

# UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIAS COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL ENGENHARIA CIVIL

#### MAYSA AROUCHE RIBEIRO CURVELO

## PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL DE CONFIABILIDADE PARA ANÁLISE MATRICIAL DE VIGAS



# UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIAS COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL ENGENHARIA CIVIL

#### MAYSA AROUCHE RIBEIRO CURVELO

## PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL DE CONFIABILIDADE PARA ANÁLISE MATRICIAL DE VIGAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil, da Universidade Federal do Maranhão, como parte dos requisitos para obtenção de título de Bacharel em Engenharia Civil. Orientador: Prof. Dr. Felipe Alexander Vargas Bazán.



#### **FOLHA DE APROVAÇÃO**

#### **MAYSA AROUCHE RIBEIRO CURVELO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil, da Universidade Federal do Maranhão, como parte dos requisitos para obtenção de título de Bacharel em Engenharia Civil. Orientador: Prof. Dr. Felipe Alexander Vargas Bazán.

/, São Luís - MA
Banca Examinadora
Prof. Dr. Felipe Alexander Vargas Bazán Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Dalmo Inacio Galdez Costa Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. George Fernandes Azevedo Universidade Federal do Maranhão

### Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a). Diretoria Integrada de Bibliotecas/UFMA

Curvelo, Maysa Arouche Ribeiro.

Procedimento computacional de confiabilidade para análise matricial de vigas / Maysa Arouche Ribeiro Curvelo. - 2025.

121 p.

Orientador(a): Felipe Alexander Vargas Bazán. Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2025.

1. Confiabilidade Estrutural. 2. Fosm. 3. Form. 4. Probabilidade de Falha. 5. Elemento Finito de Viga. I. Bazán, Felipe Alexander Vargas. II. Título.

#### AGRADECIMENTOS

Primeiro agradeço a Deus que me permitiu chegar até aqui. Em segundo lugar agradeço a minha família (incluindo meus gatos) que sempre me apoiou e me suportou, principalmente meus avós maternos, Valdeci Estevão e Raimunda Ovidia, que são meus maiores apoiadores; a minha mãe também agradeço por me dar à luz e cuidar de mim nos momentos que mais precisei, ficando comigo nas minhas várias internações, exames e consultas médicas. Agradeço também aos meus amigos, por serem meus amigos mesmo eu tendo sérios problemas de socialização; meus professores por me transmitirem conhecimentos. Além disso, gostaria principalmente de agradecer a mim mesma por não ter desistido, mesmo enfrentando tantas adversidades e levando muitos tombos no percurso. De fato, sempre me levantei e me mantive firme em busca dos meus objetivos.

"Você não precisa ter uma discussão filosófica cada vez que coloca os dedos em um teclado, mas como a computação está se espalhando cada vez mais longe na vida das pessoas, é preciso pensar sobre isso."

**Karen Sparck Jones** 

#### **RESUMO**

O projeto estrutural leva em consideração diversas variáveis, tendo cada uma delas uma contribuição para o comportamento da estrutura e estando sujeitas a incertezas. O cálculo da confiabilidade de uma estrutura considera as mesmas variáveis utilizadas em projeto, sendo necessária uma análise conjunta de forma probabilística, considerando suas características estatísticas. A verificação da probabilidade de falha para estruturas, nos casos mais gerais, pode ser realizada com o auxílio de métodos de cálculo apropriados, entre eles os métodos de transformação, a partir de funções de estado limite. O estudo da confiabilidade estrutural tem como objetivo principal a quantificação da segurança em estruturas, contribuindo assim para projetos mais seguros. O presente trabalho teve como foco o desenvolvimento dos conhecimentos na área de análise matricial de estruturas, probabilidade e confiabilidade estrutural. É apresentada a base teórica e o desenvolvimento computacional de um código de confiabilidade estrutural de vigas por meio dos métodos de transformação FOSM e FORM, considerando dois modos de falha. Esse código foi acoplado a outro, previamente desenvolvido, para a solução do problema estrutural utilizando o método dos elementos finitos para vigas. Os resultados obtidos com a rotina feita foi satisfatória, chegando a números apropriados ao que se espera desse tipo de análise.

Palavras-chave: confiabilidade estrutural; FOSM; FORM; probabilidade de falha; elemento finito de viga.

#### **ABSTRACT**

Structural design considers various variables, each influencing the structure's behavior and subject to uncertainty. Calculating a structure's reliability involves evaluating the same variables used in design, requiring a joint probabilistic analysis that accounts for their statistical characteristics. Verifying the failure probability of structures, in the most general cases, can be achieved with appropriate calculation methods, including transformation techniques based on limit state functions. The primary goal of studying structural reliability is to quantify structural safety, thereby promoting safer designs. This work focused on advancing knowledge in matrix analysis of structures, probability, and structural reliability. The theoretical foundation and computational development of a structural reliability code for beams are presented, utilizing the FOSM and FORM transformation methods and considering two failure modes. This code was integrated with another previously developed code to solve the structural problem using the finite element method for beams. The results obtained with the routine were satisfactory, yielding figures appropriate for this type of analysis.

Keywords: structural reliability; FOSM; FORM; probability of failure; beam finite element.

### SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	Justificativa	11
1.2	Objetivos	12
1.2.1	Objetivo Geral	12
1.2.2	Objetivos Específicos	12
2	REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1	Análise Estrutural de Viga pelo Método dos Elementos Finitos	14
2.1.1	Método dos Elementos Finitos (MEF) – Aplicado a Estruturas Reticuladas	15
2.1.2	Interpolação	17
2.2	Conceitos de Probabilidade Utilizados para Cálculo de Confiabilio	lade
	Estrutural	18
2.2.1	Variáveis Aleatórias	18
2.2.2	Distribuição de Probabilidades Contínuas	20
2.2.3	Distribuição Conjunta de Probabilidades	21
2.3	Confiabilidade Estrutural	22
2.4	Métodos de Transformação	24
2.4.1	First Order Second Moment – FOSM	25
2.4.2	First Order Reliability Method – FORM	26
2.4.3	Algoritmo dos Métodos de Transformação	26
2.5	Conceitos de Programação Importantes ao Entendimento do Trabalhe	o. <b>2</b> 9
2.5.1	Linguagem Python	29
2.5.2	Ambiente de Desenvolvimento Integrado (ADI)	29
2.5.3	Programação Orientada a Objetos (POO)	30
3	METODOLOGIA	31
3.1	Estudo de Caso	40
4	RESULTADOS	42
4.1	Flecha Máxima	42
4.2	Tensão de Compressão	50
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	58
REFE	RÊNCIAS	59
ΔPÊN	IDICE A – RELATÓRIOS ORTIDOS COM AS ANÁLISES	62

#### 1 INTRODUÇÃO

Um projeto deve ser elaborado levando em conta requisitos de segurança, econômicos e sociais. No entanto, atender a esses três requisitos de forma equilibrada se torna uma tarefa complexa, na medida em que fatores econômicos e de segurança podem ser vistos como conflitantes. Um aumento elevado da segurança pode gerar gastos que prejudicam a parte econômica, enquanto uma economia excessiva pode gerar um prejuízo à segurança. Neste sentido, técnicas baseadas em confiabilidade podem ser empregadas para quantificar a segurança (Beck, 2019).

A confiabilidade pode ser interpretada como a previsão de um sistema cumprir as funções a que foi destinado, dado o seu correto uso ao longo da sua vida útil. A probabilidade de falha é definida como o complemento da confiabilidade (Melchers; Beck, 2018). No caso de produtos feitos em larga escala, em que falhas são raras, mas podem ser observadas, a probabilidade de falha pode ser aferida com base em um grande número de observações, tendo em vista as mínimas variações nas unidades do mesmo produto, devido à utilização de processos rigorosos de fabricação (Elsayed, 2012).

Ao contrário disso, a probabilidade de falha em estruturas de engenharia, que são estruturas únicas, nas quais falhas não são observáveis, pode ser calculada utilizando técnicas de confiabilidade estrutural que incorporam modelos estatísticos para as incertezas nas variáveis envolvidas assim como modelos matemáticos e métodos de análise estrutural. As incertezas se dividem em: intrínsecas, relacionadas à natureza do processo, e são observáveis; epistémicas, relacionadas ao conhecimento sobre o processo, e podem ser tanto observáveis como não observáveis; e erro humano, imprevisível (Beck, 2019).

O principal objetivo da confiabilidade estrutural é a avaliação quantitativa da segurança de uma estrutura, por meio da determinação da probabilidade de falha, isto é, da probabilidade de que a estrutura deixe de atender, durante sua vida útil, aos objetivos para os quais ela foi projetada. A confiabilidade depende de vários fatores para ser garantida, estando atrelada ao projeto, suas definições e objetivos. Os projetos de construção civil são feitos com base nas previsões do seu uso, assim como dos possíveis acontecimentos aos quais serão expostos. Para fazer a análise de confiabilidade dessas estruturas, trabalha-se com a previsibilidade dos

acontecimentos e, para isso, são usados métodos matemáticos e probabilísticos levando em conta as mesmas informações do projeto (Ditlevsen; Madsen, 1996).

Nesse sentido, o presente trabalho buscou desenvolver uma ferramenta numérica que combina a análise matricial de estruturas reticuladas, especificamente vigas, com uma metodologia probabilística para cálculo de probabilidades de falha dessa classe de estruturas. Em particular, quanto à metodologia probabilística, utilizou-se os denominados métodos de transformação. Os tópicos seguintes deste trabalho apresentam a justificativa, objetivos, referencial teórico, metodologia, resultados, considerações finais e as referências bibliográficas.

O referencial teórico aborda os conceitos mais relevantes ao entendimento do trabalho proposto, tais como: análise estrutural de viga pelo método dos elementos finitos; conceitos de probabilidade utilizados para cálculo de confiabilidade estrutural; confiabilidade estrutural; métodos de transformação; e informações sobre a linguagem de computação utilizada, conceitos e ferramentas adotadas. A metodologia inclui os passos realizados para a elaboração do programa de análise, seu funcionamento e o exemplo utilizado. Nos resultados foram verificados o comportamento do código em relação ao caso adotado, assim como os valores alcançados por ele.

#### 1.1 Justificativa

Com o desenvolvimento tecnológico e as maiores necessidades da sociedade moderna, têm-se buscado resultados eficientes em diversas áreas e a construção civil é uma delas. As necessidades sociais crescentes têm feito com que as construções precisem ser cada vez mais grandiosas, o que gera uma maior incerteza, devido a fatores que são pouco controláveis, como o vento e o comportamento mecânico dos materiais utilizados. Quando essas incertezas não são consideradas de forma racional, são utilizados coeficientes de segurança conservadores, muitas vezes de maneira desnecessária (Beck, 2019).

No Brasil, a construção civil, em termos da segurança das estruturas, é conservadora em comparação aos países mais desenvolvidos. As normas brasileiras usam coeficientes parciais de segurança elevados, o que tende a provocar um consumo maior das matérias-primas, causando aumento no impacto ambiental das construções e diminuição dos ganhos econômicos (Santiago, 2019). A consideração das incertezas com uma base mais científica, aproveitando os recursos

computacionais para realizar análises numéricas exaustivas, pode resultar em construções mais eficientes e enxutas.

O desenvolvimento de estudos na área da confiabilidade estrutural, apesar de ainda não ser aplicado no país uma metodologia totalmente probabilística, é usado no procedimento de calibração de normas de projeto, que consiste na obtenção de coeficientes parciais de segurança para diferentes classes de estruturas (Souza Junior, 2008). Essa vertente tem grande possibilidade de gerar um impacto positivo na indústria da construção civil no Brasil. Nesse sentido, o uso de métodos matemáticos apoiados em técnicas computacionais, visando o melhor desenvolvimento das técnicas construtivas, pode gerar benefícios à sociedade, tendo em vista a grande importância das construções como forma de abrigo, como os prédios, e meio facilitador da locomoção, como as pontes.

#### 1.2 Objetivos

#### 1.2.1 Objetivo Geral

Avaliar a confiabilidade estrutural de vigas, considerando diversos modos de falha, por meio de um procedimento que envolve métodos numéricos de análise matricial para obter a resposta mecânica e métodos numéricos probabilísticos para obter as probabilidades de falha.

#### 1.2.2 Objetivos Específicos

- Resumir os conceitos de confiabilidade estrutural e mostrar a importância dessa ferramenta para a avaliação quantitativa das incertezas em projetos estruturais;
- Mostrar os métodos e procedimentos numéricos utilizados para o cálculo de confiabilidade;
- Descrever e exemplificar o tipo de elemento estrutural que será objeto de análise, neste caso, um modelo de viga isostática ou hiperestática, incluindo a consideração de apoios rígidos e de apoios elásticos discretos e contínuos para representar a ligação do modelo com o meio externo;
- Mostrar o método numérico a ser utilizado para a obtenção da resposta mecânica do elemento estrutural;

 Elaborar uma ferramenta computacional para análise de confiabilidade estrutural, por meio do acoplamento dos métodos de transformação, FOSM (First Order Second Moment) e FORM (First Order Reliability Method), para cálculo de probabilidades de falha com o MEF (Método dos Elementos Finitos), para realização da análise estrutural.

#### 2 REFERENCIAL TEÓRICO

#### 2.1 Análise Estrutural de Viga pelo Método dos Elementos Finitos

A partir das ações a que uma estrutura está submetida, como ventos, transeuntes, equipamentos instalados, variações de temperatura, entre outras ações, a análise estrutural tem como objetivo determinar a resposta da estrutura em termos de deslocamentos e esforços (Martha, 2010). O dimensionamento estrutural é feito com base nos resultados da análise, porém ela também leva em conta as dimensões e materiais utilizados, sendo assim um cálculo iterativo (Carvalho; Figueiredo Filho, 2024). A análise feita utilizando o método dos elementos finitos facilita o cálculo desses comportamentos através de recursos computacionais (Assan, 2003).

Estruturas estão submetidas a solicitações externas, também chamadas ações externas, cargas ou carregamentos, que são tudo aquilo que irá gerar uma resposta da estrutura e terá impacto no seu funcionamento e vida útil. As solicitações externas podem ser de três tipos: permanentes, acidentais e móveis, e suas representações em modelos estruturais, no contexto de estruturas reticuladas, são em forma de carga concentrada, carga distribuída e carga-momento (Hibbeler, 2011). Além das ações sofridas, outra representação importante são os apoios, os quais mostram como a estrutura está ligada ao meio externo, que pode ser a fundação da estrutura, e o tipo de apoio adotado tem forte influência nos resultados da análise. A base elástica pode ser usada para representar vigas apoiadas diretamente no solo. Apoios elásticos discretos também podem ser usados para uma representação mais adequada da ligação da estrutura com a fundação (Martha, 2010).

As estruturas consideradas neste trabalho estão em repouso, portanto seus carregamentos e apoios devem estar em equilíbrio estático, de acordo com a segunda lei de Newton. O meio ao qual a estrutura está vinculada tende a neutralizar as ações através das reações de apoio, e são desenvolvidos deslocamentos e esforços internos na estrutura (Paccola; Carrazedo, 2022). Todo esse trabalho, de certa forma invisível aos olhos, pode ser mensurado e é feito na análise estrutural.

As vigas, que são estruturas reticuladas, unifilares, com barras no mesmo eixo e submetidas tipicamente a carregamentos transversais, tendo as fibras comprimidas e tracionadas ao mesmo tempo em regiões diferentes (flexo-compressão), têm como principal função estrutural a ligação entre elementos e serão objeto de estudo neste

trabalho (Carvalho; Figueiredo Filho, 2024). Um modelo estrutural de viga, com exemplos de componentes de análise, é mostrado na Figura 1. Apesar de que as vigas estão associadas à atuação de cargas transversais, na figura estão representadas reações horizontais porque cargas axiais também podem atuar em vigas.

carga pontual

carga distribuída

carga distribuída

reação horizontal

apoio do 1° gênero

reação vertical

reação vertical

reação vertical

Figura 1 – Estrutura de viga com descrição de componentes de análise.

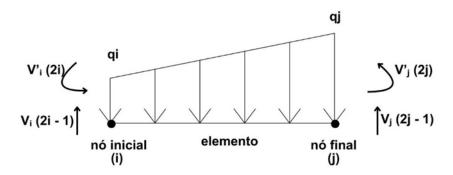
Fonte: elaborado pela autora (2025).

Algo que também pode compor uma viga são as rótulas, que podem estar presentes em vigas de pontes e servem para fazer uma ligação entre partes da estrutura liberando a continuidade de rotação, sem permitir a transferência de momentos fletores entre elas. Em representações de análise estrutural elas aparecem como círculos vazados.

#### 2.1.1 Método dos Elementos Finitos (MEF) – Aplicado a Estruturas Reticuladas

A análise feita através do MEF consiste na discretização de figuras complexas em formas geométricas simples. O chamado Método da Rigidez Direta, ou Análise Matricial de Estruturas, é utilizado para análise estrutural de estruturas reticuladas e pode ser considerado como um caso particular do método dos elementos finitos (Martha, 2010). O método consiste em dividir a estrutura em elementos menores, e a análise é feita para cada elemento. Na Figura 2 é mostrada a representação de um elemento de viga com seus respectivos nós e sua representação nas matrizes e vetores. São considerados, em todo o método, dimensões, materiais, ações e apoios (restrições). Em cada um dos elementos, são definidos uma matriz de rigidez (Equação (1)) e um vetor de forças (Equação (2)) que, ao final, irão compor a matriz de rigidez global e o vetor de forças global da estrutura (Alves Filho, 2013).

Figura 2 – Elemento de viga com representação dos nós utilizados pelo MEF.



Sendo *V'i* momento no nó inicial, *Vi* fletor no nó inicial, *V'j* momento no nó final, *Vj* fletor no nó final, *qi* valor da carga distribuída no nó inicial, e *qj* valor da carga distribuída no nó final.

$$[K_e] = \begin{bmatrix} \frac{12 E I}{L^3} & \frac{6 E I}{L^2} & -\frac{12 E I}{L^3} & \frac{6 E I}{L^2} \\ \frac{6 E I}{L^2} & \frac{4 E I}{L} & -\frac{6 E I}{L^2} & \frac{2 E I}{L} \\ -\frac{12 E I}{L^3} & -\frac{6 E I}{L^2} & \frac{12 E I}{L^3} & -\frac{6 E I}{L^2} \\ \frac{6 E I}{L^2} & \frac{2 E I}{L} & -\frac{6 E I}{L^2} & \frac{4 E I}{L} \end{bmatrix}$$

$$(1)$$

$$\{F_e\} = \begin{cases} \frac{7}{20} L q_i + \frac{3}{20} L q_j \\ \frac{1}{20} L^2 q_i + \frac{1}{30} L^2 q_j \\ \frac{3}{20} L q_i + \frac{7}{20} L q_j \\ -\frac{1}{30} L^2 q_i - \frac{1}{20} L^2 q_j \end{cases}$$
(2)

Nas Equações (1) e (2), L é o comprimento do elemento, E é o módulo de elasticidade, e I é o momento de inércia.

A composição da matriz de rigidez global e do vetor de forças global é feito a partir do endereçamento dos índices das matrizes dos elementos, onde cada um é constituído de um nó inicial e final enumerados, e estes são usados para definir os índices dos componentes das matrizes. As restrições de apoios e as cargas

concentradas são consideradas também nessa fase, na matriz e vetor composto por todos os elementos da estrutura. As restrições anulam os índices correspondentes ao nó onde ela se localiza, enquanto as forças concentradas são somadas nos nós de sua localização.

Outras características do modelo estrutural que influenciam o método e modificam a matriz e vetor global são apoios elásticos discretos, base elástica contínua e a existência de rótulas internas. Apoios elásticos podem ser considerados por meio de uma matriz de apoios elásticos, que é somada diretamente à matriz de rigidez global, enquanto a base elástica contínua é tratada por meio de uma matriz para cada elemento, que é somada à matriz de rigidez do elemento. Já para elementos que contêm rótula em um dos nós de extremidade, a matriz de rigidez e o vetor de forças do elemento sofrem alterações de acordo com a localização da rótula no elemento (no nó inicial ou final). Devido ao escopo deste trabalho, não serão mostradas as formulações citadas, mas elas podem ser encontradas em Paiva (2012) para as matrizes de apoio e base elástica; e em Martha (2010) para as de rótulas internas, sendo necessárias algumas deduções a partir de conhecimentos matemáticos.

Para cálculo dos deslocamentos (e rotações) nodais, a Equação (3) é utilizada, sendo [K] a matriz de rigidez global da estrutura, {U} o vetor de deslocamentos nodais da estrutura e {F} vetor de forças global da estrutura. A resolução do sistema de equações resulta no vetor {U} (Assan, 2003). Posteriormente, podem ser calculados esforços internos nas extremidades de cada elemento e reações de apoio na estrutura.

$$[K]{U} = {F} \tag{3}$$

#### 2.1.2 Interpolação

Os primeiros resultados obtidos pelo MEF são deslocamentos e rotações nodais. Para obter resultados no interior do elemento é necessária a interpolação dos valores nodais. A teoria de vigas de Navier (Martha, 2019), é uma formalização do comportamento de vigas a flexão que considera a hipótese de Euler-Bernoulli, que despreza deformações provocadas por efeito de cisalhamento. Esse foi o conceito usado para se chegar as formulações, utilizando o método de Rayleigh-Ritz (Assan, 2003), para a interpolação de resultados neste trabalho. Os deslocamentos são

aproximados por combinações lineares de funções básicas, denominadas funções de forma. Em seguida é imposta a condição de estacionariedade da energia potencial total. A partir da Equação (4), chamada de equação de Navier, é desenvolvido o procedimento de interpolação de deslocamentos e rotações nodais para obter resultados em qualquer ponto ao longo do eixo do elemento.

$$EI\frac{d^4v}{dx^4} = q(x) \tag{4}$$

Onde v se refere ao deslocamento transversal em um ponto de coordenada x. O eixo x está orientado ao longo do comprimento do elemento de viga, tendo sua origem na extremidade esquerda.

#### 2.2 Conceitos de Probabilidade Utilizados para Cálculo de Confiabilidade Estrutural

A probabilidade pode ser definida a partir da abordagem estudada, como a Teoria Clássica (Laplace, 1814), Teoria Frequentista (Fisher, 1922) e a Probabilidade Bayesiana (Bayes, 1763). Mas a definição hoje aceita nos principais campos de estudo é uma que mescla essas linhas de pensamento e trata a probabilidade como uma medição das incertezas associadas a eventos, tendo o tratamento de acordo com os dados disponíveis sobre tal evento, dessa forma seguindo uma abordagem que lhe cabe.

Para este trabalho serão utilizados conceitos de probabilidade que se aplicam aos eventos existentes no contexto de problemas de engenharia estrutural, como a previsibilidade de ocorrência dos carregamentos ou o módulo de elasticidade do concreto, por exemplo. A seguir, serão mostrados alguns conceitos e formulações utilizados nos problemas de confiabilidade estrutural.

#### 2.2.1 Variáveis Aleatórias

Uma variável aleatória pode ser entendida como a regra de correspondência que atribui um número real a um resultado obtido em um experimento. Segundo Devore (2016) "Em linguagem matemática, a variável aleatória é uma função cujo domínio é o espaço amostral e cuja variação é o conjunto de números reais". Elas podem ser divididas em dois grupos: discretas e contínuas. Variáveis aleatórias

discretas podem assumir valores enumeráveis mesmo que em um intervalo infinito, já as variáveis aleatórias contínuas podem assumir valores infinitos dentro de um intervalo qualquer. A maioria dos problemas de engenharia estrutural lida com variáveis aleatórias contínuas.

Usualmente, representa-se uma variável aleatória por uma letra maiúscula, como X, e um valor específico (realização) da variável aleatória por uma letra minúscula, como x. Duas funções importantes para cálculo de probabilidades de eventos associados a uma variável aleatória são: a função de distribuição acumulada de probabilidades (FDA), Equação (5), e a função densidade de probabilidades (FDP), Equação (6), sendo a segunda a derivada da primeira em relação a x. Para casos de variáveis aleatórias contínuas, que são as variáveis abordadas neste projeto, usando manipulações matemáticas, é possível escrever a função densidade de probabilidades como na Equação (7), onde  $\Delta x$  é um pequeno intervalo tomado na variável aleatória X (Ang; Tang, 2007).

$$F_X(x) = P[\{X \le x\}] \tag{5}$$

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \tag{6}$$

$$f_X(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{P[\{x \le X \le x + \Delta x\}]}{\Delta x} \tag{7}$$

Os valores característicos de uma variável aleatória e que são conceitos importantes ao seu entendimento e manipulação, são: valor esperado (Equação 8), também conhecido como média; variância (Equação 9); desvio padrão (Equação 10); e coeficiente de variação (Equação 11). Uma explicação mais detalhada sobre o assunto, assim como as definições relacionadas a momentos de uma variável aleatória, pode ser encontrada em Devore (2016).

$$E[X] = \mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx \tag{8}$$

$$Var[X] = E[(X - \mu)^2] \tag{9}$$

$$\sigma = \sqrt{Var[X]} \tag{10}$$

$$\delta = \frac{\sigma}{\mu} \tag{11}$$

#### 2.2.2 Distribuição de Probabilidades Contínuas

A forma em que os valores de uma variável são distribuídos é descrita por meio das distribuições de probabilidade e, a partir disso, se encontra uma função matemática capaz de determinar a probabilidade de ocorrência de cada possível valor. Essa ferramenta é essencial para análise e modelagem dos dados encontrados de maneira sistemática. Existem diversos tipos de modelos analíticos disponíveis na literatura para representar distribuições de probabilidades (Nowak; Collins, 2013), dada a necessidade de descrever os comportamentos distintos que uma variável pode apresentar.

A distribuição normal, também conhecida como distribuição Gaussiana, é uma distribuição simétrica em torno de sua média. Na análise de confiabilidade estrutural, é largamente utilizada a distribuição normal padrão, a qual tem média igual a zero e desvio padrão unitário. A FDP da distribuição normal é apresentada na Equação (12), e sua FDA, na Equação (13). Para transformação de uma distribuição normal, com média e desvios padrão quaisquer ( $\mu$ ,  $\sigma$ ), em uma distribuição normal padrão, utilizase a Equação (14), chamada transformação de Hasofer-Lind (Melchers; Beck, 2018).

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]; -\infty \le x \le \infty$$
 (12)

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)^2\right] dz; -\infty \le x \le \infty$$
 (13)

$$Y = \frac{X - \mu}{\sigma} \tag{14}$$

Onde X é uma variável aleatória com distribuição normal e Y a variável aleatória correspondente com distribuição normal padrão.

Outro tipo de distribuição de probabilidade é a Gumbel, ela é uma distribuição assintótica de extremos, ou seja, a forma para qual a distribuição original da amostra converge em decorrência do tipo de cauda, à medida que o tamanho da amostra aumenta. As distribuições assintóticas podem ser tratadas para valores máximos e mínimos, mas neste trabalho iremos definir apenas a distribuição Gumbel para máximos, que será utilizada durante o estudo de caso. Sua definição, segundo Beck (2019), "Quando a cauda superior da distribuição inicial X apresenta taxa de decréscimo exponencial, a distribuição dos máximos de X tende assintoticamente a uma distribuição de Gumbel".

Sendo  $X_n$  uma variável aleatória com distribuição Gumbel para máximos, seus parâmetros de distribuição são o máximo característico ou moda de  $X_n$  ( $u_n$ ) e o parâmetro de forma ( $\beta$ ). As suas FDP e FDA podem ser verificadas nas Equações (15) e (16), respectivamente. Sua média e desvio padrão podem ser obtidos a partir dos parâmetros de distribuição conforme as Equações (17) e (18).

$$f_{X_n}(x) = \beta \exp\left[-\beta(x - u_n) - \exp[-\beta(x - u_n)]\right]; -\infty \le x \le \infty$$
 (15)

$$F_{X_n}(x) = \exp\left[-\exp\left[-\beta(x - u_n); -\infty \le x \le \infty\right]\right]$$
 (16)

$$\mu = u_n + \frac{\gamma}{\beta} \tag{17}$$

$$\sigma = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \frac{1}{\beta} \tag{18}$$

Onde  $\gamma \simeq 0,577216$  é a constante de Euler.

#### 2.2.3 Distribuição Conjunta de Probabilidades

Quando mais de uma variável aleatória é analisada em um mesmo experimento, o seu comportamento conjunto passa a ser de interesse, tendo os conceitos de uma variável agora atribuídos para uma ou mais. Com isso é necessário considerar algumas definições adicionais, como a covariância, Equação (19), e o coeficiente de

correlação, Equação (20). A inserção dos conceitos de função de distribuição cumulativa conjunta de probabilidades, Equação (21) e função densidade conjunta de probabilidades, Equação (22), também se faz necessária.

$$Cov[X,Y] = E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)]$$
(19)

$$\rho_{XY} = \frac{Cov[X,Y]}{\sigma_X \sigma_Y} \tag{20}$$

$$F_{XY}(x, y) = P[\{X \le x, Y \le y\}] \tag{21}$$

$$f_{XY}(x,y) = \frac{\partial^2 F_{XY}(x,y)}{\partial x \partial y}$$
 (22)

Onde X e Y são variáveis aleatórias,  $\mu_X$  e  $\mu_Y$  são as médias das respectivas variáveis, assim como  $\sigma_X$  e  $\sigma_Y$  seus desvios padrão; x e y são valores específicos das variáveis. Temos que  $\partial^2$  é a segunda derivada parcial da função, com  $\partial x$  sendo a derivada parcial em relação a x e  $\partial y$  derivada parcial em relação a y.

#### 2.3 Confiabilidade Estrutural

Em um problema de confiabilidade estrutural, para cada modo de falha, descreve-se uma função de estado limite que leva em consideração todas as variáveis aleatórias do problema. Pode-se dizer que um estado limite corresponde ao nível que, uma vez ultrapassado, a falha fica caracterizada. Existem duas categorias principais de estados limites: últimos (ELU) e de serviço (ELS) (Carvalho; Figueiredo Filho, 2024). Em relação à função de estado limite, valores negativos correspondem ao domínio de falha e, valores positivos, ao domínio de sobrevivência, sendo a própria superfície de falha (limite onde a função de estado limite tem valor nulo) uma fronteira entre os domínios, que são complementares. A probabilidade de falha pode-se dizer que é a integração sobre o domínio de falha da distribuição conjunta de probabilidades, enquanto a confiabilidade é a integração feita sobre o domínio de sobrevivência.

Em termos matemáticos, o problema fundamental de confiabilidade para estruturas pode ser expresso como a probabilidade de uma estrutura ter a sua solicitação (S) maior que a sua resistência (R). A função de estado limite para este problema é dada pela Equação (23). A superfície de falha corresponde a g=0. A probabilidade de falha deste problema pode ser expressa pelas Equações (24) e (25), onde  $D_f$  é o domínio de falha. A solução desse problema também pode ser encontrada por meio da variável denominada margem de segurança (M), Equação (26), onde valores negativos de M caracterizam a falha e, valores positivos de M, a sobrevivência, Equação (27) (Beck, 2019).

$$g(R,S) = R - S \tag{23}$$

$$p_f = P[\{g(R,S) \le 0\}] = P[\{S \ge R\}] \tag{24}$$

$$p_f = \int_{D_f} f_{RS}(r, s) dr ds \tag{25}$$

$$M = R - S \tag{26}$$

$$p_f = P[\{M \le 0\}] = \int_{-\infty}^0 f_M(m) dm = F_M(0)$$
 (27)

Quando as variáveis aleatórias *R* e *S* têm distribuições normais, a margem de segurança também terá distribuição normal e pode ser transformada em uma variável normal padrão. Nesse caso, pode-se verificar de forma geométrica a medida da probabilidade de falha, sendo essa chamada de índice de confiabilidade.

Considerando o espaço das variáveis *R* e *S* transformadas em variáveis com distribuição normal padrão, o ponto do domínio de falha com maior valor da função densidade conjunta de probabilidades é denominado ponto de projeto. Ao se trabalhar com as variáveis transformadas com distribuição normal padrão, esse ponto também é o ponto da superfície de falha mais próximo da origem. No espaço normal padrão, o índice de confiabilidade corresponde à menor distância entre a origem e a superfície

de falha. No caso particular do problema fundamental de confiabilidade, o índice de confiabilidade é dado pela Equação (28).

$$\beta \equiv \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \tag{28}$$

Cabe destacar, no entanto, que um problema geral de confiabilidade, como os problemas que se busca resolver com a metodologia a ser proposta neste trabalho, possuem um grau de complexidade muito maior do que o problema fundamental e sua solução requer o emprego de métodos específicos, tais como métodos de transformação, métodos de simulação de Monte Carlo ou integração numérica.

No presente trabalho, será considerada a solução de problemas de confiabilidade independentes do tempo, isto é, problemas que envolvem variáveis aleatórias, não sendo considerados processos aleatórios ao longo do tempo. Neste tipo de interpretação do problema, a distinção das variáveis em resistência e solicitação é irrelevante, sendo elas agrupadas em um único vetor **X**, para problemas multidimensionais. A função de estado limite para esse vetor pode ser vista na Equação (29).

$$g(\mathbf{X}) = g(\mathbf{X}_{\mathbf{R}}, \mathbf{X}_{\mathbf{S}}) = g(X_1, X_2, ..., X_n) = 0$$
 (29)

A probabilidade de falha para este vetor não pode ser encontrada de forma trivial, sendo nesse momento que os métodos de transformação e simulações serão utilizados. Para este trabalho serão utilizados dois métodos de transformação, a saber, FOSM e FORM, que serão abordados e definidos nos tópicos seguintes.

#### 2.4 Métodos de Transformação

Para a resolução dos problemas de confiabilidade estrutural são necessárias aproximações do domínio de integração e das funções conjuntas de probabilidade utilizando-se métodos e simulações. Nesse sentido, podem ser citados o método de primeira ordem e segundo momento (FOSM) e o método de confiabilidade de primeira ordem (FORM) que serão utilizados no desenvolvimento deste trabalho e abordados

neste tópico; tendo como referências principais Melchers e Beck (2018), e Beck (2019), outras serão citadas no texto. Demais métodos e simulações existentes não serão tratados aqui.

Os métodos de transformação se baseiam no mapeamento das variáveis aleatórias do espaço de projeto (espaço original das variáveis) até o espaço normal padrão, para se encontrar o denominado ponto de projeto. O FOSM considera uma hipótese limitante, em termos de problemas estruturais práticos, pois trabalha com informações estatísticas de momentos até segunda ordem, o que é equivalente a assumir distribuição normal para todas as variáveis, mas nesse método se baseiam soluções mais completas, como o FORM. Esses métodos têm como base a transformação de Hasofer-Lind (Hasofer; Lind, 1974) e são métodos iterativos que se baseiam na busca ao ponto de projeto e na aproximação da função de estado limite original por uma função linear (hiperplano), sendo esta aproximação realizada no ponto de projeto.

#### 2.4.1 First Order Second Moment - FOSM

Este método limita à análise ao caso em que todas as variáveis do espaço original (espaço de projeto) possuem distribuição normal. Essas variáveis são transformadas para o espaço normal padrão usando a transformação de Hasofer-Lind. Devido ao número de variáveis nos problemas de confiabilidade estrutural serem, em sua maioria, acima de duas, convém trabalhar com matrizes, caso deste trabalho.

A partir de um ponto inicial escolhido, em cada iteração o método requer o cálculo das derivadas parciais da função de estado limite em relação a cada variável aleatória do problema. A transformação de Hasofer-Lind é feita matricialmente, utilizando matrizes Jacobianas. A partir das matrizes Jacobianas, são obtidas as derivadas parciais da função de estado limite em relação às variáveis no espaço normal padrão. Então, é necessário resolver, em cada iteração, um problema de otimização para busca do ponto de projeto, com o objetivo de encontrar a mínima distância entre a superfície de falha e a origem do espaço normal padrão. O algoritmo mais frequentemente utilizado para essa finalidade, no contexto da confiabilidade estrutural, é conhecido como algoritmo HLRF (Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler). A mínima distância corresponde ao índice de confiabilidade estimado na iteração. O procedimento iterativo prossegue até atingir um critério de convergência estabelecido. Por exemplo, o processo pode parar quando a variação entre os índices de

confiabilidade calculados em duas iterações sucessivas for menor do que uma tolerância. Ao final do processo, tem-se o ponto de projeto, que é transformado para o espaço original, e o índice de confiabilidade.

#### 2.4.2 First Order Reliability Method – FORM

O FORM constitui uma solução mais completa do que o FOSM, pois permite lidar com variáveis aleatórias com quaisquer distribuições de probabilidades. Para que isso seja possível, o princípio da aproximação normal, ou princípio da normal equivalente, é utilizado. A distribuição normal equivalente é uma distribuição normal que preserva o conteúdo de probabilidades da distribuição original em um determinado ponto. No contexto do procedimento iterativo do FORM, ao final do processo, será preservado o conteúdo de probabilidades no ponto de projeto. Esse método também permite tratar a existência de correlação entre pares de variáveis aleatórias.

#### 2.4.3 Algoritmo dos Métodos de Transformação

Neste tópico será descrito um passo a passo para a execução do algoritmo, considerando o método FORM, mais geral. Para a execução no método FOSM, basta suprimir o passo de transformação das médias e desvios padrão das distribuições originais para distribuição normal equivalente, usando diretamente os desvios padrão originais para determinar as Jacobianas; e também o que se refere a correlação entre as variáveis. Como este trabalho não utilizou correlações, esse procedimento não será descrito de forma detalhada, apenas mencionado. Quando não existe correlação entre as variáveis, a transformação do espaço original para o espaço normal padrão é feito diretamente com as Jacobianas obtidas a partir dos desvios padrão. Esse passo a passo se baseia no que é encontrado em Bazán (2025).

 Passo 1: Transformar as médias e desvios padrão da distribuição original para uma distribuição normal equivalente.

$$z_i^* = \Phi^{-1}(F_{X_i}(x_i^*)) \tag{30}$$

$$\sigma_{X_i}^{neq} = \frac{\phi(z_i^*)}{f_{X_i}(x_i^*)} \tag{31}$$

$$\mu_{X_i}^{neq} = x_i^* - z_i^* \sigma_{X_i}^{neq} \tag{32}$$

$$\mathbf{M}^{\text{neq}} = \left\{ \mu_{X_1}^{neq}, \dots, \mu_{X_n}^{neq} \right\}^T \tag{33}$$

$$\mathbf{D}^{\text{neq}} = \begin{bmatrix} \sigma_{X_1}^{neq} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_{X_n}^{neq} \end{bmatrix}$$
(34)

Passo 2: Determinação das Jacobianas para transformação do espaço original
 (X) para o espaço normal padrão com correlação (Z) a partir da matriz de desvios padrão das normais equivalentes.

$$\mathbf{J}_{\mathbf{XZ}} = \mathbf{D}^{\mathbf{neq}} \tag{35}$$

$$\mathbf{J}_{\mathbf{ZX}} = (\mathbf{D}^{\mathbf{neq}})^{-1} \tag{36}$$

- Passo 3: Utilizando o princípio da aproximação normal e o modelo de Nataf, encontra-se a matriz de correlação das variáveis no espaço normal padrão com correlação. Em seguida, decompõe-se a matriz de correlação, utilizando a decomposição de Cholesky, para se obter as matrizes Jacobianas de transformação do espaço normal padrão com correlação para o espaço normal padrão sem correlação (Y), J<sub>ZY</sub> e J<sub>YZ</sub>.
- Passo 4: Obtenção das Jacobianas de transformação do espaço original para o espaço normal padrão sem correlação e transformação das variáveis.

$$J_{XY} = J_{XZ} J_{ZY} \tag{37}$$

$$J_{YX} = J_{YZ} J_{ZX} \tag{38}$$

$$y = J_{YX} \left\{ x - M^{\text{neq}} \right\} \tag{39}$$

- Passo 5: Avaliação da função de estado limite para os valores das variáveis no espaço original.
- Passo 6: Cálculo do vetor gradiente das variáveis no espaço de projeto. Para determinação numérica, o caso deste trabalho, existem métodos para melhorar a precisão das aproximações, como o Método da Extrapolação de Richardson (RICHARDSON, 1910), sendo essa utilizada.
- Passo 7: Determinação do vetor gradiente no espaço normal padrão sem correlação.

$$\nabla g(\mathbf{y}) = (\mathbf{J}_{\mathbf{x}\mathbf{y}})^T \, \nabla g(\mathbf{x}) \tag{40}$$

 Passo 8: Obtenção dos cossenos diretores do vetor normal à superfície de falha no espaço normal padrão sem correlação.

$$\alpha(\mathbf{y}) = \frac{\nabla g(\mathbf{y})}{\|\nabla g(\mathbf{y})\|} \tag{41}$$

 Passo 9: Determinação dos novos valores das variáveis no espaço transformado.

$$\mathbf{y} = \frac{(\nabla g(\mathbf{y}))^T \mathbf{y} - g(\mathbf{x})}{\|\nabla g(\mathbf{y})\|^2} \nabla g(\mathbf{y})$$
(42)

Passo 10: Determinação do índice de confiabilidade.

$$\beta = \|\mathbf{y}\| \tag{43}$$

 Passo 11: Transformação dos valores das variáveis aleatória no espaço transformado para o espaço original.

$$\mathbf{x} = \mathbf{J}_{\mathbf{X}\mathbf{Y}} \, \mathbf{y} + \mathbf{M}^{\mathbf{neq}} \tag{44}$$

Estes passos são executados até se chegar à convergência, que é arbitrada. Após, e como último passo, é calculada a probabilidade de falha a partir do último valor encontrado do coeficiente de confiabilidade.

$$P_f = \Phi(-\beta) \tag{45}$$

Os símbolos utilizados, que não foram tratados previamente no texto e que não ficam explícitos durante o passo a passo, serão descritos a seguir:

- Φ função de distribuição acumulada da normal padrão;
- φ função densidade da normal padrão;
- $x_i^*$  ponto em que será determinado uma distribuição normal equivalente que preserve o conteúdo de probabilidade da distribuição original;
- $z_i^*$  variável com distribuição normal padrão, possivelmente correlacionada;
- $\sigma_{X_i}^{neq}$  desvio padrão normal equivalente;
- $\mu_{X_i}^{neq}$  média normal equivalente.

#### 2.5 Conceitos de Programação Importantes ao Entendimento do Trabalho

#### 2.5.1 Linguagem Python

Desenvolvido por Guido van Rossum em 1989, a linguagem de programação Python é considerada de alto nível, ou seja, sua sintaxe é mais próxima da linguagem humana. Criada com o objetivo de facilitar o aprendizado do desenvolvimento de algoritmos computacionais, tem se popularizado nos dias de hoje em diversos campos, como a análise de dados. Essa popularização deve-se, além da sintaxe simples, à existência de diversas bibliotecas que facilitam a elaboração de códigos, como o numpy e pandas, com diversas funções pré-prontas para a análise de dados e resolução de problemas matemáticos. Além disso, possui uma vasta documentação em seu site oficial e também de suas bibliotecas, o que facilita a busca por funções e como elas podem ser utilizadas (PSF, 2025).

#### 2.5.2 Ambiente de Desenvolvimento Integrado (ADI)

Mais popularmente conhecidos como IDE, do inglês *Integrated Development Environment*, os ambientes de desenvolvimento integrado, na computação, são softwares para o desenvolvimento de algoritmos projetados com o intuito de facilitar o

processo por meio de diversas funcionalidades, como, por exemplo, editor de códigofonte, depurador, gerenciador de projetos etc. O Visual Studio Code (VSCode) é o ADI da Microsoft, muito popular devido ao seu acesso gratuito, interface intuitiva, suporte a centenas de linguagens de programação e diversas ferramentas disponíveis (Microsoft, 2025).

#### 2.5.3 Programação Orientada a Objetos (POO)

A Programação Orientada a Objetos é um paradigma de programação, ou seja, um estilo de resolução de problemas através de códigos computacionais. A sua abordagem tenta representar o mundo real por meio dos algoritmos usando o conceito de objetos. Nesse tipo de programação o código cria os objetos a partir das classes, nelas possuem as suas definições, características e funções, da mesma maneira que no mundo real. Uma mesma classe pode ter vários objetos, assim como subclasses, utilizando o conceito de herança (Farinelli, 2007).

#### 3 METODOLOGIA

Com base nas referências estudadas, foram criados algoritmos computacionais para analisar a confiabilidade de estruturas reticuladas de vigas usando resultados numéricos da análise estrutural. Para elaboração foi utilizado o ADI VSCode e a linguagem de programação Python. O código de análise de confiabilidade, para um correto funcionamento, necessitava de integração com outros códigos, sendo utilizado o de análise estrutural MEF, previamente elaborado pela autora (Curvelo et al., 2024), como uma das integrações. Esse código precisou passar por alterações para atender ao intuito da análise de confiabilidade. Visando a facilitação da execução e manutenção dos algoritmos, eles foram feitos de forma modular, subdivididos da seguinte forma:

- Módulo 1 Análise matricial de estruturas reticuladas de viga;
- Módulo 2 Manipulação das variáveis aleatórias;
- Módulo 3 Equações de estados limite;
- Módulo 4 Cálculo de gradiente numérico;
- Módulo 5 Análise de confiabilidade estrutural;
- Módulo 6 Atualização dos valores das variáveis na estrutura;
- Módulo 7 Chamada dos códigos para execução e elaboração do relatório de saída.

Os códigos computacionais utilizam como entrada duas planilhas Excel, a primeira possuindo informações da estrutura de viga analisada, sendo solicitada pelo módulo 1, a segunda possui as informações das variáveis aleatórias, solicitada pelo módulo 2. Para uma melhor manipulação dos dados que eventualmente precisariam ser modificados, foi feita a implementação em POO dos módulos 1, 2, 3 e 5.

As funções de estado limite escolhidas foram:  $g_1(x)$ , cálculo do deslocamento máximo da estrutura ( $\delta_{estrutura}$ ) pelo deslocamento admissível ( $\delta_{adm}$ ), Equação (47), utilizando para determinar a flecha admissível a Equação (46), considerando aceitabilidade sensorial visual (ABNT, 2023); e  $g_2(x)$ , tensão máxima da estrutura ( $\sigma_{estrutura}$ ) pela tensão máxima admissível a compressão ( $\sigma_{adm}$ ), Equação (50), considerando o concreto simples e utilizando a Equação (49) para determinar a tensão da estrutura (Hibbeler, 2011) e a Equação (48) para determinar a admissível (ABNT, 2023). Elas foram implementadas diretamente no Módulo 3.

$$\delta_{adm} = l/250 \tag{46}$$

$$g_1(x) = \delta_{adm} - \delta_{estrutura} \tag{47}$$

$$\sigma_{adm} = 0.85 f_{ck} \tag{48}$$

$$\sigma_{estrutura} = \frac{M_{m\acute{a}x} c}{I} \tag{49}$$

$$g_2(x) = \sigma_{adm} - \sigma_{estrutura} \tag{50}$$

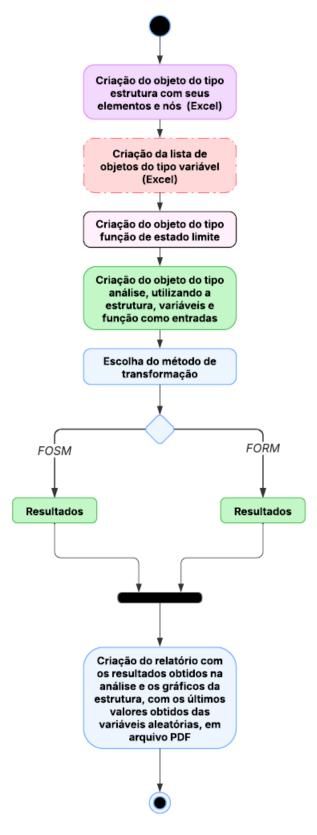
Sendo l o vão da viga,  $f_{ck}$  a resistência característica do concreto a compressão,  $M_{m\acute{a}x}$  o momento fletor máximo da viga, c é a distância perpendicular do eixo neutro e I o momento de inércia da seção transversal da viga.

Foram criados diagramas de atividade que seguem a ordem de execução do código. Para indicação do módulo que executava a atividade, foi utilizado um esquema de cores, podendo ser visto na Figura 3. O diagrama de atividade inicial apresenta uma visão macro do funcionamento, conforme a Figura 4. As Figuras 5 a 10 detalham os próximos diagramas, com foco progressivo na execução das atividades. Cada diagrama subsequente vai detalhando partes do anterior que tem uma rotina de execução própria.

Figura 3 – Esquema de cores dos módulos usado na elaboração dos diagramas de atividades.



Figura 4 – Diagrama de atividade 1 - Visão macro do código de análise de confiabilidade.



Criação do vetor de médias e da matriz de desvios padrão com os dados das variáveis aleatórias Equações (33) e (34) Matrizes jacobianas criadas a partir da matriz de desvios padrão e sua inversa Cálculo do indice de Equações (35) e (36) confiabilidade Equação (43) Criação do vetor de Cálculo do novo vetor de variáveis aleatórias no variáveis aleatórias no espaço espaço de projeto a partir normal padrão do vetor de medias Transformação das Equação (42) variáveis aleatórias do espaço normal padrão para o espaço de projeto Criação do vetor de (atualização dos valores) variáveis aleatórias no Cálculo dos cossenos diretores Equação (44) espaço normal padrão Equação (41) Equação (39) Salva os resultados da iteração: Inicialização das variáveis de código Cálculo do vetor gradiente indice de confiabilidade, vetor de utilizadas no critério de convergência: no espaço normal padrão variáveis aleatória no espaço de contagem de iteração Equação (40) projeto e no espaço normal padrão, número máximo de iterações função de estado limite no espaço de projeto e cossenos diretores Cálculo do vetor gradiente no espaço de projeto Critério de convergência: valor absoluto da diferença entre beta Cálculo da função de estado limite no espaço da iteração atual e beta da iteração anterior é maior ou igual a 10-5? de projeto Atualiza o número da iteração NÃO Cálculo da probabilidade de falha Equação (45)

Figura 5 – Diagrama de atividade 2 - Análise de confiabilidade pelo método FOSM.

Criação do vetor das variáveis aleatórias no espaço de projeto a partir das médias das variáveis aleatórias Inicialização das variáveis de código utilizadas no critério de convergência: contagem de iteração número máximo de iterações Critério de convergência: valor absoluto da diferença entre beta da iteração atual e beta da iteração Salva os resultados da iteração: anterior é maior ou igual a 10-5? indice de confiabilidade, vetor de variáveis aleatória no espaço de projeto e no espaço normal padrão, função de estado limite no espaço de projeto e cossenos diretores NÃO: SIM Transformação das Cálculo da probabilidade variáveis aleatórias do Atualiza o número da de falha espaço normal padrão iteração Equação (45) para o espaço de projeto (atualização dos valores) Equação (44) Cálculo das médias e desvios padrão equivamentes de cada variável aleatória para criação do vetor de médias e matriz de Cálculo do indice de confiabilidade desvios padrão das normais equivalentes Equação (43) Matrizes jacobianas criadas a partir da matriz de desvios Cálculo do novo vetor de variáveis padrão e sua inversa aleatórias no espaço normal padrão Equações (35) e (36) Equação (42) Criação do vetor de variáveis aleatórias no Cálculo dos cossenos diretores espaço normal padrão Equação (41) Equação (39) Cálculo do vetor gradiente Cálculo da função de Cálculo do vetor no espaço normal padrão gradiente no espaço de estado limite no espaço Equação (40) projeto de projeto

Figura 6 – Diagrama de atividade 3 - Análise de confiabilidade pelo método FORM.

Cálculo da função de estado limite Cálculo estrutural pelo MEF e interpolação dos resultados FLECHA MÁXIMA TENSÃO DE COMPRESSÃO-Comprimento do vão que será utilizado no cálculo Cálculo da tensão do deslocamento limite máxima da estrutura Cálculo do deslocamento máximo vertical da estrutura Cálculo da tensão máxima admissível a compressão a partir de fck Equação (48) Cálculo do deslocamento admissível Equação (46) Diferença da tensão máxima admissível a Diferença do deslocamento limite e do compressão e da tensão deslocamento máximo da máxima da estrutura estrutura Equação (50) Equação (47) Retorna o resultado

**Figura 7** – Diagrama de atividade 4 – Análise de função de estado limite.

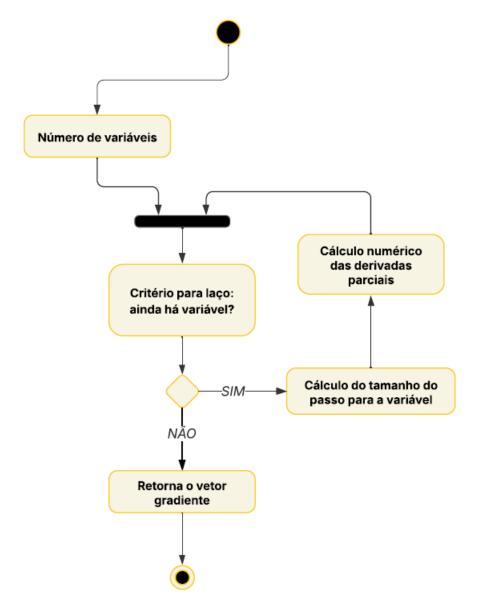


Figura 8 – Diagrama de atividade 5 – Cálculo do vetor gradiente.

Variável Verificação do tipo de distribuição de probabilidade Cálculo dos parâmetros da distribuição Cálculo da FDA Cálculo da FDP Cálculo do valor de z Equação (30) Cálculo do desvio padrão e média equivalentes Equação (31) e (32) Retorna os resultados

Figura 9 – Diagrama de atividade 6 – Cálculo das médias e desvios padrão equivalentes.

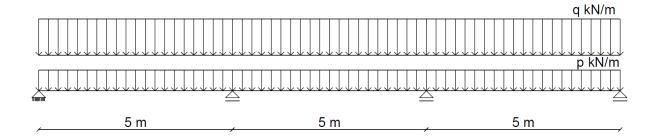
Cálculo das propriedades de cada elemento Cálculo da matriz de rigidez e do vetor de forças para cada elemento Montagem da matriz de rigidez global e do vetor de forças global Imposição das condições de contorno Cálculo dos deslocamentos nodais Cálculo dos esforços internos Cálculo das reações de apoio Interpolação dos resultados Cálculo do Cálculo do momento deslocamento máximo máximo Cálculo da tensão máxima Equação (49) Retorna os resultados

Figura 10 – Diagrama de atividade 7 – Análise estrutural pelo MEF.

#### 3.1 Estudo de Caso

Para a realização da análise de confiabilidade através do algoritmo criado, foi considerado o exemplo de uma viga contínua de concreto simples, com resistência a compressão de 30 MPa, possuindo dois vãos de 5 metros sobre apoios. Nela incidem dois tipos de carregamento distribuído, um proveniente de cargas permanentes (p) e o outro de cargas variáveis (q), Figura 11, sendo duas das cinco variáveis aleatórias consideradas. As outras variáveis são o módulo de elasticidade do concreto, a base e a altura da seção transversal da viga. Os dados de média e coeficiente de variação utilizados foram adotados de acordo com a literatura e podem ser verificados na Tabela 1.

**Figura 11** – Composição genérica da viga utilizada na análise feita durante o trabalho.



Fonte: elaborado pela autora (2025).

**Tabela 1** – Variáveis aleatórias utilizadas na análise do trabalho com suas características probabilísticas e as referências

VARIÁVEL	TIPO DE DISTRIBUIÇÃO	MÉDIA	COEFICIENTE DE VARIAÇÃO	REFERÊNCIA
Módulo de Elasticidade (GPa) – E	Normal	31,93	0,1331	Borin, Bauer e Figueiredo (2012)
Carregamento Permanente (kN/m) – p	Normal	100	0,1	Santos, Stuchhi e Beck (2014)
Carregamento Variável (kN/m) – q	Gumbel	93	0,2	Santos, Stuchhi e Beck (2014)
Base da Seção (m) – b	Normal	0,2	0,06	Santos, Stuchhi e Beck (2014)
Altura da Seção (m) – h	Normal	0,4 e 0,6	0,045	Santos, Stuchhi e Beck (2014)

Fonte: elaborado pela autora (2025).

Vale pontuar que os valores de média, excluindo o módulo de elasticidade, foram arbitrados pela autora, apenas o coeficiente de variação e o tipo de distribuição extraíram-se das referências. Realizou-se três análises considerando a altura da

seção com média de 0,4 metros e três análises com média de 0,6 metros, para cada um dos estados limite. A primeira pelo FOSM, a segunda pelo FORM considerando que todas as variáveis são normais e a terceira pelo FORM considerando a distribuição de probabilidade correta da variável. No caso, apenas o carregamento variável não é considerado uma variável com distribuição normal, mas sim com distribuição Gumbel.

#### 4 RESULTADOS

O algoritmo criado elabora automaticamente um relatório de saída possuindo os resultados das iterações, o registro de execução de cada iteração e os gráficos da estrutura, pertinentes a última iteração. No Apêndice A foram incorporados os relatórios de saída das análises feitas. Neste tópico, apresentaram-se os resultados das análises em tabelas, com precisão de seis casas decimais, os gráficos obtidos na análise FORM, dos dois modos de falha, também estão aqui inseridos. Devido a pequena variação nos resultados finais entre os métodos, os gráficos são semelhantes, por esse motivo optou-se por colocar apenas os gráficos de uma análise de cada estado limite, mas nos relatórios anexados é possível verificar todos eles.

#### 4.1 Flecha Máxima

Pode-se observar que os resultados do FOSM (Tabelas 2 e 4) e FORM (Tabelas 3 e 5), adotando todas as variáveis com distribuição de probabilidade normal, são exatamente iguais, para os dois valores de média da altura da seção; 0,4 metros (Tabelas 2 e 3) e 0,6 metros (Tabelas 4 e 5). Esse é o comportamento esperado para a execução dos métodos, configurados dessa forma. O número de avaliações da função também não são exatamente iguais em todas as iterações. Observa-se que o tempo de execução de cada iteração é proporcional ao número de avaliações da função de estado limite.

A probabilidade de falha encontrada na análise para h=0.4 foi de aproximadamente 18,9127% e para h=0.6 cerca de 0,0024%, a diferença entre os dois resultados é significativa. O cosseno diretor referente a essa variável é o segundo maior, o que pode justificar a sensibilidade da função à variável.

**Tabela 2** – Análise da função de estado limite para flecha máxima pelo método FOSM, considerando média da altura da seção igual a 0,4 metros.

	VALORES	DAS VARIÁVEI	IS NO ESPAÇO I	DE PROJETO	
Iteração	E (GPa)	p (kN/m)	q (kN/m)	b (m)	h (m)
1	33,903408	98,192391	86,746396	0,202511	0,408477
2	34,032760	97,865721	85,616249	0,202807	0,409392
3	34,026705	97,846786	85,550742	0,202805	0,409380
4	34,026680	97,846204	85,548727	0,202805	0,409378
VA	LORES DAS VARIA	ÁVEIS NO ESPA	ÇO NORMAL PA	DRÃO (ADIMEN	SIONAL)
Iteração	E	р	q	b	h
1	0,464344	-0,180761	-0,336215	0,209321	0,470972
2	0,494781	-0,213428	-0,396976	0,233889	0,521801

VAL	ORES D	AS VARIÁ	VEIS N	O ESPA	ÇO NOI	RMAL	PADRÃO (ADIME	ENSIONAL)
Iteração		E	þ	)		q	b	h
3	0,49	3356	-0,21	5321	-0,4	00498	0,233765	0,521116
4	0,49	3350	-0,21	5380	-0,4	00606	0,233722	0,521033
<u>,                                    </u>		<u>'</u>	DE	MAIS IN	FORMA	<b>AÇÕES</b>	}	
Iteração		β		g(x)		Avali	ações de g(x)	Tempo (s)
1	0,7	91809		-0,004382			51	20,518105
2	0,8	880301		-0,000405			59	23,762943
3	0,8	881118	-3	-3,693572e-6			57	23,099822
4	0,8	881118	1	1.433384e-9			53	21,515793
<u> </u>		COSSEN	OS DIR	ETORES	S NO P	ОТИС	DE PROJETO	
E		р			q		b	h
0,5599	13	-0,2444	39	9 -0,454			0,265256	0,591331
	<u> </u>	F	Probabi	lidade d	le Falha	= 0,18	39127	1

**Tabela 3** – Análise da função de estado limite para flecha máxima pelo método FORM, todas as variáveis aleatórias com distribuição de probabilidade normal, considerando média da altura da seção igual a 0,4 metros.

		VALORES	DAS VA	ARIÁVEI			ÇOI	DE PRO	DJETO		
Iteração	E (0	GPa)	p (kl	N/m)	q (	kN/m	)	b	(m)		h (m)
1	33,90	03408	98,19	2391	86,	74639	6	0,2	02511		0,408477
2	34,03	32760	97,86	5721	85,6	61624	9	0,2	02807		0,409392
3	34,02	26704	97,84	6786	85,	55074	2	0,2	02805		0,409380
4	34,02	26680	97,84	6204	85,	54872	7	0,2	02805		0,409378
VALORES DAS VARIÁVEIS NO ESPAÇO NORMAL PADRÃO (ADIMENSIONAL)											
Iteração		E	þ	)		q			b		h
1	0,46	4344	-0,18	0761	-0,3	3621	5	0,2	09321		0,470972
2	0,49	4781	-0,21	3428	-0,3	96976	3	0,2	33889		0,521801
3	0,49	3356	-0,21	5321	1 -0,4004		3	0,2	33765		0,521116
4	0,49	3350	-0,21	5380	-0,400606		3	0,2	33722		0,521033
		•	DE	MAIS IN	FORM	AÇÕI	ES				
Iteração		β		g(x)		Av	aliaç	ões de	g(x)	Te	mpo (s)
1	0,7	791809		-0,00438	1			51		21	,603723
2	0,8	380301		-0,00040	5			59		25	,296549
3	0,8	881118	-3	3,693572	9-6			57		24	,105787
4	0,8	881118	1	.433384e	<del>-</del> 9			57		24	,130834
<u>"</u>	COSSENOS DIRETORES NO PONTO DE PROJETO										
Е	E p q b h										
0,5599	13	-0,2444	39	-0,	454656			0,2652	256	C	,591331
		F	robabi	lidade d	le Falh	a = 0,	1891	27		•	

Fonte: elaborado pela autora (2025).

**Tabela 4** – Análise da função de estado limite para flecha máxima pelo método FOSM, considerando média da altura da seção igual a 0,6 metros.

	VALORES DAS VARIÁVEIS NO ESPAÇO DE PROJETO											
Iteração	E (GPa)	p (kN/m)	q (kN/m)	b (m)	h (m)							
1	12,510604	117,787846	154,538833	0,175282	0,474865							
2	12,310032	104,990366	110,264672	0,188835	0,537410							
3	15,378158	105,240808	111,131099	0,191397	0,554091							
4	17,415414	105,711552	112,759687	0,190702	0,551222							
5	18,198504	106,060430	113,966663	0,190002	0,547468							
6	18,456715	106,169913	114,345432	0,189711	0,545769							

	VALORES DAS VARIÁVEIS NO ESPAÇO DE PROJETO									
Iteração	E (0	GPa)	p (ki	V/m)	q (	kN/m)	b (m)		h (m)	
7	18,5	41334	106,20	04388	114,	464701	0,18961	5	0,545175	
8	18,50	68987	106,2	15626	114,	503581	0,18958	4	0,544978	
9	18,5	78009	106,2	19281	114,	516225	0,18957	3	0,544913	
VAI	VALORES DAS VARIÁVEIS NO ESPAÇO NORMAL PADRÃO (ADIMENSIONAL)									
Iteração		E	ŗ	)		q	b		h	
1	-4,56	59395	1,778	3785	3,3	08539	-2,05983	3	-4,634623	
2	-4,6	16590	0,499	9037	0,9	28208	-0,93039	3	-2,318127	
3	-3,89	94658	0,524	4081	0,9	74790	-0,71688	55	-1,700319	
4	-3,4	15291	0,57	1155	1,0	62349	-0,77481	9	-1,806586	
5	-3,23	31029	0,606	6043	1,1	27240	-0,83315	0	-1,945611	
6	-3,17	70272	0,616	5991	1,1	47604	-0,85738	9	-2,008543	
7	-3,15	50361	0,620	0439	1,1	54016	-0,86541	8	-2,030550	
8	-3,14	13854	0,62	1563	563 1,156106		-0,86803	0	-2,037865	
9	-3,14	11731	0,62	1928	1,1	56786	-0,86888	12	-2,040265	
		•	DE	MAIS IN	FORM	AÇÕES				
Iteração		β		g(x)		Avalia	ções de g(x)	)	Tempo (s)	
1	7,7	791824		0,012776	3		55		22,406016	
2	5,3	353770		-0,03988	0		55		22,358683	
3	4,4	149522		-0,01080	4		55		22,510366	
4	4,1	121057		-0,00231	2		57		23,350446	
5	4,0	069035		-0,00027	9		55		22,635860	
6	4,0	064192	-2	2,257949	e-5		57		24,086837	
7	4,0	063687	-2	2,271045	e-6		63		25,989286	
8	4,0	063633	-2	2,429933	e-7		59		25,064069	
9	9 4,063627 -2,591972e-8 61 25,422594									
,	COSSENOS DIRETORES NO PONTO DE PROJETO									
Е		р			q		b		h	
0,773	135	-0,153		,	284668		0,213819		0,502080	
		P	robabili	dade de	Falha	= 2,41580	)1e-5			

**Tabela 5** – Análise da função de estado limite para flecha máxima pelo método FORM, todas as variáveis aleatórias com distribuição de probabilidade normal, considerando média da altura da seção igual a 0,6 metros.

	VALORES	S DAS VARIÁVEI	IS NO ESPAÇO I	DE PROJETO	
Iteração	E (GPa)	p (kN/m)	q (kN/m)	b (m)	h (m)
1	12,510604	117,787846	154,538833	0,175282	0,474865
2	12,310032	104,990366	110,264672	0,188835	0,537410
3	15,378158	105,240808	111,131099	0,191397	0,554091
4	17,415414	105,711552	112,759687	0,190702	0,551222
5	18,198504	106,060430	113,966663	0,190002	0,547468
6	18,456715	106,169913	114,345432	0,189711	0,545769
7	18,541334	106,204388	114,464701	0,189615	0,545175
8	18,568987	106,215626	114,503581	0,189584	0,544978
9	18,578009	106,219281	114,516225	0,189573	0,544913
VA	LORES DAS VARIA	ÁVEIS NO ESPA	ÇO NORMAL PA	DRÃO (ADIMEN	SIONAL)
Iteração	E	р	q	b	h
1	-4,569395	1,778785	3,308539	-2,059833	-4,634623
2	-4,616590	0,499037	0,928208	-0,930393	-2,318127
3	-3,894658	0,524081	0,974790	-0,716885	-1,700319
4	-3,415291	0,571155	1,062349	-0,774819	-1,806586

VA	LORES D	AS VARIÁV	/EIS NO ESPA	ÇO NO	RMAL P	ADRÃO (ADIME	ENSIONAL)
Iteração		E	р		q	b	h
5	-3,23	31029	0,606043	1,1	27240	-0,833150	-1,945611
6	-3,17	70272	0,616991	1,1	47604	-0,857389	-2,008543
7	-3,15	50361	0,620439	1,1	54016	-0,865418	-2,030550
8	-3,14	13854	0,621563	1,1	56106	-0,868030	-2,037865
9	-3,14	11731	0,621928	1,1	56786	-0,868882	-2,040265
		•	DEMAIS II	NFORM	AÇÕES		
Iteração		β	g(x)		Avalia	ções de g(x)	Tempo (s)
1	7,7	91824	0,01277	'6		55	22,094184
2	5,3	353770	-0,03988	-0,039880		57	23,049774
3	4,4	49522	-0,01080	-0,010804		65	26,856984
4	4,1	21057	-0,00231	-0,002312		57	23,400345
5	4,0	69035	-0,00027	79		53	21,640734
6	4,0	64192	-2,257949	e-5	55		22,509496
7	4,0	63687	-2,271045	ie-6	51		20,873330
8	4,0	63633	-2,429933	e-7		53	22,460792
9	4,0	63627	-2,591972	?e-8		57	23,551542
		COSSEN	OS DIRETORE	S NO P	ONTO D	E PROJETO	
Е		р		q		b	h
0,773	135	-0,1530	47 -0	,284668		0,213819	0,502080
		Pro	obabilidade de	Falha	= 2,4158	01e-5	•

Para a análise FORM, utilizando a configuração real das variáveis, o número de iterações foram os mesmos das análises anteriores quando h=0.4 (Tabela 6), mas aumentou duas iterações quando h=0.6 (Tabela 7). O tempo de cada iteração ficou na mesma faixa de proporção, tendo um caso em que foi maior para menos análises da função, iteração 8 comparada à 10, para o valor médio de altura da seção maior. As probabilidades de falha encontradas foram de 20,3055% e 0,0027%, tendo pouca variação para as análises que consideram todas as variáveis com distribuição de probabilidade normal, o que pode ser devido a apenas uma variável ter distribuição diferente da normal.

**Tabela 6** – Análise da função de estado limite para flecha máxima pelo método FORM, considerando média da altura da seção igual a 0,4 metros.

	VALORES	DAS VARIÁVEI	IS NO ESPAÇO I	DE PROJETO	
Iteração	E (GPa)	p (kN/m)	q (kN/m)	b (m)	h (m)
1	33,752151	98,330940	84,567237	0,202319	0,407828
2	33,989462	97,895776	85,004341	0,202739	0,409172
3	33,982612	97,888052	84,942604	0,202744	0,409176
4	33,983150	97,887122	84,947170	0,202744	0,409176
VA	LORES DAS VARIA	<b>AVEIS NO ESPA</b>	ÇO NORMAL PA	DRÃO (ADIMEN	SIONAL)
Iteração	E	р	q	b	h
1	0,428753	-0,166906	-0,296833	0,193277	0,434873
2	0,484593	-0,210422	-0,312172	0,228268	0,509587

VA	LORES D	AS VARIÁ	VEIS N	O ESPA	ÇO NO	RMA	L PA	DRÃO (ADIME	NSIONAL	.)
Iteração		E	ŗ	)		q b		b		h
3	0,48	2981	-0,21	1195	-0,3	16439	9	0,228634	0,50	9782
4	0,48	3107	-0,21	1288	-0,3	16136	6	0,228643	0,50	9808
		'	DE	MAIS IN	FORM	AÇÕE	ES		•	
Iteração		β		g(x)		Av	aliaç	ões de g(x)	Tempo	o (s)
1	0,7	25443		-0,004381		51		20,639	745	
2	0,8	329665		-0,000387				53	21,703	854
3	0,8	330757	-4	-4,512992e-6				61	24,924	538
4	0,8	330758	5,	5,204636e-10		53		21,776	813	
		COSSEN	IOS DIR	ETORE	S NO P	ONT	O DE	PROJETO		
Е	E p q b h								1	
0,581	526	-0,2543	331	-0,380				0,275222	0,613	3666
			Probabi	lidade d	le Falha	a = 0,	2030	55	•	

**Tabela 7** – Análise da função de estado limite para flecha máxima pelo método FORM, considerando média da altura da seção igual a 0,6 metros.

		a da altura da s DAS VARIÁVEI				
Iteração	E (GPa)	p (kN/m)	q (	kN/m)	b (m)	h (m)
1	12,023325	118,234186	118,234186 147,		0,174662	0,471725
2	12,618010	104,837488	132	186560	0,189401	0,540398
3	15,875365	104,732002	123,	839972	0,191472	0,554609
4	18,158368	105,295808	124	857024	0,190896	0,552267
5	19,126398	105,592921	128,	063307	0,190290	0,549025
6	19,519453	105,624615	130,	444709	0,190055	0,547649
7	19,690747	105,603109	131,	794371	0,189978	0,547178
8	19,768539	105,584932	132	488305	0,189950	0,547007
9	19,804626	105,574491	132,	829525	0,189939	0,546939
10	19,821541	105,569138	132	993850	0,189934	0,546910
11	19,829508	105,566515	133,	072220	0,189932	0,546897
VA	LORES DAS VARIÁV	EIS NO ESPA	ÇO NO	RMAL PA	DRÃO (ADIMI	ENSIONAL)
Iteração	E	р		q	b	h
1	-4,684052	1,823418	3,2	42851	-2,111519	-4,750917
2	-4,544123	0,483749	1,8	18432	-0,883245	-2,207464
3	-3,777665	0,473200	1,5	28834	-0,710618	-1,681157
4	-3,240473	0,529581	1,5	50723	-0,758630	-1,767883
5	-3,012695	0,559292	1,6	58620	-0,809167	-1,887951
6	-2,920209	0,562461	1,7	33795	-0,828773	-1,938933
7	-2,879903	0,560311	1,7	75332	-0,835163	-1,956372
8	-2,861599	0,558493	1,7	96582	-0,837475	-1,962684
9	-2,853108	0,557449	1,8	07025	-0,838411	-1,965203
10	-2,849128	0,556914	1,8	12056	-0,838819	-1,966289
11	-2,847253	0,556651		14456	-0,839005	-1,966779
		DEMAIS IN	FORM	AÇÕES		
Iteração	β	g(x)		Avaliaç	ões de g(x)	Tempo (s)
1	7,925340	0,012776			55	22,629361
2	5,462854	-0,042245			63	25,753042
3	4,490353	-0,012448			55	22,586721
4	4,109355	-0,002759		63		25,726782
5	4,044660	-0,00035	-0,000352		55	22,504987
6	4,036874	-2,9343586	e-5		57	23,363409
7	4,035404	-3,332876	e-6		59	24,167186

			DE	MAIS INFORM	AÇÕES	}			
Iteração		β		g(x)	Avali	ações de g(x)	Tempo (s)		
8	4,0	35079	-4	1,743778e-7		51	22,184713		
9	4,0	35006	-7	7,792487e-8		61	25,814800		
10	4,0	4,034989		1,449529e-8	449529e-8		21,709593		
11	4,0	34985	-2	2,938887e-9		55	22,554147		
		COSSENO	S DIR	ETORES NO P	ONTO	DE PROJETO			
Е		р		q		b	h		
0,7056	0,705641 -0,137956 -0,449681 0,207933 0,487431								
		Pro	babili	dade de Falha	= 2,730	283e-5			

Os gráficos obtidos com os resultados da última iteração, no ponto de projeto, podem ser verificados na Figura 12 para a elástica da viga, Figura 13 para os momentos fletores e Figura 14 para os esforços cortantes, h=0.4. E nas Figuras 15, 16 e 17 para h=0.6, na mesma ordem.

**Figura 12** – Configuração deformada da estrutura para análise de flecha máxima pelo método FORM, considerando média da altura da seção igual a 0,4 metros.

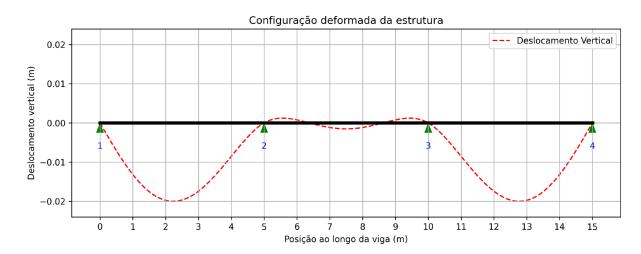
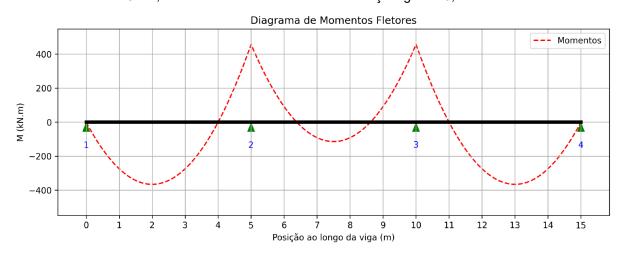
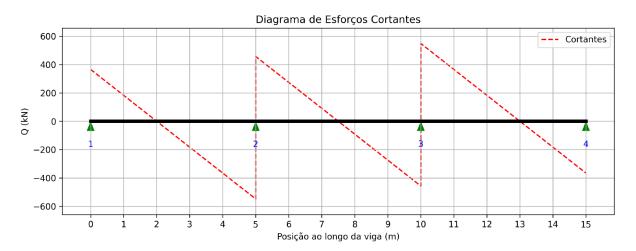


Figura 13 – Diagrama de momentos fletores da estrutura para análise de flecha máxima pelo método FORM, considerando média da altura da seção igual a 0,4 metros.



**Figura 14** – Diagrama de esforços cortantes da estrutura para análise de flecha máxima pelo método FORM, considerando média da altura da seção igual a 0,4 metros.



**Figura 15** – Configuração deformada da estrutura para análise de flecha máxima pelo método FORM, considerando média da altura da seção igual a 0,6 metros.

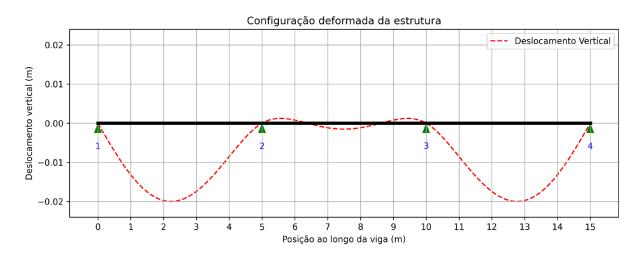


Figura 16 – Diagrama de momentos fletores da estrutura para análise de flecha máxima pelo método FORM, considerando média da altura da seção igual a 0,6 metros.

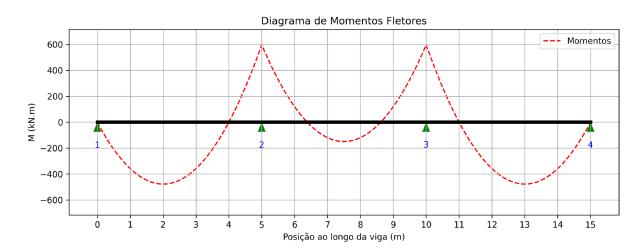


Diagrama de Esforços Cortantes

800
400
200
-200
-400
-600
-800
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

Posição ao longo da viga (m)

**Figura 17** – Diagrama de esforços cortantes da estrutura para análise de flecha máxima pelo método FORM, considerando média da altura da seção igual a 0,6 metros.

### 4.2 Tensão de Compressão

Como na análise de flecha, a tensão de compressão obteve resultados FOSM (Tabelas 8 e 10) e FORM (Tabelas 9 e 11), adotando todas as variáveis com distribuição de probabilidade normal, iguais para os dois valores de média da altura de seção; 0.4 metros (Tabelas 8 e 9) e 0.6 metros (Tabelas 10 e 11). O número de avaliações da função por iteração variou entre os métodos, sendo o tempo por iteração proporcional a esse número. A probabilidade de falha encontrada para h=0.4 foi praticamente 0%, enquanto para h=0.6 foi de aproximadamente 0.2665%. Observase que com o aumento da altura da seção, o programa encontrou uma probabilidade de falha maior. Outra observação se deve à não influência do módulo de elasticidade neste estado limite, de acordo com os resultados do programa.

**Tabela 8** – Análise da função de estado limite para tensão de compressão pelo método FOSM, considerando média da altura da seção igual a 0,4 metros.

	VALORES DAS VARIÁVEIS NO ESPAÇO DE PROJETO								
Iteração	E (GPa)	p (kN/m)	q (kN/m)	b (m)	h (m)				
1	31,93	84,281674	38,620880	0,221842	0,449145				
2	31,93	73,447243	1,138083	0,221183	0,447082				
3	31,93	71,771022	-4,660971	0,213707	0.430516				
4	31,93	71,629878	-5,149275	0,212829	0,428657				
5	31,93	71,616519	-5,195491	0,212767	0,428525				
6	31,93	71,614972	-5,200841	0,212760	0,428510				
VA	LORES DAS VARIA	ÁVEIS NO ESPA	ÇO NORMAL PA	DRÃO (ADIMEN	SIONAL)				
Iteração	E	р	q	b	h				
1	0,0	-1,571832	-2,923608	1,820182	2,730273				
2	0,0	-2,655276	-4,938813	1,765256	2,615691				

VAI	VALORES DAS VARIÁVEIS NO ESPAÇO NORMAL PADRÃO (ADIMENSIONAL)								
Iteração		E	р		q	b		h	
3	0	0,0	-2,822898	-5,2	250590	0	1,142294	1,695366	
4	0	0,0	-2,837012	-5,2	276843	3	1,069080	1,592067	
5	0	0,0	-2,838348	-5,2	27932	7	1,063925	1,584721	
6	0	0,0	-2,838503	-5,2	27961	5	1,063339	1,583876	
'		1	DEMAI	S INFORM	AÇÕI	ES			
Iteração		β	g(x)		Av	aliações de g(x)		Tempo (s)	
1	4,6	667505	-649	-64968,75		53		21,931761	
2	6,4	134309	-15694	,103326	51		51	21,683071	
3	6,3	302106	194,3	47989	47		47	19,328604	
4	6,2	290574	85,63	36896			47	19,373451	
5	6,2	290532	0,29	1148			47	19,384518	
6	6,2	290531	0,00	6739			47	19,366170	
'		COSSENC	S DIRETO	RES NO P	ONT	O DE	PROJETO		
Е		р		q		b		h	
0,0	)	-0,45123	34	-0,839295			0,169038	0,251787	
		Pro	babilidade	de Falha :	= 1,58	31904	e-10		

**Tabela 9** – Análise da função de estado limite para tensão de compressão pelo método FORM, todas as variáveis aleatórias com distribuição de probabilidade normal, considerando média da altura da seção igual a 0,4 metros.

		VALORES [		Çao igua <b>ARIÁVEI</b>				DE PROJETO		
Iteração	E (0	GPa)	p (kl	l/m)	q (	kN/m)		b (m)		h (m)
1	31	,93	84,28	38,620		320880	)	0,221842		0,449145
2	31	,93	73,44	7243	1,1	38083		0,221183		0,447082
3	31	,93	71,77	1022	-4,6	60971		0,213707		0.430516
4	31	,93	71,62	9878	-5,1	49275	5	0,212829		0,428657
5	31	,93	71,61	6519	-5,1	95491		0,212767		0,428525
6	31	,93	71,61	4972	-5,2	200841		0,212760		0,428510
VA	LORES D	AS VARIÁV	/EIS N	O ESPA	ÇO NO	RMAL	- PA	DRÃO (ADIM	ENS	IONAL)
Iteração		E	þ	)		q		b		h
1	0	0,0	-1,57	1832	-2,9	23608	3	1,820182		2,730273
2	0	0,0	-2,65	5276	-4,9	38813 1,765256			2,615691	
3	0	),0	-2,82	,822898 -5,25		250590	)	1,142294		1,695366
4	0	0,0	-2,83	-2,837012 -5,27		76843	3	1,069080		1,592067
5	0	0,0	-2,83	8348	-5,2	79327	,	1,063925		1,584721
6	0	),0	-2,83	8503	-5,2	79615	5	1,063339		1,583876
		•	DE	MAIS IN	FORM	AÇÕE	S		•	
Iteração		β		g(x)		Ava	aliaç	ões de g(x)		Tempo (s)
1	4,6	67504		-64968,7	5			53		22,936962
2	6,4	134309	-1	5694,103	326			43		18,259893
3	6,3	302106	1	94,34798	39			51		21,778184
4	6,2	290574		85,63689	6			47		20,111233
5	6,2	290532		0,291148	3			55		23,412107
6	6,2	290531		0,006739	9			55		23,429446
		COSSEN	OS DIR	ETORE	S NO P	ONTO	) DE	PROJETO		
Е		р			q			b		h
0,0	)	-0,45123	34	-0,8	839295			0,169038		0,251787
		Pro	babilic	lade de	Falha =	1,58	1904	le-10		

**Tabela 10** – Análise da função de estado limite para tensão de compressão pelo método FOSM,

considerando média da altura da seção igual a 0,6 metros.

		VALORES	DAS VA	RIÁVEI	S NO E	SPA	ÇO [	DE PROJE	ETO		
Iteração	E (0	GPa)	p (kN	l/m)	q (	kN/m)		b (m	1)	h (m)	
1	31	,93	91,993	91,993407		65,300390		0,211	125	0,637550	
2	31	,93	89,489	9403	56,6	37537	7	0,2112	276	0,637808	
3	31	,93	89,218	3037	55,6	598722	2	0,2107	738	0,6360160	
4	31	,93	89,198	3628	55,6	31574	1	0,2106	696	0,635883	
5	31	,93	89,19	7240	55,6	326772	2	0,2106	593	0,635873	
VALORES DAS VARIÁVEIS NO ESPAÇO NORMAL PADRÃO (ADIMENSIONAL)											
Iteração		E	р			q		b		h	
1	0	,0	-0,800	0659	-1,4	89226	;	0,927	163	1,390745	
2	0	,0	-1,051	1060	-1,954971		0,9396	677	1,400291		
3	0	,0	-1,078196		-2,005445		0,8948	368	1,333927		
4	0	,0	-1,080	)137	-2,009055		0,8913	323	1,328995		
5	0	,0	-1,080	)276	-2,0	09313	}	0,8910	085	1,328650	
			DE	MAIS IN	<b>IFORM</b>	AÇÕE	S				
Iteração		β		g(x)		Ava	aliaç	ões de g(	x)	Tempo (s)	
1	2,3	377531	-14	708,333	333	49			20,491800		
2	2,7	87552	-1	993,6595	573			45		18,803280	
3	2,7	'86479		-3,00655	9			45		18,872093	
4	2,7	'86338		0,594788	3			51		21,842194	
5	2,7	'86338		0,002906	6			49		20,379335	
		COSSEN	OS DIR	ETORE	S NO P	ONTO	) DE	PROJET	0		
Е		р			q			b		h	
0,0	)	-0,3877	04	-0,	721130			0,319805		0,476844	
		F	Probabi	lidade d	le Falh	a = 0,0	0026	65			
-	•		- , -	_ l	<u> </u>		1000				

Fonte: elaborado pela autora (2025).

**Tabela 11** – Análise da função de estado limite para tensão de compressão pelo método FORM, todas as variáveis aleatórias com distribuição de probabilidade normal, considerando média da altura da seção igual a 0.6 metros

r	da seção igual a 0,6 metros.							
	VALORES	DAS VARIÁVE	IS NO E	ESPAÇO I	DE PROJETO			
Iteração	E (GPa)	p (kN/m)	q(	kN/m)	b (m)	h (m)		
1	31,93	91,993407	65,300390		0,211125	0,637550		
2	31,93	89,489403	56,0	337537	0,211276	0,637808		
3	31,93	89,218037	55,0	698722	0,210738	0,6360160		
4	31,93	89,198628	55,0	331574	0,210696	0,635883		
5	31,93	89,197240	55,0	626772	0,210693	0,635873		
VALORES DAS VARIÁVEIS NO ESPAÇO NORMAL PADRÃO (ADIMENSIONAL)								
Iteração	E	р	q		b	h		
1	0,0	-0,800659	-1,4	189226	0,927163	1,390745		
2	0,0	-1,051060	-1,9	954971	0,939677	1,400291		
3	0,0	-1,078196	-2,0	05445	0,894868	1,333927		
4	0,0	-1,080137	-2,0	009055	0,891323	1,328995		
5	0,0	-1,080276	-2,0	009313	0,891085	1,328650		
		DEMAIS IN	FORM	AÇÕES				
Iteração	β	g(x)		Avaliaç	ões de g(x)	Tempo (s)		
1	2,377531	-14708,333	333		49	20,356514		
2	2,787552	-1993,6595	573		45	19,212507		
3	2,786479	-3,00655	9		49	20,288507		
4	2,786338	0,594788	3		43	17,736491		
5	2,786338	0,00290	3		49	20,258979		

	COSSENOS DIRETORES NO PONTO DE PROJETO								
E	E p q b h								
0,0	-0,387704	-0,721130	0,319805	0,476844					
	Probabilidade de Falha = 0,002665								

Para a análise FORM, nos dois casos analisados, utilizando a configuração real das variáveis, o número de iterações foi quase o dobro para h=0.4 (Tabela 12) e aumentou duas iterações para h=0.6 (Tabela 13). Os resultados apresentaram variações relevantes entre os métodos ao serem analisados os pontos de projeto e cossenos diretores, em comparação ao estado limite de flecha máxima. O número de avaliações da função ficou na mesma faixa de variação que já vinha sendo verificado nas outras análises, apresentando tempo proporcional. A probabilidade de falha identificada foi de 0% para a altura da seção com média menor, semelhante aos métodos anteriores, e de aproximadamente 0,0914% para a seção maior, sendo um valor inferior ao obtido nas análises realizadas com distribuição normal para todas as variáveis.

**Tabela 12** – Análise da função de estado limite para tensão de compressão pelo método FORM, considerando média da altura da seção igual a 0,4 metros.

			Ira da seção igua S NO ESPAÇO I		
Iteração	E (GPa)	p (kN/m)	q (kN/m)	b (m)	h (m)
1	31,93	84,104421	39,570626	0,222088	0,449699
2	31,93	50,426634	57,018597	0,239753	0,488345
3	31,93	43,097936	49,566920	0,236721	0,481126
4	31,93	37,842912	53,284555	0,235037	0,477575
5	31,93	38,850609	51,182998	0,234140	0,475609
6	31,93	37,940040	52,380071	0,234364	0,476127
7	31,93	38,391482	51,711694	0,234190	0,475731
8	31,93	38,124737	52,092553	0,234281	0,475940
9	31,93	38,273431	51,878333	0,234228	0,475820
10	31,93	38,188982	51,999840	0,234258	0,475888
11	31,93	38,236672	51,931259	0,234241	0,475850
VA	LORES DAS VARIA	ÁVEIS NO ESPA	ÇO NORMAL PA	DRÃO (ADIMEN	SIONAL)
Iteração	E	р	q	b	h
1	0,0	-1,589558	-2,826942	1,840708	2,761062
2	0,0	-4,957336	-2,061528	3,312727	4,908072
3	0,0	-5,690206	-4,072664	3,060080	4,507032
4	0,0	-6,215709	-3,547624	2,919781	4,309718
5	0,0	-6,114939	-3,912029	2,845023	4,200514
			0.700050	0.000050	4 220200
6	0,0	-6,205996	-3,723258	2,863659	4,229298
6 7	0,0	-6,205996 -6,160852	-3,723258 -3,834271	2,863659 2,849153	4,229296
	· ·	·	*	*	· ·
7	0,0	-6,160852	-3,834271	2,849153	4,207310
7 8	0,0 0,0	-6,160852 -6,187526	-3,834271 -3,772916	2,849153 2,856738	4,207310 4,218885

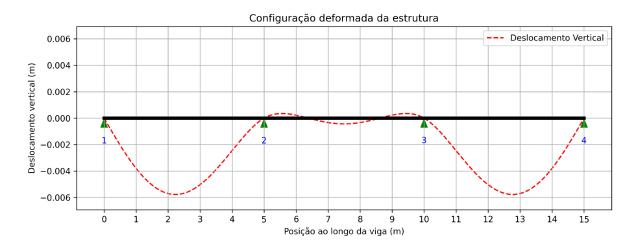
	DEMAIS INFORMAÇÕES								
Iteração	β	g(x)	Avaliações de g(x)	Tempo (s)					
1	4,640039	-64968,75	53	22,192729					
2	7,993023	-15805,055476	43	18,501569					
3	8,868059	-2687,776479	47	19,651330					
4	8,849828	134,063715	55	22,938058					
5	8,856349	1,149449	45	18,790902					
6	8,858021	1,232485	47	19,665939					
7	8,858717	0,086944	57	23,728801					
8	8,858912	0,049003	51	22,799226					
9	8,858979	0,013618	43	18,167621					
10	8,858999	0,004476	53	22,213542					
11	8,859006	0,001434	43	18,747853					
1	COSSEN	S DIRETORES NO	PONTO DE PROJETO						
E	р	q	b	Н					
0,0	-0,69718	31 -0,42888	3 0,322096	0,475659					
	Pro	babilidade de Falha	= 4,036541e-19						

**Tabela 13** – Análise da função de estado limite para tensão de compressão pelo método FORM, considerando média da altura da seção igual a 0,6 metros.

		consideran VALORES									
Iteração	E (0	GPa)	p (ki	N/m)	q (	kN/m)		b (	(m)		h (m)
1	31	,93	92,08	4703	64,8	64,811212		0,21	0999	0	,637122
2	31	,93	85,32	85,322310		71,461852		0,21	5716	0	,652699
3	31	,93	85,47	1528	69,	512062	2	0,21	5205	0	,650882
4	31	,93	85,21	0463	70,0	095920	)	0,21	5337	0	,651345
5	31	,93	85,27	5707	69,9	923704	ļ	0,21	5292	0	,651188
6	31	,93	85,25	5784	69,9	975331		0,21	5305	0	,651234
7	31	,93	85,26	1718	69,9	959949	)	0,21	5301	0	,651221
VA	LORES D	AS VARIÁ	VEIS N	O ESPA	ÇO NO	RMAL	- PA	DRÃO (	ADIME	NSION	AL)
Iteração		E	þ	)		q			b		h
1		0,0	-0,79			107692			6591		,374887
2	0	,0	-1,46	7769	-1,315943			1,30	9694	1	,951823
3	0	,0	-1,45	2847	-1,561318		1,26	7127	1	,884529	
4	0	,0	-1,47	8954	-1,5	-1,508873		1,27	8110	1	,901654
5	0	,0	-1,47	2429	-1,5	25937	,	1,27	4341	1	,895862
6	0	,0	-1,47	4423	-1,520970			1,275454		1	,897575
7	0	),0	-1,47	3828	-1,5	522463 1,275122		5122	1	,897064	
			DE	MAIS IN	IFORM.	AÇÕE	S				
Iteração		β		g(x)		Ava	aliaç	ões de 🤉	g(x)		npo (s)
1	2,3	310535	-14	4708,333	333	49			20,	377132	
2		67730		977,4968				45		•	641905
3		115371	-	90,82034				47			500977
4		116706		1,264024	4			49			307294
5		116852		0,037557				51			144805
6		116864		0,004019				51			786875
7	3,1	116865	0,000354					47		13,	533868
		COSSEN	IOS DIR	ETORE	S NO P	ONTO	) DE	PROJE	ТО		
Е		р			q			b			Н
0,0	)	-0,472			488459			0,40910	14	0,	608645
			Probabi	lidade d	le Falh	a = 0,0	0009	14			

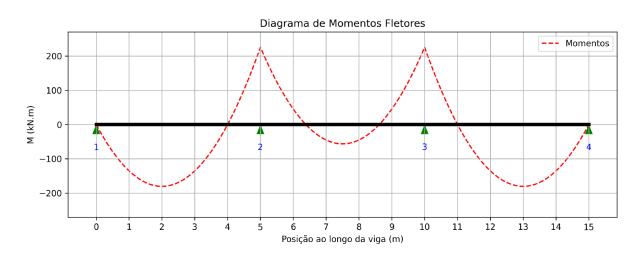
Os gráficos obtidos com os resultados da última iteração podem ser verificados nas Figuras 18, 19 e 20 para h=0.4 e nas Figuras 21, 22 e 23 para h=0.6. A ordem dos gráficos é a mesma usada no tópico de flecha máxima.

**Figura 18** – Configuração deformada da estrutura para análise de tensão de compressão pelo método FORM, considerando média da altura da seção igual a 0,4 metros.

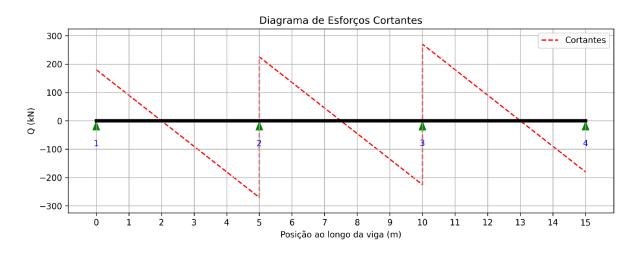


Fonte: elaborado pela autora (2025).

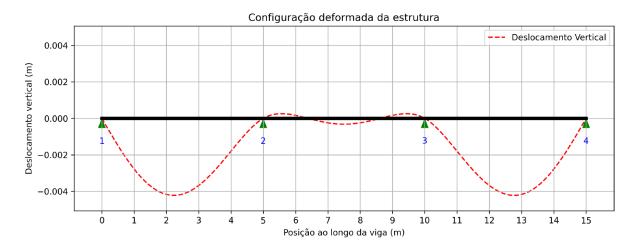
**Figura 19** – Diagrama de momentos fletores da estrutura para análise de tensão de compressão pelo método FORM, considerando média da altura da seção igual a 0,4 metros.



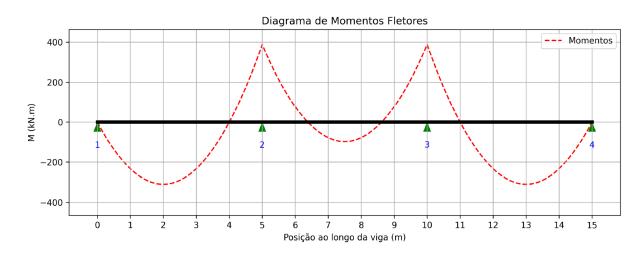
**Figura 20** – Diagrama de esforços cortantes da estrutura para análise de tensão de compressão pelo método FORM, considerando média da altura da seção igual a 0,4 metros.



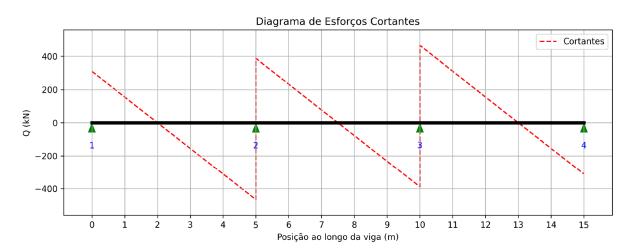
**Figura 21** – Configuração deformada da estrutura para análise de tensão de compressão pelo método FORM, considerando média da altura da seção igual a 0,6 metros.



**Figura 22** – Diagrama de momentos fletores da estrutura para análise de tensão de compressão pelo método FORM, considerando média da altura da seção igual a 0,6 metros.



**Figura 23** – Diagrama de esforços cortantes da estrutura para análise de tensão de compressão pelo método FORM, considerando média da altura da seção igual a 0,6 metros.



### 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As análises desenvolvidas ao longo deste trabalho permitiram avaliar, a confiabilidade estrutural de vigas submetidas a diferentes modos de falha, considerando as incertezas presentes nas variáveis envolvidas. A adoção dos métodos FOSM e FORM, associados à análise estrutural via MEF, demonstrou-se eficiente para calcular as probabilidades de falha em estados limites de flecha máxima e tensão de compressão, evidenciando diferenças significativas entre os resultados conforme a configuração geométrica e probabilística adotada.

Os resultados indicaram que, para a configuração de viga estudada, a probabilidade de falha por flecha máxima apresentou valores elevados, em comparação aos outros resultados, já o modo de falha por tensão de compressão revelou probabilidade praticamente nula, para uma média de altura da seção de 0,4 metros. Enquanto para seção com média de 0,6 metros os resultados nos dois estados limites tiveram uma diferença na ordem de 10<sup>-1</sup>. Isso reflete o impacto das dimensões sobre os estados limites.

Adicionalmente, observou-se que a elevação da média de altura da seção resultou em comportamentos opostos nos estados limites analisados. O aumento da seção reduziu a probabilidade de falha relativa ao estado limite de flecha máxima, enquanto elevou a probabilidade de falha por tensão de compressão.

A metodologia proposta destaca-se pela flexibilidade em incorporar diferentes distribuições de probabilidade e por permitir a análise detalhada dos efeitos das variáveis aleatórias sobre o desempenho estrutural. A ferramenta computacional desenvolvida, devido a sua modularidade, permite a incorporação de outros métodos de análises numéricas e funções de estado limite, podendo ser utilizada para análise de confiabilidade em outros campos de pesquisa.

#### **REFERÊNCIAS**

- ALVES FILHO, A. **Elementos finitos**: a base da tecnologia CAE. 6. ed. São Paulo: Érica, 2013.
- ANG, A. H-S.; TANG, W. H. **Probability concepts in engineering**: emphasis on applications in civil & environmental engineering. 2. ed. New York: Wiley, 2007. 406 p. ISBN 978-0471720641.
- ASSAN, A. E. **Método dos elementos finitos**: primeiros passos. 2. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2003.
- ABNT. NBR 6118:2023 **Projeto de estruturas de concreto** Procedimento. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2023.
- BAYES, T. **An essay towards solving a problem in the doctrine of chances**. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, v. 53, p. 370-418, 1763. DOI: 10.1098/rstl.1763.0053.
- BAZÁN, F. A. V. **Análise Computacional de Estruturas** (CCEC0039): notas de aula. São Luís, MA, Universidade Federal do Maranhão, 2025.
- BECK, A. T. **Confiabilidade e segurança das estruturas**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2019. 512 p. ISBN 978-8535286885.
- BORIN, L. A.; BAUER, R. J. F.; FIGUEIREDO, A. D. **Risco de rejeição de concretos devido à não conformidade com os parâmetros normalizados para o módulo de elasticidade**. Construindo, Belo Horizonte, v. 4, n. 2, p. 1–15, jul./dez. 2012.
- CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. 5. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2024. 479 p. ISBN 978-8576006176.
- CURVELO, M. A. R.; BAZÁN, F. A. V.; SILVA, J. S.; QUEIROZ, P. C. O.; AZEVEDO, G. F. **Matrix structural analysis of beams on elastic supports**: implementation in Python. Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE), 2024. DOI: 10.55592/cilamce.v6i06.10348
- DEVORE, J. L. **Probabilidade e estatística**. 8. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.
- DITLEVSEN, O.; MADSEN, H. O. **Structural reliability methods**. Chichester: Wiley, 1996.
- ELSAYED, A. A. Reliability engineering. 2. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2012.
- FARINELLI, F. Conceitos básicos de programação orientada a objetos. 2007. Disponível em:

https://www.researchgate.net/publication/268362210\_Conceitos\_basicos\_de\_progra macao orientada a objetos. Acesso em: 28 jul. 2025.

FISHER, R. A. On the mathematical foundations of theoretical statistics. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character, v. 222, p. 309-368, 1922. DOI: 10.1098/rsta.1922.0009.

HASOFER, A. M.; LIND, N. C. **An exact and invariant first-order reliability format**. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, v. 100, n. EM1, p. 111–121, 1974.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais**. 10. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2011.

LAPLACE, P.-S. Théorie analytique des probabilités. Paris: Courcier, 1814.

MARTHA, L. F. **Análise de estruturas:** conceitos e métodos básicos. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.

MARTHA, L. F. **Análise matricial de estruturas com orientação a objetos**. 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier/PUC-Rio, 2019.

MELCHERS, R. E.; BECK, A. T. **Structural reliability analysis and prediction**. 3. ed. New York: Wiley, 2018. 528 p. ISBN 978-1119265993.

MICROSOFT. **Visual Studio Code**: documentação oficial. Disponível em: https://code.visualstudio.com/docs. Acesso em: 28 jul. 2025.

NOWAK, A. S.; COLLINS, K. R. **Reliability of structures**. 2. ed. New York: CRC Press, 2013. 407 p. ISBN 978-0415675758.

PACCOLA, R. R.; CARRAZEDO, R. **Estática das estruturas**: material de apoio e complementar – conceitos básicos. São Carlos: EESC-USP, 2022. ISBN 978-65-86954-22-7. DOI: 10.11606/9786586954227.

PAIVA, J. B. **Introdução ao método dos elementos finitos:** notas de aula. São Paulo: Universidade de São Paulo, 2012.

PSF. **Python Software Foundation**. Disponível em: https://www.python.org/psf/. Acesso em: 28 jul. 2025.

RICHARDSON, L. F. **The approximate arithmetical solution by finite differences of physical problems involving differential equations.** Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character, v. 210, n. 459-470, p. 307–357, 1910.

SANTIAGO, W. C. Calibração baseada em confiabilidade dos coeficientes parciais de segurança das principais normas brasileiras de projeto estrutural.

2019. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019.

SANTOS, D. M.; STUCCHI, F.R.; BECK, A.T. **Confiabilidade de vigas projetadas de acordo com as normas brasileiras**. Revista IBRACON de estruturas e materiais. São Paulo, v. 7, n. 5, p. 723-743, 2014.

SOUZA JUNIOR, A. C. de. Aplicação de confiabilidade na calibração de coeficientes parciais de segurança de normas brasileiras de projeto estrutural. 2008. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

# APÊNDICE A - RELATÓRIOS OBTIDOS COM AS ANÁLISES

Os relatórios foram incorporados nas páginas seguintes, de maneira a não perder suas características originais. Apenas a numeração superior foi inserida posteriormente, não fazendo parte da saída do algoritmo. A ordem de apresentação é a mesma utilizada no tópico de resultados.

## Relatório de Análise de Confiabilidade - Método FOSM

#### Estado Limite - Flecha Máxima

## Resultados por Iteração

# Iteração 1

Beta: 0.791808665073986

Função de estado limite: -0.00438170080685532

Avaliações da função: 51

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	33.9034076515369	0.46434399524338	0.586434596797436
Carregamento Permanente (kN/m)	98.1923911070666	-0.180760889293338	-0.228288597064605
Carregamento Variável (kN/m)	86.7463962740077	-0.336215254085608	-0.424616790540164
Base da Seção (m)	0.20251185331762	0.209321109801704	0.264358195400836
Altura da Seção (m)	0.408477504946968	0.470972497053787	0.594805939651821

## Iteração 2

Beta: 0.880300753017226

Função de estado limite: -0.000405411090902589

Avaliações da função: 59

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	34.0327601328552	0.494780711105494	0.562058716194023
Carregamento Permanente (kN/m)	97.8657212894056	-0.213427871059436	-0.24244881119085
Carregamento Variável (kN/m)	85.6162493728281	-0.396975840170531	-0.450954788814957
Base da Seção (m)	0.202806668897124	0.233889074760363	0.265692235248816
Altura da Seção (m)	0.409392414670511	0.521800815028413	0.592752889555012

## Iteração 3

Beta: 0.881118541490426

Função de estado limite: -3.69357208493751e-6

Avaliações da função: 57

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	34.0267048873589	0.493355908235343	0.559920016438224
Carregamento Permanente (kN/m)	97.8467862904786	-0.215321370952144	-0.244372761226797
Carregamento Variável (kN/m)	85.5507418505394	-0.400497749970998	-0.454533335881855
Base da Seção (m)	0.202805180379092	0.233765031590988	0.265304860337601
Altura da Seção (m)	0.409380090003327	0.521116111295954	0.591425655865189

# Iteração 4

Beta: 0.881118206631

Função de estado limite: 1.43338380401148e-9

Avaliações da função: 53

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	34.0266799410272	0.493350038348635	0.55991356736911
Carregamento Permanente (kN/m)	97.8462037876663	-0.215379621233369	-0.244438963594775
Carregamento Variável (kN/m)	85.5487266238103	-0.400606095494072	-0.45465647228629
Base da Seção (m)	0.202804668485496	0.233722373791322	0.265256547909697
Altura da Seção (m)	0.409378591817141	0.52103287873007	0.591331418201271

### **Probabilidade de Falha = 0.18912692192275**

# Registros de Execução

Início da análise às 01:44:44.554366 2025-08-07

Início da iteração de número 1 às 01:44:44.555806 2025-08-07

Início da iteração de número 2 às 01:45:05.073911 2025-08-07

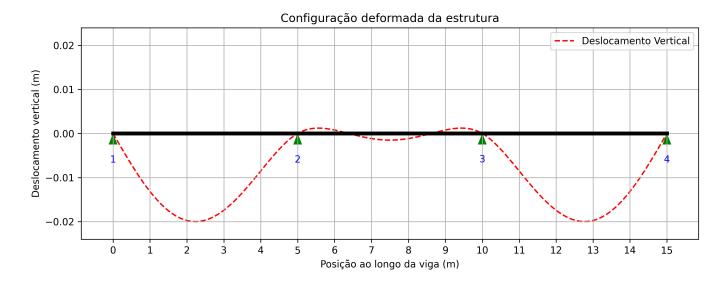
Início da iteração de número 3 às 01:45:28.836854 2025-08-07

Início da iteração de número 4 às 01:45:51.936676 2025-08-07

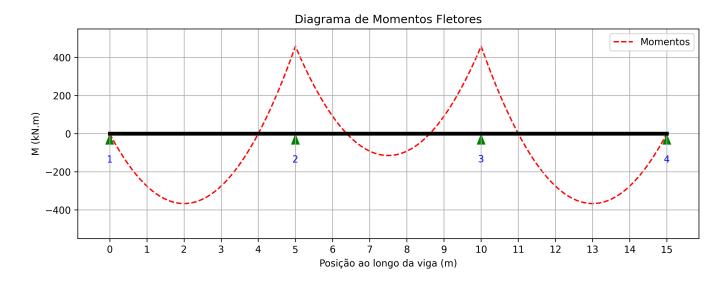
Última iteração finalizada às 01:46:13.452469 2025-08-07

# Resultados do MEF no Ponto de Projeto

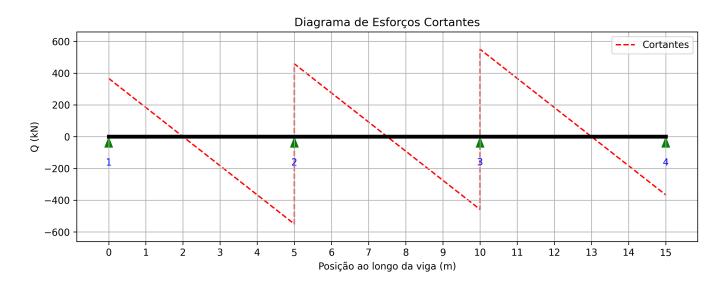
# Elástica da Viga



#### **Momentos Fletores**



## **Esforços Cortantes**



Página 4

# Relatório de Análise de Confiabilidade - Método FORM (NORMAIS)

#### Estado Limite - Flecha Máxima

## Resultados por Iteração

## Iteração 1

Beta: 0.791808665073987

Função de estado limite: -0.00438170080685532

Avaliações da função: 51

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	33.9034076515369	0.46434399524338	0.586434596797436
Carregamento Permanente (kN/m)	98.1923911070666	-0.180760889293338	-0.228288597064605
Carregamento Variável (kN/m)	86.7463962740077	-0.336215254085608	-0.424616790540164
Base da Seção (m)	0.20251185331762	0.209321109801704	0.264358195400836
Altura da Seção (m)	0.408477504946968	0.470972497053787	0.594805939651821

### Iteração 2

Beta: 0.880300753017225

Função de estado limite: -0.000405411090902575

Avaliações da função: 59

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	34.032760132855	0.494780711105468	0.562058716193994
Carregamento Permanente (kN/m)	97.8657212894057	-0.213427871059434	-0.242448811190847
Carregamento Variável (kN/m)	85.6162493728275	-0.396975840170566	-0.450954788814998
Base da Seção (m)	0.202806668897124	0.233889074760371	0.265692235248825
Altura da Seção (m)	0.409392414670511	0.521800815028407	0.592752889555005

### Iteração 3

Beta: 0.881118541490427

Função de estado limite: -3.69357208494098e-6

Avaliações da função: 57

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	34.0267048873591	0.493355908235371	0.559920016438255
Carregamento Permanente (kN/m)	97.8467862904785	-0.215321370952149	-0.244372761226803
Carregamento Variável (kN/m)	85.5507418505393	-0.400497749971003	-0.454533335881861
Base da Seção (m)	0.202805180379092	0.233765031590969	0.265304860337579
Altura da Seção (m)	0.409380090003327	0.521116111295931	0.591425655865162

# Iteração 4

Beta: 0.881118206631

Função de estado limite: 1.43338380054203e-9

Avaliações da função: 57

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	34.0266799410276	0.493350038348726	0.559913567369212
Carregamento Permanente (kN/m)	97.8462037876665	-0.215379621233354	-0.244438963594758
Carregamento Variável (kN/m)	85.5487266238109	-0.40060609549404	-0.454656472286252
Base da Seção (m)	0.202804668485496	0.233722373791295	0.265256547909666
Altura da Seção (m)	0.409378591817141	0.521032878730029	0.591331418201224

### **Probabilidade de Falha = 0.18912692192275**

# Registros de Execução

Início da análise às 01:39:12.124556 2025-08-07

Início da iteração de número 1 às 01:39:12.126239 2025-08-07

Início da iteração de número 2 às 01:39:33.729962 2025-08-07

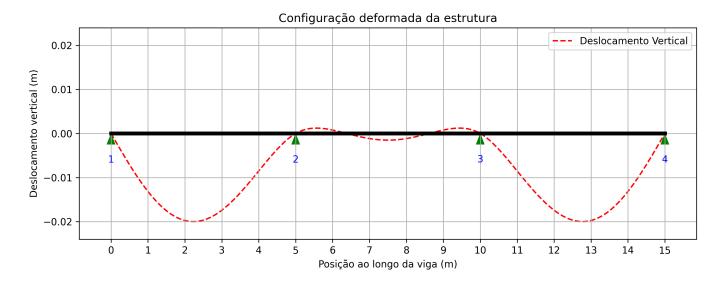
Início da iteração de número 3 às 01:39:59.026511 2025-08-07

Início da iteração de número 4 às 01:40:23.132298 2025-08-07

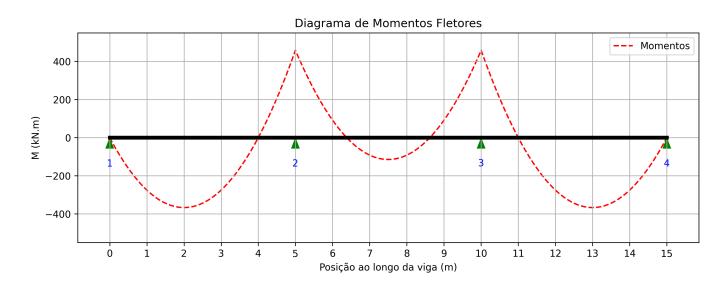
Última iteração finalizada às 01:40:47.263132 2025-08-07

# Resultados do MEF no Ponto de Projeto

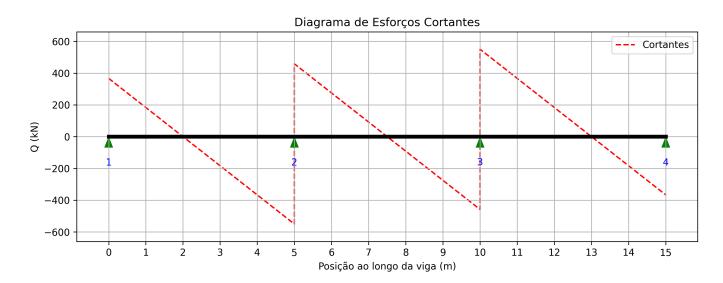
# Elástica da Viga



#### **Momentos Fletores**



# **Esforços Cortantes**



Página 4

## Relatório de Análise de Confiabilidade - Método FOSM

#### Estado Limite - Flecha Máxima

## Resultados por Iteração

# Iteração 1

Beta: 7.79182432332431

Função de estado limite: 0.0127757923535243

Avaliações da função: 55

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	12.5106043589546	-4.56939535536518	0.58643459679744
Carregamento Permanente (kN/m)	117.787846433455	1.77878464334553	-0.2282885970646
Carregamento Variável (kN/m)	154.538833521185	3.30853943662285	-0.424616790540176
Base da Seção (m)	0.175282008596073	-2.05983261699394	0.264358195400782
Altura da Seção (m)	0.474865168517603	-4.63462338823693	0.594805939651835

### Iteração 2

Beta: 5.35377056167835

Função de estado limite: -0.0398796415057693

Avaliações da função: 55

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	12.3100322019558	-4.61659010331442	0.862306303590859
Carregamento Permanente (kN/m)	104.99036648547	0.499036648547021	-0.0932121843470592
Carregamento Variável (kN/m)	110.264671893133	0.92820816629748	-0.173374662885534
Base da Seção (m)	0.188835281358382	-0.930393220134823	0.173782796519983
Altura da Seção (m)	0.53741055506472	-2.31812759019556	0.432989715096953

### Iteração 3

Beta: 4.44952224006836

Função de estado limite: -0.0108040626329191

Avaliações da função: 55

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	15.3781583530411	-3.89465819340413	0.875298061965478
Carregamento Permanente (kN/m)	105.240807864515	0.524080786451493	-0.117783608705694
Carregamento Variável (kN/m)	111.131098888076	0.974790262799759	-0.219077512192586
Base da Seção (m)	0.191397376499506	-0.716885291707828	0.16111511596733
Altura da Seção (m)	0.554091388818123	-1.7003189326621	0.382135168884105

Beta: 4.12105717137896

Função de estado limite: -0.00231166278590445

Avaliações da função: 57

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	17.4154137469248	-3.41529078637582	0.828741423461742
Carregamento Permanente (kN/m)	105.711552443814	0.571155244381356	-0.138594351067991
Carregamento Variável (kN/m)	112.759686834617	1.0623487545493	-0.257785492986458
Base da Seção (m)	0.190702171042477	-0.774819079793602	0.188014639829502
Altura da Seção (m)	0.551222175885347	-1.80658607832049	0.438379280653363

# Iteração 5

Beta: 4.06903551551772

Função de estado limite: -0.000278712207512365

Avaliações da função: 55

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	18.1985038038961	-3.23102922977029	0.794052845557234
Carregamento Permanente (kN/m)	106.060429972158	0.606042997215801	-0.148940208288816
Carregamento Variável (kN/m)	113.966663531678	1.12723997482141	-0.277028787417203
Base da Seção (m)	0.190002197244796	-0.83315022960033	0.204753737445402
Altura da Seção (m)	0.547468498842329	-1.94561115398781	0.478150447831681

# Iteração 6

Beta: 4.06419216272413

Função de estado limite: -2.25794864771728e-5

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	18.4567149586168	-3.17027199134264	0.78004972806642
Carregamento Permanente (kN/m)	106.169913447139	0.616991344713947	-0.151811558117959
Carregamento Variável (kN/m)	114.345432561725	1.14760390116799	-0.282369498099415
Base da Seção (m)	0.18971133320884	-0.857388899263318	0.210961702826726
Altura da Seção (m)	0.545769341045962	-2.00854292422363	0.494204713705601

Beta: 4.06368710883864

Função de estado limite: -2.27104544306758e-6

Avaliações da função: 63

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	18.541333931282	-3.15036109669796	0.775246964719757
Carregamento Permanente (kN/m)	106.204387994525	0.620438799452529	-0.152678782306604
Carregamento Variável (kN/m)	114.46470070586	1.15401616698172	-0.283982535090288
Base da Seção (m)	0.189614988473108	-0.865417627241038	0.212963647067888
Altura da Seção (m)	0.545175154724435	-2.03054982502094	0.499681636562134

# Iteração 8

Beta: 4.06363277450818

Função de estado limite: -2.42993345080794e-7

Avaliações da função: 59

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	18.5689874820986	-3.1438541997277	0.773656079222907
Carregamento Permanente (kN/m)	106.215626319746	0.621562631974641	-0.15295738233873
Carregamento Variável (kN/m)	114.503580815795	1.15610649547285	-0.284500731150043
Base da Seção (m)	0.189583634112026	-0.868030490664538	0.213609481671137
Altura da Seção (m)	0.544977651150118	-2.03786477221784	0.501488418196075

# Iteração 9

Beta: 4.0636269706854

Função de estado limite: -2.59197178650861e-8

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	18.5780086552325	-3.14173151231869	0.773134821425004
Carregamento Permanente (kN/m)	106.219281151545	0.621928115154482	-0.15304754093843
Carregamento Variável (kN/m)	114.516225071885	1.15678629418737	-0.284668426145487
Base da Seção (m)	0.189573417937375	-0.868881838552112	0.213819291194822
Altura da Seção (m)	0.54491283685503	-2.04026530166557	0.502079870121898

### Probabilidade de Falha = 2.41580101571818e-5

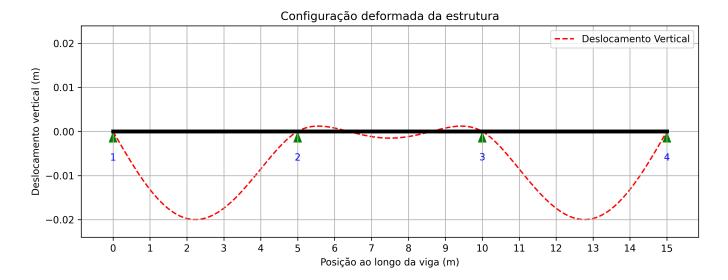
### Registros de Execução

Início da análise às 01:51:14.664367 2025-08-07

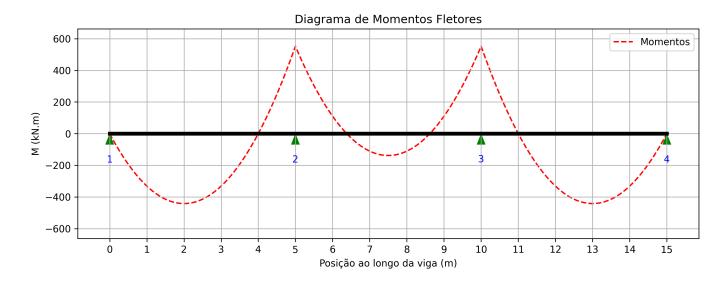
Início da iteração de número 1 às 01:51:14.667179 2025-08-07 Início da iteração de número 2 às 01:51:37.073195 2025-08-07 Início da iteração de número 3 às 01:51:59.431878 2025-08-07 Início da iteração de número 4 às 01:52:21.942244 2025-08-07 Início da iteração de número 5 às 01:52:45.292690 2025-08-07 Início da iteração de número 6 às 01:53:07.928550 2025-08-07 Início da iteração de número 7 às 01:53:32.015387 2025-08-07 Início da iteração de número 8 às 01:53:58.004673 2025-08-07 Início da iteração de número 9 às 01:54:23.068742 2025-08-07 Última iteração finalizada às 01:54:48.491336 2025-08-07

# Resultados do MEF no Ponto de Projeto

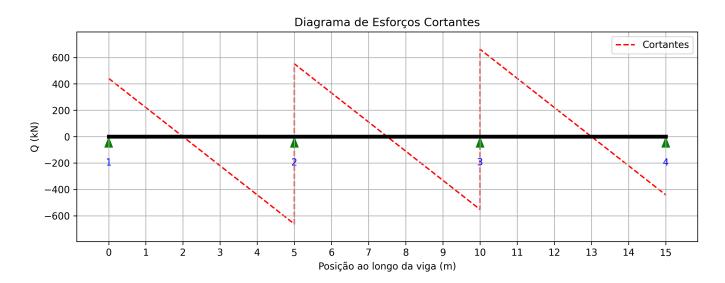
# Elástica da Viga



#### **Momentos Fletores**



### **Esforços Cortantes**



Página 6

# Relatório de Análise de Confiabilidade - Método FORM (NORMAIS)

#### Estado Limite - Flecha Máxima

### Resultados por Iteração

# Iteração 1

Beta: 7.79182432332431

Função de estado limite: 0.0127757923535243

Avaliações da função: 55

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	12.5106043589546	-4.56939535536518	0.58643459679744
Carregamento Permanente (kN/m)	117.787846433455	1.77878464334553	-0.2282885970646
Carregamento Variável (kN/m)	154.538833521185	3.30853943662285	-0.424616790540176
Base da Seção (m)	0.175282008596073	-2.05983261699394	0.264358195400782
Altura da Seção (m)	0.474865168517603	-4.63462338823693	0.594805939651835

#### Iteração 2

Beta: 5.35377056166642

Função de estado limite: -0.0398796415057693

Avaliações da função: 57

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	12.3100322019371	-4.61659010331814	0.862306303593476
Carregamento Permanente (kN/m)	104.990366485461	0.499036648546103	-0.0932121843470953
Carregamento Variável (kN/m)	110.264671893101	0.928208166295793	-0.173374662885605
Base da Seção (m)	0.188835281358401	-0.93039322013321	0.173782796520069
Altura da Seção (m)	0.537410555064912	-2.31812759016212	0.43298971509167

# Iteração 3

Beta: 4.44952224006385

Função de estado limite: -0.0108040626329237

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	15.3781583530723	-3.89465819339048	0.875298061963299
Carregamento Permanente (kN/m)	105.240807864555	0.524080786455465	-0.117783608706706
Carregamento Variável (kN/m)	111.131098888213	0.974790262807167	-0.219077512194473
Base da Seção (m)	0.191397376499446	-0.716885291712822	0.161115115968616
Altura da Seção (m)	0.554091388817803	-1.70031893267397	0.38213516888716

Beta: 4.12105717137849

Função de estado limite: -0.00231166278592319

Avaliações da função: 57

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	17.4154137469352	-3.41529078637341	0.828741423461252
Carregamento Permanente (kN/m)	105.711552443815	0.571155244381475	-0.138594351068035
Carregamento Variável (kN/m)	112.759686834621	1.06234875454952	-0.257785492986541
Base da Seção (m)	0.190702171042465	-0.774819079794578	0.18801463982976
Altura da Seção (m)	0.551222175885269	-1.80658607832339	0.438379280654116

# Iteração 5

Beta: 4.06903551551764

Função de estado limite: -0.000278712207510568

Avaliações da função: 53

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	18.1985038038997	-3.23102922976946	0.794052845557046
Carregamento Permanente (kN/m)	106.060429972161	0.606042997216095	-0.148940208288892
Carregamento Variável (kN/m)	113.966663531687	1.1272399748219	-0.27702878741733
Base da Seção (m)	0.190002197244793	-0.833150229600551	0.20475373744546
Altura da Seção (m)	0.547468498842309	-1.94561115398855	0.478150447831871

# Iteração 6

Beta: 4.06419216272412

Função de estado limite: -2.25794864768189e-5

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	18.4567149586181	-3.17027199134234	0.780049728066349
Carregamento Permanente (kN/m)	106.169913447141	0.616991344714079	-0.151811558117992
Carregamento Variável (kN/m)	114.345432561729	1.14760390116823	-0.282369498099475
Base da Seção (m)	0.189711333208839	-0.857388899263403	0.210961702826748
Altura da Seção (m)	0.545769341045956	-2.00854292422386	0.494204713705659

Beta: 4.06368710883864

Função de estado limite: -2.27104544299125e-6

Avaliações da função: 51

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	18.5413339312832	-3.15036109669768	0.775246964719689
Carregamento Permanente (kN/m)	106.204387994526	0.620438799452608	-0.152678782306624
Carregamento Variável (kN/m)	114.464700705862	1.15401616698181	-0.28398253509031
Base da Seção (m)	0.189614988473108	-0.86541762724101	0.212963647067881
Altura da Seção (m)	0.545175154724425	-2.03054982502131	0.499681636562225

# Iteração 8

Beta: 4.06363277450818

Função de estado limite: -2.42993345091203e-7

Avaliações da função: 53

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	18.5689874820989	-3.14385419972765	0.773656079222893
Carregamento Permanente (kN/m)	106.215626319747	0.621562631974655	-0.152957382338733
Carregamento Variável (kN/m)	114.503580815796	1.15610649547288	-0.284500731150049
Base da Seção (m)	0.189583634112023	-0.868030490664751	0.21360948167119
Altura da Seção (m)	0.544977651150119	-2.03786477221781	0.50148841819607

# Iteração 9

Beta: 4.0636269706854

Função de estado limite: -2.59197178685555e-8

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	18.5780086552322	-3.14173151231876	0.773134821425022
Carregamento Permanente (kN/m)	106.219281151544	0.621928115154438	-0.153047540938419
Carregamento Variável (kN/m)	114.516225071885	1.15678629418736	-0.284668426145484
Base da Seção (m)	0.189573417937376	-0.868881838552001	0.213819291194794
Altura da Seção (m)	0.544912836855031	-2.04026530166552	0.502079870121887

### Probabilidade de Falha = 2.41580101571817e-5

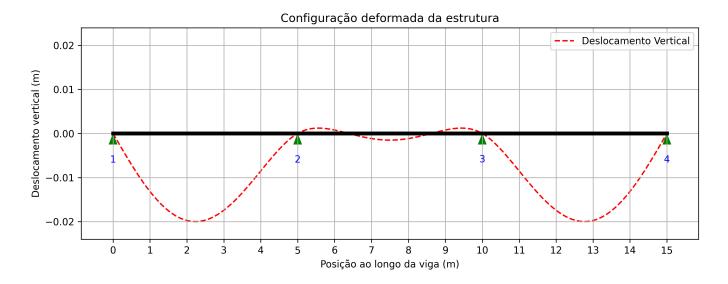
### Registros de Execução

Início da análise às 01:58:05.079954 2025-08-07

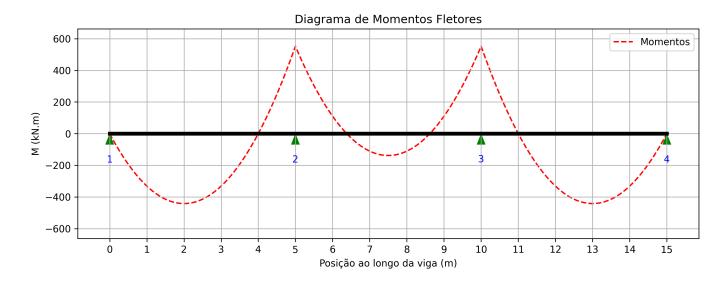
Início da iteração de número 1 às 01:58:05.081054 2025-08-07 Início da iteração de número 2 às 01:58:27.175238 2025-08-07 Início da iteração de número 3 às 01:58:50.225012 2025-08-07 Início da iteração de número 4 às 01:59:17.081996 2025-08-07 Início da iteração de número 5 às 01:59:40.482341 2025-08-07 Início da iteração de número 6 às 02:00:02.123075 2025-08-07 Início da iteração de número 7 às 02:00:24.632571 2025-08-07 Início da iteração de número 8 às 02:00:45.505901 2025-08-07 Início da iteração de número 9 às 02:01:07.966693 2025-08-07 Última iteração finalizada às 02:01:31.518235 2025-08-07

# Resultados do MEF no Ponto de Projeto

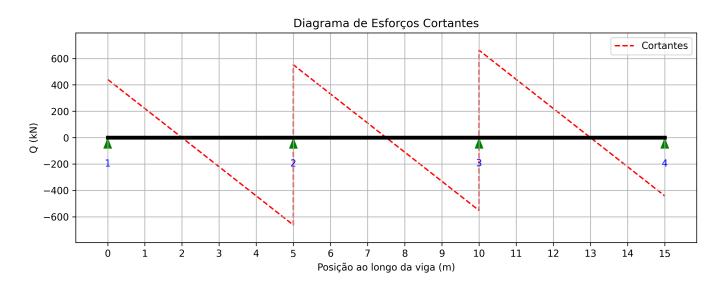
# Elástica da Viga



#### **Momentos Fletores**



### **Esforços Cortantes**



Página 6

### Relatório de Análise de Confiabilidade - Método FORM

#### Estado Limite - Flecha Máxima

## Resultados por Iteração

# Iteração 1

Beta: 0.725443385420504

Função de estado limite: -0.00438170080685532

Avaliações da função: 51

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	33.7521509860785	0.428753211812773	0.591022291235374
Carregamento Permanente (kN/m)	98.3309397203677	-0.166906027963235	-0.230074505216541
Carregamento Variável (kN/m)	84.5672369286687	-0.296833289279436	-0.409174989041186
Base da Seção (m)	0.202319326164577	0.193277180381443	0.266426277040778
Altura da Seção (m)	0.407827725805448	0.434873655858203	0.599459123341691

#### Iteração 2

Beta: 0.829665317225534

Função de estado limite: -0.000387120271492816

Avaliações da função: 53

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	33.9894620765174	0.484592652672411	0.584082090225161
Carregamento Permanente (kN/m)	97.8957761906786	-0.210422380932144	-0.253623209941827
Carregamento Variável (kN/m)	85.0043410289005	-0.312172582224771	-0.376263266335756
Base da Seção (m)	0.202739216937929	0.228268078160748	0.27513272330594
Altura da Seção (m)	0.409172565541098	0.509586974505459	0.614207878677583

# Iteração 3

Beta: 0.830757489412369

Função de estado limite: -4.5129918672844e-6

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	33.982611606881	0.482980733088648	0.581373913860568
Carregamento Permanente (kN/m)	97.8880523935382	-0.211194760646175	-0.254219508506102
Carregamento Variável (kN/m)	84.942604147656	-0.316438606637889	-0.380903706160651
Base da Seção (m)	0.202743606677038	0.228633889753146	0.275211349481627
Altura da Seção (m)	0.40917607345627	0.509781858681648	0.613634983949696

Beta: 0.830758393032929

Função de estado limite: 5.20463613179478e-10

Avaliações da função: 53

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	33.9831497397096	0.483107356063584	0.581525700029172
Carregamento Permanente (kN/m)	97.8871220568679	-0.211287794313213	-0.25433121842061
Carregamento Variável (kN/m)	84.947170323794	-0.316136306391473	-0.380539407176284
Base da Seção (m)	0.202743713450335	0.228642787527951	0.275221760556909
Altura da Seção (m)	0.409176550579794	0.509808365544124	0.613666223320257

#### **Probabilidade de Falha = 0.203055065785558**

# Registros de Execução

Início da análise às 01:31:25.720351 2025-08-07

Início da iteração de número 1 às 01:31:25.722579 2025-08-07

Início da iteração de número 2 às 01:31:46.362324 2025-08-07

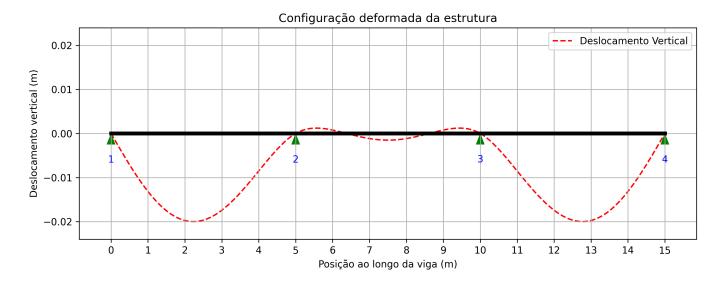
Início da iteração de número 3 às 01:32:08.066178 2025-08-07

Início da iteração de número 4 às 01:32:32.990716 2025-08-07

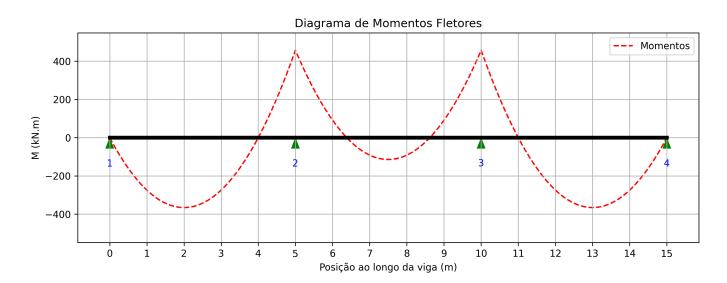
Última iteração finalizada às 01:32:54.767529 2025-08-07

# Resultados do MEF no Ponto de Projeto

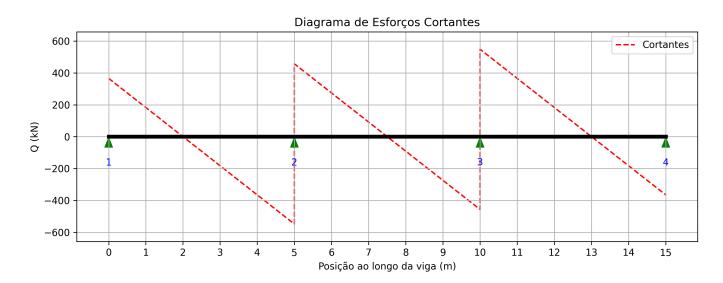
# Elástica da Viga



#### **Momentos Fletores**



### **Esforços Cortantes**



Página 4

### Relatório de Análise de Confiabilidade - Método FORM

#### Estado Limite - Flecha Máxima

### Resultados por Iteração

# Iteração 1

Beta: 7.92533960663246

Função de estado limite: 0.0127757923535243

Avaliações da função: 55

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	12.0233254483234	-4.68405237313041	0.591022291235378
Carregamento Permanente (kN/m)	118.23418588669	1.82341858866898	-0.230074505216536
Carregamento Variável (kN/m)	147.518591545929	3.24285074669161	-0.409174989041198
Base da Seção (m)	0.174661775291858	-2.11151872567849	0.266426277040724
Altura da Seção (m)	0.471725237415016	-4.75091713277718	0.599459123341704

#### Iteração 2

Beta: 5.46285440418913

Função de estado limite: -0.0422448723846942

Avaliações da função: 63

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	12.6180098282718	-4.54412278449177	0.831822056433933
Carregamento Permanente (kN/m)	104.837487706644	0.483748770664446	-0.088552382119774
Carregamento Variável (kN/m)	132.186560287987	1.81843221077589	-0.332872171987862
Base da Seção (m)	0.189401063054398	-0.883244745466846	0.16168191207687
Altura da Seção (m)	0.540398476949735	-2.20746381672042	0.404086152292041

# Iteração 3

Beta: 4.49035320366085

Função de estado limite: -0.0124483311200836

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	15.8753653721783	-3.77766508579637	0.84128461937394
Carregamento Permanente (kN/m)	104.732002100392	0.473200210039226	-0.105381512005212
Carregamento Variável (kN/m)	123.83997247787	1.52883407518621	-0.340470783888404
Base da Seção (m)	0.191472584600067	-0.710617949994395	0.158254355005983
Altura da Seção (m)	0.554608764248631	-1.68115687968032	0.374393016190737

Beta: 4.10935462036346

Função de estado limite: -0.00275873102043588

Avaliações da função: 63

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	18.1583676042392	-3.24047330144404	0.788560151364456
Carregamento Permanente (kN/m)	105.295807897282	0.529580789728233	-0.128872009999807
Carregamento Variável (kN/m)	124.857023739751	1.55072350710807	-0.377364245817001
Base da Seção (m)	0.190896443427344	-0.758629714388025	0.184610427785598
Altura da Seção (m)	0.552267161864032	-1.76788289392474	0.430209377687725

# Iteração 5

Beta: 4.04466010407839

Função de estado limite: -0.000352117277392913

Avaliações da função: 55

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	19.1263977238142	-3.01269523800674	0.744857456617658
Carregamento Permanente (kN/m)	105.592921300814	0.559292130081406	-0.13827914229862
Carregamento Variável (kN/m)	128.063307305213	1.65862057406711	-0.410076627302913
Base da Seção (m)	0.190289989808044	-0.809167515996309	0.200058223725745
Altura da Seção (m)	0.549025310003193	-1.88795148136322	0.466776300797074

### Iteração 6

Beta: 4.03687415195635

Função de estado limite: -2.93435854448326e-5

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	19.5194533223041	-2.92020902168269	0.723383715161766
Carregamento Permanente (kN/m)	105.624614786416	0.562461478641647	-0.139330942077812
Carregamento Variável (kN/m)	130.444708614173	1.73379465539822	-0.429489399504313
Base da Seção (m)	0.190054727299416	-0.828772725048633	0.205300609791611
Altura da Seção (m)	0.547648809291735	-1.938932989195	0.480305532501019

Beta: 4.0354039140482

Função de estado limite: -3.33287623624848e-6

Avaliações da função: 59

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	19.6907473475897	-2.87990343555583	0.7136592759724
Carregamento Permanente (kN/m)	105.603108687897	0.560310868789733	-0.138848769720215
Carregamento Variável (kN/m)	131.794370723123	1.77533198750532	-0.439939105308633
Base da Seção (m)	0.189978045704047	-0.835162857996045	0.206958925496564
Altura da Seção (m)	0.547177951762485	-1.95637215694501	0.48480206656251

# Iteração 8

Beta: 4.03507910128388

Função de estado limite: -4.74377770554729e-7

Avaliações da função: 51

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	19.7685390773252	-2.86159899523701	0.709180396073649
Carregamento Permanente (kN/m)	105.584932093212	0.558493209321183	-0.138409482268509
Carregamento Variável (kN/m)	132.488304731862	1.7965818208167	-0.445240793481609
Base da Seção (m)	0.189950300482127	-0.837474959822788	0.20754858549274
Altura da Seção (m)	0.547007526166185	-1.96268421606722	0.486405388048709

# Iteração 9

Beta: 4.03500579948185

Função de estado limite: -7.79248753336736e-8

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	19.8046258648493	-2.85310775264888	0.707088885229176
Carregamento Permanente (kN/m)	105.574490744959	0.557449074495893	-0.138153227578379
Carregamento Variável (kN/m)	132.829525039319	1.80702548582682	-0.447837147113609
Base da Seção (m)	0.189939066404282	-0.838411132976523	0.207784368757087
Altura da Seção (m)	0.546939509949855	-1.96520333519055	0.487038540426115

Beta: 4.03498927544882

Função de estado limite: -1.44952913803953e-8

Avaliações da função: 53

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	19.8215408473149	-2.84912764720467	0.70610538286691
Carregamento Permanente (kN/m)	105.569138375385	0.556913837538476	-0.13802114442461
Carregamento Variável (kN/m)	132.993849739925	1.81205612925836	-0.449085736183722
Base da Seção (m)	0.189934165894726	-0.83881950877286	0.207886428317596
Altura da Seção (m)	0.546910203418922	-1.96628876226216	0.487309538646406

# Iteração 11

Beta: 4.03498556283688

Função de estado limite: -2.93888744937187e-9

Avaliações da função: 55

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	19.8295080553569	-2.84725295840924	0.705641424007332
Carregamento Permanente (kN/m)	105.566515526218	0.55665155262178	-0.137956268728361
Carregamento Variável (kN/m)	133.072220065673	1.81445589862245	-0.449680889898093
Base da Seção (m)	0.189931937825196	-0.839005181233691	0.207932635239421
Altura da Seção (m)	0.546896976643448	-1.96677864283525	0.487431395281738

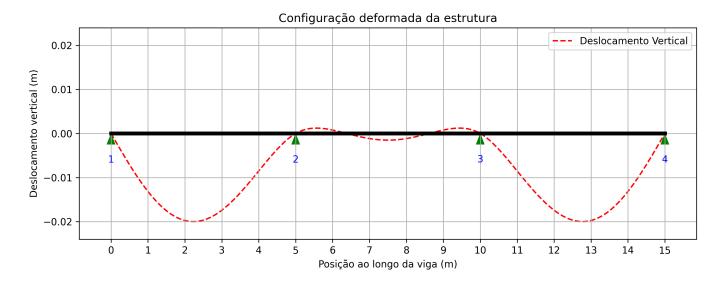
### Probabilidade de Falha = 2.73028275214139e-5

#### Registros de Execução

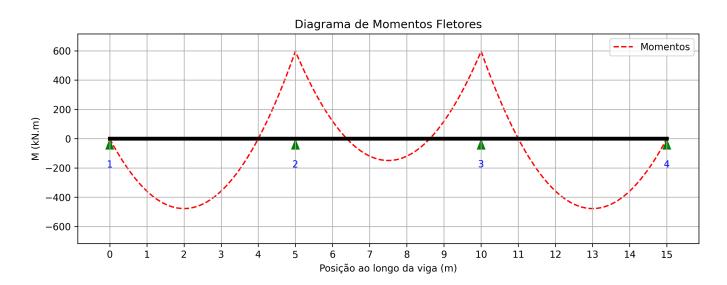
Início da análise às 02:04:58.365692 2025-08-07
Início da iteração de número 1 às 02:04:58.366962 2025-08-07
Início da iteração de número 2 às 02:05:20.996323 2025-08-07
Início da iteração de número 3 às 02:05:46.749365 2025-08-07
Início da iteração de número 4 às 02:06:09.336086 2025-08-07
Início da iteração de número 5 às 02:06:35.062868 2025-08-07
Início da iteração de número 6 às 02:06:57.567855 2025-08-07
Início da iteração de número 7 às 02:07:20.931264 2025-08-07
Início da iteração de número 8 às 02:07:45.098450 2025-08-07
Início da iteração de número 9 às 02:08:07.283163 2025-08-07
Início da iteração de número 10 às 02:08:33.097963 2025-08-07
Início da iteração de número 11 às 02:08:54.807556 2025-08-07
Última iteração finalizada às 02:09:17.361703 2025-08-07

# Resultados do MEF no Ponto de Projeto

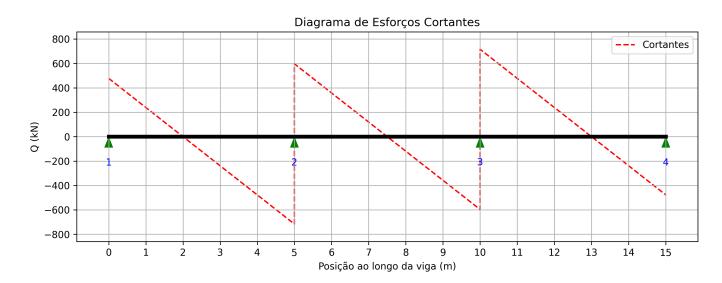
# Elástica da Viga



#### **Momentos Fletores**



### **Esforços Cortantes**



Página 6

### Relatório de Análise de Confiabilidade - Método FOSM

### Estado Limite - Tensão de Compressão

## Resultados por Iteração

# Iteração 1

Beta: 4.66750463752191

Função de estado limite: -64968.75

Avaliações da função: 53

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.929999999999	-2.7846290523044e-14	-5.96599097067599e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	84.2816742126363	-1.57183257873637	-0.336760796357964
Carregamento Variável (kN/m)	38.6208801060297	-2.92360859645002	-0.626375081225892
Base da Seção (m)	0.221842185514124	1.82018212617701	0.389969002182586
Altura da Seção (m)	0.449144917406775	2.73027318926528	0.584953503273828

#### Iteração 2

Beta: 6.43430886361985

Função de estado limite: -15694.1033257488

Avaliações da função: 51

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.9300000000002	4.18119275333036e-14	6.49827796886032e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	73.4472433192331	-2.65527566807669	-0.412674573813181
Carregamento Variável (kN/m)	1.13808298722181	-4.93881274262248	-0.76757470729249
Base da Seção (m)	0.221183069046563	1.76525575388029	0.274350484457033
Altura da Seção (m)	0.447082448625789	2.6156915903216	0.406522541233753

### Iteração 3

Beta: 6.30210653906449

Função de estado limite: 194.347989164795

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.93	-1.09783163552385e-14	-1.74200742040584e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	71.7710222089321	-2.82289777910679	-0.447929237883978
Carregamento Variável (kN/m)	-4.66097156617903	-5.25058986914941	-0.833148382465909
Base da Seção (m)	0.213707528526688	1.14229404389065	0.181255908133253
Altura da Seção (m)	0.430516584962186	1.69536583123257	0.269015736361105

Beta: 6.29057370207703

Função de estado limite: 85.6368964945432

Avaliações da função: 47

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.93	9.88494528667904e-15	1.57139010761693e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	71.629877766534	-2.8370122233466	-0.450994195077926
Carregamento Variável (kN/m)	-5.14927487886889	-5.27684273542306	-0.838849202844685
Base da Seção (m)	0.212828959785623	1.06907998213521	0.169949520149843
Altura da Seção (m)	0.4286572091135	1.59206717297223	0.253087754531286

# Iteração 5

Beta: 6.29053241954256

Função de estado limite: 0.291148170439556

Avaliações da função: 47

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.93	0.0	0.0
Carregamento Permanente (kN/m)	71.6165189424302	-2.83834810575698	-0.451209518758569
Carregamento Variável (kN/m)	-5.19549106676148	-5.27932747670761	-0.839249704890879
Base da Seção (m)	0.212767103433237	1.06392528610307	0.169131198306492
Altura da Seção (m)	0.428524988695649	1.58472159420272	0.251921695734295

# Iteração 6

Beta: 6.29053153482087

Função de estado limite: 0.00673938821273623

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.93	1.1187758583557e-14	1.77850767007968e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	71.6149725882211	-2.83850274117789	-0.451234164468539
Carregamento Variável (kN/m)	-5.20084083379284	-5.27961509859101	-0.839295545911504
Base da Seção (m)	0.212760066005635	1.06333883380293	0.169037994312067
Altura da Seção (m)	0.428509773288947	1.58387629383038	0.251787354544353

# Probabilidade de Falha = 1.58190384299064e-10

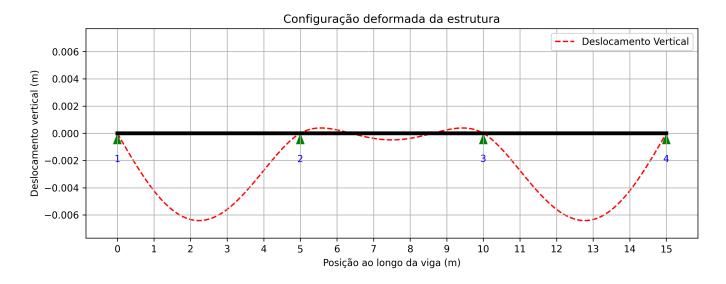
# Registros de Execução

Início da análise às 01:46:31.202678 2025-08-07
Início da iteração de número 1 às 01:46:31.203799 2025-08-07
Início da iteração de número 2 às 01:46:53.135560 2025-08-07
Início da iteração de número 3 às 01:47:14.818631 2025-08-07
Início da iteração de número 4 às 01:47:34.147235 2025-08-07
Início da iteração de número 5 às 01:47:53.520686 2025-08-07
Início da iteração de número 6 às 01:48:12.905204 2025-08-07

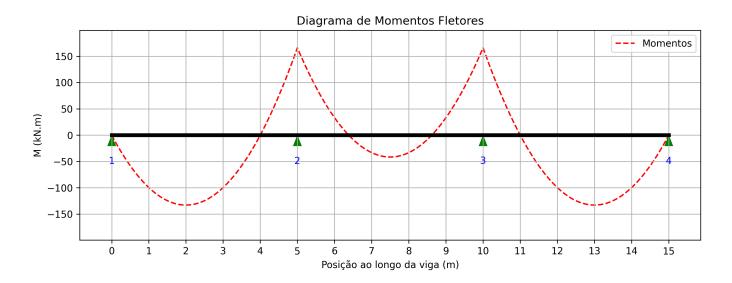
Última iteração finalizada às 01:48:32.271374 2025-08-07

# Resultados do MEF no Ponto de Projeto

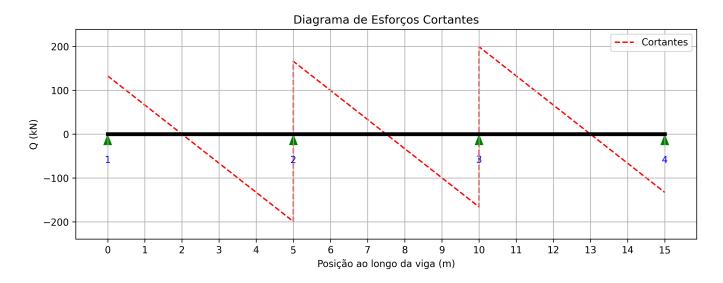
# Elástica da Viga



#### **Momentos Fletores**



# **Esforços Cortantes**



Página 5

# Relatório de Análise de Confiabilidade - Método FORM (NORMAIS)

### Estado Limite - Tensão de Compressão

### Resultados por Iteração

# Iteração 1

Beta: 4.66750463752192

Função de estado limite: -64968.75

Avaliações da função: 53

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.929999999999	-2.7846290523044e-14	-5.96599097067599e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	84.2816742126363	-1.57183257873637	-0.336760796357964
Carregamento Variável (kN/m)	38.6208801060296	-2.92360859645002	-0.626375081225892
Base da Seção (m)	0.221842185514124	1.82018212617701	0.389969002182586
Altura da Seção (m)	0.449144917406775	2.73027318926528	0.584953503273828

#### Iteração 2

Beta: 6.43430886361987

Função de estado limite: -15694.1033257488

Avaliações da função: 43

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.93	0.0	0.0
Carregamento Permanente (kN/m)	73.447243319234	-2.6552756680766	-0.412674573813165
Carregamento Variável (kN/m)	1.13808298722007	-4.93881274262255	-0.767574707292499
Base da Seção (m)	0.221183069046564	1.76525575388036	0.274350484457043
Altura da Seção (m)	0.447082448625788	2.61569159032158	0.406522541233747

#### Iteração 3

Beta: 6.30210653904209

Função de estado limite: 194.3479891651

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.9300000000002	5.18196675646232e-14	8.22259465840445e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	71.7710222100632	-2.82289777899368	-0.447929237867621
Carregamento Variável (kN/m)	-4.66097156789873	-5.25058986921524	-0.833148382479317
Base da Seção (m)	0.213707528526138	1.14229404384479	0.181255908126621
Altura da Seção (m)	0.430516584960964	1.69536583116465	0.269015736351285

Beta: 6.29057370208836

Função de estado limite: 85.6368965076654

Avaliações da função: 47

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.929999999999	-1.13359464301083e-14	-1.80205287577268e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	71.6298777652211	-2.83701222347789	-0.450994195097985
Carregamento Variável (kN/m)	-5.14927487703001	-5.27684273533788	-0.838849202829635
Base da Seção (m)	0.212828959786137	1.06907998217812	0.169949520156358
Altura da Seção (m)	0.428657209114657	1.59206717303651	0.253087754541048

# Iteração 5

Beta: 6.29053241958863

Função de estado limite: 0.291148168049403

Avaliações da função: 55

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.930000000001	1.30738709910533e-14	2.07834092871717e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	71.6165189365356	-2.83834810634644	-0.451209518848972
Carregamento Variável (kN/m)	-5.19549105813402	-5.27932747629864	-0.83924970481972
Base da Seção (m)	0.212767103435957	1.06392528632979	0.169131198341294
Altura da Seção (m)	0.42852498870172	1.58472159454001	0.25192169578607

### Iteração 6

Beta: 6.29053153481733

Função de estado limite: 0.00673938767431537

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.930000000001	1.30627210923049e-14	2.07656873191149e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	71.6149725887519	-2.83850274112481	-0.451234164460354
Carregamento Variável (kN/m)	-5.20084083421209	-5.27961509860933	-0.839295545914888
Base da Seção (m)	0.212760066005759	1.06333883381321	0.169037994313797
Altura da Seção (m)	0.428509773289183	1.5838762938435	0.251787354546581

# Probabilidade de Falha = 1.58190384302668e-10

# Registros de Execução

Início da análise às 01:41:04.493650 2025-08-07

Início da iteração de número 1 às 01:41:04.494652 2025-08-07

Início da iteração de número 2 às 01:41:27.431614 2025-08-07

Início da iteração de número 3 às 01:41:45.691507 2025-08-07

Início da iteração de número 4 às 01:42:07.469691 2025-08-07

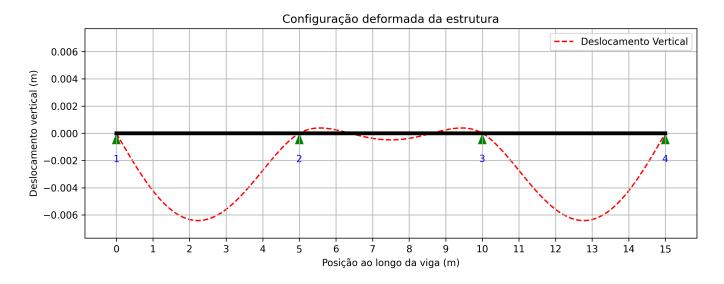
Início da iteração de número 5 às 01:42:27.580924 2025-08-07

Início da iteração de número 6 às 01:42:50.993031 2025-08-07

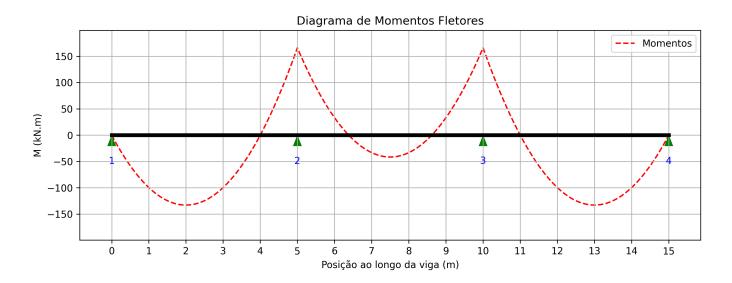
Última iteração finalizada às 01:43:14.422477 2025-08-07

# Resultados do MEF no Ponto de Projeto

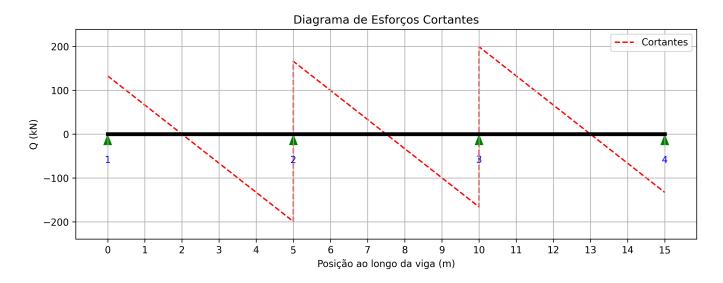
# Elástica da Viga



#### **Momentos Fletores**



# **Esforços Cortantes**



Página 5

### Relatório de Análise de Confiabilidade - Método FOSM

### Estado Limite - Tensão de Compressão

### Resultados por Iteração

# Iteração 1

Beta: 2.37753122228741

Função de estado limite: -14708.3333333333

Avaliações da função: 49

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.929999999999	-3.48922107075432e-14	-1.4675815981072e-14
Carregamento Permanente (kN/m)	91.9934069221657	-0.800659307783425	-0.336760796357961
Carregamento Variável (kN/m)	65.3003905879193	-1.48922631247745	-0.626375081225926
Base da Seção (m)	0.211125961740959	0.927163478413282	0.38996900218255
Altura da Seção (m)	0.637550120875737	1.3907452176199	0.584953503273818

#### Iteração 2

Beta: 2.78755225170535

Função de estado limite: -1993.65957316925

Avaliações da função: 45

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.9300000000001	1.58686934156892e-14	5.6926981031409e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	89.4894026173114	-1.05105973826886	-0.377054721620323
Carregamento Variável (kN/m)	56.6375372948506	-1.95497111318007	-0.701321782213795
Base da Seção (m)	0.211276124160276	0.939677013356293	0.337097542398146
Altura da Seção (m)	0.637807868136129	1.40029141244921	0.502337278733538

#### Iteração 3

Beta: 2.78647918324207

Função de estado limite: -3.00655879986152

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.93	0.0	0.0
Carregamento Permanente (kN/m)	89.2180374327829	-1.07819625672171	-0.386938565055859
Carregamento Variável (kN/m)	55.6987223024545	-2.00544503750245	-0.719705731003924
Base da Seção (m)	0.210738414913365	0.894867909447119	0.321146454216802
Altura da Seção (m)	0.636016023489413	1.33392679590419	0.478714071838917

Beta: 2.78633851407686

Função de estado limite: 0.594788300946675

Avaliações da função: 51

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.929999999999	-3.25105089283991e-14	-1.16678245533171e-14
Carregamento Permanente (kN/m)	89.1986281520019	-1.08013718479981	-0.387654687089473
Carregamento Variável (kN/m)	55.6315739546673	-2.00905516372757	-0.721037717986389
Base da Seção (m)	0.210695874910859	0.891322909238279	0.319890388312557
Altura da Seção (m)	0.635882855731614	1.32899465672643	0.476968125018627

# Iteração 5

Beta: 2.78633782726437

Função de estado limite: 0.00290587410927401

Avaliações da função: 49

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.93	-4.64207304615185e-15	-1.66601228348159e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	89.1972402394809	-1.08027597605191	-0.387704593994808
Carregamento Variável (kN/m)	55.6267723325085	-2.00931331545653	-0.721130544830338
Base da Seção (m)	0.210693018395953	0.891084866329396	0.31980503498539
Altura da Seção (m)	0.635873542298575	1.32864971476203	0.47684444497762

### Probabilidade de Falha = 0.00266536420639521

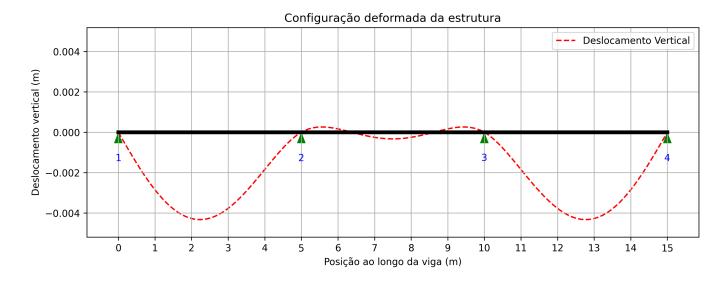
# Registros de Execução

Início da análise às 01:55:07.624431 2025-08-07
Início da iteração de número 1 às 01:55:07.625549 2025-08-07
Início da iteração de número 2 às 01:55:28.117349 2025-08-07
Início da iteração de número 3 às 01:55:46.920629 2025-08-07
Início da iteração de número 4 às 01:56:05.792722 2025-08-07
Início da iteração de número 5 às 01:56:27.634916 2025-08-07

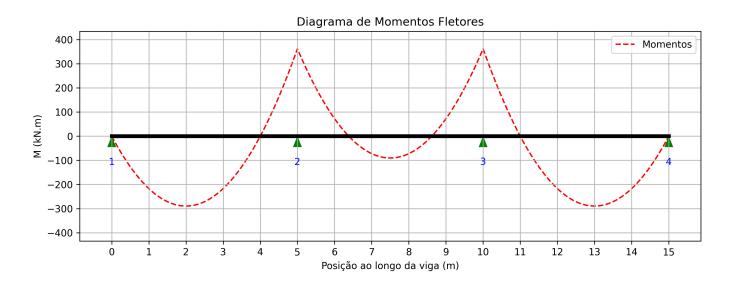
Última iteração finalizada às 01:56:48.014251 2025-08-07

# Resultados do MEF no Ponto de Projeto

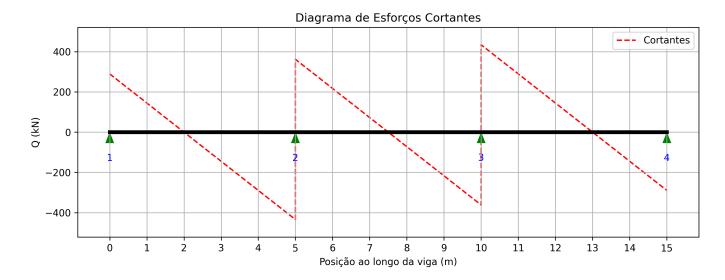
# Elástica da Viga



#### **Momentos Fletores**



# **Esforços Cortantes**



Página 4

# Relatório de Análise de Confiabilidade - Método FORM (NORMAIS)

### Estado Limite - Tensão de Compressão

### Resultados por Iteração

# Iteração 1

Beta: 2.37753122228741

Função de estado limite: -14708.3333333333

Avaliações da função: 49

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.929999999999	-3.48922107075432e-14	-1.4675815981072e-14
Carregamento Permanente (kN/m)	91.9934069221658	-0.800659307783425	-0.336760796357961
Carregamento Variável (kN/m)	65.3003905879193	-1.48922631247745	-0.626375081225926
Base da Seção (m)	0.211125961740959	0.927163478413282	0.38996900218255
Altura da Seção (m)	0.637550120875737	1.3907452176199	0.584953503273818

#### Iteração 2

Beta: 2.78755225170535

Função de estado limite: -1993.65957316925

Avaliações da função: 45

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.930000000001	1.58686934156892e-14	5.69269810314091e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	89.4894026173115	-1.05105973826885	-0.377054721620319
Carregamento Variável (kN/m)	56.6375372948505	-1.95497111318008	-0.701321782213797
Base da Seção (m)	0.211276124160276	0.939677013356294	0.337097542398147
Altura da Seção (m)	0.637807868136129	1.40029141244921	0.502337278733539

#### Iteração 3

Beta: 2.78647918324206

Função de estado limite: -3.00655879984333

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.929999999999	-1.79558974254669e-14	-6.44393740080815e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	89.2180374327826	-1.07819625672174	-0.38693856505587
Carregamento Variável (kN/m)	55.6987223024544	-2.00544503750245	-0.719705731003926
Base da Seção (m)	0.210738414913366	0.894867909447151	0.321146454216813
Altura da Seção (m)	0.636016023489412	1.33392679590413	0.478714071838898

Beta: 2.78633851407686

Função de estado limite: 0.594788300935761

Avaliações da função: 43

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.93	-6.50210178567973e-15	-2.33356491066339e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	89.1986281520025	-1.08013718479975	-0.387654687089451
Carregamento Variável (kN/m)	55.6315739546683	-2.00905516372751	-0.72103771798637
Base da Seção (m)	0.210695874910861	0.891322909238396	0.319890388312599
Altura da Seção (m)	0.635882855731615	1.32899465672648	0.476968125018646

# Iteração 5

Beta: 2.78633782726437

Função de estado limite: 0.00290587411291199

Avaliações da função: 49

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.93	9.28414609230368e-15	3.33202456696318e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	89.1972402394805	-1.08027597605195	-0.387704593994823
Carregamento Variável (kN/m)	55.6267723325095	-2.00931331545648	-0.721130544830318
Base da Seção (m)	0.210693018395953	0.891084866329403	0.319805034985392
Altura da Seção (m)	0.635873542298576	1.32864971476207	0.476844444977636

## Probabilidade de Falha = 0.00266536420639521

# Registros de Execução

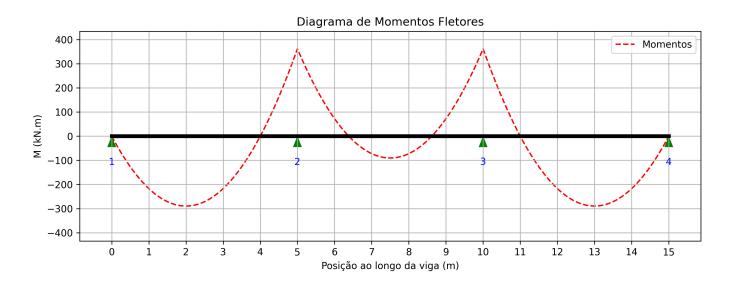
Início da análise às 02:01:48.218000 2025-08-07
Início da iteração de número 1 às 02:01:48.219097 2025-08-07
Início da iteração de número 2 às 02:02:08.575611 2025-08-07
Início da iteração de número 3 às 02:02:27.788118 2025-08-07
Início da iteração de número 4 às 02:02:48.076625 2025-08-07
Início da iteração de número 5 às 02:03:05.813116 2025-08-07
Última iteração finalizada às 02:03:26.072095 2025-08-07

# Resultados do MEF no Ponto de Projeto

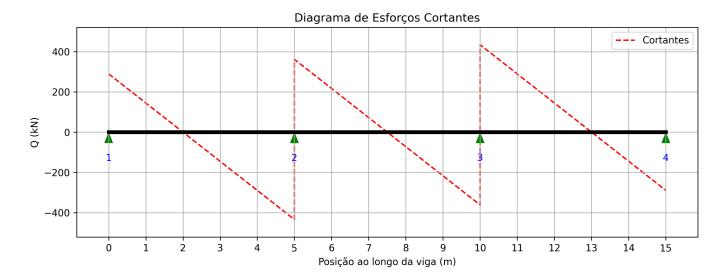
# Elástica da Viga



#### **Momentos Fletores**



# **Esforços Cortantes**



Página 4

## Relatório de Análise de Confiabilidade - Método FORM

## Estado Limite - Tensão de Compressão

## Resultados por Iteração

# Iteração 1

Beta: 4.64003949017212

Função de estado limite: -64968.75

Avaliações da função: 53

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.929999999999	-2.81603088908302e-14	-6.06898043658366e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	84.1044210519686	-1.58955789480314	-0.342574216915592
Carregamento Variável (kN/m)	39.5706261155574	-2.82694222714655	-0.609249605123874
Base da Seção (m)	0.222088496506188	1.84070804218233	0.39670094318832
Altura da Seção (m)	0.449699117138919	2.76106206327326	0.595051414782428

#### Iteração 2

Beta: 7.99302332043997

Função de estado limite: -15805.0554765235

Avaliações da função: 43

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.93	0.0	0.0
Carregamento Permanente (kN/m)	50.4266339945678	-4.95733660054322	-0.620207949083069
Carregamento Variável (kN/m)	57.018597111181	-2.0615284539125	-0.257915981383503
Base da Seção (m)	0.23975272652394	3.31272721032834	0.41445233893625
Altura da Seção (m)	0.488345302851648	4.90807238064712	0.614044546585529

# Iteração 3

Beta: 8.86805888283382

Função de estado limite: -2687.77647879709

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.929999999997	-7.66413500491923e-14	-8.64240428055224e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	43.0979365509151	-5.69020634488736	-0.641651845129499
Carregamento Variável (kN/m)	49.5669199185781	-4.07266369772897	-0.459250863299132
Base da Seção (m)	0.236720965982218	3.06008049851818	0.345067679291313
Altura da Seção (m)	0.481126576800291	4.50703204446127	0.508232083707256

Beta: 8.84982836740177

Função de estado limite: 134.063715857068

Avaliações da função: 55

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.929999999998	-4.01174786656695e-14	-4.53313635024174e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	37.8429119232033	-6.21570880754981	-0.702353599358524
Carregamento Variável (kN/m)	53.2845548137966	-3.54762397181447	-0.400869240004936
Base da Seção (m)	0.235037368882646	2.91978074022051	0.329925126116059
Altura da Seção (m)	0.477574927124806	4.3097181736004	0.486983249243024

# Iteração 5

Beta: 8.85634944531596

Função de estado limite: 1.14944918162291

Avaliações da função: 45

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.930000000005	1.18661221029899e-13	1.33984348475159e-14
Carregamento Permanente (kN/m)	38.8506092011188	-6.11493908526618	-0.690458198722084
Carregamento Variável (kN/m)	51.182998555912	-3.91202883572073	-0.441720243750067
Base da Seção (m)	0.234140277491016	2.84502312425135	0.321241064596436
Altura da Seção (m)	0.475609255059199	4.20051416995549	0.474294086507292

## Iteração 6

Beta: 8.85802152994708

Função de estado limite: 1.23248499563488

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.929999999999	-1.65788804230168e-14	-1.87162340562925e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	37.940041401729	-6.20599586402784	-0.700607448632484
Carregamento Variável (kN/m)	52.3800707980094	-3.72325839330792	-0.420326184658773
Base da Seção (m)	0.234363904668658	2.86365872238816	0.323284235955708
Altura da Seção (m)	0.47612737431282	4.22929857293472	0.477454085953209

Beta: 8.85871675420808

Função de estado limite: 0.0869444464951812

Avaliações da função: 57

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.9300000000002	3.85536338082824e-14	4.35205627157778e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	38.3914817475595	-6.16085181891006	-0.69545646280919
Carregamento Variável (kN/m)	51.7116945041539	-3.83427112844908	-0.432824666916652
Base da Seção (m)	0.234189832645918	2.8491527204932	0.321621381464736
Altura da Seção (m)	0.475731587806705	4.20731043370554	0.474934524992797

# Iteração 8

Beta: 8.85891186467022

Função de estado limite: 0.0490040505173965

Avaliações da função: 51

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.9300000000002	4.6316327171069e-14	5.22821853051511e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	38.1247371468096	-6.18752629533983	-0.698452178987804
Carregamento Variável (kN/m)	52.092552409551	-3.772916037164	-0.4258893298409
Base da Seção (m)	0.234280854368572	2.85673786404765	0.322470514176855
Altura da Seção (m)	0.475939931023692	4.21888505687228	0.476230616278891

# Iteração 9

Beta: 8.85897897755659

Função de estado limite: 0.0136182810747414

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.93	0.0	0.0
Carregamento Permanente (kN/m)	38.2734343624105	-6.17265656781848	-0.696768395483987
Carregamento Variável (kN/m)	51.8783322252072	-3.80800341772517	-0.429846760825644
Base da Seção (m)	0.234228478507842	2.8523732089868	0.321975389738821
Altura da Seção (m)	0.475820171824985	4.21223176805416	0.47547598642298

Beta: 8.85899955835531

Função de estado limite: 0.00447649073248613

Avaliações da função: 53

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.9300000000002	4.53672446763155e-14	5.12103475990443e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	38.1889821762371	-6.18110178930014	-0.697720069696862
Carregamento Variável (kN/m)	51.9998409274772	-3.78829172863669	-0.427620715373418
Base da Seção (m)	0.234258074492314	2.85483954102618	0.322253040224351
Altura da Seção (m)	0.475887860856325	4.21599226979681	0.475899365614092

# Iteração 11

Beta: 8.85900628728023

Função de estado limite: 0.00143408858275507

Avaliações da função: 43

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.929999999997	-6.34912128164237e-14	-7.16685492227096e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	38.2366730091828	-6.17633269498809	-0.697181206864711
Carregamento Variável (kN/m)	51.9312586949392	-3.79947711660852	-0.428882991319671
Base da Seção (m)	0.234241384229804	2.85344868581699	0.322095796445474
Altura da Seção (m)	0.475849682852611	4.21387126958921	0.475659586746144

# Probabilidade de Falha = 4.03654089672454e-19

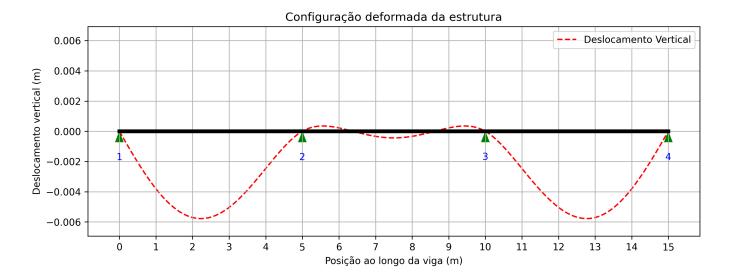
#### Registros de Execução

Início da análise às 01:33:13.815389 2025-08-07

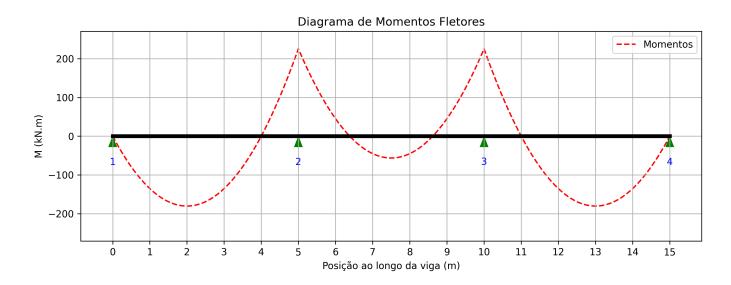
Início da iteração de número 1 às 01:33:13.816439 2025-08-07
Início da iteração de número 2 às 01:33:36.009168 2025-08-07
Início da iteração de número 3 às 01:33:54.510737 2025-08-07
Início da iteração de número 4 às 01:34:14.162067 2025-08-07
Início da iteração de número 5 às 01:34:37.100125 2025-08-07
Início da iteração de número 6 às 01:34:55.891027 2025-08-07
Início da iteração de número 7 às 01:35:15.556966 2025-08-07
Início da iteração de número 8 às 01:35:39.285767 2025-08-07
Início da iteração de número 9 às 01:36:02.084993 2025-08-07
Início da iteração de número 10 às 01:36:20.252614 2025-08-07
Início da iteração de número 11 às 01:36:42.466156 2025-08-07
Última iteração finalizada às 01:37:01.214009 2025-08-07

# Resultados do MEF no Ponto de Projeto

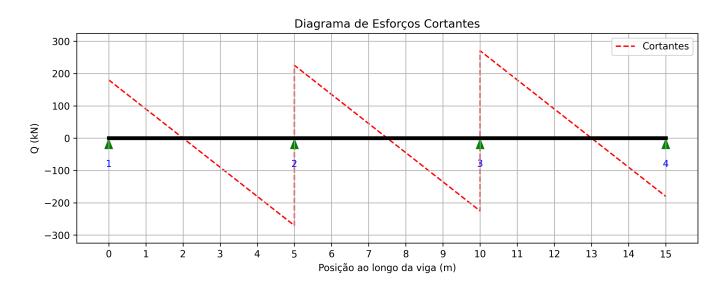
# Elástica da Viga



#### **Momentos Fletores**



# **Esforços Cortantes**



Página 6

## Relatório de Análise de Confiabilidade - Método FORM

## Estado Limite - Tensão de Compressão

## Resultados por Iteração

# Iteração 1

Beta: 2.31053481514574

Função de estado limite: -14708.3333333333

Avaliações da função: 49

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.929999999999	-3.44943463886153e-14	-1.49291610593799e-14
Carregamento Permanente (kN/m)	92.0847034504524	-0.791529654954758	-0.342574216915589
Carregamento Variável (kN/m)	64.8112116469212	-1.40769242375259	-0.609249605123908
Base da Seção (m)	0.210999096085252	0.916591340437684	0.396700943188284
Altura da Seção (m)	0.637121949287726	1.37488701065651	0.595051414782419

#### Iteração 2

Beta: 3.06773001568291

Função de estado limite: -1977.49684343353

Avaliações da função: 45

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.93	0.0	0.0
Carregamento Permanente (kN/m)	85.3223096914622	-1.46776903085378	-0.478454434826475
Carregamento Variável (kN/m)	71.4618519180316	-1.31594327813152	-0.42896319800117
Base da Seção (m)	0.215716334150658	1.30969451255484	0.42692626334762
Altura da Seção (m)	0.652699235320036	1.9518235303717	0.636243580886697

## Iteração 3

Beta: 3.11537156273249

Função de estado limite: -90.8203426156579

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.930000000001	2.34894392596392e-14	7.53985159928617e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	85.4715277964564	-1.45284722035436	-0.466347975225166
Carregamento Variável (kN/m)	69.5120625056118	-1.56131790154932	-0.501165870622473
Base da Seção (m)	0.215205531160771	1.26712759673093	0.406734019109918
Altura da Seção (m)	0.65088227899021	1.88452885148925	0.604913029968193

Beta: 3.11670573468878

Função de estado limite: 1.26402417833015

Avaliações da função: 49

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.93	5.0600269222902e-15	1.62351769882295e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	85.2104629244483	-1.47895370755517	-0.474524653095893
Carregamento Variável (kN/m)	70.0959201118274	-1.50887260423646	-0.48412417875797
Base da Seção (m)	0.215337315826485	1.27810965220712	0.410083517985617
Altura da Seção (m)	0.651344670870313	1.90165447667824	0.610148868246664

# Iteração 5

Beta: 3.11685226507603

Função de estado limite: 0.0375573119272303

Avaliações da função: 51

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.93	6.78488468358716e-15	2.17683871629432e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	85.2757066975856	-1.47242933024144	-0.472409086160367
Carregamento Variável (kN/m)	69.9237042572947	-1.52593668360201	-0.489576198621908
Base da Seção (m)	0.215292094110918	1.27434117590979	0.408855174237367
Altura da Seção (m)	0.651188266820331	1.89586173408635	0.608261660435195

## Iteração 6

Beta: 3.1168645687118

Função de estado limite: 0.00401865638195886

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.930000000001	2.54194259804795e-14	8.15544770075953e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	85.2557836062034	-1.47442163937966	-0.47304642433952
Carregamento Variável (kN/m)	69.9753317102311	-1.52097031178804	-0.487980878943565
Base da Seção (m)	0.215305452532353	1.27545437769608	0.409210714671258
Altura da Seção (m)	0.651234525921096	1.89757503411467	0.608808946389012

Beta: 3.11686568362476

Função de estado limite: 0.000354234696715139

Avaliações da função: 47

Variável	x	у	Cossenos Diretores
Módulo de Elasticidade (GPa)	31.929999999999	-1.65736524872692e-14	-5.31740991417855e-15
Carregamento Permanente (kN/m)	85.2617179850839	-1.47382820149161	-0.472855859408616
Carregamento Variável (kN/m)	69.9599490148772	-1.52246290222492	-0.488459579834821
Base da Seção (m)	0.215301468200112	1.27512235000937	0.409104042149955
Altura da Seção (m)	0.651220728042734	1.89706400158274	0.608644771428374

### Probabilidade de Falha = 0.000913924149729912

# Registros de Execução

Início da análise às 02:09:34.737472 2025-08-07
Início da iteração de número 1 às 02:09:34.739030 2025-08-07

......

Início da iteração de número 2 às 02:09:55.116162 2025-08-07

Início da iteração de número 3 às 02:10:13.758067 2025-08-07

Início da iteração de número 4 às 02:10:33.259044 2025-08-07

Início da iteração de número 5 às 02:10:53.566338 2025-08-07

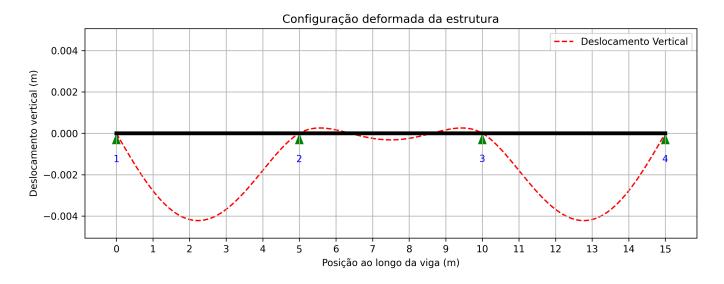
Início da iteração de número 6 às 02:11:14.711143 2025-08-07

Início da iteração de número 7 às 02:11:36.498018 2025-08-07

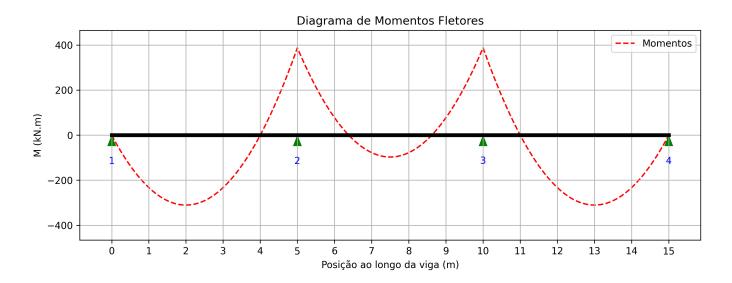
Última iteração finalizada às 02:11:56.031886 2025-08-07

# Resultados do MEF no Ponto de Projeto

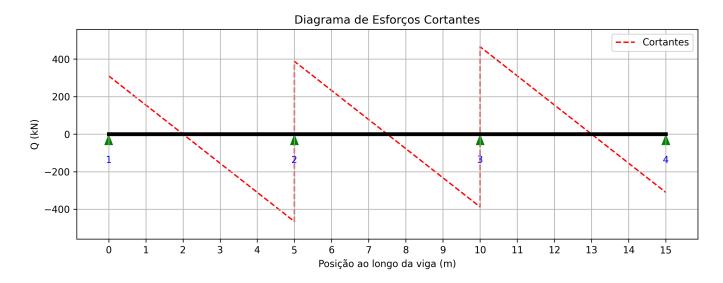
# Elástica da Viga



#### **Momentos Fletores**



# **Esforços Cortantes**



Página 5