TAS no ano 1963 nos EUA, a qual foi revista anos mais tarde a partir da colaboração de Novak e Hanesian. No Brasil essa construção teórica da aprendizagem é popularizada a partir da década de 1970 com as traduções e divulgações feitas, sobretudo, por Marco Antonio Moreira, o qual publicou nas últimas décadas sua “Teoria Crítica da Aprendizagem Significativa”. Para iniciar a discussão sobre aprendizagem significativa, adota-se a seguinte versão do texto deste autor:

> Aprendizagem significativa é aquela em que ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva e não-arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe. Substantiva quer dizer não-literal, não ao pé-da-letra, e não-arbitrária significa que a interação não é com qualquer idéia (sic) prévia, mas sim com algum conhecimento especificamente relevante já existente na estrutura cognitiva do sujeito que aprende (Moreira, 2006, p.2)

A característica que o conceito de aprendizagem significativa tem de ser resumido e sucinto, conforme abordam Martín e Solé (2006), deve-se ao fato de Ausubel se opor aos dois extremos, ocupados de um lado pelo behaviorismo e, do outro, pela ideia de não diretividade do ensino e aprendizagem por descoberta.

Entenda-se por estrutura cognitiva “o conteúdo total de ideias de um certo indivíduo e sua organização ou o conteúdo e organização de suas ideias em uma área particular de conhecimentos” (Moreira,2022, p. 265). Nesse sentido, aprender significativamente presume um processo de “organização” e “integração” do conteúdo a ser assimilado na estrutura cognitiva. Ressalta-se que a estrutura cognitiva não é aqui considerada como uma região específica do cérebro, possuindo um conjunto específico de neurônios, tal associação com a neurociência ainda é muito especulativa.

Dito isso, Ausubel se atém a como o novo conteúdo assimilado se associa com estruturas de conhecimento pré-existentes na estrutura cognitiva do indivíduo. Tais estruturas são por ele chamadas de “subsunçores”, ou seja, “aquilo que o aprendiz já sabe”. Os subsunçores podem ser, conforme Moreira (2006, p.15): “um conceito”, “uma ideia”, “uma proposição”, contidas na estrutura cognitiva e capazes de servir como ponto de ancoragem para o novo conteúdo a ser aprendido.

Conforme salienta Moreira (2009, p.153) o termo “subsunçor” era estranho à Língua Portuguesa no início de seus primeiros escritos sobre a TAS no Brasil, por corresponder a um aportuguesamento do termo inglês “subsumer”, cujos significados podem ser: inseridor, facilitador, subordinador.

Ao se indagar sobre a origem dos subsunçores tem-se, à luz da TAS, que eles decorrem, em menor grau, do processo de “formação de conceitos”, ou seja, “que envolve abstrações e generalizações de instâncias específicas”, que são consolidadas até o início da idade escolar. Outra possibilidade é que os subsunçores sejam adquiridos por “aprendizagem mecânica”, a qual, diferentemente da aprendizagem significativa, ocorre de forma literal, ou seja, “ao pé da letra”; e arbitrária, ou seja, com qualquer conceito, ideia ou proposição (Moreira, 2022, p.268; Moreira, 2006).

Isso posto, as crianças já chegam em sala de aula tendo ideia do que seja um círculo, um triângulo e um quadrado, da mesma forma que reconhecem alguns tipos de animais e letras. À medida, porém, que se avança para os anos finais da educação básica, vão aprender mecanicamente e significativamente os conteúdos. Também pode acontecer de que raramente aprendam significativamente os conteúdos, seja pelos fatores apresentados na última seção, seja pelos trazidos mais à frente.

Ainda sobre a aprendizagem mecânica, é comum serem feitas associações dela a um ensino predominantemente instrucionista, ao passo que a aprendizagem significativa estaria associada a um tipo de “aprendizado ativo”, “centrado na descoberta”. Para Moreira (2022) há um contínuo entre esses dois tipos de aprendizagem, assim como são complementares essas formas de apresentar os conteúdos para nova aprendizagem.

> [...] há tarefas escolares nas quais o aluno recebe uma informação que só pode ser relacionada de maneira memorística com seus conhecimentos prévios, como pode ser o caso de determinadas maneiras de aprender as tabuadas de multiplicar, mas também podem favorecer-se aprendizagens claramente significativas por meio de uma exposição do professor, na qual se destaquem as relações entre determinados conceitos ou princípios. Ao mesmo tempo, podem ocorrer situações de descoberta por tentativa e erro que não gerem relações substanciais com elementos da estrutura cognitiva do aluno. [...] **não é a dimensão recepção - descoberta que por si só pode garantir a priori um nível adequado de significatividade na aprendizagem escolar.** Essa posição [...] tem importantes repercussões, já que nos contextos escolares uma grande parte das tarefas responde a uma estrutura receptivo-expositiva (MARTÍN; SOLÉ, 2006, p. 61 - 62, grifo nosso)

Moreira (2006, 2011, 2022) salienta também que o processo de aprendizagem significativa é marcado não só pela integração dos conceitos à estrutura cognitiva, mas pela mudança tanto dos subsunçores quanto da própria estrutura cognitiva pelos conceitos recém-assimilados, denotando assim um constante desenvolvimento cognitivo à medida que a aprendizagem significativa se processa.

> "Ausubel vê o armazenamento de informações no cérebro humano como sendo organizado, formando uma hierarquia conceitual na qual elementos mais específicos de conhecimento são ligados (e assimilados) a conceitos mais gerais, mais inclusivos. Estrutura cognitiva significa, portanto, uma estrutura hierárquica de conceitos que são representações de experiências sensoriais do indivíduo (Moreira, 2022, p. 266).

.

Os fatores imbricados na ocorrência de aprendizagem significativa são: a) conhecimentos prévios; b) organizadores prévios; c) material de ensino potencialmente significativo; d) predisposição do discente para aprender (Moreira, 2022; Martín e Solé, 2006). O primeiro, conforme já abordado, diz respeito à matéria-prima de qualquer processo de ensino-aprendizagem no Ensino Médio, pois para que haja aprendizagem significativa de trigonometria, deve-se saber antes as propriedades do triângulo retângulo e que para que a figura seja triângulo retângulo ela não precisa ter sua base sobre uma determinada reta, mas basta que tenha um ângulo reto.

Da mesma forma, os conceitos de razões trigonométricas vão servir para a grande variedade de conteúdos da física que são abordados a partir de um tratamento vetorial. Assim sendo, a marginalização ou supressão dos conteúdos de qualquer área do conhecimento, pode concorrer para a ausência de subsunçores.

No que concerne aos organizadores prévios, segundo Moreira (2022, p. 32), eles consistem em "materiais instrucionais que se destinam a facilitar a aprendizagem significativa de tópicos específicos ou série de ideias estreitamente relacionadas". Caso os tópicos abordados em um material não sejam tão próximos, a exemplo do que acontece em um sumário, ao invés de um organizador prévio, tem-se um "pseudo-organizador prévio".

Novak parece ter dado mais ênfase aos organizadores prévios em seus trabalhos. Este autor considera como organizadores prévios eficazes os mapas conceituais e os diagramas UVE, por conta de apresentarem uma hierarquia conceitual e uma preocupação com uma relação substantiva entre os conceitos.

> [...] constituem poderosos organizadores prévios e ajudam a projetar o ensino que se baseia nas estruturas do conhecimento do aluno. Se pedirmos aos alunos que construam o melhor mapa conceitual ou diagrama UVE para um tema ou uma atividade concreta, manifestarão tanto as idéias (sic) válidas que têm sobre estes como as não-válidas. [...] [Isso] faz com que o aluno perceba que possui certos conhecimentos relevantes para o novo tema, o que incrementa sua motivação para aprender de modo significativo (NOVAK, 1988, p.99).

Na seção 3.3 deste trabalho serão abordadas as demais partes que constituem a TAS e as quais guardam proximidade com os conceitos que constituem o MVH. De forma que assim se discuta as convergências entre essas duas construções teóricas da aprendizagem.

3.2 NÍVEIS DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO DO MODELO VAN HIELE

O MVH continua sendo uma importante construção teórica que atende aos estudos do ensino-aprendizagem na educação de nível básico e de nível superior. Sobre seu surgimento e adoção por alguns sistemas de ensino, Corberan (2014) traz o seguinte:

> No ano de 1957, os professores holandeses, Dina e Pierre Marie Van Hiele, defenderam suas teses de doutorado, concluídas simultaneamente, na Universidade de Utrecht. Delas surgem o modelo que leva seu nome (van hiele). [...] com exceção da União Soviética, onde o currículo de geometria foi revisado nos anos sessenta para se ajustar ao modelo Van Hiele - muitos anos se passaram até que começou a ser considerado. Nos Estados Unidos, ele começou a ser discutido nos anos setenta, graças aos trabalhos de Izaak Wirzup (1976)". Na Holanda, Hans Freudenthal faz referência ao modelo em seu livro "Mathematics as an Educational Task" (1973).

Esse modelo de ensino se caracteriza por conceber a aprendizagem como um processo cumulativo e sequenciado, pelo qual ocorre o desenvolvimento do pensamento geométrico. Para isso, os Van Hiele propuseram cinco níveis cognitivos pelos quais ocorria a aprendizagem significativa: nível 0 (visualização), nível 1 (análise), nível 2 (dedução informal), nível 3 (dedução formal), nível 4 (rigor). Posteriormente, passou-se a chamar o nível 0, de nível 1 (Kaleff, 1994; Corberan, 2014).

O quadro 1 a seguir traz as principais características desses níveis de pensamento geométrico. O percurso se dá a partir do nível da visualização e vai até o nível do rigor e, caso haja saltos, a aprendizagem nos demais níveis se torna "algorítmica" (Corberan, 2014).

QUADRO 1: Características de cada nível de pensamento geométrico

Nível 1 / Visualização	Nível 2 / Análise	Nível 3 / Dedução informal	Nível 4 / Dedução formal	Nível 5 / Rigor
O aluno reconhece visualmente uma figura geométrica, tem condições de aprender o vocabulário geométrico. Mas ele não reconhece ainda as propriedades de identificação de determinada figura.	O aluno identifica as propriedades de determinada figura, mas não compreende a inclusão de classes, ou seja, que por exemplo todo quadrado é um retângulo, ou que todo triângulo equilátero é um triângulo isósceles.	O aluno é capaz de fazer a inclusão de classes e acompanha uma prova formal, mas não é capaz de construir outra. Ele entende o significado de uma definição.	O aluno é capaz de fazer provas formais e de raciocinar no contexto de um sistema dedutivo completo.	O aluno consegue comparar sistemas baseados em diferentes axiomas. É neste nível que as geometrias não euclidianas podem ser compreendidas.

Fonte: Gonçalves, Gomes e Vidigal (2016)

Apesar do MVH ter sido criado ainda na década de 60 e só recentemente ter ganhado visibilidade nas discussões educacionais do país, um fato interessante é uma menção direta feita a esse modelo na redação dos antigos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino de matemática.

> O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades (Brasil, 1997, p.82)

Essa atenção dada ao aprendizado de geometria na infância é encontrada também no texto da Base Comum Curricular e de Currículos regionais espalhados pelo Brasil, embora não se faça qualquer alusão direta aos níveis de pensamento geométrico. As recomendações de ambos os documentos curriculares convergem para o seguinte apontamento trazido por Freudenthal (2012):

> "Geometria é 'compreender o espaço'. Compreender o espaço em que a criança, respira, se move. O espaço que a criança deve aprender a

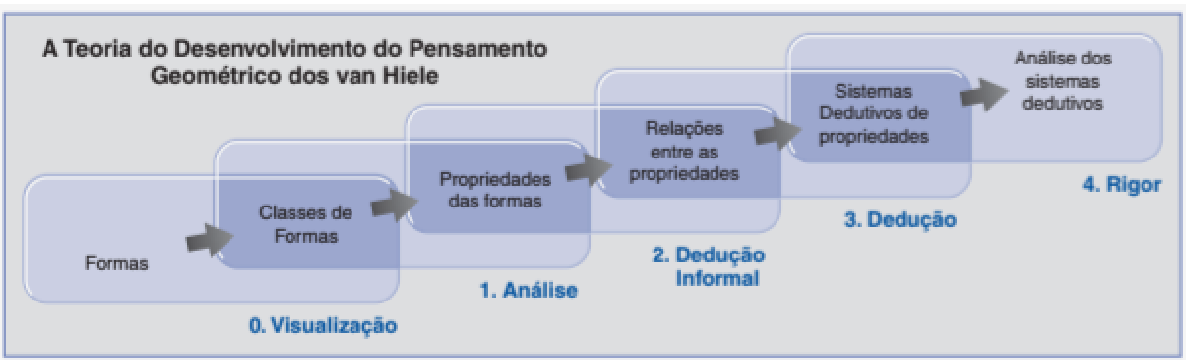
> conhecer, explorar, conquistar, de modo a poder aí viver, respirar e mover-se melhor. [...] A geometria presta-se, mais do que outros temas, para a aprendizagem da matematização da realidade e para a realização de descobertas, que sendo feitas também "com os próprios olhos e mãos, são mais convincentes e surpreendentes."

Isso posto, é notório a atualidade da crítica feita por Lorenzato (1995, p.11) de que no sistema de ensino brasileiro, o ensino dos conteúdos geométricos fica restringido ao nível 1 do MVH, no qual os discentes "julgam que o quadrado não é retângulo só porque possuem aparências diferentes".

Ressalta-se que os níveis de pensamento geométrico não são condicionados ao desenvolvimento biológico, sendo assim aceitável, embora indesejado, que os alunos apresentem um pensamento geométrico restrito ao nível da visualização (Kaleff, 1994).

Uma outra importante característica do MVH é que os cinco níveis de pensamento geométrico se voltam mais à forma como os indivíduos raciocinam sobre as ideias geométricas do que propriamente sobre o grau de conhecimentos referentes a cada um dos níveis (Van de Walle, p.440). Este autor faz ainda os "objetos de conhecimento" referentes a cada um dos níveis do MVH, são eles: as formas, classes de formas, propriedades das formas, relações entre as formas, sistemas produtivos de propriedades, análise dos sistemas dedutivos.

Figura 2: Objetos de conhecimentos dos níveis de pensamento geométrico



Fonte: Van de Walle (2009, p.443)

Até aqui foi apresentado apenas uma das partes do MVH, a outra parte consiste das chamadas "fases de aprendizagem" e dizem respeito a estratégias para fazer os discentes progredir entre os níveis de pensamento geométrico. Esses elementos do MVH são apresentados e relacionados com os conceitos da TAS, de forma a discutir o diálogo entre esta última construção teórica com o MVH.

3.3 TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E O MODELO VAN HIELE: CONVERGÊNCIAS

Ao se buscar promover o diálogo entre os conceitos de aprendizagem significativa e níveis de pensamento geométrico, tende-se a dar ênfase à aprendizagem dos conteúdos em detrimento de aspectos do pensamento geométrico. É o que ilustra e rechaça Van de Walle (2009), pois para este autor o senso espacial e conteúdos específicos devem ser um contínuo na abordagem de geometria, pois enquanto o primeiro se relaciona ao “modo como os estudantes pensam e raciocinam sobre formas e espaços; os conteúdos específicos se aproximam mais do que trazem os livros didáticas e ementa de cursos.

> O senso espacial inclui a habilidade para visualizar mentalmente objetos e relações espaciais – para girar e virar as coisas em sua mente. Isso inclui um conforto com as descrições geométricas de objetos e de suas posições. Pessoas com senso espacial apreciam formas geométricas na arte, na natureza e na arquitetura. Elas são capazes de usar ideias geométricas para descrever e analisar o mundo em que vivem (Van de Walle, 2009, p.439).

É perceptível, desse modo, que tanto o ensino de geometria quanto os trabalhos que se propõe a investigar a aprendizagem significativa de geometria se voltam mais aos conteúdos específicos, que ao senso espacial, mais diretamente relacionado ao desenvolvimento do pensamento geométrico. É o caso do trabalho de Silva (2018) que foca no ensino de equiláteros.

> Em cada Nível de van Hiele, na Fase 1, devemos verificar os conhecimentos prévios do aluno com relação a determinado conteúdo. Feito isso, se houver necessidade de um conhecimento especificamente relevante (subsunçor), iremos fazer uso de orientadores prévios expositivos; no entanto, se o problema for apenas a dificuldade de relacionar e diferenciar a nova informação com aquilo que o discente já sabe, utilizaremos organizadores prévios comparativos (Silva, 2018, p. 22).

Desse modo, interessa a este trabalho tanto discutir a contribuição dos níveis de pensamento geométrico à aprendizagem significativa dos estudantes avaliados quanto a importância dos conteúdos específicos.

Dado que “o armazenamento de informações no cérebro humano como sendo organizado, formando uma hierarquia conceitual na qual elementos mais específicos de conhecimento são ligados a conceitos mais gerais, mais inclusivos” (Moreira, 2022, p.266); tem se que esta definição concernente à aprendizagem significativa vem ao encontro do seguinte apontamento feito por Gonçalves, Gomes e Vidigal (2009):

> Para pensar em determinado nível o aluno deve ter se apropriado das estratégias de pensar dos níveis precedentes. A progressão entre os níveis depende da escolha cuidadosa de conteúdos e da metodologia de ensino [...]. Cada nível [...] possui uma linguagem com seus termos e símbolos que pode ser provisória até o progresso para o nível seguinte.

Pode-se considerar os níveis de pensamento geométrico muito próximos dos conceitos de subsunçores trazidos na TAS, pois estes podem ser, dependendo da frequência de aprendizagem significativa: “abrangentes e bem desenvolvidos ou limitados e pouco desenvolvidos (Moreira, 2022, p. 267).

Ressalta-se que se um nível de pensamento geométrico não é plenamente desenvolvido, não é possível que o indivíduo progrida para o nível de pensamento geométrico seguinte. Assim pode-se dizer que o desenvolvimento do pensamento geométrico guarda muita proximidade com os tipos de aprendizagem significativa abordados por Moreira (2022, p.272), as quais são: aprendizagem representacional, aprendizagem de conceitos, aprendizagem proposicional, listadas abaixo:

a) “Envolve a atribuição de significados a determinados símbolos (tipicamente palavras), isto é, a identificação, em significado, de símbolos com seus referentes (objetos, eventos, conceitos). Os símbolos passam a significar ao indivíduo aquilo que seus referentes significam”.

b) “[...] conceitos são também representados por símbolos particulares; porém, são genéricos ou categóricos, representam abstrações dos atributos essenciais dos referentes, i.e., representam regularidades em eventos ou objetos”.

c) “[...] aprender o significado de ideias em forma de proposição. De modo geral, as palavras combinadas em uma sentença para constituir uma proposição representam conceitos. A tarefa [...] não é aprender o significado dos conceitos [...], e sim o significado das ideias expressas verbalmente por meio desses conceitos sob forma de uma proposição, ou seja, a tarefa é aprender o significado que está além da soma dos significados das palavras ou conceitos que compõem a proposição.

Dos trabalhos produzidos em território nacional, apenas Silva (2018) se propõe a abordar as compatibilidades entre a TAS e o MVH. Os pontos de convergência trazidos por ele dizem respeito ao ato de ensino e não ao diagnóstico, conforme se propôs fazer neste trabalho. Abaixo são trazidos alguns dos apontamentos feitos pelo referido autor.

Antes do ensino de qualquer conteúdo geométrico deve-se verificar os conhecimentos prévios que os discentes, de forma que, caso for necessário, se faça uso dos organizadores prévios (Silva, 2018). O autor destaca que o ensino de qualquer conteúdo deve partir fase 1 do modelo Van Hiele, a saber o:

> QUESTIONAMENTO ou INFORMAÇÃO: Professor e alunos estabelecem um diálogo versando sobre o material de estudo deste nível. Neste diálogo são feitas observações, questões são levantadas, e o vocabulário específico do nível é introduzido. Nesta fase o professor percebe quais os conhecimentos anteriores que os alunos têm do assunto, e estes percebem qual direção os estudos tomarão (Kaleff et al, 1994, p.6).

Na passagem de uma fase à outra do Modelo Van Hiele, o professor deve garantir que aprendizagem seja significativa, ou seja, que haja uma interação substantiva entre o que discente já sabe e o conteúdo da nova aprendizagem (Silva, 2018). Destaca-se que o MVH possui cinco fases de aprendizagem, que são comuns a todos os cinco níveis de pensamento geométrico, são elas: Questionamento, orientação direta, explicitação, orientação livre, integração (Gonçalves, Gomes e Vidigal, 2009; Corberan, 2014).

Silva (2018, p.23) destaca ainda que ao se buscar a locomoção adequada pelos níveis de pensamento geométrico deve-se considerar ainda os processos de “diferenciação progressiva” e “reconciliação integrativa”. Sobre estes dois conceitos da TAS, Moreira (2022, P.276) esclarece que:

> [...] quando um novo conceito ou proposição é aprendido por subordinação – i.e., por um processo de interação e ancoragem em um conceito subsunçor –, este também se modifica. A ocorrência desse processo uma ou mais vezes leva à diferenciação progressiva do conceito subsunçor. [...] novas informações são adquiridas, e elementos existentes na estrutura cognitiva podem reorganizar-se e adquirir novos significados. Essa recombinação de elementos previamente existentes na estrutura cognitiva é referida por Ausubel como reconciliação integrativa.

4. METODOLOGIA

Esta pesquisa envolveu uma abordagem do tipo quali-quantitativa, em que se procurou analisar a relação entre níveis de pensamento geométrico e a possibilidade de recorrência de aprendizagem significativa de geometria no CECRN.

Assim, classifica-se esta pesquisa como exploratória no que diz respeito ao seu propósito, haja vista que buscou: “proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses” (Gil, 2021, p. 26). O caráter exploratório dessa pesquisa é ainda reforçado ao se considerar a incipiência de seu objeto no cenário acadêmico brasileiro.

Isso posto, recorreu-se a um levantamento de dados a partir do emprego do TCPG - Teste de Conhecimentos Prévios de Geometria, e do TVH - Teste Van Hiele os quais foram extraídos de Usiskin (1982) e Oliveira (2012). Esses testes abordam, respectivamente, os conhecimentos prévios de geometria e os níveis de pensamento geométrico dos discentes. Isso leva a classificação deste trabalho, dessa vez quanto aos métodos, como sendo pré-experimental, por não ter sido realizado nenhum pré-teste antes da aplicação dos dois testes (Gil, 2021).

No que diz respeito ao TCPG e o TVH eles são, em sua origem, criados pelo departamento de educação da Universidade de Chicago para avaliar os conhecimentos de geometria dos discentes recém-chegados no High School, equivalente ao Ensino Médio do Brasil. Isso posto, os conhecimentos e níveis de pensamento geométrico trazidos nos enunciados eram relativos aos ensejados para o Ensino Fundamental da época (Oliveira, 2012).

O TCPG possui um total de 20 questões, com cinco alternativas, sendo apenas uma destas correta. Já o TVH, possui um total de 25 questões, também com cinco alternativas, com somente uma correta, distribuídas em cinco blocos, os quais são relativos aos níveis de pensamento geométrico do MVH. Assim, as questões de 1 a 5 se voltam ao nível 1, as questões 6 a 10 se voltam ao nível 2; as questões 11 a 15, ao nível 3; as questões 16 a 20, ao nível 4; as questões 21 a 25, ao nível 5.

Para o TVH, adotou-se como critério para validar que o discente está em determinado nível de pensamento geométrico, o responder corretamente três das cinco questões do nível. Para Usiskin (1982) há aqui uma probabilidade de 6% para acertos devido ao “acaso”, valor que Oliveira (2012) considera razoavelmente aceitável.

No TCPG a cada questão respondida corretamente o aluno ganha 1 ponto, já no TVH, por exigir um rigor maior de aferição, foi adotada uma soma ponderada para o caso em que o discente acerta 3 ou mais questões de um determinado nível. Os valores dos pesos atribuídos às questões dos cinco níveis e os valores das somas ponderadas são trazidos nos quadros 2 e 3.

QUADRO 2: Peso por critério atingido no TVH

Itens	Nível de pensamento geométrico	Pontos por critério atendido
1 a 5	Visualização	1 ponto
6 a 10	Análise	2 pontos
11 a 15	dedução informal	4 pontos
16 a 20	dedução formal	8 pontos
21 a 25	Rigor	16 pontos

Fonte: Usiskin (1982) e Oliveira (2012, p. 76)

QUADRO 3: Soma ponderada do TVH

Níveis de pensamento geométrico	Pontuação	Soma ponderada
abaixo do nível	0	0
Visualização	1	1
Análise	2	3

Dedução informal	4	7
Dedução formal	8	15
Rigor	16	31

Fonte: Oliveira (2012, p.77)

Para os casos em que os discentes não acertaram nenhum dos valores considerados pela soma ponderada, o aluno foi inicialmente considerado como “sem nível de pensamento geométrico definido" ou, simplesmente, “Nível Indefinido”. Neste trabalho fez-se uma análise acurada dos discentes abrangidos nessa categoria, tendo sempre como observância a sequencialidade do MVH e, para os casos em que mesmo assim não foi possível reclassificar os discentes, não se adotou aqui as entrevistas clínicas, elaboradas por Burger e Shaughnessy (1986) e usadas por Oliveira (2012).

Os testes foram confeccionados em folhas de papel A4, fonte “Times New Roman", tamanho da fonte: 12. A correção dos gabaritos dos testes foi realizada a partir do aplicativo “Evalbee”, disponível na Play Store. O tabelamento das informações registradas por essa ferramenta ocorreu posteriormente através do Microsoft Excel, o qual também serviu à confecção dos gráficos.

A aplicação dos testes ocorreu no dia 06 de fevereiro de 2023, sendo previamente acordado com a direção da escola o uso de todo o turno da manhã para que os discentes respondessem ao TCPG e ao TVH.

Para construção deste trabalho e discussão dos resultados da pesquisa também se procedeu a uma extensa revisão bibliográfica de trabalhos voltados a analisar os conceitos de: aprendizagem significativa, níveis de pensamento geométrico, Educação do Campo e Escola do Campo; assim como foi feita a busca de trabalhos que os relacionassem.

4.1 CARACTERIZAÇÃO DO LÓCUS E DOS SUJEITOS DA PESQUISA

Ao se falar do lócus da pesquisa, trata-se da primeira Escola do Campo de Ensino Médio do Estado do Maranhão. Sua localização está na agrovila Kênio, P.A CIGRA, município de Lagoa Grande do Maranhão. Sua fundação ocorre no ano de

2009 a partir de uma luta de quase duas décadas por oferta de Ensino Médio para os alunos tanto do P.A CIGRA, quanto do P.A Imperial, cujas existências, segundo Silva (2011) foram essenciais para emancipação do referido município no ano de 1994.

Destaca-se que até o ano de 2020, Lagoa Grande do Maranhão não possuía uma escola própria de Ensino Médio, sendo ofertado à população apenas um anexo da instituição denominada "Centro de Ensino Cristóvão Colombo", este localizado no município de Lago da Pedra. Esse anexo só funcionava no período noturno e o transporte escolar era fornecido apenas para as comunidades mais próximas da sede, no caso, os povoados Lagoa do Encontro e Agrovila imperial. Aos jovens das agrovilas do P.A CIGRA restava até o ano de 2009, suspender os estudos ou ir morar na cidade, onde muitas vezes se submetiam (submetem) a aceitar subempregos.

O CECRN é ainda a única Escola do Campo de Ensino Médio pública não só do município de Lagoa Grande do Maranhão, mas de toda a mesorregião Centro Maranhense. Disso resulta o fato de ter como matriculados discentes do campo e da cidade de vários municípios vizinhos, principalmente: Itaipava do Grajaú, Arame, Marajá do Sena e São Roberto.

Desde sua fundação no ano de 2009 até o ano de 2019, o CERN tinha a classificação de UIRN - Unidade Integrada Roseli Nunes – mudança que evidencia a conquista da Educação do Campo no âmbito do Estado. Nesse sentido são notórios os trabalhos de Silva (2011); Silva e Sousa (2018); Sousa e Nascimento (2013), os quais abordam a UIRN enquanto uma Escola do Campo atrelada à luta por reforma agrária no município de Lagoa Grande do Maranhão e que é expressão da concepção educativa do MST.

Isso posto, o CECRN se enquadra enquanto uma instituição de ensino que tem sua prática norteada pela pedagogia do MST, funcionando através da alternância de períodos educativos e que busca materializar nas suas ações um projeto agroecológico de produção de alimentos. Além do mais, o CECRN possui uma grade curricular desde seu início por disciplinas que constituem um núcleo comum e disciplinas de um núcleo específico, este último confere à formação dos discentes em Técnico em Agropecuária (Silva e Santos, 2017). Atualmente há uma grande expectativa e, até certo ponto, preocupação no que diz à implantação da parte diversificada do "novo Ensino Médio".

No que diz respeito ao quadro docente, o CECRN dispõe de 12 professores, todos ingressos mediante seletivo de títulos, organizado pela Secretaria de Estado da Educação do Maranhão, e atuando 20 horas semanais, pelo regime CLT. Desse conjunto de docentes, seis são oriundos de cursos de licenciatura específicos para a atuação na Educação do Campo. Quanto à proximidade da escola, boa parte reside em outros municípios. Conforme já dito anteriormente, a escola funciona a partir da alternância de períodos educativos.

A estrutura física da escola é composta de sete salas destinadas à aulas, dois banheiros para alunos, dois banheiros para funcionários, uma cantina, um almoxarifado, uma sala para secretaria, uma sala para diretoria, pátio com cobertura, laboratório de robótica e setores produtivos. Além disso, o CECRN dispõe de um alojamento que junto de algumas salas de aula garantem a acomodação dos estudantes no tempo-escola.

No que concerne, especificamente, aos participantes desta pesquisa, os 36 discentes estão regularmente matriculados na 2ª série do curso de Ensino Médio do CECRN. Quanto ao local de origem, 90% relataram morar no campo, o que leva a se inferir que em sua maioria passaram por escolas de Ensino Fundamental no campo que, possivelmente, funcionavam a partir do regime multisseriado. Outra característica desse público que cabe destacar é que os valores das idades variam desde os 16 até os 21 anos.

5. APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE GEOMETRIA PLANA NO CECRN: o que dizem os diagnósticos

O DCTMA - Documento Curricular do Território Maranhense - traz para a unidade temática de geometria, no contexto do Ensino Fundamental, um conjunto de 54 habilidades, distribuídas em 42 objetos de conhecimento, que devem ser contemplados ao longo dos nove anos do Ensino Fundamental. No que diz respeito, aos fins do ensino-aprendizagem dessa área matemática, a redação deste documento aborda que:

> na geometria, busca-se que a construção do conhecimento parta da geometria espacial para as planas, de forma que o estudante compreenda a construção das figuras geométricas e seus elementos, observando diferenças e semelhanças entre elas; construindo representações por meio da composição, decomposição, ampliação e redução das mesmas, além da localização de pontos no plano cartesiano, construindo conceitos (Maranhão, 2019, p.309).

Vem ao encontro dos anseios deste documento para o ensino-aprendizagem de geometria, o desenvolvimento do pensamento geométrico e a recorrência de aprendizagem significativa tanto quando estes são considerados no decorrer da passagem dos alunos pelo Ensino Fundamental quanto em ações que visem mitigar e suprimir lacunas de aprendizado, como as que foram vastamente identificadas nos testes que subsidiaram a construção do presente trabalho.

Iniciando pelos exemplares do TCPG, os resultados mostraram que a absoluta maioria dos discentes pesquisados sofrem com dificuldades de aprendizagem em conteúdos geométricos abordados desde o Ensino Fundamental, como bem atesta o dado de que, das 20 questões abordadas, somente na 3ª e na 11ª o percentual de acertos foi igual ou superior a 50%.

Os enunciados das referidas questões abrangem os seguintes objetos: “semelhança”, “polígonos” e “triângulos”; a partir de um nível de dificuldade relativamente baixo. Há de se considerar também que esses conceitos figuram na redação do DCTMA, trazida no anexo deste trabalho, a qual orienta que sejam abordados no último período da 1ª série e no primeiro período da 2ª série do Ensino Médio. Essa orientação é lastreada nos livros didáticos de matemática empregados no CECRN, que são as obras da Coleção Prisma”, cuja autoria é de Bonjorno, Júnior e Sousa (2020).

Figura 3 - Enunciados das questões 3 e 11 do TCPG

3. Se duas figuras são semelhantes, mas não são congruentes, então elas:

A) Têm bases congruentes e alturas congruentes.
B) Têm a mesma altura.
C) Ambos têm bases horizontais.
D) Têm formas diferentes, mas o mesmo tamanho.
E) Têm a mesma forma, mas tamanhos diferentes.

11. Um triângulo equilátero tem:

A) Todos os três lados têm a mesma medida.
B) Um ângulo obtuso.
C) Dois ângulos com a mesma medida e o terceiro com medida diferente.
D) Todos os três lados têm medidas diferentes.
E) Todos os três ângulos têm medidas diferentes.

Fonte: traduzido de Usiskin (1982)

As informações acima já são suficientes para desvelar o caráter mecânico do aprendizado dos discentes do CECRN. Uma vez que os conceitos de semelhança, polígonos e triângulos também são abordados em outras questões, para as quais as taxas de acerto foram pequenas, infere-se que os discentes podem os ter assimilado mecanicamente.

Essa tendência de acertar questões que são de caráter conceitual e de baixo nível de dificuldade também é observada para os itens 6, 7, 14 e 16, que abordam os respectivos conceitos: posição relativa entre retas; circunferência e círculo; ângulos, polígonos, quadriláteros; polígonos, triângulos, semelhança. Apesar de não ter chegado a 50 %, essas questões tiveram os maiores percentuais de acerto de todo o teste. Considera-se aqui também que essas quatro questões abordam características visuais das figuras geométricas planas, de forma que estão mais próximas do nível “visualização” previsto no MVH.

Os menores percentuais de acertos no TCPG foram nas questões 5, 8, 13 e 18, em que somente a questão 8 apresentava um grau de dificuldade maior por tratar dos ângulos formados por um feixe de retas paralelas cortadas por uma reta transversal. Um fato intrigante é que as questões 13 e 18 cobram dois conteúdos bem corriqueiros nos Ensino Fundamental e Ensino Médio, a saber os cálculos da área de um quadrado e de um triângulo retângulo. Essa dificuldade com geometria métrica é identificada para outras questões tanto do TCPG quanto do TVH.

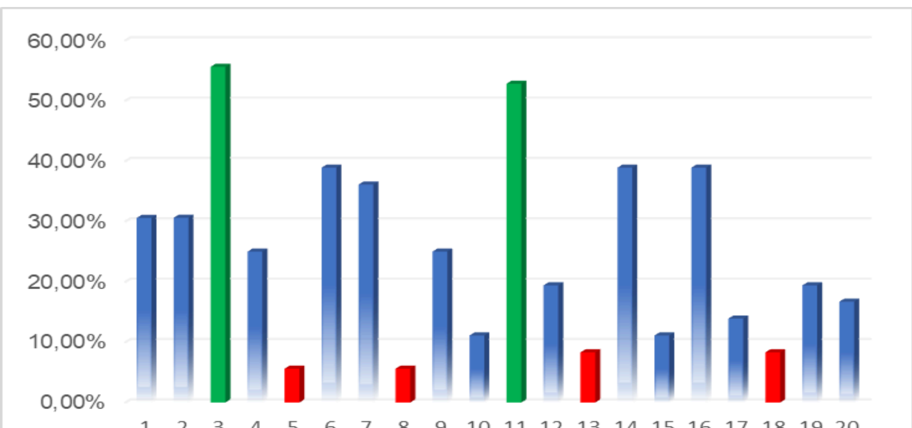
No que diz respeito às questões que só abordaram o conceito de ângulos, a saber as questões 4, 9 e 19, tem se que elas tiveram baixo percentual de acertos e acendem um alerta sobre o fato dos discentes não terem solidificado as classificações dos ângulos assim como suas relações com os demais conceitos geométricos. No caso da questão 4, o resultado do TCPG mostrou que 75% não souberam responder corretamente o que é um ângulo obtuso; na questão 9 o mesmo percentual errou o conceito correto de ângulo reto; já na questão 19, um alarmante percentual de 80,66% não soube responder corretamente o que são ângulos suplementares, sendo que 50 % confundiram esse conceito com o de "ângulos verticais".

É notório que a ausência desse subsunçor, ou seja, o ângulo, afeta a aprendizagem dos outros conceitos da geometria. Isso é ilustrado no desempenho dos alunos nas questões: 5, 8, 10, 14 e 20; que abordam, respectivamente: ângulos, polígonos e triângulos; ângulos e posição relativa entre retas; ângulos, polígonos e quadriláteros; ângulos, polígonos, triângulos e teorema de Pitágoras.

Quanto ao conceito de "posição relativa entre retas", verifica-se para as questões 1 e 6, que os abordam isoladamente, os respectivos percentuais de acerto: 30,56 % e 38, 89%, os quais não são satisfatórios. Quadro que se agrava quando são relacionados com o conceito de ângulos, como bem ocorre nas questões 8 e 10 acima referidas.

Isso posto, tem-se que a maior parte dos discentes da 2ª série do CECRN não possuem conhecimentos prévios o suficiente para uma aprendizagem significativa recorrente na área de geometria. O que sinaliza para a necessidade de a prática docente fornecer novamente tais conhecimentos, seja através de organizadores prévios, seja a partir de um material potencialmente significativo.

GRÁFICO 1: Percentual de acertos por questão no TCPG



Fonte: dados da pesquisa

No que diz respeito aos níveis de pensamento geométrico, identificados pelo TCPG, têm-se que inicialmente dos 36 discentes pesquisados: 5 estavam situados no nível da visualização, 1 no nível da análise, 19 abaixo do nível da visualização e, o restante, 11 discentes, não foram classificados em nenhum nível. Esse dado mostra que para 13, 9% dos discentes da 2ª série do CECRN:

> [...] é a aparência da forma que a define. Uma forma quadrada é um quadrado "porque se parece com um quadrado". O fato de a aparência ser o fator dominante nesse nível faz com que as aparências possam prevalecer sobre as propriedades de uma forma. Por exemplo, ao girar um quadrado de modo que todos os seus lados estejam a um ângulo de 45º com a vertical, ele pode agora ser um losango e não mais um quadrado (Van de Walle, 2009, p.440).

Só uma pequena minoria do público pesquisado, não se deixou levar por imbróglios como o fato de definir uma figura geométrica pelas características meramente visuais que possuem, haja vista que os indivíduos situados no nível da análise:

> são capazes de considerar todas as formas dentro de uma classe, bem mais do que analisar apenas uma forma única. Em vez de conversar sobre esse retângulo, é possível conversar sobre todos os retângulos. Se concentrando sobre uma classe de formas, os alunos são capazes de pensar sobre o que torna um retângulo um retângulo (quatro lados, lados opostos paralelos, lados opostos de mesmo comprimento, quatro ângulos retos, diagonais congruentes etc.) (Van de Walle, 2009, p.441).

A eficácia da soma ponderada adotada para o TVH figura na tabela abaixo que pode ser confrontada com as tabelas 2 e 3. Neste caso, a quantidade de discentes que não tiveram nível de pensamento geométrico definido pode evidenciar que houve "chutes" intencionais ou realmente o TVH não é o instrumento mais adequado para verificar os níveis de pensamento geométrico em que estão situados.

QUADRO 4: Distribuição de discentes por soma ponderada

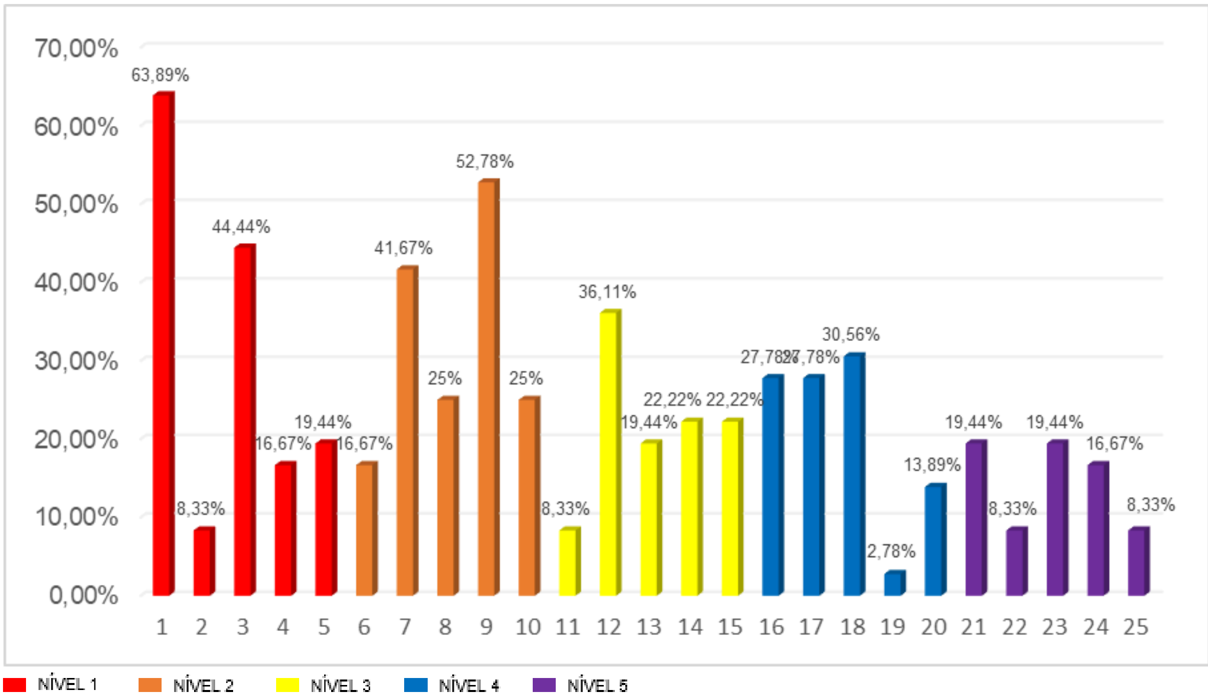
Somas	Quantidade de	Níveis de pensamento geométrico

ponderadas obtidas	discentes	correspondentes
0	19	< Nível 1
1	5	Nível 1
2	5	Indefinido
3	1	Nível 2
4	2	Indefinido
8	2	Indefinido
16	1	Indefinido
19	1	Indefinido

Fonte: dados da pesquisa.

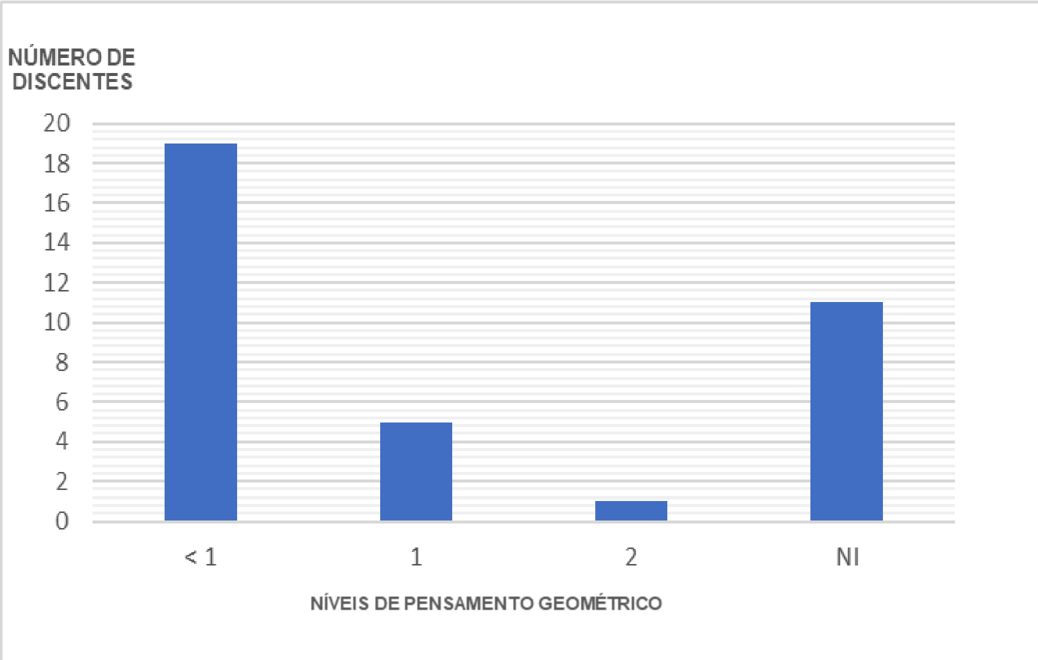
O resultado geral que traz o percentual de acertos questões, igual no TCPG, mostra que à medida que se caminha para as últimas questões do teste, menos questões são acertadas.

GRÁFICO 2: Percentual de acertos por questão do TVH



Fonte: dados da pesquisa

GRÁFICO 3: Resultado do TVH a partir da soma ponderada



Fonte: dados da pesquisa

Dos onze discentes que foram enquadrados na categoria nível indefinido, tendo em o critério da soma ponderada, apenas uma discente pode ser reenquadrada no nível 2, os demais exigem a adoção de outro instrumento que não seja o TVH, a exemplo do teste criado por Burger e Shaughnessy (1986) para identificar e classificar os níveis de pensamento geométrico, tal como utilizou Oliveira (2012) em seu estudo. Os outros dez discentes com nível de pensamento geométrico indefinido pelo TVH não contemplaram o número mínimo de acertos para o primeiro nível do Modelo Van Hiele, ao passo que a discente, atende ao critério para os níveis 1 e 2.

QUADRO 5: Análise detalhada de um dos discentes situados inicialmente no nível indefinido

		Nível 1	**Nível 2**	**Nível 3**	**Nível 4**	**Nível 5**	**Soma ponderada**
Discente A	Acertos	3	3	0	2	3	19
	Pesos	1	2	0	0	16	

Fonte: dados da pesquisa.

Tal enquadramento ocorre devido a sequencialidade que caracteriza o desenvolvimento do pensamento geométrico segundo o MVH. Se o discente está no nível da visualização, então poderá estar ou chegar no nível da análise, mas se não apresenta nem as características do nível da visualização não tem condições de estar no nível da dedução informal e tampouco no nível do rigor.

Um fato intrigante é que os alunos que estão tanto no nível 1 quanto no nível 2 apresentaram um desempenho no TCPG inferior aos demais, os que estão abaixo do nível 1 e que tem nível de pensamento geométrico indefinido segundo o TVH. O que evidencia uma dificuldade com questões de geometria métrica, ou seja, com cálculos. Vale ressaltar que nenhuma das questões do TVH cobram algum cálculo aritmético, sendo puramente questões que relacionam vários conceitos e que exigem uma capacidade analítica e pensamento lógico.

Os resultados do TVH confirmaram a hipótese inicialmente estabelecida de que do universo de 36 alunos da 2ª série do CEC Roseli Nunes, a esmagadora maioria, está abaixo do Nível 1 do Modelo Van Hiele, a saber o da visualização, conforme trazido no gráfico abaixo. É interessante ainda o fato de que somente 5,6% dos pesquisados, ou seja, 2 alunos, alcançaram o nível 2, a saber o nível visualização, que ainda está aquém do esperado para esta etapa da escolarização.

Nos casos em que a soma ponderada corresponde a 2, 4, 8, 16 pontos significa que os alunos acertaram os critérios para os níveis de pensamento geométrico 2, 3, 4 e 5 sem, contudo, atenderem aos critérios dos níveis anteriores, o que sinaliza para a possibilidade de “chutes’ em boa parte dos enunciados. Além do mais, não se espera que os alunos da educação básica nacional estejam nos últimos dois níveis do modelo Van Hiele.

Apesar de nos cadernos de questões está discriminado que o aluno podia fazer anotações e rabiscar o caderno de questões, isso não foi realizado por nenhum dos alunos submetidos a qualquer um dos dois testes. O que sinaliza, a dificuldade que alguns dos alunos têm com atividades práticas envolvendo geometria, ou seja, aprenderam os conteúdos dessa área matemática de forma predominantemente instrucionista e fragmentada.

6.CONSIDERAÇÕES FINAIS

Chega-se ao fim deste empreendimento com a conclusão de que o Ensino Médio do Campo ainda padece com sérias defasagens de aprendizado na área de geometria, as quais iniciam ainda na infância, onde o ensino ignora o desenvolvimento do raciocínio geométrico e, também, os conhecimentos prévios trazidos de suas vivências cotidianas.

Além disso, a marginalização dos conceitos geométricos ou sua abordagem dada superficialmente corrobora para que os alunos cheguem ao Ensino Médio ainda classificando as figuras geométricas conforme suas propriedades visuais e não conseguindo acompanhar uma abordagem mais aprofundada dos conteúdos, por exemplo, ao recorrer a demonstrações que exigem a capacidade lógico-dedutiva, cuja importância é evocada desde a Grécia antiga e atualmente pelos teóricos da educação do campo quando falam de educação integral. Pois cabe destacar que o sistema axiomático fornecido pelo estudo aprofundado tem aplicações que vão desde as aplicações no campo da informática até os campos da linguagem e da escrita.

Nesse sentido, tratar com urgência das deficiências de aprendizado trazidas pelos discentes do Ensino Médio é uma medida da qual depende vários dos objetivos caros à Educação do Campo, a exemplo da contextualização e de uma abordagem centrada na Etnomatemática. Sob o risco destes se converterem em lugar comum no discurso pedagógico, da mesma forma que tem acontecido com a ideia de omnilateralidade.

Concorre também para esse estado de coisas do ensino de geometria na Educação Básica do Campo, conforme se identificou na pesquisa que subsidiou este trabalho, a resistência dos licenciandos e demais pesquisadores em investigar exclusivamente o ensino-aprendizagem de geometria, ou seja, verificarem in loco os desafios que professores e discentes enfrentam para assimilação de conceitos não só geométricos, mas também aritméticos, algébricos e probabilísticos.

Ao invés disso, tal levantamento da realidade tem ficado quase exclusivamente por conta das macroavaliações que vão desde o nível internacional, passando pelo nacional e estadual e, com cada vez mais frequência, o âmbito dos municípios. As proposições destas, dado o caráter pragmático, não tem como preocupação nem o desenvolvimento do pensamento geométrico, como parecia ter os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino de Matemática, muito menos a ocorrência de aprendizagem significativa, conceito este usado muitas vezes fora do contexto da construção teórica que o subjaz.

Enseja-se que os resultados trazidos neste trabalho, assim como as breves discussões que propôs em suas seções instiguem outras pesquisas, seja no mesmo local de pesquisa, seja nas centenas ou nas milhares de Escola do Campo distribuídas pelo Brasil. Há como possibilidades de continuidade do presente trabalho: um novo diagnóstico, com a reaplicação do TCPG e TVH assim como junção destes a outras ferramentas de pesquisa, e também a aplicação de outros testes para classificar conforme o Modelo Van Hiele os discentes descobertos neste como sendo de nível de pensamento geométrico indefinido.

REFERÊNCIAS

ANTUNES-ROCHA, M. I; MARTINS, M. F. A; MARTINS, A. A (Org.). **Territórios educativos na educação do campo: escola, comunidade e movimentos sociais**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012.

ARAÚJO, M. N. R. **Educação no campo brasileiro**. In: SANTOS, A. R et al. Educação do Campo: políticas e práticas. Ilhéus – BA: Editus, 2020. P.127 - 145.

BRANDÃO, C. R. **O primata que aprende: como a educação começou a acontecer**. Rio de Janeiro: Wak Editora, 2022.

BRANDÃO, C. R et al. **O que é educação**. São Paulo: Brasiliense, 1981.

BERLINSKI, D. **Os elementos de Euclides: Uma história da geometria e do poder das ideias**. Editora Schwarcz-Companhia das Letras, 2018.

BONJORNO, J. R.; JÚNIOR; J. R. G.; SOUSA, P. R. C. **Prisma matemática: geometria: ensino médio: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias**. – 1ed. São Paulo: FTD, 2020.

BOYER, C.; MERZBACH, U. C. **História da matemática**. [tradução de Helena Castro]. São Paulo: Blucher, 2012.

BURGER, W. F.; SHAUGHNESSY, J. M. **Characterizing the Van Hiele levels of development in geometry**. Journal for Research in Mathematics Education. Vol. 17 nº 1, pp.31-48, 1986.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Brasil no Pisa 2018** [recurso eletrônico]. – Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2020.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Relatório de resultados do Saeb 2019: volume 1: 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e séries finais do Ensino Médio** [recurso eletrônico]. Brasília, DF: 2021.

CALDART, R. S. **Sobre Educação do Campo**. In: SANTOS, Clarice Aparecida. (org.). Por uma educação do campo: campo – políticas públicas – educação. Brasília: Incra; MDA, 2008. p.67-88.

CALDART, Roseli S. **Sobre Educação do campo:** roteiro para exposição no III seminário sobre o PRONERA, Luziânia – GO, 2007. Disponível em: https://pt.scribd.com/document/316465497/Roseli-Caldart-Sobre-Educacao-Do-Campo . Acesso em: 5 de dezembro de 2022.

CASTRO, G. R. O. **Conversando sobre a prova Brasil: no dia a dia nas escolas de zona rural**. 1 ed. - ebook - Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2020.

CARVALHO, J. B. P. **O Resumo de Eudemo**. REMATEC, v. 16, p. 163-169, 2021. Disponível em: https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/68. Acesso em: 30 de maio de 2023.

CORBERAN, R. M. **Didática de la geometria: modelo Van Hiele**. UNIVERSITAT DE VALÈNCIA, 2014

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática - elo entre as tradições e a modernidade**. Autêntica, 2019.

MARANHÃO. **Documento Curricular do Território Maranhense: para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental (DCTM)**. Rio de Janeiro: FGV Editora, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/curriculos_estados/documento_curricular_ma.pdf . Acesso em: 20 de set de 2023.

Euclides. **Os elementos / Euclides**; tradução e introdução de Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. [tradução de Hygino H. Domingues]. 5ª ed.- Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FREUDENTHAL, H. **Mathematics as an educational task**. Springer Science & Business Media, 2012.

FONSECA, M. C. F. R., et al. **O ensino de geometria na escola fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais**. 3. ed. – Belo Horizonte – MG: Autêntica Editora, 2011.

GADOTTI, M. **A questão da educação formal/não-formal**. Sion: Institut Internacional des Droits de 1º Enfant, p. 1-11, 2005.

GERBASI, A. R. V. **As Maravilhosas Utilidades da Geometria: da Pré-História à era espacial**. PUCPRess, 2020.

GORODSKI, C. **Um breve panorama histórico da geometria**. Revista Matemática Universitária, n. 44, p. 14-29, 2009. Disponível em: https://rmu.sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/27/2018/03/n44_Artigo02.pdf . Acesso em: 03 de janeiro de 2023.

ILLERIS, K. **Teorias contemporâneas da aprendizagem**. Penso Editora, 2015.

JUNIOR, I. V. **Torto arado**. Todavia, 2019.

KALEFF, A. M. M. R et al. **Desenvolvimento do pensamento geométrico – o modelo de van Hiele**. Bolema-Boletim de Educação Matemática, v. 9, n. 10, p. 21-30, 1994.

Kant, I. **Crítica da razão pura**.; tradução e notas de Fernando Costa Mattos. 4. ed. - Petrópolis, RJ: Vozes; Bragança Paulista, SP: Editora Universitária São Francisco, 2015.

LAUNAY, M. **A fascinante história da matemática**. Bertrand, 2019.

MANACORDA, M. A. **História da educação: Da antiguidade aos nossos dias**. Cortez editora, 2022.

MARTÍN, E; SOLÉ, I. **A aprendizagem significativa e a teoria da assimilação**. In: COLL, C.; MARCHESI, Á.; PALÁCIOS, J. Desenvolvimento psicológico e educação: Psicologia da educação escolar, v. 2, p. 2, 2006.

MENESES, R. S. **Uma história da geometria escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino**. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11203. Acesso em: 07 de jan, 2023.

MOREIRA, M. **A. A teoria da aprendizagem significativa de Ausubel**. In: MOREIRA, M.A. Teorias de Aprendizagem. Rio de Janeiro - RJ, 2022. p.263 - 285.

MOREIRA, M.A. **Teorias da Aprendizagem**. Brasília - DF: UNB, 2006.

MOREIRA, M. A. **Compilação de trabalhos publicados ou apresentados em congressos sobre o tema Aprendizagem Significativa, a fim de subsidiar teoricamente o professor investigador, particularmente da área de ciências**. Porto Alegre – RS: UFRGS: 2009.

NOVAK, J. D. **Conocimiento y aprendizaje. Los mapas conceptuales como herramientas facilitadoras para escuelas y empresas**. Madrid: Alianza [Publicación original en inglés en 1998].

OLIVEIRA, M. C. **RESSIGNIFICANDO CONCEITOS DE GEOMETRIA PLANA A APARTIR DO ESTUDO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS.** Belo Horizonte: PUC, 2012.

ROSEIRA, N. A. F. **Reflexões acerca da formação de professores da educação do campo que ensinam matemática**. In: SILVA, A. A; CAVALCANTE, L. O. H (Org.). EDUCAÇÃO DO CAMPO: territórios de pesquisa e inspirações formativas. Curitiba: Editora CRV, 2020. P. 329 – 357.

ROQUE, T. **História da Matemática, uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro - RJ: Zahar Editora, 2012.

SANTOS, A. X. M. **Movimento, Terra e Escola: a etnografia na Escola do Campo**. Curitiba - PR: CRV, 2021.

SANTOS, W. B.; MOTTA, M. C. C.; VIEIRA, M. M. **Educação do Campo e Direito Agrário: práticas pedagógicas aplicadas ao contexto do campo**. Geografia Ensino & Pesquisa, Santa Maria, Ed. Esp., e10, 2022. DOI 10.5902/2236499473735. Disponível em: https://doi.org/10.5902/2236499473735 . Acesso em: 05 de jan.2023.

SANTOS, C. E. F.; PALUDO, C.; OLIVEIRA, R. B. C. **Concepção de Educação do Campo**. In: UFBA. Cadernos didáticos sobre educação no campo. Celi Nelza Zülke Taffarel, Cláudio de Lira Santos Júnior, Micheli Ortega Escobar. Salvador - BA: EDITORA UFBA, 2010. P. 13 – 65.

SENA, R. M.; DORNELES, B. V. **Ensino de geometria: rumos da pesquisa** (1991-2011). Revista Revemat, Florianópolis, v. 08, n. 1, p. 138-155, 2013

SILVA, J. J. B. **A migração na reforma agrária no Maranhão: o caso do assentamento Cigra–Lagoa Grande do Maranhão**. Monografia do Curso de Geografia da Universidade de São Paulo–USP. Presidente Prudente, 2011.

SILVA, J. J. B; SOUSA, M. L. P. **A EDUCAÇÃO NO MST: um instrumento de luta revolucionária no campo**. Revista de Políticas Públicas, v. 22, p. 1213-1230, 2018. Disponível em: https://www.redalyc.org/journal/3211/321158844062/321158844062.pdf. Acesso em: 20 de dezembro de 2023.

SENA, R; VARGAS, B. **Ensino de Geometria: rumos da pesquisa (1991-2011)**. REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática, v. 8, n. 1, p. 138-155, 2013.

SOUSA, M. L. P et al. **A EDUCAÇÃO NO MST: um instrumento de luta revolucionária no campo**. 2018.

SOUSA, M. L. P; NASCIMENTO, C. M. **A política de ensino médio no campo: a experiência da Escola Roseli Nunes, Assentamento CIGRA, Lagoa Grande do Maranhão - MA**. JORNADA INTERNACIONAL DE POLÍTICAS PÚBLICAS, v. 6, 2013.

SMOLE, K. S; DINIZ, M. I. **Materiais manipulativos para o ensino de figuras planas**. Porto Alegre - RS: Penso, 2016.

UFMG. **Os fundamentos: Métodos de Demonstração**. Belo Horizonte - MG: 2022.

USISKIN, Z. **Van Hiele Levels and achievement in secondary school geometry**. The University of Chicago, 1982. Disponível em: https://ucsmp.uchicago.edu/resources/van_hiele_levels.pdf. Acesso em: 10 de maio de 2020.

VAN DE WALLE, J. A. **O Pensamento e os Conceitos Geométricos**. In: VAN DE WALLE, J. A. Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula [recurso eletrônico]. tradução: Paulo Henrique Colonese. – 6. ed. – Porto Alegre - RS: Penso, 2009. p. 438 - 484.

APÊNDICES

Distribuição dos percentuais de resposta por alternativa no TCPG

Nº da questão	Alternativa correta	Conceitos relacionados	Nº de respostas por alternativa	% de acertos
1	**A**	Posição relativa entre retas	**A) 11** B) 13 C) 6 D) 2 E) 4	**A) 30,56** B) 36,11 C) 16,67 D) 5,56 E) 11,11
2	**C**	Polígonos, quadriláteros, perímetro e área	A) 1 B) 1 **C) 11** D) 12 E) 11	A) 2,78 B) 2,78 **C) 30,56** D) 33,33 E) 30,56
3	**E**	Semelhança	A) 3 B) 2 C) 2 D) 9 **E) 20**	A) 8,33 B) 5,56 C) 5,56 D) 25 **E) 55,56**
4	**D**	Ângulos	A) 8 B) 12 C) 5 **D) 9** E) 2	A) 22,22 B) 33,33 C) 13,89 **D) 25** E) 5,56
5	**B**	Ângulos, polígonos, triângulos	A) 5 **B) 2** C) 6 D) 10 E) 13	A) 13,89 **B) 5,56** C) 16,67 D) 27,78 E) 36,11
6	**A**	Posição relativa entre retas	**A) 14** B) 4 C) 5 D) 8 E) 5	**A) 38,89** B) 11,11 C) 13,89 D) 22,22 E) 13,89
7	**A**	Circunferência / círculo	**A) 13** **B)** 13 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 5	**A) 36,11** B) 36,11 C) 5,56 D) 8,33 E) 13,89
8	**D**	Ângulos, posição relativa entre retas	A) 9 B) 10 C) 5 **D) 2** E) 10	A) 25 B) 27,78 C) 13,89 **D) 5,56** E) 27,78

Nº da questão	Alternativa correta	Conceitos relacionados	Nº de respostas por alternativa	% de acertos por questão
9	**D**	Ângulos	A) 7 B) 10 C) 8 **D) 9** E) 2	A) 19,44 B) 27,78 C) 22,22 **D) 25** E) 5,56
10	**E**	Ângulos, posição relativa entre retas	A) 13 B) 11 C) 5 D) 3 **E) 4**	A) 36,11 B) 30,56 C) 13,89 D) 8,33 **E) 11,11**
11	**A**	Polígonos, triângulos	**A) 19** B) 1 C) 7 D) 6 E) 3	**A) 52,78** B) 2,78 C) 19,44 D) 16,67 E) 8,33
12	**B**	Polígonos, triângulos, quadriláteros, semelhança	A) 7 **B) 7** C) 7 D) 3 E) 12	A) 19,44 **B) 19,44** C) 19,44 D) 8,33 E) 33,33
13	**B**	Polígonos, triângulos, perímetro / área	A) 23 **B) 3** C) 4 D) 5 E) 1	A) 63,89 **B) 8,33** C) 11,11 D) 13,89 E) 2,78
14	**D**	Ângulos, polígonos, quadriláteros	A) 8 B) 5 C) 5 **D) 14** E) 4	A) 22,22 B) 13,89 C) 13,89 **D) 38,89** E) 11,11
15	**B**	Polígonos, quadriláteros, perímetro / área	A) 12 **B) 4** C) 3 D) 7 E) 10	A) 33,33 **B) 11,11** C) 8,33 D) 19,44 E) 27,78
16	**A**	Polígonos, triângulos, semelhança	**A) 14** B) 3 C) 11 D) 5 E) 3	**A) 38,89** B) 8,33 C) 30,56 D) 13,89 E) 8,33
17	**E**	circunferência / círculo	A) 1 B) 20 C) 5 D) 5 **E) 5**	A) 2,78 B) 55,56 C) 13,89 D) 13,89 **E) 13,89**
18	**D**	Polígonos, quadriláteros, perímetro, área	A) 6 B) 20 C) 3 **D) 3** E) 4	A) 16,67 B) 55,56 C) 8,33 **D) 8,33** E) 11,11

Nº da questão	**Alternativa correta**	**Conceitos relacionados**	**Nº de acertos por alternativa**	**% de acertos por questão**
19	**C**	Ângulos	A) 2 B) 18 **C) 7** D) 6 E) 3	A) 5,56 B) 50 **C) 19,44** D) 16,67 E) 8,33
20	**C**	Ângulos, polígonos, triângulos, teorema de Pitágoras	A) 5 B) 16 **C) 6** D) 3 E) 6	A) 13,89 B) 44,44 **C) 16,67** D) 8,33 E) 16,67

Fonte: dados da pesquisa

Distribuição dos percentuais de resposta por alternativa no TVH

Nº da questão	Alternativa correta	Nível de pensamento geométrico	Nº de respostas por alternativa	% de acertos por questão
1	**B**	visualização	A) 1 **B) 23** C) 0 D) 11 E) 1	A) 2,78 **B) 63,89** C) 0 D) 30,56 E) 2,78
2	**D**	visualização	A) 4 B) 2 C) 15 **D) 3** E) 12	A) 11,11 B) 5,56 C) 41,67 **D) 8,33** E) 33,33
3	**C**	visualização	A) 14 B) 3 **C) 16** D) 1 E) 2	A) 38,89 B) 8,33 **C) 44,44** D) 2,78 E) 5,56
4	**B**	visualização	A) 17 **B) 6** C) 4 D) 2 E) 7	A) 47,22 **B) 16,67** C) 11,11 D) 5,56 E) 19,44
5	**E**	visualização	A) 9 B) 1 C) 14 D) 5 **E) 7**	A) 25 B) 2,78 C) 38,89 D) 13,89 **E) 19,44**
6	**B**	Análise	A) 17 **B) 6** C) 8 D) 3 E) 2	A) 47,22 **B) 16,67** C) 22,22 D) 8,33 E) 5,56
7	**E**	Análise	A) 10 B) 7 C) 2 D) 2 **E) 15**	A) 27,78 B) 19,44 C) 5,56 D) 5,56 **E) 41,67**
8	**A**	Análise	**A) 9** B) 8 C) 4 D) 2 E) 13	**A) 25** B) 22,22 C) 11,11 D) 5,56 E) 36,11
9	**C**	Análise	A) 8 B) 3 **C) 19** D) 4 E) 2	A) 22,22 B) 8,33 **C) 52,78** D) 11,11 E) 5,56

Nº da questão	Alternativa correta	Nível de pensamento geométrico	Nº de respostas por alternativa	% de acertos por questão
10	**D**	Análise	A) 6 B) 5 C) 9 **D) 9** E) 7	A) 16,67 B) 13,89 C) 25 **D) 25** E) 19,44
11	**C**	dedução informal	A) 9 B) 6 **C) 3** D) 5 E) 13	A) 25 B) 16,67 **C) 8,33** D) 13,89 E) 36,11
12	**B**	dedução informal	A) 8 **B) 13** C) 8 D) 4 E) 3	A) 22,22 **B) 36,11** C) 22,22 D) 11,11 E) 8,33
13	**A**	dedução informal	**A) 7** B) 12 C) 7 D) 4 E) 6	**A) 19,44** B) 33,33 C) 19,44 D) 11,11 E) 16,67
14	**A**	dedução informal	**A) 8** B) 7 C) 7 D) 4 E) 10	**A) 22,22** B) 19,44 C) 19,44 D) 11,11 E) 27,78
15	**B**	dedução informal	A) 13 **B) 8** C) 3 D) 7 E) 5	A) 36,11 **B) 22,22** C) 8,33 D) 19,44 E) 13,89
16	**C**	dedução formal	A) 10 B) 8 **C) 10** D) 5 E) 3	A) 27,78 B) 22,22 **C) 27,78** D) 13,89 E) 8,33
17	**C**	dedução formal	A) 11 B) 7 **C) 10** D) 4 E) 4	A) 30,56 B) 19,44 **C) 27,78** D) 11,11 E) 11,11
18	**D**	dedução formal	A) 6 B) 6 C) 10 **D) 11** E) 3	A) 16,67 B) 16,67 C) 27,78 **D) 30,56** E) 8,33

Nº da questão	Alternativa correta	Nível de pensamento geométrico	N° de respostas por alternativa	% de acertos por questão
19	**D**	dedução formal	A) 13 B) 11 C) 9 **D) 1** E) 2	A) 36,11 B) 30,56 C) 25 **D) 2,78** E) 5,56
20	**A**	dedução formal	**A) 5** B) 7 C) 9 D) 7 E) 8	**A) 13,89** B) 19,44 C) 25 D) 19,44 E) 22,22
21	**B**	rigor	A) 11 **B) 7** C) 4 D) 5 E) 9	A) 30,56 **B) 19,44** C) 11,11 D) 13,89 E) 25
22	**E**	rigor	A) 7 B) 9 C) 6 D) 11 **E) 3**	A) 19,44 B) 25 C) 16,67 D) 30,56 **E) 8,33**
23	**D**	rigor	A) 8 B) 8 C) 4 **D) 7** E) 9	A) 22,22 B) 22,22 C) 11,11 **D) 19,44** E) 25
24	**E**	rigor	A) 8 B) 10 C) 7 D) 5 **E) 6**	A) 22,22 B) 27,78 C) 19,44 D) 13,89 **E) 16,67**
25	**D**	rigor	A) 6 B) 11 C) 12 **D) 3** E) 4	A) 16,67 B) 30,56 C) 33,33 **D) 8,33** E) 11,11

Fonte: dados da pesquisa

ANEXOS

TESTE DE CONHECIMENTOS PRÉVIOS DE GEOMETRIA (TCPG)

1. Retas perpendiculares:

A) Se intersectam para formar quatro ângulos retos.
B) Se intersectam para formar dois ângulos agudos e dois ângulos obtusos.
C) Não se intersectam de modo algum.
D) Se intersectam para formar quatro ângulos agudos.
E) Nenhuma das alternativas anteriores.

2. A área de um retângulo com comprimento igual a 3 cm e largura de 12 cm é:

A) 18 cm².
B) 72 cm².
C) 36 cm².
D) 15 cm².
E) 30 cm².

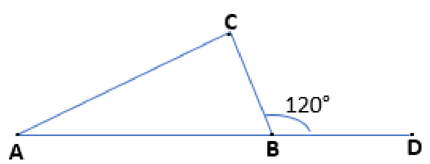
3. Se duas figuras são semelhantes, mas não são congruentes, então elas:

A) Têm bases congruentes e alturas congruentes.
B) Têm a mesma altura.
C) Ambos têm bases horizontais.
D) Têm formas diferentes, mas o mesmo tamanho.
E) Têm a mesma forma, mas tamanhos diferentes.

4. A medida de um ângulo obtuso é:

A) 90º.
B) Entre 45º e 90º.
C) Menor que 90º.
D) Entre 90º e 180º.
E) Maior do que 180º.

5. Dada a figura abaixo, tem-se A, B e D colineares. A medida do ângulo $A\hat{B}C$ é:

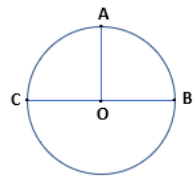


A) 120º.
B) 60º.
C) 80º.
D) 240º.
E) São necessárias mais informações.

6. Linhas paralelas são linhas:

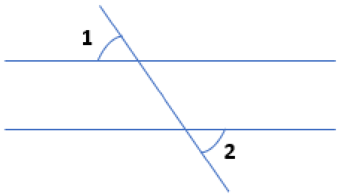
A) Situadas no mesmo plano e que nunca se intersectam.
B) Que nunca estão no mesmo plano e nunca se intersectam.
C) Que sempre formam ângulos de 90º quando se intersectam.
D) Que têm o mesmo comprimento.
E) Nenhuma das alternativas anteriores.

7. Dada a figura abaixo, se O é o centro do círculo, o segmento OA é chamado de



A) O raio do círculo.
B) O diâmetro do círculo.
C) A corda do círculo.
D) Segmento do círculo.
E) Setor do círculo.

8. Dada a figura abaixo, os ângulos 1 e 2 são chamados

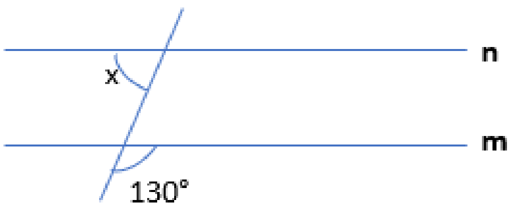


A) ângulos opostos.
B) ângulos paralelos.
C) ângulos alternos internos.
D) ângulos alternos externos.
E) ângulos correspondentes.

9. A medida de um ângulo reto é:

A) Menor que 90º.
B) Entre 90º e 180º.
C) 45º.
D) 90º.
E) 180º.

10. Na figura abaixo, as retas n e m são paralelas, a medida do ângulo x é:

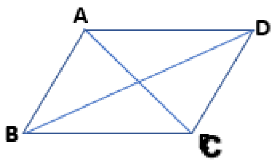


A) 65º.
B) 130º.
C) 30º.
D) 40º.
E) 50º.

11. Um triângulo equilátero tem:

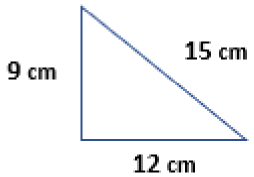
A) Todos os três lados têm a mesma medida.
B) Um ângulo obtuso.
C) Dois ângulos com a mesma medida e o terceiro com medida diferente.
D) Todos os três lados têm medidas diferentes.
E) Todos os três ângulos têm medidas diferentes.

12. Dado que ABCD é um paralelogramo, qual das seguintes afirmações é verdadeira?



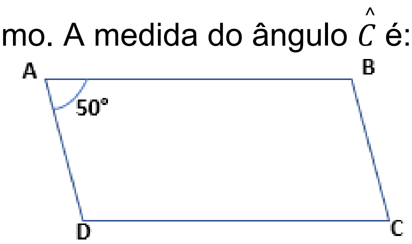
A) ABCD é equiângular.
B) O triângulo ABD é congruente ao triângulo CDB.
C) O perímetro de ABCD é quatro vezes o comprimento de $\overline{AB}$
D) $\overline{AC}$ tem o mesmo comprimento que $\overline{BD}$
E) Todas as opções acima são verdadeiras.

13. A área do triângulo representado abaixo é:



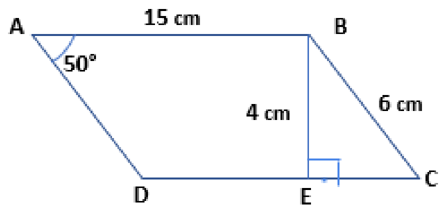
A) 36 cm².
B) 54 cm².
C) 72 cm².
D) 108 cm².
E) 1620 cm².

14. ABCD é um paralelogramo. A medida do ângulo $\hat{C}$ é:



A) 40°.
B) 130°.
C) 140°.
D) 50°.
E) As informações não são suficientes para se obter a medida do ângulo C.

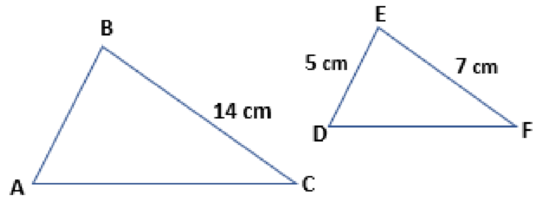
15. O perímetro do paralelogramo ABCD é:



A) 25 cm.
B) 42 cm.
C) 21 cm.
D) 60 cm.
E) 90 cm.

16. O triângulo ABC é semelhante ao triângulo DEF. A medida do lado $\overline{AB}$ é:

A) 10 cm.
B) 11 cm.
C) 12 cm.
D) 13 cm.
E) 15 cm.

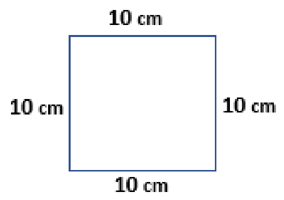


17. A figura plana produzida desenhando-se todos os pontos exatamente a 6 cm de um determinado ponto é:

A) Círculo com um diâmetro de 6 cm.
B) Quadrado de lado 6 cm.
C) Esfera com diâmetro de 6 cm.
D) Cilindro de 6 cm de altura e 6 cm de largura.
E) Círculo com um raio de 6 cm.

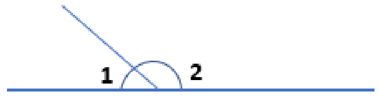
18. A área do quadrado abaixo é:

A) 20 cm².
B) 40 cm².
C) 0,96 m².
D) 100 cm².
E) 2,40 m².



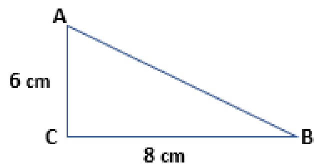
19. Os ângulo **1** e **2** da figura abaixo são:

A) Interiores.
B) Verticais.
C) Suplementares.
D) Complementares.
E) Escalenos.



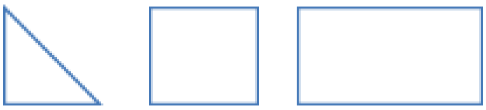
20. Na figura abaixo, $\hat{C}$ é ângulo reto. A medida do segmento $\overline{AB}$ é:

A) 8 cm.
B) 14 cm.
C) 10 cm.
D) 12 cm.
E) 18 cm.



TESTE DE NÍVEIS DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO (TVH)

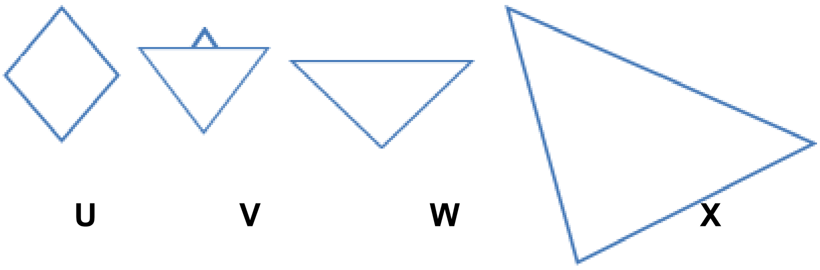
1. Qual (quais) das figuras abaixo são quadrados?



K **L** **M**

A) Apenas **K**
B) Apenas **L**
C) Apenas **M**
D) Apenas **L** e **M**
E) Todas são quadrados

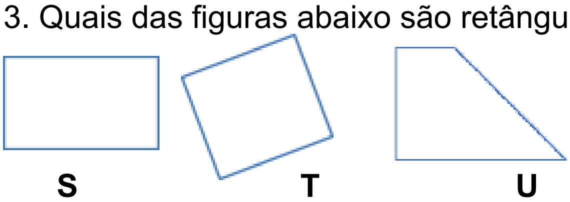
2. Quais das figuras abaixo são triângulos:



U **V** **W** **X**

A) Nenhuma das figuras é triângulo.
B) Apenas **V**.
C) Apenas **W**.
D) Apenas **W** e **X**.
E) Apenas **V** e **W**.

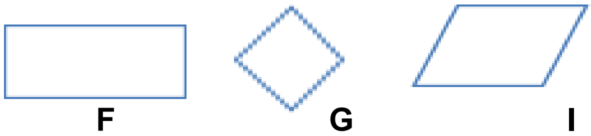
3. Quais das figuras abaixo são retângulos:



S **T** **U**

A) Apenas **S**.
B) Apenas **T**.
C) Apenas **S** e **T**.
D) Apenas **S** e **U**.
E) Todas são retângulos.

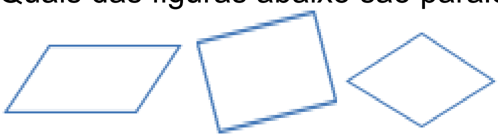
4. Quais das figuras abaixo são quadrados:



F **G** **I**

A) Nenhuma das figuras corresponde a um quadrado.
B) Apenas **G**.
C) Apenas **F** e **G**.
D) Apenas **G** e **I**.
E) Todas são quadrados.

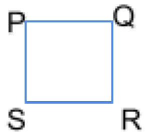
5. Quais das figuras abaixo são paralelogramos?



J **M** **L**

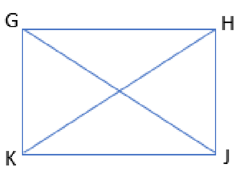
A) Apenas **J**.
B) Apenas **L**.
C) Apenas **J** e **M**.
D) Nenhuma das figuras é paralelogramo.
E) Todas as figuras são paralelogramos.

6. Dado o quadrado PQRS abaixo, assinale qual das relações é verdadeira para todo quadrado.



A) $\overline{PR}$ e $\overline{RS}$ têm o mesmo comprimento.
B) $\overline{QS}$ e $\overline{PR}$ são perpendiculares.
C) $\overline{PS}$ e $\overline{QR}$ são perpendiculares.
D) $\overline{PS}$ e $\overline{QS}$ têm o mesmo comprimento.
E) O ângulo $\hat{Q}$ é maior que o ângulo $\hat{R}$.

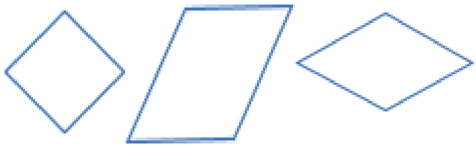
7. No retângulo GHJK abaixo, os segmentos $\overline{GJ}$ e $\overline{HK}$ são diagonais.



Qual das alternativas abaixo de A a D não é válida para todos os retângulos?

A) Possuem quatro ângulos iguais.
B) Possuem quatro lados iguais.
C) As diagonais possuem o mesmo comprimento.
D) Os lados opostos têm o mesmo comprimento.
E) Todas as alternativas de A a D são verdadeiras para todos os retângulos.

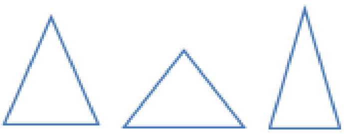
8. Um losango é uma figura com quatro lados de comprimento igual.



Qual das alternativas abaixo não é verdadeira para todo losango?

A) As duas diagonais têm o mesmo comprimento.
B) Cada diagonal bissecta dois ângulos do losango.
C) As duas diagonais são perpendiculares.
D) Os ângulos opostos têm a mesma medida.
E) Todas as alternativas de A a D são verdadeiras para todo losango.

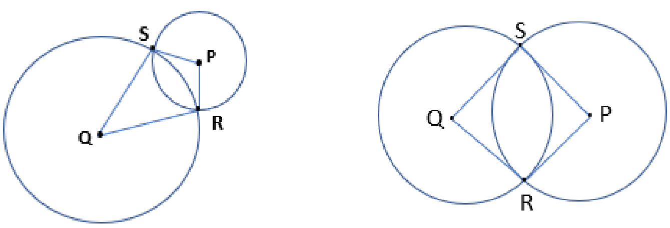
9. Um triângulo isósceles possui dois de seus lados com mesmo comprimento.



Qual das alternativas abaixo de A a D é verdadeira em todo triângulo isósceles?

A) Os três lados devem ter o mesmo comprimento.
B) A medida de um lado deve ter o dobro da medida do outro lado.
C) Pelo menos dois de seus ângulos devem ter medida igual.
D) Todos os seus ângulos devem ter a mesma medida.
E) Nenhuma das alternativas de A a D, anteriores, é verdadeira.

10. Dois círculos com centros P e Q se cruzam em R e S para formar uma figura de 4 lados PRQS.



Qual das alternativas a seguir, de A a D, nem sempre é verdadeira?

A) A figura PRQS terá dois pares de lados de comprimento igual.
B) A figura PRQS terá pelo menos dois ângulos de igual medida.
C) Os segmentos $\overline{PQ}$ e $\overline{RS}$ são perpendiculares.
D) Os ângulos $\hat{P}$ e $\hat{Q}$ têm a mesma medida.
E) Todas as alternativas de A a D são verdadeiras.

11. Dadas as afirmações seguintes:

1: A figura F é um retângulo; **2:** A figura F é um triângulo

Assinale a alternativa correta a seguir:

A) Se 1 é verdadeira, então 2 é verdadeira.
B) Se 1 é falsa, então 2 é verdadeira.
C) 1 e 2 não podem ser ambos verdadeiras.
D) 1 e 2 não podem ser ambas falsas.
E) Nenhuma das alternativas de A a D está correta.

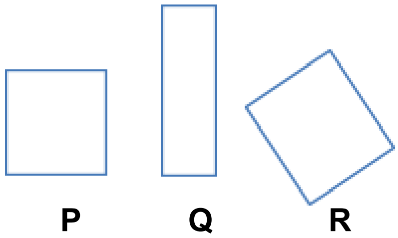
12. Dadas as afirmações seguintes:

S: O $\triangle$ ABC tem três lados de mesmo comprimento.
T: No $\triangle$ ABC, os ângulos internos $\hat{B}$ e $\hat{C}$ têm a mesma medida.

Qual a alternativa correta é uma afirmativa correta?

A) As afirmações **S** e **T** não podem ser simultaneamente verdadeiras.
B) Se **S** é verdadeira, então **T** é verdadeira.
C) Se **T** é verdadeira, então **S** é verdadeira.
D) Se **S** é falsa, então **T** é falsa.
E) Nenhuma das alternativas anteriores de A a D está correta.

13. Quais das figuras abaixo podem ser consideradas retângulos?



A) Todas elas.
B) Apenas **Q.**
C) Apenas **R**.
D) Apenas **P** e **Q**.
E**)** Apenas **Q** e **R**.

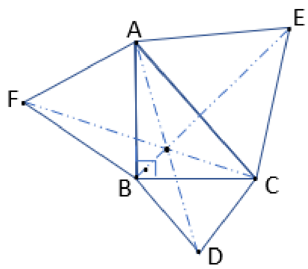
14. Qual das afirmativas seguintes é verdadeira?

A) Todas as propriedades dos retângulos também são propriedades dos quadrados.
B) Todas as propriedades dos quadrados são propriedades de todos os retângulos.
C) Todas as propriedades dos retângulos são propriedades de todos os paralelogramos.
D) Todas as propriedades dos quadrados são propriedades de todos os paralelogramos.
E) Nenhuma das afirmativas de A a D é verdadeira.

15. O que todos os retângulos têm, mas que alguns paralelogramos não têm?

A) Lados opostos iguais.
B) Diagonais iguais.
C) Lados opostos paralelos.
D) Ângulos opostos iguais.
E) Nenhuma das afirmativas de A a D está verdadeira.

16. Dado o triângulo retângulo ABC da figura abaixo, os triângulos equiláteros ACE, BFA e BCD foram construídos sobre os lados do triângulo ABC.



A partir das informações trazidas na figura é possível provar que os lados $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ e $\overline{CF}$ têm um ponto em comum. Uma prova poderia lhe dizer que:

A) Apenas neste triângulo desenhado (ABC) podemos afirmar que $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ e $\overline{CF}$ têm um ponto comum.
B) Em alguns, mas não em todos os triângulos retângulos, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ e $\overline{CF}$ têm um ponto em comum.
C) Em qualquer triângulo retângulo, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ e $\overline{CF}$ têm um ponto em comum.

D) Em qualquer triângulo, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ e $\overline{CF}$ têm um ponto em comum.
E) Em qualquer triângulo equilátero, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ e $\overline{CF}$ têm um ponto em comum.

17. A seguir são apresentadas três propriedades que uma certa figura geométrica desfruta.

D: Tem diagonais de igual comprimento.
Q: É um quadrado.
R: É um retângulo.

Qual das afirmações abaixo é verdadeira?

A) **D** implica em **Q,** que implica em **R**.
B) **D** implica em **R**, que implica em **Q**.
C) **Q** implica em **R**, que implica em **D**.
D) **R** implica em **D**, que implica em **Q**.
E) **R** implica em **Q**, que implica em **D**.

18. Dadas as afirmativas seguintes:

I. Se uma figura é um retângulo, então suas diagonais se bissectam.
II. Se as diagonais de uma figura se bissectam, a figura é um retângulo.

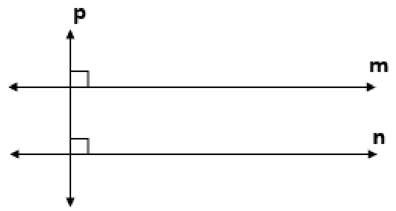
Qual a afirmativa abaixo é verdadeira?
A) Para provar que **I** é verdadeira, basta provar que **II** é verdadeira.
B) Para provar que **II** é verdadeira, basta provar que **I** é verdadeira.
C) Para provar que **II** é verdadeira, basta encontrar um retângulo cujas diagonais se bissectam.
D) Para provar que **II** é falsa, basta encontrar um não-retângulo cujas diagonais se bissectam.
E) Nenhuma das alternativas de A a D está correta.

19. Em Geometria:

A) Todo termo pode ser definido e toda afirmação verdadeira pode ser provada.
B) Todo termo pode ser definido, mas é necessário tomar algumas afirmações como verdadeiras.
C) Algumas podem ficar sem definição, mas toda afirmação verdadeira pode ser provada.
D) Alguns termos devem ser deixados sem definição e é necessário assumir algumas afirmações como verdadeiras.
E) Nenhuma das alternativas de A a D está correta.

20. Julgue as seguintes afirmações a seguir:
1: Duas retas perpendiculares à mesma reta são paralelas.
2: Uma reta perpendicular a uma de duas retas paralelas é perpendicular à outra.
3: Se duas linhas são equidistantes, então elas são paralelas.

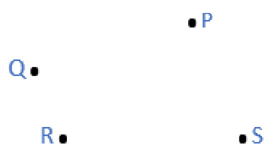
Na figura abaixo, tem-se que as linhas m e p são perpendiculares e as linhas n e p são perpendiculares. Qual das afirmações acima poderia ser a razão pela qual a linha m é paralela à linha n?



A) Apenas **1**.
B) Apenas **2**.
C) Apenas **3**.
D) **1** ou **2**.
E) **2** ou **3**.

21. Abaixo há exatamente quatro pontos e seis linhas. Cada linha possui exatamente dois pontos. Se os pontos são P, Q, R e S, e as linhas são:

(P, Q), (P, R), (P, S), (Q, R), (Q, S) e (R, S)



"Intersecta" e "paralela" são palavras da Geometria. As linhas (P, Q) e (P, R) se intersectam em P porque (P, Q) e (P, R) têm P como ponto comum.

As linhas (P, Q) e (R, S) são paralelas porque não têm ponto em comum.

A partir dessas informações, qual das alternativas abaixo é verdadeira?

A) (P, R) e (Q, S) se intersectam.
B) (P, R) e (Q, S) são paralelas.
C) (Q, R) e (R, S) são paralelas.
D) (P, S) e (Q, R) se intersectam.
E) Nenhuma das alternativas de A a D está correta.

22. Trissectar um ângulo significa dividi-lo em três partes com igual medida. Em 1847, P. L. Wantzel provou que, em geral, é impossível trissectar ângulos usando

apenas um compasso e uma régua não graduada. O que você pode concluir a partir dessa prova?

A) Em geral, é impossível bissectar ângulos usando apenas um compasso e uma régua não graduada.
B) Em geral, é impossível trissectar ângulos usando apenas um compasso e uma régua graduada.
C) Em geral, é impossível trissectar ângulos usando quaisquer instrumentos de desenho.
D) Ainda é possível que no futuro alguém encontre uma maneira de trissectar ângulos usando apenas um compasso e uma régua não graduada.
E) Ninguém jamais será capaz de encontrar um método geral para trisseccionar ângulos usando apenas um compasso e uma régua não graduada.

23. Existe uma geometria inventada por um matemático "J" na qual a seguinte proposição é verdadeira:

"A soma das medidas dos ângulos de um triângulo é menor do que 180".
Qual das alternativas a seguir é verdadeira?

A) J cometeu um erro ao medir os ângulos do triângulo.
B) J cometeu um erro de raciocínio lógico.
C) J tem uma ideia errada do que se entende por "verdadeiro".
D) J começou com suposições diferentes daquelas da geometria usual.
E) Nenhuma das alternativas de A a D está correta.

24. Dois livros de geometria definem a palavra retângulo de maneiras diferentes.
Qual alternativa correta?

A) Um dos livros tem um erro.
B) Uma das definições está errada.
C) Os retângulos em um dos livros devem ter propriedades diferentes dos retângulos do outro livro.
D) Os retângulos em um dos livros devem ter as mesmas propriedades dos retângulos do outro livro.
E) As propriedades dos retângulos nos dois livros podem ser diferentes.

25. Suponha que você tenha provado as afirmações I e II abaixo:
I: Se **p**, então **q**.
II: Se **s**, então não **q**.

Qual afirmação abaixo segue das afirmações **I** e **II**?

A) Se **p**, então **s.**
B) Se não **p**, então não **q**.
C) Se **p** ou **q**, então **s**.
D) Se **s,** então não **p**.
E) Se não **s**, então **p**.

GEOMETRIA NO DOCUMENTO CURRICULAR DO TERRITÓRIO MARANHENSE

(Para a Educação Infantil e Ensino Fundamental)

Ano	Objeto de conhecimento	Habilidades
1º	Localização de objetos e de pessoas no espaço, utilizando diversos pontos de referência e vocabulário apropriado	**(EF01MA11)** Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço em relação à sua própria posição, utilizando termos como à direita, à esquerda, em frente, atrás. **(EF01MA12)** Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço segundo um dado ponto de referência, compreendendo que, para a utilização de termos que se referem à posição, como direita, esquerda, em cima, em baixo, é necessário explicitar-se o referencial
	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento e relações com objetos familiares do mundo físico.	**(EF01MA13)** Relacionar figuras geométricas espaciais (cones, cilindros, esferas e blocos retangulares) a objetos familiares do mundo físico
	Figuras geométricas planas: reconhecimento do formato das faces de figuras geométricas espaciais.	**(EF01MA14)** Identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos.

Ano	Objeto de conhecimento	Habilidades
2º	Localização e movimentação de pessoas e objetos no espaço, segundo pontos de referência, e indicação de mudanças de direção e sentido	**(EF02MA12)** Identificar e registrar, em linguagem verbal ou não verbal, a localização e os deslocamentos de pessoas e de objetos no espaço, considerando mais de um ponto de referência, e indicar as mudanças de direção e de sentido.
	Esboço de roteiros e de plantas simples.	**(EF02MA13)** Esboçar roteiros a serem seguidos ou plantas de ambientes familiares, assinalando entradas, saídas e alguns pontos de referência.
	Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento e características.	**(EF02MA14)** Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico.
	Figuras geométricas planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo): reconhecimento e características.	**(EF02MA15)** Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.
3º	Localização e movimentação: representação de objetos e pontos de referência.	**(EF03MA12)** Descrever e representar, por meio de esboços de trajetos ou utilizando croquis e maquetes, a movimentação de pessoas ou de objetos no espaço, incluindo mudanças de direção e sentido, com base em diferentes pontos de referência.
	Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento, análise de características e planificações.	**(EF03MA13)** Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras. **(EF03MA14)** Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides,

		cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações.
	Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características.	**(EF03MA15)** Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas, comprimento) e vértices.
	Congruência de figuras geométricas planas.	**(EF03MA16)** Reconhecer figuras congruentes usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.
4º	Localização e movimentação: pontos de referência, direção e sentido. Paralelismo e perpendicularismo	**(EF04MA16)** Descrever deslocamentos e localização de pessoas e de objetos no espaço, por meio de malhas quadriculadas e representações, como desenhos, mapas, planta baixa e croquis, empregando termos como direita e esquerda, mudanças de direção e sentido, interseção, transversais, paralelas e perpendiculares.
	Figuras geométricas espaciais (prismas e pirâmides): reconhecimento, representações, planificações e características.	**(EF04MA17)** Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais.
	Ângulos retos e não retos: uso de dobraduras, esquadros e softwares.	**(EF04MA18)** Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de Geometria.
	Simetria de reflexão.	**(EF04MA19)** Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras

		congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de geometria.
5º	Plano cartesiano: coordenadas cartesianas (1º quadrante) e representação de deslocamentos no plano cartesiano.	**(EF05MA14)** Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas. **(EF05MA15)** Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1o quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros
5º	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características	**(EF05MA16)** Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.
	Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.	**(EF05MA17)** Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
	Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes	**(EF05MA18)** Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.
	Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados.	**(EF06MA16)** Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1o quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.

6º	Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas).	**(EF06MA17)** Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial. **(EF06MA10MA)** Identificar figuras geométricas planas e espaciais, suas características e propriedades
	Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados.	**(EF06MA18)** Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros. **(EF06MA19)** Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos. **(EF06MA20)** Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.
6º	Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas.	**(EF06MA21)** Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.
	Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares	**EF06MA22)** Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros. **(EF06MA23)** Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como

		na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.)
7º	Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem	**(EF07MA19)** Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. **(EF07MA20)** Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.
	Simetrias de translação, rotação e reflexão.	**(EF07MA21)** Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de Geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.
	A circunferência como lugar geométrico.	**(EF07MA22)** Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.
	Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal.	**(EF07MA23)** Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de Geometria dinâmica.

<table>
<tr><td rowspan="2">7º</td><td>Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos.</td><td>(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

(EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas.

(EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.</td></tr>
<tr><td>Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero.</td><td>(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.

(EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">8º</td><td>Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros.</td><td>(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.</td></tr>
<tr><td>Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.</td><td>(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de Geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.</td></tr>
</table>

8º		**(EF08MA16)** Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.
	Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas	**(EF08MA17)** Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.
8º	Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação.	**(EF08MA18)** Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de Geometria dinâmica.
	Área de figuras planas. Área do círculo e comprimento de sua circunferência.	**(EF08MA19)** Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como a determinação da medida de terrenos.
9º	Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal.	**(EF09MA10)** Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
	Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo.	**(EF09MA11)** Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de Geometria dinâmica
	Semelhança de triângulos.	**(EF09MA12)** Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.

9º	Relações métricas no triângulo retângulo. Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração. Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais.	**(EF09MA13)** Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos. **(EF09MA14)** Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.
	Polígonos regulares.	**(EF09MA15)** Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares.
	Distância entre pontos no plano cartesiano.	**(EF09MA16)** Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.
	Vistas ortogonais de figuras espaciais.	**(EF09MA17)** Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva

Fonte: (Maranhão, p. 321 – 352)