

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA – CCET
COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL – CCEC

JORGE LUÍS GOMES GONÇALVES

**CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE VIGAS METÁLICAS DE PERFIL I DEVIDO
A MODOS DE FALHA POR FLEXÃO**

SÃO LUÍS – MA

2025

JORGE LUÍS GOMES GONÇALVES

**CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE VIGAS METÁLICAS DE PERFIL I DEVIDO
A MODOS DE FALHA POR FLEXÃO**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao curso de Engenharia Civil do Centro de Ciências Exatas e Tecnologias da Universidade Federal do Maranhão como requisito para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Felipe Alexander Vargas Bazán.

SÃO LUÍS – MA
2025

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Diretoria Integrada de Bibliotecas/UFMA

Gomes Gonçalves, Jorge Luís.

CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE VIGAS METÁLICAS DE PERFIL
I DEVIDO A MODOS DE FALHA POR FLEXÃO / Jorge Luís Gomes
Gonçalves. - 2025.

50 p.

Orientador(a): Felipe Alexander Vargas Bazán.

Monografia (Graduação) - Curso de Engenharia Civil,
Universidade Federal do Maranhão, São Luís, Ma, 2025.

1. Confiabilidade Estrutural. 2. First Order
Reliability Method (form). 3. Flambagem Local da Alma
(fla). 4. Flambagem Local da Mesa Comprimida (flm). 5.
Vigas Metálicas I. I. Vargas Bazán, Felipe Alexander. II.
Título.

JORGE LUÍS GOMES GONÇALVES

**CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE VIGAS METÁLICAS DE PERFIL I DEVIDO
A MODOS DE FALHA POR FLEXÃO**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao curso de Engenharia Civil do Centro de Ciências Exatas e Tecnologias da Universidade Federal do Maranhão como requisito para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil.

Aprovado em: ____/____/____

Banca Examinadora

Prof. Dr. Felipe Alexander Vargas Bazán

Orientador

Universidade Federal do Maranhão

Dr. George Fernandes Azevedo

Examinador

Universidade Federal do Maranhão

Dr. Paulo César de Oliveira Queiroz

Examinador

Universidade Federal do Maranhão

Dedico este trabalho primeiramente a Deus que és minha fortaleza e meu refúgio. Em segundo dedico as minhas avós, Benedita e Marize por serem minhas fortalezas nesse mundo, assim como meu saudoso avô Hélió que sempre terei como um Pai, e meus pais por serem o os provedores de minha existência, e a todos os meus familiares (Tios (as), Primos (as)) que tiveram contribuições em minha vida, assim como todos os professores da UFMA por me alimentarem com seus conhecimentos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço especialmente ao prof. Dr. Felipe Alexander Vargas Bazán por toda dedicação e empenho na orientação e pelos conselhos dados, com intuito de tornar-me um profissional melhor a cada dia, assim como todos os ensinamentos passados, desde as cadeiras feitas com ele até a orientação do meu trabalho de conclusão, com toda paciência e cautela ao me passar informações em reuniões e revisões. Agradeço ao prof. Dr. Marcos Aurélio Araújo Santos pelo seu companheirismo para com o curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Maranhão, fazendo tornar possível um curso de excelência dentro do âmbito acadêmico, e assim nos proporcionando conforto durante nossa capacitação.

EPÍGRAFE

“A imaginação é mais importante que o conhecimento. O conhecimento é limitado, enquanto a imaginação abraça o mundo inteiro, estimulando o progresso, e dando origem à evolução.”

Albert Einstein

RESUMO

O presente trabalho aborda a confiabilidade estrutural de vigas metálicas de perfil I, com ênfase na análise probabilística de falhas por flexão. Diante do crescente uso desses elementos na engenharia estrutural, investigou-se seu desempenho em relação aos estados limites de Flambagem Local da Alma (FLA) e Flambagem Local da Mesa (FLM). Para isso, foi aplicado o método de confiabilidade de primeira ordem (FORM), reconhecido por sua eficiência na estimativa de probabilidades de falha. A pesquisa adotou uma abordagem quantitativa e descritiva, utilizando como estudo de caso um perfil HP 310 × 110. Os resultados demonstraram que as probabilidades de falha foram equivalentes para ambos os estados limites, possivelmente devido ao índice de esbeltez da seção manter-se dentro da classificação de seção compacta, evidenciando a adequação do perfil frente aos esforços de flexão.

Palavras-chave: Confiabilidade Estrutural, *First Order Reliability Method* (FORM), Flambagem Local da Alma (FLA), Flambagem Local da Mesa Comprimida (FLM), Vigas Metálicas I.

ABSTRACT

This study addresses the structural reliability of I-shaped steel beams, with emphasis on the probabilistic analysis of flexural failure modes. Considering the growing use of these elements in structural engineering, their performance was investigated with respect to the Local Web Buckling (FLA) and Local Flange Buckling (FLM) limit states. The First Order Reliability Method (FORM) was applied due to its efficiency in estimating failure probabilities. The research followed a quantitative and descriptive approach, using an HP 310 $\times$ 110 profile as a case study. Results showed that the failure probabilities were equivalent for both limit states, likely due to the section's slenderness ratio remaining within the compact section classification, highlighting the profile's adequacy under flexural loads.

Keywords: Structural Reliability, *First Order Reliability Method* (FORM), Buckling of the Core (FLA), Local Buckling of the Compressed Flange (FLM), Metal Beams I.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Perfis estruturais laminados. -----	10
Figura 2 - Tipos usuais de perfis para vigas. -----	11
Figura 3 - Perfil I Soldado. -----	12
Figura 4 - Equação de estado limite e domínios de falha e sobrevivência. -----	18
Figura 5 - Representação gráfica da probabilidade de falha. -----	19
Figura 6 - Distribuição da densidade de probabilidade de G . -----	20
Figura 7 - Probabilidade de falha em termos da variável normal padrão Y . -----	21
Figura 8 – Transformação das variáveis fundamentais R e S para o espaço normal padrão. -	23
Figura 9 – Linearização de primeira ordem (FORM). -----	27
Figura 10 – Princípio da aproximação normal. -----	28
Figura 11 - Transformação composta. -----	31
Figura 12 - Representação de viga metálica com carregamento. -----	32

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Modelo exemplo probabilístico de variáveis da viga metálica. -----	33
Tabela 2 - Resultados obtidos para o FLA.-----	36
Tabela 3 - Resultados obtidos para o FLM. -----	38

LISTA DE SIGLAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

CV – Coeficiente de Variação

ELS – Estado Limite de Serviço

ELU – Estado Limite Último

FLA – Flambagem Local da Alma

FLM – Flambagem Local da Mesa Comprimida

FORM – *First Order Reliability Method*

JCSS – *Joint Committee on Structural Safety*

NBR – Norma Brasileira

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	7
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO E PROBLEMA DE PESQUISA	7
1.2	JUSTIFICATIVA	8
2	OBJETIVO	9
2.1	Geral	9
2.2	Específicos.....	9
3	REFERENCIAL TEÓRICO	10
3.1	vigas metálicas.....	10
3.1.1	Vigas de alma cheia (seção I).....	11
3.1.2	Modos de falhas em vigas I.....	12
3.2	Confiabilidade Estrutural.....	17
3.2.1	Método FORM.....	22
4	METODOLOGIA.....	32
5	Resultados e discussões	36
6	Considerações finais	41
	REFERÊNCIAS	42

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E PROBLEMA DE PESQUISA

A engenharia estrutural tem evoluído significativamente ao longo do tempo, impulsionada pelos avanços tecnológicos. À medida que a sociedade e os centros urbanos se desenvolveram, surgiu a demanda por novos sistemas e elementos estruturais como vigas, pilares e lajes capazes de atender aos requisitos técnicos e funcionais exigidos (Pfeil, W; Pfeil, M, 2021).

Nesse contexto, os elementos metálicos têm ganhado destaque, principalmente devido às suas elevadas resistências à tração e compressão, podendo suportar variações de carga que variam de 300 MPa a mais de 1200 MPa (Pfeil, W; Pfeil, M, 2021). As principais propriedades desejáveis para elementos estruturais incluem ductilidade, homogeneidade, elevado módulo de elasticidade e alta tensão de escoamento. Além disso, o aço oferece vantagens como leveza e excelente desempenho sob esforços de tração, compressão e flexão, permitindo que as estruturas suportem cargas elevadas com eficiência (Callister, 2020).

Diante disso, a análise do Estado Limite Últimos (ELU) e do Estado Limite de Serviço (ELS) torna-se fundamental em projetos com vigas metálicas, especialmente no que se refere à resistência à flexão e ao controle de deflexões, respectivamente. As vigas metálicas com seção transversal em “I” têm sido amplamente utilizadas devido ao seu alto desempenho estrutural e segurança.

Entretanto, diversos fatores influenciam diretamente a segurança dessas vigas, levantando questionamentos quanto às incertezas presentes nos sistemas estruturais. Essas incertezas podem ter origem tanto no conhecimento incompleto sobre o comportamento dos sistemas projetados quanto na aleatoriedade inerente aos processos envolvidos (Beck, 2014).

Tais fatores podem conduzir o sistema estrutural a estados confiáveis (desejáveis) ou não confiáveis (indesejáveis). Portanto, estruturas e elementos estruturais devem ser concebidos e mantidos para desempenhar suas funções ao longo da vida útil com um nível adequado de segurança e viabilidade econômica (Beck, 2014).

Dessa forma, para garantir que vigas metálicas do tipo I atendam aos critérios de segurança exigidos, é necessário compreender seu comportamento diante dos esforços aplicados, bem como as propriedades do material e as características geométricas. Surge, então, a seguinte questão: qual é a probabilidade de falha de uma viga metálica de seção I?

O presente trabalho tem como objetivo principal avaliar a probabilidade de falha de vigas metálicas de seção I submetidas a modos de falha por flexão, especificamente a Flambagem Local da Alma (FLA) e a Flambagem Local da Mesa Comprimida (FLM). Para isso, utilizou-se a metodologia da confiabilidade estrutural, que permite a análise probabilística do desempenho de sistemas estruturais frente aos ELU e ELS (Moreira 2017).

O ELU relaciona-se aos critérios de segurança estrutural e ao risco de colapso parcial ou total da estrutura, enquanto os Estados Limites de Serviço dizem respeito ao desempenho da estrutura em condições normais de uso (Melchers; Beck, 2018).

1.2 JUSTIFICATIVA

A análise de confiabilidade em vigas metálicas de seção I devidos aos seus modos de falha de flexão e deflexão, possibilita obter dados fundamentais quando se busca um sistema estrutural confiável, aquele que em seu estado limite estiver no domínio seguro ou que não estiver dentro do domínio de falha, ou seja, que o sistema venha a cumprir o seu desempenho esperado. Com isso, pode-se definir qual a melhor forma, medidas, especificações do aço. Além de obter um sistema estrutural ou elementos estruturais seguros, pode-se definir qual melhor cenário custo e benefício, uma vez conhecidas todas as variáveis que descrevem o sistema estrutural e suas variabilidades que influenciam no desempenho esperado do elemento. As variáveis presentes no sistema estrutural estão sob formas de incertezas. Tais incertezas, segundo Melchers e Beck (2018) podem ser divididas em:

- Incertezas físicas, aquelas presentes nas avaliações de dimensões, valores de ações, valores de propriedades de materiais etc.;
- As incertezas estatísticas, provenientes das descrições estatísticas das variáveis baseadas em interferências sobre amostras finitas da população;
- As incertezas por interferência humana, seja intencional ou não;
- Fenômenos fenomenológicos, seja de eventos não previsíveis ou que sejam levados em consideração;
- Assim como, incertezas de modelo provenientes das simplificações e limitações de modelos matemáticos.

2 OBJETIVO

2.1 GERAL

Avaliar a probabilidade de falha de vigas metálicas do tipo I devido aos modos de falha de flexão (FLA e FLM), utilizando técnicas de confiabilidade estrutural.

2.2 ESPECÍFICOS

- Pesquisar e compreender as concepções teóricas das vigas metálicas de perfis I, assim como a confiabilidade estrutural;
- Aplicar o método FORM, para avaliar a confiabilidade estrutural devido aos modos;
- Analisar o nível de confiabilidade das vigas metálicas de perfis I, aos efeitos da FLA e
- Avaliar os respectivos resultados obtidos pelo método (FORM).

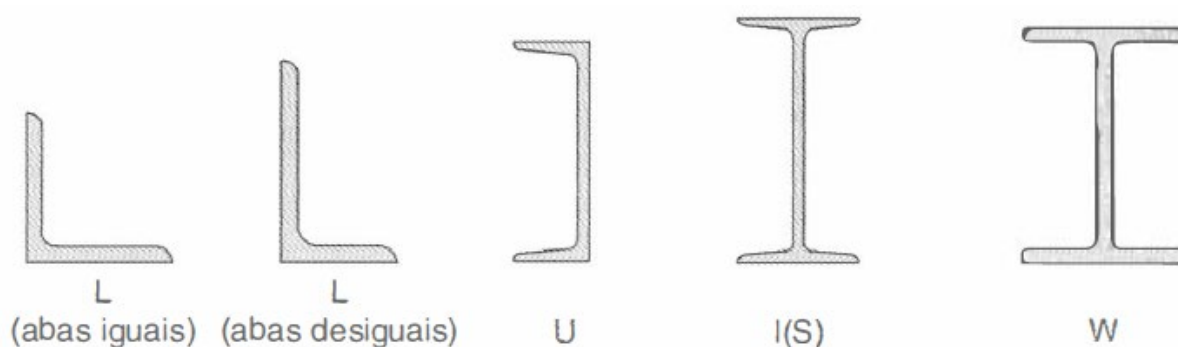
3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 VIGAS METÁLICAS

Com o passar do tempo no campo da engenharia e da arquitetura as vigas metálicas veio ganhando espaço como elementos estruturais dentro das obras de pequeno e grande porte devido as suas características. Tais elementos estruturais possuem alta resistência nos mais diversos estados de tensões (tração, compressão e cisalhamento) permitindo suportar grandes cargas, mesmo com área de seção pequena (Bellei, 1998). Esses fatores proporcionam vantagens significativas, conforme indicado pela perspectiva de (Fakury et al., 2007). As vigas metálicas são amplamente recomendadas para grandes vãos em galpões, edifícios e passarelas, sobretudo onde o solo tem baixa capacidade de suporte, exigindo estruturas leves e evitando fundações profundas (Zonta; Ferreira; Rossi, 2024).

Além disso, fatores como limitação de fabricação em função do transporte, necessidade de mão de obra qualificada, tratamento especial contra oxidação, são considerados desfavoráveis (Cantusio Neto, 2008). Outro fator que se deve considerar na sua usabilidade é o seu perfil, pois varia de acordo com a finalidade na construção civil, e apresentam os mais diferentes tipos de perfis como pode ser visto na Figura 1, tais perfis são ligados por solda (Pfeil, W; Pfeil, M, 2021).

Figura 1 - Perfis estruturais laminados.



Fonte: Pfeil, W; Pfeil, M, 2021.

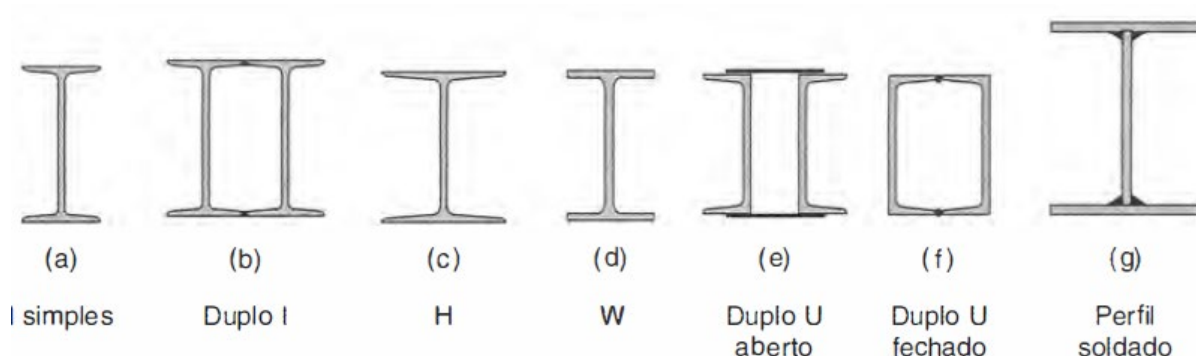
Dessa forma, ao se tratar do projeto e da execução de estruturas com vigas metálicas, é fundamental compreender seu comportamento funcional para que os perfis sejam dimensionados adequadamente às exigências estruturais, garantindo assim, um sistema seguro

e confiável (Tavares, 2021). Na construção civil, destaca-se o uso frequente do perfil I, devido às suas características estruturais favoráveis.

3.1.1 Vigas de alma cheia (seção I)

As vigas metálicas de seção I mais utilizadas pode ser vista na Figura 2. Os perfis mais fabricados atualmente no Brasil são os perfis I e H (Pfeil, W; Pfeil, M, 2021).

Figura 2 - Tipos usuais de perfis para vigas.

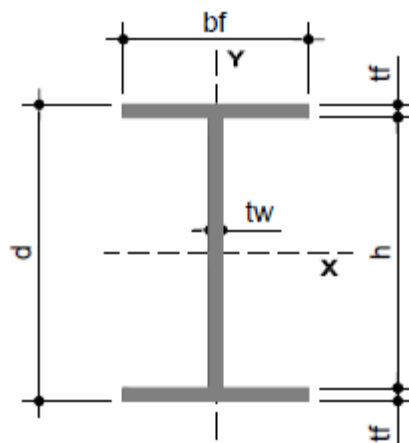


Fonte: Pfeil, W; Pfeil, M, 2021.

No contexto de projetos na construção civil, é fundamental avaliar o nível de confiabilidade que os elementos estruturais oferecem. No caso específico das vigas, deve-se atentar as seções transversais com maior inércia no plano da flexão, como as vigas em I, são mais eficientes, pois concentram material longe do eixo neutro. O ideal é dispor áreas em chapas superior e inferior, unidas por uma alma fina. Isso torna as vigas I as mais funcionais para esforços de flexão (Pfeil, W; Pfeil, M, 2021).

A viga de perfil I possui uma seção transversal composta por duas regiões distintas: as mesas (dispostas horizontalmente) e a alma (disposta verticalmente). As dimensões dessas partes podem variar conforme as exigências estruturais do projeto. A Figura 3 ilustra a divisão da seção transversal de uma viga I.

Figura 3 - Perfil I Soldado.



Fonte: Cantusio Neto, 2008.

Onde:

d - Altura da viga;

b_f - Largura da mesa;

t_w - Espessura da alma;

h - Altura livre da alma;

t_f - Espessura da mesa.

3.1.2 Modos de falhas em vigas I

3.1.2.1 Flexão em vigas I

Segundo a NBR 8800:2008, as vigas de seção I submetidas a momento fletor, devem satisfazer a seguinte condição da Equação (1):

$$M_{Sd} \leq M_{Rd} \quad (1)$$

Onde:

M_{Sd} — Momento fletor solicitante de cálculo;

M_{Rd} — Momento fletor resistente de cálculo.

Tendo em vista que a confiabilidade estrutural visa abordar diretamente as incertezas presentes, por tanto a equação de estado limite desconsidera os coeficientes parciais de

segurança (deixando-os iguais a um), deixando apenas a formulação, com isso o fator *designer* de projeto é retirado, logo a Equação (1) fica descrita de acordo com a Equação (2).

$$M_S \leq M_R \quad (2)$$

Onde:

M_S – Momento fletor solicitante;

M_R – Momento fletor resistente.

De acordo com a NBR 8800 (ABNT, 2024), o momento fletor de plastificação da seção transversal é dado pela Equação (3), cujo momento máximo que uma seção pode suportar antes de entrar no estado de plastificação.

$$M_{pl} = Z f_y \quad (3)$$

Onde:

Z – Módulo plástico da seção;

f_y – Tensão de escoamento do aço.

O módulo plástico da seção é dado pela Equação (4).

$$Z = A_t y_t + A_c y_c \quad (4)$$

Onde:

A_t – Área da seção tracionada;

y_t – Distância do centroide da área tracionada até a linha neutra;

A_c – Área da seção comprimida;

y_c – Distância do centroide da área comprimida até a linha neutra.

De acordo com a NBR 8800 (ABNT,2024), o momento fletor correspondente ao início de escoamento, para o FLA é dado pela Equação (5), e para o FLM é dado pela Equação (6).

$$M_r = f_y W \quad (5)$$

Onde:

f_y – Resistência ao escoamento do aço;

W – Módulo de resistência elástico.

$$M_r = (f_y - \sigma_r) W \quad (6)$$

Onde:

f_y – Resistência ao escoamento do aço;

σ_r – Tensão residual ($0,3 * f_y$);

W – Módulo de resistência elástico.

O módulo de resistência elástico pode ser definido pelas Equações (7) e (8) a seguir, e pode ser compreendida como o quociente do momento de inércia I , e a distância do centro de gravidade da região mais tracionada ou comprimida da seção, nas direções (x e y) (Marciano et al., 2025).

$$W_x = \frac{I_x}{x} \quad (7)$$

$$W_y = \frac{I_y}{y} \quad (8)$$

Onde:

I_x – Inércia em x ;

I_y – Inércia em y .

Com base na NBR 8800 (ABNT, 2024), o de momento crítico para o FLM é dado pela Equação (9). Para o caso do FLA, considera-se esse momento, pois se trata de vigas de alma não esbelta (perfis laminados).

$$M_{cr} = \frac{0,69E}{\lambda^2} W_c \quad (9)$$

Onde:

W_c – Módulo de resistência elástico do lado comprimido da seção, relativo à flexão;

E – É o módulo de elasticidade ($E = 200.000 \text{ Mpa}$);

λ – Índice de esbeltez (ainda será definido ao decorrer do texto).

3.1.2.2 Momento Resistente

De acordo com a NBR 8800 (ABNT, 2024), devido aos efeitos FLM e FLA, pode-se obter o momento fletor resistente de cálculo dado pelas Equações (10) e (11), que de acordo com o índice de esbeltez há uma variação nas variáveis envolvidas.

Para os estados-limites FLM e FLA, é dada por:

Seção compacta:

$$M_R = M_{pl}, \text{ para } \lambda \leq \lambda_p \quad (10)$$

Seção semicompactas:

$$M_R = \left[M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right], \text{ para } \lambda_p \leq \lambda \leq \lambda_r \quad (11)$$

$$M_R = M_{cr}, \text{ para } \lambda > \lambda_r \text{ (não aplicável à FLA)} \quad (12)$$

De acordo com a NBR 8800 (ABNT, 2024), os parâmetros de esbeltez para os estados limites FLA e FLM pode ser compreendido pelas Equações (13) a (18).

Para o FLA:

$$\lambda = \frac{b}{t_f} \quad (13)$$

$$\lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (14)$$

$$\lambda_r = 5,70 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (15)$$

Nesse trabalho sempre $\lambda \leq \lambda_r$, pois o cenário escolhido foram os perfis de alma não esbelta, para vigas esbeltas a NBR 8800 (ABNT, 2024) tem um tratamento específico para esses casos.

Para o FLM:

$$\lambda = \frac{b_f}{2t_f} \quad (16)$$

$$\lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (17)$$

$$\lambda_r = 0,83 \sqrt{\frac{E}{(f_y - \sigma_r)}}, \text{ (perfis laminados)} \quad (18)$$

3.1.2.3 *Momento Solicitante*

Considerando o cenário de uma viga bi-apoiada, e respectivamente com cargas permanente e variada a equação do momento solicitante máximo é dado pela Equação (19).

$$M_s = \frac{(q_p + q_v)L^2}{8} \quad (19)$$

3.2 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Elementos estruturais como vigas metálicas podem apresentar falhas em suas produções, o qual nos faz questionar o grau de confiabilidade que esse sistema nos proporciona. A confiabilidade pode ser vista como um nível de confiança de um dado sistema, na qual ele não falhe durante um determinado tempo respeitando as suas condições de projetos (Melchers; Beck, 2018). Confiabilidade é a probabilidade de que os elementos estruturais cumpram seus requisitos de projeto, em um dado tempo, verificando as condições de fabricação e operação de projetos (Melchers; Beck, 2018). Tais falhas podem ser interpretadas como probabilidade de falha, assim como seu evento complementar a confiabilidade.

A probabilidade de falha seria probabilidade subjetiva do sistema não satisfazer suas especificações de projeto e assim vim a falhar (Melchers; Beck, 2018). Por tanto, a objetivação da análise de confiabilidade é buscar a probabilidade de falha desses sistemas. Considerando as incertezas particulares das variáveis envolvidas, tais como: propriedade mecânicas dos materiais, intensidade de cargas, geometria da estrutura, modelos de cálculos e suas análises (Moreira, 2017). Por tanto, o cumprimento ou não dos requisitos básicos podem ser equacionados como funções de estados limites.

Os estados limites são divididos em duas categorias ELU e ELS. O ELU nos diz respeito a segurança, capacidade máxima de carga ou de deformação da estrutura, já os estados limites de segurança está relacionada as condições normais de uso e de funcionamento (Melchers; Beck, 2018).

Os modos de falhas estrutural podem ser quantificados respectivamente pelas funções de estado limite ou funções de falha, na qual os valores negativos correspondem a falha e valores positivos a não falha (sobrevivência). Assim, cada estado limite há uma função $g(\bullet)$ em função das respectivas variáveis de projeto $\mathbf{X}$, a Equação (20) descreve a função de estado limite.

$$g(\mathbf{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (20)$$

Onde:

$\mathbf{X}$ – Vetor da n variáveis aleatórias consideradas na análise.

Por tanto, as equações de estados limites estabelecem em cada modo de falha, a fronteira situada entre os domínios de falha ou não falha, ou seja, a fronteira de estado desejável e indesejável da estrutura (Melchers; Beck, 2018).

$$D_f = \{\mathbf{X} | g(\mathbf{X}) \leq 0\} \quad (21)$$

$$D_s = \{\mathbf{X} | g(\mathbf{X}) > 0\} \quad (22)$$

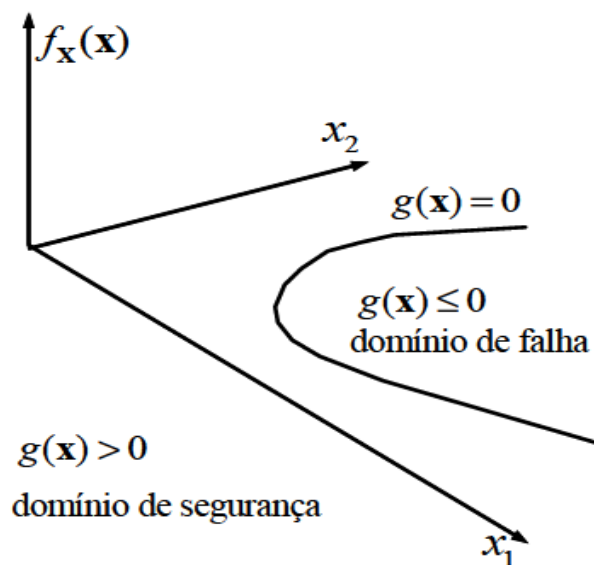
Onde:

D_f – Domínio de falha;

D_s – Domínio de sobrevivência.

O domínio de falha D_f pode ser representado como todos os pontos do espaço amostral $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^n$ que levam a falha estrutural, já o domínio de sobrevivência D_s são o conjunto complementar ao domínio de falha (Nowak; Collins, 2013). Conforme mencionado, pode-se observar na Figura 4 o domínio de falha e sobrevivência para um caso com duas variáveis aleatórias.

Figura 4 - Equação de estado limite e domínios de falha e sobrevivência.



Fonte: Adaptado de Beck, 2014.

Logo, a avaliação da probabilidade de falha de uma estrutura, pode ser feita através da verificação da propensão à violação de estados limites, e pode ser descrita de acordo com a Equação (23).

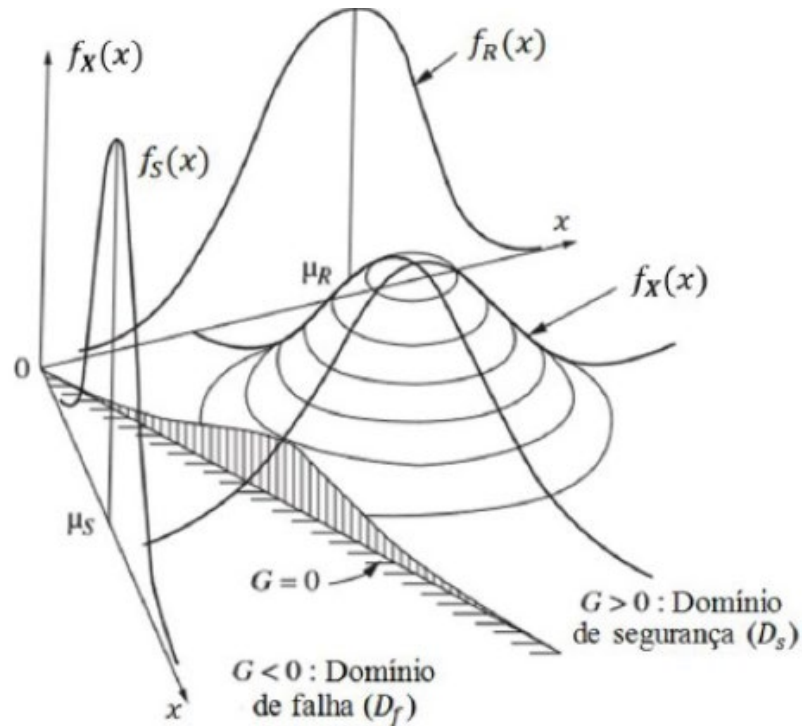
$$P_f = P[\{\mathbf{X} \in D_f\}] = P[\{g(\mathbf{X}) \leq 0\}] \quad (23)$$

Tomando a função densidade conjunta de probabilidade de falha $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X})$ de todas as variáveis aleatórias em análise $\mathbf{X}$, pode-se obter a probabilidade de falha integrando-se $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X})$ sobre o domínio D_f , assim obtém-se a Equação (24).

$$P_f = \int_{D_f} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} \quad (24)$$

A Figura 5 ilustra a probabilidade de falha de um caso mais simples envolvendo duas variáveis aleatórias R e S . Um caso simples da confiabilidade que se pode obter uma compreensão gráfica.

Figura 5 - Representação gráfica da probabilidade de falha.



Fonte: Adaptado de Melchers; Beck, 2018.

Tomando como exemplo a Equação (25) de estado limite mais simples. Também conhecida como problema fundamental de confiabilidade é aquela que envolve apenas duas variáveis aleatórias R resistência e S solicitação (Melchers; Beck, 2018).

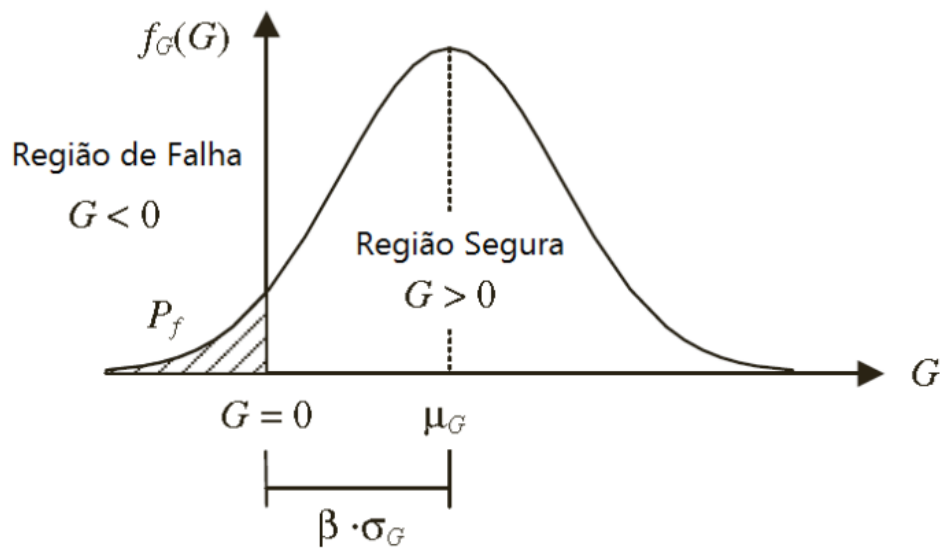
$$g(R, S) = R - S \quad (25)$$

Esta função consiste em avaliar a probabilidade de que a solicitação exceda a resistência, assim tendo a função probabilidade de falha dada pela Equação (26).

$$P_f = P[\{R \leq S\}] = P[\{R - S \leq 0\}] \quad (26)$$

Conforme ilustrado na Figura 6, a região sombreada pode-se compreender como a probabilidade de falha (região de falha), em que $P[\{g \leq 0\}] = P[\{R - S \leq 0\}]$ e $f_G(\mathbf{G})$ uma função de distribuição de probabilidade de um estado limite.

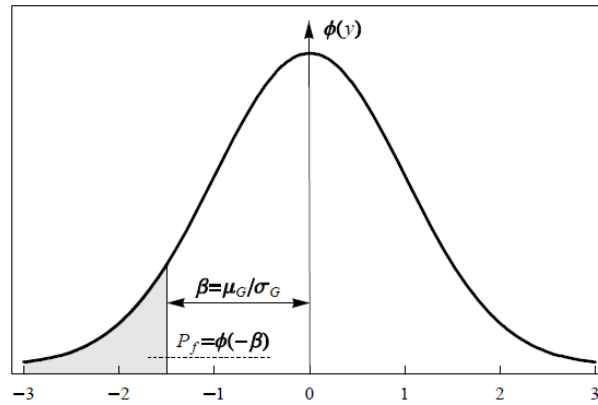
Figura 6 - Distribuição da densidade de probabilidade de G.



Fonte: adaptado de Guo et al. (2012).

Este índice de confiabilidade é uma medida geométrica da probabilidade de falha, o qual representa a menor distância entre a origem do espaço normal padrão (média de Y) das variáveis aleatórias até o limite ou superfície de falha $M = 0$, como apresentado na Figura 7.

Figura 7 - Probabilidade de falha em termos da variável normal padrão Y .



Fonte: Adaptado de Beck, 2014.

Em problemas que envolvam variáveis aleatórias normais e funções lineares $g(\mathbf{X})$, pode utilizar-se do índice de confiabilidade de Cornell, dado pela Equação (27).

$$\beta = \frac{E[g(\mathbf{X})]}{\sqrt{\text{Var}[g(\mathbf{X})]}} \quad (27)$$

Onde:

$E[g(\mathbf{X})]$ – Valor esperado da função $g(\mathbf{X})$;

$\sqrt{\text{Var}[g(\mathbf{X})]}$ – Raiz da variância de $g(\mathbf{X})$ (desvio padrão).

Por outro lado, problemas reais são mais complexos e envolvem n variáveis com quaisquer distribuições de probabilidades para um determinado estado limite. Esta probabilidade falha pode ser avaliada a partir da Equação (28).

$$P_f = P[\{(r, s) \in D_f\}] = \iint_{D_f} f_{RS}(r, s) dr ds \quad (28)$$

A Equação (24) da probabilidade de falha é aplicável a qualquer número de variáveis e distribuições, assim como correlação entre pares de variáveis. Entretanto, essa avaliação é complexa, tendo em vista que se trata de uma integral multidimensional de n variáveis aleatórias no domínio D_f dada pela função $g(\mathbf{X})$, por isso desenvolveu-se métodos avaliativos

divididos em métodos de transformação FOSM, FORM, SORM, e baseados na simulação de Monte Carlo.

3.2.1 Método FORM

O método FORM baseia-se em mapear o vetor de variáveis aleatórias do problema $\mathbf{X}$, com qualquer distribuição conjunta de probabilidades, em um vetor de variáveis aleatórias $\mathbf{Y}$, com distribuição normal padrão e ambos definidos em $\mathbb{R}^n$, onde n são as variáveis aleatórias do problema. (Beck, 2014).

Assim, sendo $\mathbb{X}$ subconjunto de $\mathbb{R}^n$ dado pelas variáveis $\mathbf{X}$, então o conjunto $\mathbb{X}$ é chamado de espaço de projeto ou espaço original, assim como $\mathbb{Y}$ subconjunto de $\mathbb{R}^n$ dado pelas variáveis de $\mathbf{Y}$, então o conjunto $\mathbb{Y}$ é chamado de espaço normal padrão ou espaço reduzido (Nowak; Collins, 2013). As variáveis do conjunto $\mathbb{X}$ tem dimensões, enquanto as variáveis do conjunto $\mathbb{Y}$ são adimensionais.

Os métodos de transformação baseiam-se na transformação de Hasofer e Lind, em que qualquer variável aleatória com distribuição normal, $X \sim N(\mu, \sigma)$, pode ser transformada em uma variável normal padrão, $Y \sim N(0, 1)$, descrito a seguir (Melchers; Beck, 2018).

$$Y = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad (29)$$

Com base no problema fundamental apresentado, com variáveis R e S normais e independente, pode-se obter a interpretação geométrica do índice de confiabilidade utilizando-se da transformação de Hasofer e Lind (Equação (29)) (Melchers; Beck, 2018).

$$y_1 = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R}; \quad y_2 = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \quad (30)$$

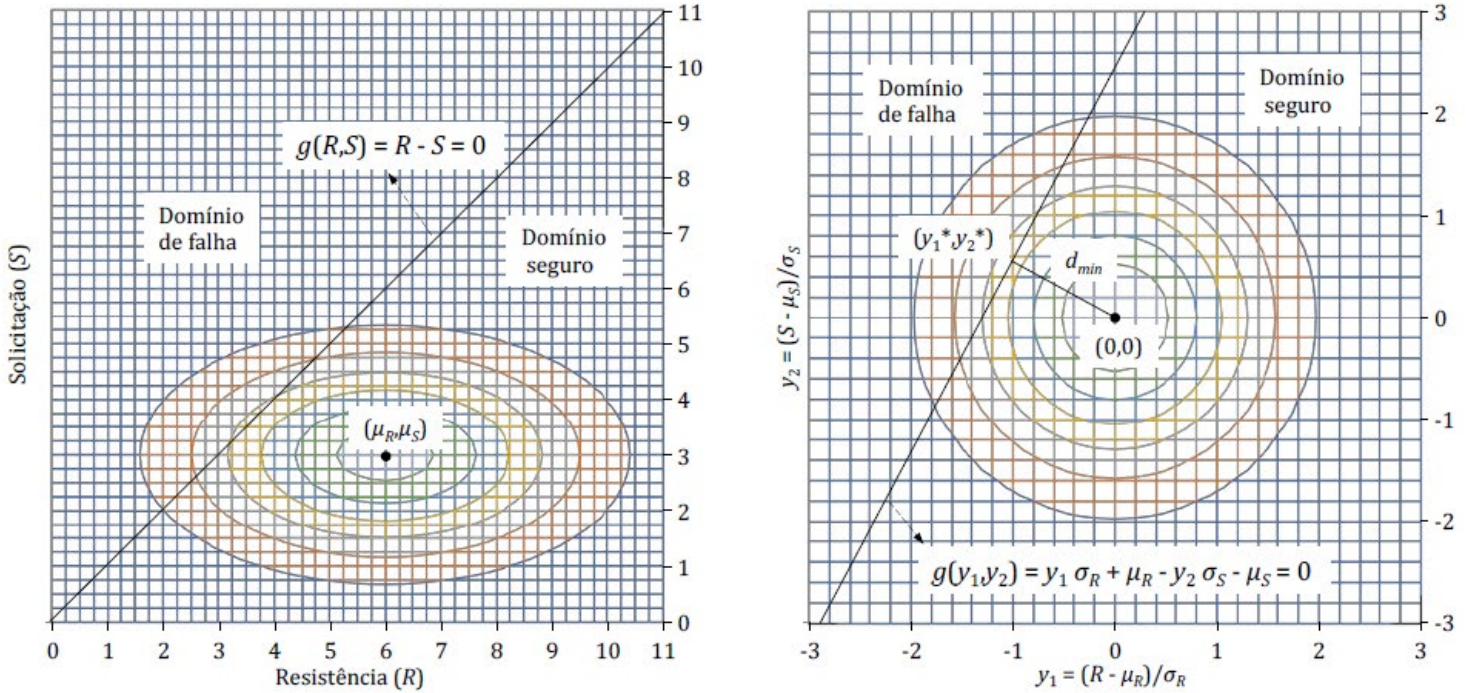
Seja o ponto (y_1^*, y_2^*) de projeto que se pretende encontrar, que minimiza $d^2 = y_1^2 + y_2^2$, sujeito a seguinte condição $g(y_1^*, y_2^*) = 0$ (Bazán, 2025).

Com base na Equação (30), pode-se chegar a seguinte expressão de margem de segurança.

$$M = g(R, S) = R - S = g(y_1, y_2) = y_1 \sigma_R + \mu_R - y_2 \sigma_S - \mu_S \quad (31)$$

A Figura 8 representa este problema.

Figura 8 – Transformação das variáveis fundamentais R e S para o espaço normal padrão.



Fonte: Adaptado de Bazán, (2025).

Seja a função $g(y_1, y_2) = 0$, e evidenciando y_2 na Equação (31), logo chega-se a seguinte expressão da Equação (32).

$$y_2 = \frac{y_1 \sigma_R + \mu_R - \mu_S}{\sigma_S} \quad (32)$$

No espaço normal padrão, a distância entre um ponto até a origem pode ser determinada $d^2 = y_1^2 + y_2^2$, e para obter a condição de mínimo pode-se igualar a expressão a zero e derivar em relação a um dos pontos, por exemplo y_1 , chegando ao resultado da Equação (33).

$$2y_1 + 2y_2 \frac{\partial y_2}{\partial y_1} = 0 \quad \rightarrow \quad 2y_1 + 2y_2 \frac{\sigma_R}{\sigma_S} = 0 \quad (33)$$

Com base na Equação (32), pode-se chegar as coordenadas (y_1^*, y_2^*) , do ponto cujo a função $g(y_1, y_2) = 0$ mais se aproxima de zero, expressa pela Equação (34).

$$y_1^* = -\frac{\sigma_R(\mu_R - \mu_S)}{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}, \quad y_2^* = \frac{\sigma_S(\mu_R - \mu_S)}{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (34)$$

Reorganizando a Equação (34) em termos das coordenadas (y_1^*, y_2^*) chega ao resultado da Equação (35).

$$(y_1^*, y_2^*) = \frac{(\mu_R - \mu_S)}{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} (-\sigma_R, \sigma_S) \quad (35)$$

Substituindo o resultado da Equação (35) em $d = \sqrt{y_1^2 + y_2^2}$, obtém-se a menor distância entre a superfície de falha $g(y_1, y_2) = 0$ e a origem, que coincide exatamente com o índice de confiabilidade β , que é uma medida da probabilidade de falha, logo chega-se à conclusão da Equação (36).

$$\beta = d_{min} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (36)$$

As coordenadas do ponto de projeto são definidas em função do índice de confiabilidade β , sendo α_1 , e α_2 os cossenos diretores do vetor que liga esse ponto à origem no espaço normal padrão, logo os cossenos diretores podem ser expressos pela Equação (37).

$$(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{\nabla g(y_1, y_2)}{\|\nabla g(y_1, y_2)\|} = \frac{1}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} (\sigma_R, -\sigma_S) \quad (37)$$

Onde:

$\nabla g(y_1, y_2)$ – É o vetor gradiente da função de estado limite $g(y_1, y_2)$;

$\|\nabla g(y_1, y_2)\|$ – É o módulo do vetor $\nabla g(y_1, y_2)$.

Seja a unificação da Equação (37), com as Equações (35) e (36), chega-se à projeção da origem do espaço normal padrão sobre a superfície de falha, representada pela Equação (38).

$$(y_1^*, y_2^*) = -(\alpha_1, \alpha_2)\beta \quad (38)$$

Em casos reais, a ideia pode ser entendida para problemas multidimensionais, para todo o espaço $\mathbb{R}^n$, com base no que foi apresentado, deve-se encontrar o ponto $\mathbf{y}^*$ que minimiza $d = \|\mathbf{y}\| = \sqrt{\mathbf{y}^T \mathbf{y}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n y_i^2}$, sujeito a $g(\mathbf{y}) = 0$. Por tanto a Equação (36) para problemas multidimensionais fica expressa pela Equação (39).

$$\beta = \|\mathbf{y}^*\| = \sqrt{\mathbf{y}^{*T} \mathbf{y}^*} \quad (39)$$

Logo os cossenos diretores do vetor normal à superfície de falha podem ser expressos pela Equação (40).

$$\alpha(\mathbf{y}) = \frac{\nabla g(\mathbf{y})}{\|\nabla g(\mathbf{y})\|} \quad (40)$$

Onde:

$\nabla g(\mathbf{y})$ – Vetor gradiente da função de estado limite $\left(\frac{\partial g}{\partial y_1}, \frac{\partial g}{\partial y_2}, \dots, \frac{\partial g}{\partial y_n}\right)^T$.

O ponto de projeto pode ser expresso (ver Equação (41)) em termos do índice de confiabilidade de forma semelhante à Equação (38).

$$\mathbf{y}^* = -\alpha\beta \quad (41)$$

Conforme a transformação de Hasofer e Lind, o método transforma um vetor $\mathbf{X}$, de variáveis normais com médias e desvios padrão quaisquer, em um vetor $\mathbf{Y}$, de variáveis normais com média nula e desvio padrão unitário, conforme a Equação (29). Logo a sua função de distribuição conjunta de probabilidades $f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})$, é chamada de distribuição normal padrão multivariada ou multidimensional, conforme a Equação (42).

$$f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}) = \phi_n(\mathbf{y}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2}\|\mathbf{y}\|^2\right) \quad (42)$$

Onde:

$\|\mathbf{y}\| = \sqrt{\mathbf{y}^T \mathbf{y}} = \sqrt{\sum_i^n y_i^2}$ – Módulo do vetor $\mathbf{y}$.

Está distribuição apresenta propriedades de simetria e decaimento exponencial em relação à origem do espaço $\mathbb{Y}$. De acordo com o que foi apresentado o ponto de projeto no espelho normal padrão $\mathbf{y}^*$, que coincide com o índice de confiabilidade β , logo $\beta = d_{min} = \|\mathbf{y}\| = \sqrt{\mathbf{y}^{*T} \mathbf{y}^*}$.

Em problemas de confiabilidade estrutural, funções de estado limite geralmente são não lineares, sendo aproximadas por um hiperplano no ponto de projeto. Nesse ponto, a menor distância até a origem do espaço $\mathbb{Y}$ corresponde ao índice de confiabilidade β . Como o ponto de projeto concentra a maior probabilidade de falha, a linearização nesse local minimiza os erros no cálculo da probabilidade de falha. Logo a função de estado limite no espaço $\mathbb{Y}$, pode ser compreendida pela Equação (43).

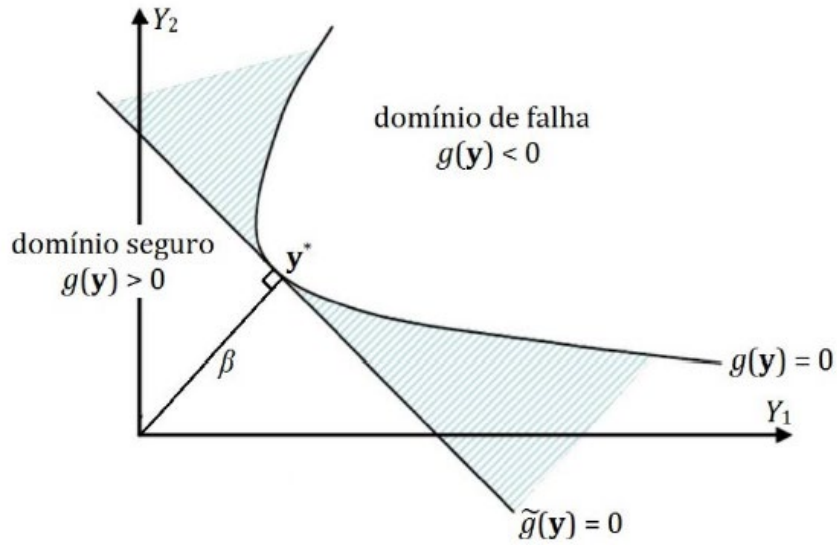
$$\tilde{g}(\mathbf{y}) = \nabla g(\mathbf{y}^*)^T (\mathbf{y} - \mathbf{y}^*) \quad (43)$$

Como foi visto, o índice de confiabilidade β que representa a menor distância no ponto de projeto até a origem no espaço normal padrão e, portanto, pode-se obter uma estimativa de primeira ordem de probabilidade de falha dada pela Equação (44).

$$P_{f_1} = \Phi(-\beta) \quad (44)$$

Pode-se obter uma compreensão com base na Figura 9, que se trata da linearização de primeira ordem da probabilidade de falha utilizada pelo método FORM. Conforme a forma da função $g(\mathbf{y})$ no espaço $\mathbb{Y}$, essa aproximação pode ser conservadora ou não. No exemplo mostrado, ela é a favor da segurança, e a área hachurada representa o erro decorrente da aproximação, que, em aplicações práticas, é desprezível.

Figura 9 – Linearização de primeira ordem (FORM).



Fonte: Adaptado de Melchers e Beck (2018).

A resolução de problemas de confiabilidade pelo FORM, para funções de estado limite lineares ou não lineares, requer a busca do ponto de projeto por meio de um problema de otimização. O método mais usado é o algoritmo HLRF (Hasofer, Lind, Rackwitz e Fiessler), cuja fórmula recursiva aproxima um ponto à superfície de falha $g(\mathbf{y}) = 0$ e garante que o vetor $\mathbf{y}$ seja perpendicular a ela, podendo ser descrita pela Equação (45) (Alves, 2014).

$$\mathbf{y}_{k+1} = \frac{\nabla g(\mathbf{y}_k)^T \mathbf{y}_k - g(\mathbf{y}_k)}{\|\nabla g(\mathbf{y}_k)\|^2} \nabla g(\mathbf{y}_k) \quad (45)$$

A Equação (30) é utilizada na forma iterativa, iniciando o processo com um ponto inicial arbitrário $\mathbf{y}_0$, até obter a convergência em $\mathbf{y}$, ou em β . Em uma iteração k , $\alpha_k = \frac{\nabla g(\mathbf{y}_k)}{\|\nabla g(\mathbf{y}_k)\|}$ os cossenos diretores normal a superfície de falha no ponto $\mathbf{y}_k$, e $\beta_k = \|\mathbf{y}_k\| = \sqrt{\mathbf{y}_k^T \mathbf{y}_k}$ é o índice de confiabilidade.

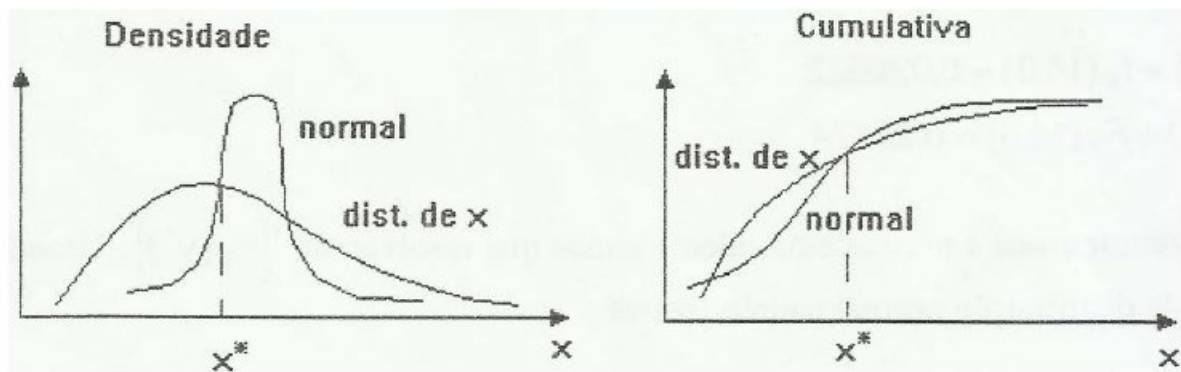
O algoritmo HLRF em sua grande parte atinge a convergência rapidamente, ele pode não convergir em algumas situações.

O método FORM transforma as variáveis aleatórias do problema, que está no espaço de projeto $\mathbf{X}$, com qualquer tipo de distribuição em variáveis normais padrões. O método envolve a elaboração de uma função de distribuição conjunta de probabilidades, $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X})$, onde ocorre a transformação dessa função para o espaço normal padrão $\mathbf{Y}$ (Melchers; Beck, 2018).

Quando as variáveis aleatórias $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ não apresentam distribuição normal, a probabilidade P_f pode ser determinada por meio da utilização de distribuições normais equivalentes. A adoção dessa equivalência permite que o cálculo de P_f siga o mesmo procedimento aplicado às variáveis normalmente distribuídas (Ang e Tang, 1984).

O princípio da aproximação normal consiste em, para um ponto x_i^* na superfície de falha, determinar uma distribuição normal equivalente cuja probabilidade acumulada e densidade de probabilidade sejam iguais às da distribuição original não normal $F_{X_i}(x_i^*)$, preservando seu conteúdo probabilístico. Esse processo envolve a obtenção dos parâmetros (média e desvio padrão) da distribuição equivalente. A Figura 10 representa esse procedimento.

Figura 10 – Princípio da aproximação normal.



Fonte: Adaptado de Lima e Sagrilo, (2003).

Em decorrência da distribuição normal equivalente está definida no espaço $\mathbb{X}$, pode-se escrever como na Equação (46).

$$F_{X_i}(x_i^*) = F_{X_i}^{neq}(x_i^*) \quad (46)$$

A distribuição normal equivalente é caracterizada por dois parâmetros média $(\mu_{X_i}^{neq})$, e desvio padrão $(\sigma_{X_i}^{neq})$. Para sua determinação, é necessária uma segunda equação. Embora o critério para esta equação seja arbitrário, uma condição natural é:

$$f_{X_i}(x_i^*) = f_{X_i}^{neq}(x_i^*) \quad (47)$$

Aplicando a transformação de Hasofer-Lind, obtém-se um conjunto de variáveis $\mathbf{Z} = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_n\}$, com distribuições marginais normais padrão, com possíveis correlações, chegando-se à Equação (48).

$$Z_i^* = \frac{x_i^* - \mu_{X_i}^{neq}}{\sigma_{X_i}^{neq}} \quad (48)$$

Reescrevendo as Equações (46) e (47) com x_i^* no membro a direita, em termos de Z_i^* , obtém-se a Equação (49) e (50).

$$F_{X_i}(x_i^*) = \Phi\left(\frac{x_i^* - \mu_{X_i}^{neq}}{\sigma_{X_i}^{neq}}\right) \rightarrow F_{X_i}(x_i^*) = \Phi(Z_i^*) \quad (49)$$

$$f_{X_i}(x_i^*) = \frac{1}{\sigma_{X_i}^{neq} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i^* - \mu_{X_i}^{neq}}{\sigma_{X_i}^{neq}}\right)^2\right] \rightarrow f_{X_i}(x_i^*) = \frac{\phi(Z_i^*)}{\sigma_{X_i}^{neq}} \quad (50)$$

Da Equação (49) pode-se obter o Z_i^* , e da Equação (50) obtém-se a expressão para o desvio padrão e consequentemente pela Equação (48) encontra-se a média, representadas respectivamente pelas Equações (51) à (53).

$$Z_i^* = \Phi^{-1}\left(F_{X_i}(x_i^*)\right) \quad (51)$$

$$\sigma_{X_i}^{neq} = \frac{\phi(Z_i^*)}{f_{X_i}(x_i^*)} \quad (52)$$

$$\mu_{X_i}^{neq} = x_i^* - Z_i^* \sigma_{X_i}^{neq} \quad (53)$$

Essa transformação é aplicada a cada distribuição marginal e deve ser refeita sempre que $\mathbf{x}^*$ se altera durante a busca do ponto de projeto.

A transformação do espaço $\mathbb{X}$ para $\mathbb{Z}$, pode ser descrita de forma matricial, constituído de um vetor de médias $\mathbf{M}^{neq}$, e uma matriz diagonal de desvios padrões $\mathbf{D}^{neq}$, contendo parâmetros das normais equivalentes, expressas pelas Equações (54) e (55).

$$\mathbf{M}^{neq} = \{\mu_{X_1}^{neq}, \mu_{X_2}^{neq}, \dots, \mu_{X_n}^{neq}\}^T \quad (54)$$

$$\mathbf{D}^{neq} = \begin{bmatrix} \sigma_{X_1}^{neq} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{X_2}^{neq} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{X_n}^{neq} \end{bmatrix} \quad (\mathbf{D}^{neq})^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_{X_1}^{neq}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_{X_2}^{neq}} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_{X_n}^{neq}} \end{bmatrix} \quad (55)$$

Logo a transformação do espaço $\mathbb{X}$ para $\mathbb{Z}$ e do espaço $\mathbb{Z}$ para $\mathbb{X}$, é baseado nas matrizes Jacobianas dada pela Equação (56), resultando nas Equações (57) e (58).

$$\mathbf{J}_{\mathbf{zx}} = (\mathbf{D}^{neq})^{-1} \quad ; \quad \mathbf{J}_{\mathbf{xz}} = \mathbf{D}^{neq} \quad (56)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{J}_{\mathbf{zx}}\{\mathbf{x} - \mathbf{M}^{neq}\} \quad (57)$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{J}_{\mathbf{xz}}\mathbf{z} + \mathbf{M}^{neq} \quad (58)$$

No método FORM, as derivadas parciais da função de estado $\frac{\partial g}{\partial x_i}$, $i = 1, \dots, n$ em relação às variáveis originais são calculadas para avaliar a sensibilidade da função de falha a pequenas variações de cada variável aleatória. Esses gradientes indicam a direção de aproximação mais rápida à superfície de falha e são essenciais para determinar o ponto de projeto e o índice de confiabilidade β . Posteriormente, essas derivadas são transformadas para o espaço padrão normal, permitindo a padronização das influências de cada variável na análise de confiabilidade.

A elaboração da função de distribuição conjunta de probabilidades, $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{X})$, é feita utilizando as distribuições de probabilidades de cada variável aleatória do problema e de uma matriz de correlação. Essas distribuições denominadas de distribuições marginais de probabilidades $f_{X_i}(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$, assim como através da matriz de correlação $\mathbf{R}_{\mathbf{x}}$, formada pelos coeficientes de correlação entre pares de variáveis (Melchers; Beck, 2018). De acordo com a Equação (59).

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{X_{12}} & \dots & \rho_{X_{1n}} \\ \rho_{X_{21}} & 1 & \dots & \rho_{X_{2n}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{X_{n1}} & \rho_{X_{n2}} & \dots & 1 \end{bmatrix}, \text{ com } \rho_{X_{ij}} = \rho_{X_{ji}} \text{ para } i, j = 1, 2, \dots, n \quad (59)$$

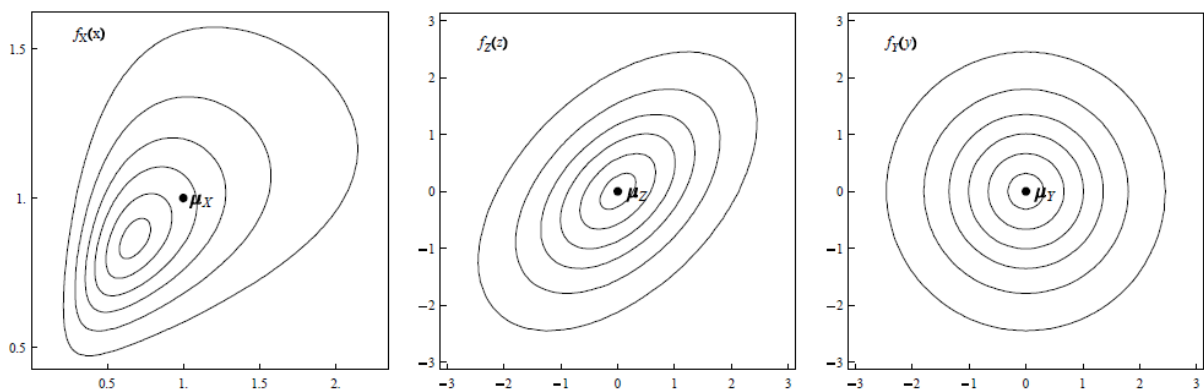
Há várias possibilidades de se realizar a transformação de $\mathbb{X}$ para $\mathbb{Y}$, mas o método mais utilizado em confiabilidade estrutural é a transformação composta que usando o modelo de Nataf, que transforma em variáveis normais equivalentes e elimina a correlação entre estas (Bazán, 2025).

Esse modelo consiste em três etapas:

1. Transformação das distribuições marginais originais $\mathbf{X}$, em distribuições normais equivalentes $\mathbf{Z}$ (conjunto de variáveis $\mathbf{Z}$ correlacionadas);
2. Determinação dos coeficientes de correlação equivalentes, utilizando o modelo de Nataf;
3. Eliminação da correlação entre as variáveis aleatórias, através da decomposição da matriz de correlação (usando, por exemplo a decomposição de Cholesky).

Na Figura 11, pode-se observar o processo ($\mathbb{X} \rightarrow \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Y}$) em que a função original $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X})$, é transformada em uma distribuição normal multivariada $f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{Y})$.

Figura 11 - Transformação composta.



Fonte: Beck (2014).

4 METODOLOGIA

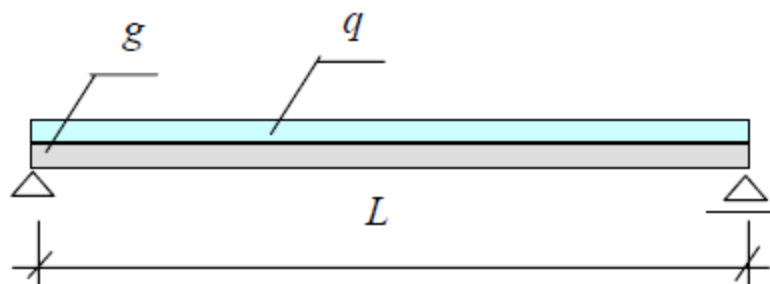
O instrumento de pesquisa foi desenvolvido da seguinte maneira:

- i. Escolha da viga metálica de seção I, como elemento estrutural de estudo, assim como suas propriedades geométricas;
- ii. Escolha do método FORM de simulação de probabilidade de falha;
- iii. Levantamento Bibliográfico, quanto a vigas metálicas e confiabilidade estrutural;
- iv. Implementação do algoritmo FORM no Mathcad Prime 9.0;
- v. Simulação\Análise dos dados obtidos.

Os dados foram analisados por meio de estatística descritiva, com base na teoria das probabilidades, estatística multivariadas, estatística computacional.

Inicialmente tomou-se um modelo representativo de uma viga metálica bi-apoiada sob efeito dos carregamentos permanente e variado, como demonstrado na Figura 12.

Figura 12 - Representação de viga metálica com carregamento.



Fonte: Vrouwenvelder; Holicky; Markova, (2001).

Após a escolha do cenário, e as respectivas funções de estado limite (ver Equações (60) à (65)), obteve-se suas respectivas derivadas parciais em relação a cada variável do espaço original com auxílio do Matlab R2023b, resultando nas derivadas simbólicas, passo necessário para o cálculo do gradiente. Com base na literatura obteve-se os modelos probabilísticos das variáveis da função de estado limite para vigas metálicas de seção I, disposto na Tabela 1.

As variáveis levadas em consideração ao decorrer da execução do trabalho estão contidas na Tabela 1, além das variáveis estão contidos o tipo de distribuição, unidades e coeficientes de variação.

Tabela 1 - Modelo exemplo probabilístico de variáveis da viga metálica.

Variável Básica	Símbolo	Tipo de Distribuição	Unidade	CV
Tensão de escoamento	f_y	Log-Normal	$\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$	0,07 ⁽ⁱⁱ⁾
Comprimento do vão	L	Determinístico	m	0,002 ⁽ⁱⁱ⁾
Carga permanente	q_p	Normal	$\frac{\text{kN}}{\text{m}}$	0,10 ⁽ⁱ⁾
Carga variável	q_v	Gumbel	$\frac{\text{kN}}{\text{m}}$	0,25 ⁽ⁱ⁾
Largura da mesa	b_f	Log-Normal	cm	0,02 ⁽ⁱⁱ⁾
Espessura da alma	t_w	Log-Normal	cm	0,02 ⁽ⁱ⁾
Altura livre da alma	h	Log-Normal	cm	0,02 ⁽ⁱ⁾
Espessura da mesa	t_f	Log-Normal	cm	0,02 ⁽ⁱ⁾
Módulo de elasticidade	E	Determinístico	$\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$	0,01 ⁽ⁱⁱ⁾

Fontes: (i) Adaptado de Castanhera (2004).

(ii) Adaptado de Vrouwenvelder; Holicky; Markova, (2001).

Para o processo de iteração é necessário definir as equações de estados limites para os casos FLA e FLM.

Para o FLA, tem-se:

$$\lambda \leq \lambda_p :$$

$$g(t_w, b_f, t_f, h, f_y, q_p, q_v) = M_{pl} - \frac{(q_p + q_v)L^2}{8} \quad (60)$$

$$\lambda_p \leq \lambda \leq \lambda_r :$$

$$g(t_w, b_f, t_f, h, f_y, q_p, q_v) = \left[M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] - \frac{(q_p + q_v)L^2}{8} \quad (61)$$

$$M_R = M_{cr}, \text{ para } \lambda > \lambda_r \text{ (não aplicável à FLA)} \quad (62)$$

Para o FLM, tem-se:

$$\lambda \leq \lambda_p :$$

$$g(t_w, b_f, t_f, h, f_y, q_p, q_v) = M_{pl} - \frac{(q_p + q_v)L^2}{8} \quad (63)$$

$$\lambda_p \leq \lambda \leq \lambda_r :$$

$$g(t_w, b_f, t_f, h, f_y, q_p, q_v) = \left[M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] - \frac{(q_p + q_v)L^2}{8} \quad (64)$$

$$\lambda > \lambda_r :$$

$$g(t_w, b_f, t_f, h, f_y, q_p, q_v) = M_{cr} - \frac{(q_p + q_v)L^2}{8} \quad (65)$$

Para a obtenção da probabilidade de falha usando o método FORM, é utilizado o seguinte algoritmo de solução (Melchers; Beck, 2018):

1. Determinação dos coeficientes de correlação equivalentes e da matriz de decomposição (Cholesky); determinação das matrizes Jacobianas $\mathbf{J}_{yz}$ e $\mathbf{J}_{zy}$;
2. Escolha do ponto inicial $\mathbf{x}_k$ para $k = 0$ (usualmente as médias);
3. atualização das matrizes Jacobianas $\mathbf{J}_{yx}$ e $\mathbf{J}_{xy}$;
4. Transformação do ponto médio $\mathbf{x}_k$ de $\mathbb{X}$ para $\mathbb{Y}$;
5. Avaliação de $g(\mathbf{x}_k)$;
6. Cálculo do gradiente:
 - a. Cálculo das derivadas parciais de $g(\mathbf{x})$ no espaço $\mathbb{X}$;
 - b. Transformação do gradiente para $\mathbb{Y}$;
7. Cálculo dos fatores de sensibilidade $(\alpha_i(\mathbf{y}_k))^2$;
8. Cálculo do novo ponto $\mathbf{y}_{k+1}$ pelo algoritmo HLRF;
9. Avaliação do índice de confiabilidade: $\beta_{k+1} = \|\mathbf{y}_{k+1}\|$;
10. Verificação do critério de convergência. Se:

$$\frac{\|\mathbf{y}_{k+1}\| - \|\mathbf{y}_k\|}{\|\mathbf{y}_{k+1}\|} \leq \text{TOL}$$

Onde:

TOL – É a tolerância de parada, para este trabalho adotou-se como 10^{-5} .

O algoritmo é interrompido, caso contrário com $k = k + 1$, repetem-se os passos 3 a 10, até atingir a convergência.

11. Ao final do processo, avaliar o índice de confiabilidade, igual ao da última interação:

$$\beta = \|\mathbf{y}^*\| = \beta_{k+1}.$$

Avaliação da probabilidade de falha (aproximação de primeira ordem):

$$p_f = \Phi(-\beta).$$

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A análise de confiabilidade estrutural foi conduzida considerando as vigas metálicas de seção do tipo I submetida à flexão simples, levando em consideração dois estados limites FLA e FLM, para tanto utilizou-se como ferramenta o método de transformação de primeira ordem FORM, que permitiu incorporar a incerteza presente nas variáveis envolvidas no sistema estrutural, para este feito utilizou-se como exemplo uma viga I HP 310 × 110, com dimensões ($t_f = 1,54$ cm, $h = 27,7$ cm, $t_f = 1,55$ cm, $b_f = 31,0$ cm, $f_y = 28$ kN/cm²). Os resultados obtidos podem ser vistos na Tabela 2 e Tabela 3.

Tabela 2 - Resultados obtidos para o FLA.

Iterações	$g(\mathbf{x})$	$\mathbf{y}^*$	$\mathbf{x}^*$	β
1º	18824,3362	-0,1348021744 -0,6413511715 -0,675337302 -0,8769693899 -2,7134890467 1,4669135839 2,1038919302	1,53554056971261 30,5962032684971 1,52875669871491 27,2086686393022 22,6196268432654 0,114669135839254 0,087631313474164	3,9491617157
2º	418,8894798814	-0,0814181184 -0,3850870736 -0,4055727099 -0,5274376741 -1,6309363805 1,1400021484 2,8072019582	1,5371863239 30,7556201332 1,5371488665 27,4031869988 24,8118409024 0,1114000215 0,1166083314	3,5266899349

3°	65,8606208732	-0,0672546991 -0,3188584635 -0,3357944427 -0,4364318825 -1,3498799471 0,8454363343 2,9036354031	1,5376225989 30,7967701279 1,5393169203 27,4537559564 25,4088968612 0,1084543633 0,1264354413	3,3730493075
4°	4,6910001085	-0,0645131554 -0,3060429972 -0,3222916082 -0,418820697 -1,2954914987 0,7887785756 2,9391003521	1,5377069616 30,8046903791 1,5397341112 27,4634715412 25,5127557253 0,1078877858 0,1281897768	3,3639095803
5°	0,1583686544	-0,0641037735 -0,304135923 -0,320282016 -0,4161973771 -1,2873929983 0,7799876017 2,9455239502	1,5377195528 30,8058662167 1,5397960463 27,4649140259 25,5274136594 0,107799876 0,1284442545	3,3636708388
6°	0,0033314826	-0,0640455084 -0,3038646633 -0,3199961676 -0,4158241757 -1,2862409552 0,7787430078 2,9464638388	1,5377213446 30,8060333503 1,5398048497 27,4651190422 25,5294739635 0,1077874301 0,1284800605	3,3636659277
β	—	—	—	3,3636659277
$P_f(-\beta)$	—	—	—	$3,845 \times 10^{-4}$

Tabela 3 - Resultados obtidos para o FLM.

Iterações	$g(\mathbf{x})$	$\mathbf{y}^*$	$\mathbf{x}^*$	β
1º	18824,3362	-0,1348021744 -0,6413511715 -0,675337302 -0,8769693899 -2,7134890467 1,4669135839 2,1038919302	1,53554056971261 30,5962032684971 1,52875669871491 27,2086686393022 22,6196268432654 0,114669135839254 0,087631313474164	3,9491617157
2º	418,8894798814	-0,0814181184 -0,3850870736 -0,4055727099 -0,5274376741 -1,6309363805 1,1400021484 2,8072019582	1,5371863239 30,7556201332 1,5371488665 27,4031869988 24,8118409024 0,1114000215 0,1166083314	3,5266899349
3º	65,8606208732	-0,0672546991 -0,3188584635 -0,3357944427 -0,4364318825 -1,3498799471 0,8454363343 2,9036354031	1,5376225989 30,7967701279 1,5393169203 27,4537559564 25,4088968612 0,1084543633 0,1264354413	3,3730493075

4°	4,6910001085	-0,0645131554 -0,3060429972 -0,3222916082 -0,418820697 -1,2954914987 0,7887785756 2,9391003521	1,5377069616 30,8046903791 1,5397341112 27,4634715412 25,5127557253 0,1078877858 0,1281897768	3,3639095803
5°	0,1583686544	-0,0641037735 -0,304135923 -0,320282016 -0,4161973771 -1,2873929983 0,7799876017 2,9455239502	1,5377195528 30,8058662167 1,5397960463 27,4649140259 25,5274136594 0,107799876 0,1284442545	3,3636708388
6°	0,0033314826	-0,0640455084 -0,3038646633 -0,3199961676 -0,4158241757 -1,2862409552 0,7787430078 2,9464638388	1,5377213446 30,8060333503 1,5398048497 27,4651190422 25,5294739635 0,1077874301 0,1284800605	3,3636659277
β	—	—	—	3,3636659277
$P_f(-\beta)$	—	—	—	$3,845 \times 10^{-4}$

Após seis iterações, utilizando-se como critério de parada (10^{-5}), assim como de forma auxiliar visualmente a função $g(\mathbf{x})$ tende a zero a cada iteração realizada, os resultados obtidos revelam que o índice β para o FLA e FLM, são iguais uma vez que o perfil escolhido recai para ambos os casos na condição do índice de esbeltez $\lambda \leq \lambda_p$, que o modelo de cálculos se segue o mesmo para ambos casos. Portanto, os resultados obtidos indicam que sobre as condições analisadas, a estrutura apresenta níveis de segurança iguais, tanto para o FLA quanto para o FLM, tal igualdade se dar está atrelada ao tipo das variáveis envolvidas, como as variáveis geométricas.

Do ponto de vista de projeto para o exemplo utilizado, obteve resultado relevante pois revela que não há uma predominância de estado.

Logo percebe-se a importância de uma abordagem baseada em confiabilidade, já que análises convencionais, baseadas apenas em valores determinísticos, dificilmente identificariam tal equilíbrio entre os estados limites.

Em suma, os resultados obtidos reforçam a utilidade do método FORM como ferramenta prática e eficiente na avaliação de risco estrutural em elementos estruturais metálicos. Sua capacidade de considerar o comportamento estatístico das variáveis envolvidas permite uma abordagem mais realista e segura do dimensionamento estrutural, contribuindo para projetos mais confiáveis.

Os resultados das probabilidades de falha foram obtidos e analisados separadamente para cada modo de falha considerado. A partir desses dados, torna-se possível também realizar uma análise conjunta, explorando a interação entre os modos de falha. Embora a análise conjunta dessas probabilidades não tenha sido o foco deste trabalho, é importante destacar que tal abordagem poderia fornecer uma compreensão mais ampla do comportamento estrutural. Em uma análise conjunta, seria possível verificar, por exemplo, se a falha de um sistema implica, com alta probabilidade, na falha do outro (probabilidade de falha em série), ou ainda, se a estrutura pode permanecer segura mesmo quando apenas um dos modos apresenta falha (probabilidade em paralelo). A representação matemática desse tipo de interação entre eventos de falha pode ser exemplificada pelas Equações (66) e (67).

$$P_{f_{\text{SÉRIE}}} = P\left[\{g_1(\mathbf{x}) \leq 0\} \cup \{g_2(\mathbf{x}) \leq 0\}\right] \quad (66)$$

$$P_{f_{\text{PARALELO}}} = P\left[\{g_1(\mathbf{x}) \leq 0\} \cap \{g_2(\mathbf{x}) \leq 0\}\right] \quad (67)$$

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou uma análise de confiabilidade estrutural aplicada a vigas metálicas de perfil I, submetidas à flexão simples, tendo como foco os estados limites FLA e FLM. A análise foi conduzida exclusivamente por meio do método FORM, que se mostrou eficaz ao permitir a consideração das incertezas inerentes aos parâmetros de projeto, como propriedades geométricas, resistência dos materiais e carregamentos.

Um dos aspectos mais notáveis da investigação foi a constatação de que os índices de confiabilidade obtidos para o FLA e para o FLM foram iguais. Essa convergência de resultados é pouco comum, mas tecnicamente relevante, pois revela que o dimensionamento da viga, sob as condições estudadas, resulta em um comportamento estrutural simultaneamente seguro e funcional. Podendo ser interpretado como um indicativo de um projeto bem ajustado às exigências de desempenho global.

A equivalência nos índices de confiabilidade também indica que ambos os critérios resistência e limite de serviço devem ser considerados com igual importância no processo de dimensionamento. Isso reforça a limitação das abordagens tradicionais baseadas apenas em verificações isoladas e pontuais, e evidencia a necessidade de adoção de métodos baseados em confiabilidade, que permitem avaliar de forma mais abrangente o risco estrutural.

Conclui-se, portanto, que o uso do método FORM proporcionou uma visão aprofundada e confiável do comportamento da estrutura analisada. O fato de ambos os modos de falha apresentarem o mesmo nível de confiabilidade fortalece a ideia de que projetos estruturais devem buscar não apenas atender aos limites de segurança, mas também otimizar o desempenho funcional, considerando a estrutura como um sistema sujeito a variabilidade.

Como perspectivas para trabalhos futuros, recomenda-se expandir a análise para outros modos de falha relevantes, como o FLT (Flambagem Lateral com Torção) e deflexão, e ainda aplicar o método a geometrias e condições de contorno distintas, assim como avaliar as probabilidades de falha de modo combinado em série ou em paralelo. Além disso, comparações com outros métodos de confiabilidade, como a simulações de Monte Carlo, método amplamente utilizado por ser referência quanto a resultados exatos e de alta complexidade, assim dando um referencial quanto ao valor mais próximo do exato, servindo de parâmetro de comparação e enriquecendo a análise para trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

- ABNT. **NBR 8800:2024** - Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edificações. 3rd ed. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2024.
- ALVES, A. R. **OBTENÇÃO DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DE LIGAÇÕES DE PERFIS FORMADOS A FRIO COM O EMPREGO DO MÉTODO FORM.** 2014. 108 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2014. Cap. 2.
- ANG, A. H. S.; TANG, W. H. *Probability concepts in engineering planning and design: decision, risk and reliability.* v. 2. New York: John Wiley & Sons, 1984. 562.
- ARAGÃO, H. G; ARAGÃO, J. J; LIMA, P. R. L et al. Análise teórica e experimental da deflexão de vigas T pré-moldadas produzidas com concreto reciclado. **Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural: ASAE** Associação Sul-Americana de Engenharia Estrutural, Passo Fundo, v. 16, n. 3, p. 114-134, 29 out. 2019. Mensal.
- BAZÁN, F. A. V. **Confiabilidade estrutural: notas de aula.** São Luís: Universidade Federal do Maranhão, 2025.
- BECK, A. T. **Confiabilidade e segurança das estruturas.** São Paulo: Gen Ltc, 2014. 448 p.
- BELLEI, I. **Edifícios Industriais em Aço.** 2^a ed. São Paulo: Pini, 1998.
- CALLISTER JUNIOR, W. D. *Ciência e engenharia de materiais: uma introdução.* 10. ed. Rio de Janeiro: LTC 2020.
- CANTUSIO NETO, A. **Estruturas Metálicas I: notas de aula.** Campinas: Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, PUC-Campinas. São Paulo, p. 10, 2008.
- CASTANHEIRA, A. M. **Avaliação da confiabilidade de vigas metálicas dimensionadas pela NBR 8800.** 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Escola de Minas, Departamento de Engenharia Civil, Ouro Preto, 2004.
- CORNELL C. C. **A probability-based structural code.** Journal of the American Concrete Institute 66(12), 974-985, 1969.
- GOMES, J. F. S. **Mecânica dos materiais e estruturas lineares: notas de aula.** Porto: Programa em mecânica dos sólidos, Universidade do Porto. Portugal, 2009.
- GUO, Q.; SHI K.; JEFFERS A. E. **Probabilistic Evaluation of Structural Fire Resistance.** Fire Technology, v. 49, n. 3, p. 793– 811, 31 ago. 2012.
- LOURENÇO, L. A. P. **ANÁLISE DO EFEITO DE REDUÇÃO DE ESPESSURA NO COMPORTAMENTO DE VIGAS METÁLICAS DE INÉRCIA VARIÁVEL COM SECÇÃO EM I.** 2005. 220 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Engenharia Civil, Universidade do Minho, Braga, 2005. Cap. 2.

Marciano, T., Dias, L. E. S., Mancini, S., Sales, T. da S. I. **AValiação de Propriedades Geométricas na Determinação do Momento Resistente de Vigas de Aço com Perfil I**. REVISTA FOCO, 2025. <https://doi.org/10.54751/revistafoco.v18n3-084>

MATHWORKS. MATLAB R2023b [software]. Natick, MA: The MathWorks Inc., 2023. Disponível em: <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>.

MELCHERS, R. E., BECK A. T. **Structural Reliability Analysis and Prediction**. 3rd ed. Hoboken: John Wiley & Sons, New Jersey: 2018.

MOREIRA, I. F. **Análise de confiabilidade estrutural dos modos de falha de vigas mistas**. 2017. 203 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2017. Cap. 3.

NOWAK, A. S., COLLINS, K. R. **RELIABILITY OF STRUCTURES**. 2nd ed. Boca Raton: CRC Press, 2013.

PFEIL, W; PFEIL, M. **Estruturas de aço: dimensionamento prático**. 8. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2020. 382 p. (978-85-216-3764-6).

PTC. **Mathcad Prime** [programa de computador]. Versão 9.0. Needham: Parametric Technology Corporation, 2022.

SAGRILO, L. V. S. **Confiabilidade estrutural: notas de aula**. Rio de Janeiro: Instituto Alberto Luiz Coimbra de PósGraduação e Pesquisa em Engenharia, 2003.

SANTOS, L. P. **DETERMINAÇÃO DA DEFLEXÃO DE UMA VIGA ATRAVÉS DO MÉTODO DE RUNGE-KUTTA**. 2019. 11 f. TCC (Graduação) - Curso de Ciência e Tecnologia, Curso de Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia, Universidade Federal Rural do Semiárido - Ufersa, Mossoró, 2019.

TAVARES, R. B. **ANÁLISE COMPARATIVO DE VIGAS METÁLICAS SUBMETIDAS À FLEXÃO E CISALHAMENTO**. 2021. 70 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Engenharia Civil, Faculdade Evangélica de Goianésia, Goianésia, 2021.

VROUWENVELDER, T; HOLICKY, M; MARKOVA, J. **JCSS PROBABILISTIC MODEL CODE**: example applications.

ZONTA, J. B; FERREIRA, F. P. V; ROSSI, A. **ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO SUBMETIDAS A MOMENTO FLETOR NEGATIVO PARA MODELOS CONSTITUTIVOS DO AÇO**. Revista Tecnológica, v. 33, n. 1, p. 185–194, 19 jul. 2024.