



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

YGOR VINICIUS MATOS SÁ

**ANÁLISE NUMÉRICA DE LAJES NERVURADAS DE CONCRETO
ARMADO COM BARRAS DE POLÍMEROS REFORÇADOS COM
FIBRAS (FRP)**

**São Luís (MA)
2025**

YGOR VINICIUS MATOS SÁ

**ANÁLISE NUMÉRICA DE LAJES NERVURADAS DE CONCRETO
ARMADO COM BARRAS DE POLÍMEROS REFORÇADOS COM
FIBRAS (FRP)**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Universidade Federal do Maranhão – Campus de
São Luís, como requisito para a obtenção do título
de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Wallace Maia de Souza

São Luís (MA)

2025

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Diretoria Integrada de Bibliotecas/UFMA

Matos Sá, Ygor Vinicius.

ANÁLISE NUMÉRICA DE LAJES NERVURADAS DE CONCRETO ARMADO
COM BARRAS DE POLÍMEROS REFORÇADOS COM FIBRAS FRP / Ygor
Vinicius Matos Sá. - 2025.

62 f.

Orientador(a): Wallace Maia de Souza.

Monografia (Graduação) - Curso de Engenharia Civil,
Universidade Federal do Maranhão, São Luís - Maranhão,
2025.

1. Concreto Armado. 2. Frp. 3. Laje Nervurada. 4.
Modelagem Numérica. 5. Elementos Finitos. I. de Souza,
Wallace Maia. II. Título.

Ygor Vinicius Matos Sá

**ANÁLISE NUMÉRICA DE LAJES NERVURADAS DE CONCRETO
ARMADO COM BARRAS DE POLÍMEROS REFORÇADOS COM
FIBRAS (FRP)**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Universidade Federal do Maranhão – Campus de
São Luís, como requisito para a obtenção do título
de Bacharel em Engenharia Civil.

Aprovado em 07/08/2025

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Wallace Maia de Souza (UFMA)

Prof. Dr. Paulo Cesar de Oliveira Queiroz (UFMA)

Prof. Dr. Rafael Otávio Alves Abreu (UEMA)

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me concedido saúde, força e discernimento ao longo do curso. A conclusão deste trabalho marca não apenas o encerramento de uma etapa e o início de uma nova, mas também marca o reconhecimento das pessoas que estiveram ao meu lado durante toda essa jornada.

Agradeço a minha mãe Edlamar Paulino Matos e a meu pai Evandro José Lima Sá pelo apoio nos momentos de dificuldade em que eu mais precisei, onde foram um alicerce para manter-me firme nos tempos difíceis.

Ao meu orientador e professor Wallace Maia de Souza, pela paciência e toda a sua disponibilidade e orientação técnica que com certeza contribuíram grandemente na minha formação. Sua experiência e atenção ao longo do curso foram fundamentais para que eu pudesse me desenvolver como profissional e pudesse crescer ainda mais academicamente.

Agradeço também aos grandes professores que tive na graduação, por toda indagação, questionamentos e ensinamentos transmitidos e também pelos seus comprometimentos em formar bons engenheiros.

Agradeço também a minha futura esposa Livia Cristhina Soares por todo apoio que me deste desde que nos conhecemos no curso e por todo companheirismo que fez os dias se tornarem mais leves e agradáveis.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma investigação numérica sobre o comportamento estrutural de lajes nervuradas de concreto armado com barras de polímeros reforçados com fibras (FRP), buscando avaliar a viabilidade técnica do uso dessas armaduras não metálicas em substituição ao aço convencional. A motivação central está relacionada à corrosão das armaduras de aço em ambientes agressivos, o que reduz a vida útil das estruturas e aumenta os custos de manutenção. O estudo foi realizado por meio de modelagem numérica tridimensional no software ATENA 3D, utilizando o método dos elementos finitos, numa análise não-linear considerando a aderência perfeita entre as barras e o concreto. Inicialmente, validou-se o modelo com base em dados experimentais de lajes nervuradas com armaduras de aço. Posteriormente, foram simuladas diferentes configurações com armaduras de FRP, variando a taxa de armadura e o modo de ruptura da seção transversal. Os resultados demonstraram que o uso das barras FRP em lajes nervuradas pode melhorar o comportamento em serviço e a resistência última, desde que a modo de ruptura ocorre pelo esmagamento do concreto. Constatou-se ainda que o comportamento frágil e a baixa rigidez das barras de FRP podem ser parcialmente compensados pelo ganho de inércia proporcionado pelo sistema nervurado, tornando-o uma alternativa viável e promissora em aplicações estruturais.

Palavras-chave: Concreto armado; FRP; laje nervurada, modelagem numérica, elementos finitos.

ABSTRACT

This study presents a numerical investigation into the structural behavior of reinforced concrete ribbed slabs with fibre-reinforced polymer (FRP) bars in order to evaluate the technical feasibility of using these non-metallic reinforcements as an alternative to conventional steel. The main motivation is the corrosion of steel reinforcement in aggressive environments, which reduces the useful life of structures and increases maintenance costs. The study was conducted using three-dimensional numerical modelling in ATENA 3D software, applying the finite element method to a non-linear analysis that considered a perfect bond between the bars and the concrete. Firstly, the model was validated using experimental data from ribbed slabs with steel reinforcement. Subsequently, different configurations with FRP reinforcement were simulated by varying the reinforcement ratio and mode of cross-sectional failure. The results demonstrate that using FRP bars in ribbed slabs can improve service behavior and ultimate strength, provided failure occurs due to concrete crushing. It was also found that the brittle behavior and low stiffness of FRP bars can be partially offset by the stiffness improvement provided by the ribbed system, making FRP bars a viable and promising alternative for structural applications.

Keywords: Reinforced concrete; FRP; ribbed slab; numerical modeling; finite elements.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Corrosão em barras de aço	10
Figura 2 - Tabuleiros de pontes de concreto armado com barras de FRP, nos Estados Unidos	11
Figura 3 - Reforço estrutural em laje nervurada	12
Figura 4 – Progressão da corrosão em barras de aço	13
Figura 5– Concretagem de laje nervurada armada com GFRP	14
Figura 6 – Armadura de GFRP das lajes nervuradas bidirecionais	14
Figura 7- Barra de FRP	17
Figura 8 – Pontes de concreto armado com barras de FRP, no Japão.....	18
Figura 9 – Estrutura do compósito de FRP	19
Figura 10 – Diferentes tipos de barras de FRP e acabamentos.....	21
Figura 11 – Diagrama tensão deformação simplificado do FRP	22
Figura 12 – Curvas experimentais tensão de aderência vs. escorregamento de barras de FRP e aço	25
Figura 13 – Processo de pultrusão e suas etapas	26
Figura 14 – Modos de ruptura da seção de concreto armado com barras de FRP ...	28
Figura 15 – Representação de um modelo discretizado utilizando o MEF.....	31
Figura 16 - Elementos geométricos.....	32
Figura 17 – Modelo numérico de elementos finitos – laje nervurada	33
Figura 18 – Modelo numérico da laje nervurada	34
Figura 19 – Seção transversal do elemento estrutural experimental.....	37
Figura 20 – Vista superior da laje nervurada.....	37
Figura 21 – Eixos de simetria do modelo numérico.....	38
Figura 22 – Vista isométrica da laje nervurada S-C.	39
Figura 23 – Seção transversal da laje S-C indicando o eixo de simetria.....	39
Figura 24 – Dimensões do modelo numérico.....	39

Figura 25 – Modelo numérico construído no software ATENA.....	40
Figura 26 - Modelo constitutivo do concreto.....	40
Figura 27 – Armadura de aço da laje nervurada modelada no software ATENA	42
Figura 28 – Refinamento da malha utilizada no modelo (elemento tetraédrico).....	43
Figura 29 – Condições de contorno para a seção de simetria	43
Figura 30 – Pontos de monitoramento na estrutura.	44
Figura 31 - Diagrama carregamento vs. deformação	46
Figura 32 – Diagrama de carregamento <i>versus</i> deslocamento da laje LNA	47
Figura 33 – Curvas numéricas carga vs. deslocamento das lajes LNA e LNF-SD....	48
Figura 34 – Abertura de fissuras nervura central da laje LNA.....	49
Figura 35 - Abertura de fissuras nervura central da laje LNF-SD.....	49
Figura 36 – Seções transversal dos modelos de lajes nervuradas LNF-B (acima) e LNF-E (abaixo)	50
Figura 37 - Curvas numéricas carregamento <i>versus</i> deslocamento	51
Figura 38 - Seção transversal da laje LMA-E (acima) e LNF-E (abaixo)	52
Figura 39 – Comparação das curvas numéricas das lajes LNF-E e LMA-E.....	52
Figura 40 – Comparação das aberturas de fissuras da lajes LNF-E (acima) e LMA-E (abaixo)	53
Figura 41 - LNF-E abertura de fissuras com nível de carga equivalente a carga máxima de LMA-E	54

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Propriedades das resinas aplicadas nas matrizes poliméricas de FRP ...	19
Tabela 2- Tipos de fibras e suas propriedades.	20
Tabela 3– Massa específica das principais barras de FRP em kg/m^3	23
Tabela 4– Coeficientes de dilatação térmica para as barras de FRP.....	23
Tabela 5 – Módulo de elasticidade à tração dos diferentes tipos de barras de FRP e aço	24
Tabela 6 – Característica do modelo experimental.	36
Tabela 7 - Parâmetros do modelo material do concreto.....	41

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	10
1.1 Considerações iniciais	10
1.2 Justificativa e motivação	12
1.3 Objetivos	15
1.3.1 Objetivo geral	15
1.3.2 Objetivos específicos	15
1.4 Organização da monografia	16
2. ESTADO DA ARTE	17
2.1 Considerações gerais	17
2.2 FRP	17
2.2.1 Constituintes dos FRPs	18
2.2.2 Características das barras de FRP	21
2.2.3 Propriedades físicas	23
2.2.4 Propriedades mecânicas	24
2.2.5 Fabricação das barras de FRP	25
2.2.6 Vantagens e desvantagens do uso das barras de FRP	26
2.3 Barras de FRP como armadura interna em elementos estruturais	27
2.4 Modelagem numérica em elementos de concreto armado com barras de FRP	30
2.5 Estudos técnicos com modelações numéricas de lajes nervuradas	32
2.6 Conclusões Gerais	34
3. MODELAGEM NUMÉRICA DE LAJE NERVURADA COM BARRAS DE FRP ...	36
3.1 Considerações gerais	36
3.2 Características do modelo numérico	36
3.4 Metodologia para o estudo paramétrico	44

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	46
4.1 Considerações iniciais	46
4.2 Validação do modelo numérico da laje LNA	47
4.3 Análise numérica da laje com substituição direta.....	48
4.4 Análise dos modelos parametrizados	49
4.5 Análise numérica das lajes LNF-E e LMF-E	51
4.6 Considerações finais.....	54
5. CONCLUSÃO	55
REFERÊNCIAS.....	57

1. INTRODUÇÃO

1.1 Considerações iniciais

O concreto armado com barras de aço revolucionou a engenharia civil e a forma de construção de elementos estruturais. Devido as suas aplicações, este composto começou a ser utilizado em larga escala no mundo todo; contudo, notou-se que o concreto armado com barras de aço possui características inerentes aos materiais, que possibilitam a penetração de patógenos, afetando a durabilidade das construções (Goldston *et al.*, 2016).

Com o tempo, observou-se manifestações patológicas, como a corrosão das barras de aço, principalmente em ambientes mais agressivos a esta armadura, ocasionados por alguns agentes patógenos, tais como cloretos e o dióxido de carbono, que neste caso promove a carbonatação do concreto. A corrosão acaba por se manifestar após o processo de despassivação das barras de aço, como se verifica na Figura 1, que com o tempo resulta na diminuição da sua capacidade portante, em virtude da perda de seção transversal das barras de aço (Ribeiro e Silva, 2021).

Figura 1 - Corrosão em barras de aço



Fonte: Ribeiro e Silva, 2021.

Manifestações como esta acabam por tornar-se um problema para as estruturas de concreto armado, sendo exigido diversas manutenções corretivas, reforços estruturais e alternativas onerosas para aumentar a vida útil daquelas estruturas. Com este efeito deletério nas barras de aço, afetando a durabilidade das estruturas de concreto armado, buscou-se construir os elementos de concreto com

barras não metálicas, o que eliminaria o problema de corrosão das armaduras internas longitudinais e transversais. Ademais, tornou-se adequado a consideração de outras características para a eficiente substituição, tais como atendimento às necessidades de segurança estrutural e custo competitivo.

Como resultado, os polímeros reforçados com fibras (FRP, do inglês, *Fiber Reinforced Polymer*) mostraram-se promissores como uma alternativa viável de uso. Diante das características inerentes dos FRPs, como a não-corrosibilidade, alta capacidade resistente à tração e o fato de serem mais leves que o aço, os tornaram alvos de estudos, com vista à analisar a efetividade da sua utilização como armadura interna em elementos estruturais de concreto (Goldston e Remennikov 2016).

Apesar das barras de FRP terem um custo inicial mais elevado quando comparadas com as barras de aço, as vantagens da utilização daquelas barras sobressaem, pois estão diretamente ligadas à diminuição do custo relacionado as manutenções da estrutura em sua vida útil, compensando assim o seu custo inicial do material (Silva, 2022). Entretanto, devido ser um material com pouca ductilidade, por conta da ausência do escoamento, deve-se avaliar o comportamento das barras de FRP em conjunto com o concreto, com vista ao dimensionamento mais econômico, seguro e eficiente.

Neste cenário, as barras de FRP podem ser utilizadas em diversos tipos de elementos estruturais, como vigas, lajes e pilares, o que é comprovado em diversos países da América do Norte e Europa (Figura 2).

Figura 2 - Tabuleiros de pontes de concreto armado com barras de FRP, nos Estados Unidos



Fonte: Tavares, 2006.

Dentre estes elementos, as lajes nervuradas porém, não tem sido contempladas com a utilização dos FRP, a não ser na condição de reforço estrutural, com uso de mantas de FRP, como se verifica na Figura 3. As razões não se apresentam tão claras para a não utilização; entretanto, verifica-se a possibilidade de sua viabilidade técnica, principalmente em virtude da elevada rigidez que as lajes nervuradas apresentam, o que poderia favorecer o comportamento em serviço, visto que os elementos de concreto armado com barras de FRP exibem elevadas flechas e aberturas de fissuras, tornando-se um parâmetro importante a ser considerado na fase de projeto.

Figura 3 - Reforço estrutural em laje nervurada



Fonte: Protecon, 2025.

1.2 Justificativa e motivação

O concreto é um dos materiais mais utilizados no mundo moderno, possuindo boa resistência a esforços de compressão; entretanto, a resistência à tração é reduzida, da ordem de 1/10 (um décimo) da capacidade resistente à compressão, o que justifica o uso de barras de aço e resulta na concepção do concreto armado. Por essas características os elementos de concreto armado exibem elevada fissuração, que se tornam em pontos de entrada de compostos químicos desenvolvidores de manifestações patológicas, como a corrosão (Figura 4). Neste sentido, as barras de FRP, tornam-se solução viável como armadura interna em elementos de concreto

armado, com vista a reduzir ou mitigar a necessidade de manutenções em estruturas expostas a estes ambientes agressivos.

Figura 4 – Progressão da corrosão em barras de aço



Fonte: Rocha e Povoas, 2019.

Este e outros problemas são superados devido à algumas características mecânicas das barras de FRP, como a elevada resistência a tração, além de apresentar menor peso específico. Segundo FIB Bulletin 40 (2007), o uso das barras de FRP em estruturas de concreto vem crescendo mais a cada ano, por resultar em maior durabilidade, sem grandes intervenções estruturais ao longo dos anos.

Apesar de suas vantajosas características, as barras de FRP exibem algumas limitações, como, por exemplo, o comportamento elástico-linear até a sua ruptura, o que acaba por ocasionar um modo de ruptura frágil (Silva, 2022). Ademais, as barras de FRP exibem baixo módulo de elasticidade, o que resulta em elevadas deflexões e aberturas de fissuras, ultrapassando aquelas exibidas pelos elementos estruturais com barras de aço. Por conta desta última característica desvantajosa, os projetos de elementos de concreto armado com barras de FRP sob flexão são realizados com vista a atender, primeiramente, as condições de serviço, para em seguida àquelas ligadas à capacidade resistente do material.

Para este último aspecto, as lajes nervuradas consistem em elementos estruturais que apresentam eficiente comportamento em serviço, em virtude de sua elevada rigidez à flexão, o que favorece o seu uso quando da necessidade de vencer grandes vãos, como alternativa ao concreto protendido. Caso estes elementos fossem armados com barras de FRP, permitiriam a combinação do eficiente comportamento

em serviço das lajes nervuradas (com elevado momento de inércia e reduzidas flechas) e da elevada capacidade resistente e vida útil das barras de FRP (com elevada resistência à tração e a não-corrosibilidade), o que motivou esta pesquisa.

Esta motivação ainda se justifica pelo claro escopo da norma brasileira ABNT NBR 17196 (2025), na qual recomenda que as diretrizes de projeto presentes nela não contemplam os casos de lajes nervuradas. Esta recomendação encontra subsídios na ausência de recomendações nas normas internacionais. Entretanto, houve pela aplicação pontual que ocorreu no Canadá, que permite notar a possibilidade de construção de lajes nervuradas com barras de FRP. A empresa Polycorp, em parceria com a SFTec, construiu lajes nervuradas de concreto armado com barras de GFRP, a fim de reduzir os custos no ciclo de vida dos edifícios e manutenções necessárias, como pode ser verificado nas Figuras 5 e 6.

Figura 5– Concretagem de laje nervurada armada com GFRP



Fonte: SFTEC INC, 2022.

Figura 6 – Armadura de GFRP das lajes nervuradas bidirecionais



Fonte: SFTEC INC, 2022.

Soma-se a isso, o fato de que o Brasil apresenta uma extensa costa litorânea, cujas construções sofrem com ações deletérias dos cloretos, que desencadeiam a ação corrosiva nas barras de aço convencional. Isto pode ser percebido na cidade de São Luís, cujos gastos são significativas nas atividades de reforço estrutural das pontes, com a Ponte José Sarney (G1, 2022). Este fato poderia ser significativamente superado, caso fossem utilizadas as barras de FRP na confecção dos tabuleiros e os demais componentes de superestruturas da ponte de concreto armado.

Desta maneira, é possível perceber a real possibilidade da aplicação de barras de FRP em lajes nervuradas, o que suscita a necessidade de compreensão do comportamento estrutural deste elemento e justifica o presente estudo.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo geral

Avaliar o comportamento estrutural de lajes nervuradas de concreto armado com barras de FRP como armadura passiva, por meio de modelagem numérica não-linear no software ATENA 3D, versão 5.0.0 (2013).

1.3.2 Objetivos específicos

- Revisar a literatura técnica e normativa sobre o uso de barras de FRP em estruturas de concreto armado, avaliando propriedades físicas, mecânicas, vantagens e limitações;
- Investigar os principais métodos de modelagem numérica que são utilizados em elementos estruturais de concreto armado com barras de FRP, com ênfase no Método dos elementos finitos (MEF);
- Realizar um estudo numérico tridimensional de laje nervurada armada com aço no software ATENA, com o intuito de assegurar a confiabilidade dos resultados;
- Simular o comportamento estrutural da laje nervurada armada com barras FRP em diferentes modos de ruptura, por meio de análise paramétrica;
- Realizar a comparação do desempenho estrutural da laje nervurada e laje maciça de seção equivalente armada com barras de FRP, para assim avaliar a viabilidade técnica do uso do material como armadura passiva.

1.4 Organização da monografia

A presente monografia está organizada em seis capítulos, estruturados de modo a conduzir o leitor de forma lógica e progressiva ao longo do desenvolvimento da pesquisa.

O Capítulo 1 introduz o tema abordado, contextualizando a problemática da corrosão em armaduras metálicas e a viabilidade do uso de barras de FRP como alternativa. Também são apresentados os objetivos da pesquisa, sua justificativa e motivação, evidenciando a relevância do estudo das lajes nervuradas armadas com FRP.

O Capítulo 2 compreende o referencial teórico, no qual é realizada uma revisão bibliográfica abrangente sobre o FRP como material estrutural, suas características físicas e mecânicas, processos de fabricação, vantagens e limitações. Também são discutidas as normas técnicas nacionais e internacionais, que tratam do dimensionamento de elementos com FRP e estudos recentes relacionados à modelagem numérica desses elementos.

O Capítulo 3 descreve detalhadamente o processo de modelagem numérica da laje nervurada com barras de FRP, abordando a geometria adotada, materiais, condições de contorno, definição das leis constitutivas e metodologia de análise paramétrica. Este capítulo representa a etapa central do trabalho, em que se aplica o conhecimento teórico à simulação computacional com o software ATENA.

O Capítulo 4 apresenta e discute os resultados obtidos nas simulações numéricas. Inicialmente, é realizada a validação do modelo com base em dados experimentais. Em seguida, são discutidas as diferentes configurações analisadas, comparando os efeitos da substituição do aço por FRP, a influência das taxas de armadura e a comparação entre lajes nervuradas e maciças. As análises evidenciam a influência do tipo de armadura sobre a rigidez, ductilidade e abertura de fissuras dos elementos estudados.

O Capítulo 5 reúne as conclusões gerais da pesquisa, destacando as principais contribuições do trabalho, a viabilidade técnica do uso de FRP em lajes nervuradas e as recomendações para estudos futuros.

2. ESTADO DA ARTE

2.1 Considerações gerais

O presente capítulo busca apresentar uma revisão da literatura a respeito do uso das barras de FRP como armadura interna nos elementos de concreto. Inicialmente, é abordado o contexto histórico do FRP, seguido por uma análise de sua composição, características e processo de fabricação; neste último caso, na forma de barras. Além disso, são discutidos o comportamento resistente do material e a sua interação com o concreto, recomendações normativas nacionais e internacionais. Finalmente, apresenta-se as características do estudo numérico e a abordagem de análises numéricas nos estudos com lajes nervuradas.

2.2 FRP

O uso do FRP remonta à década de 1930, inicialmente revolucionando setores industriais, como o aeroespacial, marítimo e elétrico, entre outros. Já a aplicação desse material em elementos estruturais de concreto surgiu na década de 1980, motivada pela necessidade de substituir as barras metálicas tradicionais, conforme apontado por Silva (2022). Um exemplo dessas barras é apresentado na Figura 7.

Figura 7- Barra de FRP



Fonte: FRPZS, 2024.

Durante este período, muitas aplicações na área da construção civil foram realizadas com os FRPs, na forma de barras, em países como Alemanha, EUA, China e Escócia, na construção de pontes rodoviárias e pedonais, como ilustrado na Figura 8. Algumas das principais aplicações do FRP no concreto, como armaduras internas,

são em vigas de suporte que estão em contato direto com a água, tabuleiro de pontes e estruturas magneticamente inertes (Tavares, 2006).

Figura 8 – Pontes de concreto armado com barras de FRP, no Japão



Fonte: Tavares, 2006.

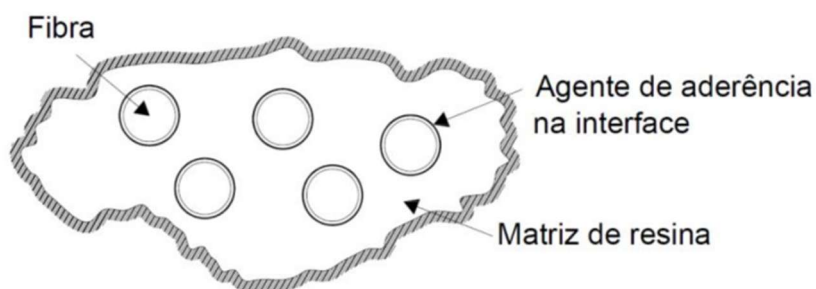
As barras de FRP têm ganhado bastante relevância no mundo, em virtude das suas características e versatilidade de aplicações, ajudando a superar diversos tipos de problemas. Segundo Callister Junior e Rethwisch (2012), os compósitos reforçados com fibras são os tipos de materiais mais relevantes tecnologicamente entre seus diferentes tipos. Isso se deve principalmente à combinação de propriedades vantajosas que esses materiais oferecem, tornando-os uma alternativa eficiente em diferentes contextos de engenharia (Souza, 2021).

O FRP é um material anisotrópico, ou seja, com propriedades mecânicas que variam conforme a direção analisada, o processo de fabricação dos produtos de FRP influencia diretamente em suas características finais. Dessa forma, fatores como o arranjo das fibras, sua concentração e distribuição têm um impacto significativo na resistência do material, além de afetar outras propriedades (Tavares, 2006).

2.2.1 Constituintes dos FRPs

O FRP é constituído de uma matriz polimérica, fibras e agentes de aderência na interface entre as fibras e a matriz, como representado na Figura 9.

Figura 9 – Estrutura do compósito de FRP



Fonte: ACI 440R, 1996.

As matrizes de resina são divididas em termoendurecidos e termoplásticas, cuja principal diferença entre elas consiste no fato de que aquelas não podem ser remodeladas após passarem pelo processo de cura e estar em estado sólido (ACI 440R, 2007). Segundo Tavares (2006), as resinas de maior facilidade de manuseio são as termoendurecidas, fazendo com que haja maior difusão do uso nos elementos estruturais de concreto armado, na forma de barras. Essas matrizes podem ser compostas por resinas de vinil éster, poliéster ou epóxi, sendo a de epóxi a mais utilizada (Uomoto *et al.*, 2002).

Segundo Silva (2022), as resinas termoendurecidas ou termofixas possuem suas cadeias poliméricas unidas por uma força de atração intermolecular muito alta, o que resulta em um material com alta resistência à elevadas temperaturas, como observado na Tabela 1.

Tabela 1 - Propriedades das resinas aplicadas nas matrizes poliméricas de FRP

Propriedades	Resinas		
	Poliéster	Epóxi	Vinil éster
Densidade (kg/m ³)	1200-1400	1200-1400	1150-1350
Resistência à tração (MPa)	34,5-104	55-130	73-81
Módulo de elasticidade longitudinal (GPa)	2,1-3,45	2,75-4,10	3,0-3,5
Coefficiente de Poisson	0,35-0,39	0,38-0,4	0,36-0,39
Coefficiente de expansão térmica (10 [°] /C)	55-100	45-65	50-75
Teor das fibras (%)	0,15-0,60	0,08-0,15	0,24-0,30

Fonte: Tavares, 2006.

Segundo Mallick (2007), a matriz polimérica no FRP tem características e funções de transferir as tensões para as fibras, proteger as fibras contra agentes agressivos, contra o processo de abrasão e ajudar manter as fibras nas suas posições.

Embora as fibras sejam as principais responsáveis por suportar a maior parte das solicitações, a matriz polimérica desempenha um papel fundamental na resistência do material. Elas influenciam significativamente a resistência ao cisalhamento e à compressão, atuando como um suporte lateral contra a encurvadura das fibras e aumentando, assim, a resistência do compósito (Silva, 2022).

As fibras têm como principal função, segundo ACI 440R (2007), suportar as cargas ao longo do compósito, resultando em rigidez e resistência. Podem apresentar diversas orientações, o que influencia diretamente nas propriedades do produto. Dentre os diversos tipos, as principais fibras utilizadas comercialmente são as fibras de vidro, carbono, aramida e basalto, cujas propriedades físicas são exibidas na Tabela 2.

Tabela 2- Tipos de fibras e suas propriedades.

Tipo de fibra	Densidade (kg/m³)	Resistência à tração (MPa)	Módulo de Elasticidade (GPa)	Deformação última (%)	Coefficiente de Poisson
E-Glass	2500	3447,4	72,4	2,4	0,22
S-Glass	2500	4550,5	85,5	3,3	0,22
AR-Glass	2554,5	1792,6-3447,4	69,6-75,8	2-3	-
Carbono de alto módulo	1951,9	2482,1-3999	349,6-650,2	0,5	0,2
Carbono de baixo módulo	1750,2	3495,6	239,9	1,1	0,2
Aramida (Kevlar 29)	1440,5	2757,9	62,1	4,4	0,35
Aramida (Klevar49)	1440,5	3619,8	124,1	2,2	0,35
Aramida (Klevar 149)	1440,5	3447,4	175,1	1,4	0,35
Basalto	2800,3	4826,3	88,9	3,1	-

Obs: E-Glass apresenta bom isolamento elétrico e resistência a umidade; S-Glass apresentam maior resistência a tração e modulo de elasticidade; AR-Glass apresenta resistência a ataques de álcalis.

Fonte: Silva, 2022.

Cada tipo de FRP apresenta sua característica e custo, variando-se com o tipo de material utilizado e o processo de fabricação. Segundo Bueno (2023), as fibras de aramida em geral possuem propriedades mecânicas melhores se comparado com as fibras de vidro; entretanto, apresentam um custo de produção mais elevado. Outro exemplo, consiste nas fibras de carbono, que podem apresentar características específicas como uma boa condutividade.

2.2.2 Características das barras de FRP

Dos diferentes produtos de FRP, as barras se apresentam como aquele que tem grande importância para as construções novas de concreto armado. As barras de FRP exibem propriedades físicas e mecânicas dependentes do processo de fabricação e materiais componentes utilizados, como, por exemplo, a rugosidade da superfície, a qual está ligada ao acabamento externo, como mostrado na Figura 10, que influencia diretamente no comportamento aderente ao concreto circundante.

Figura 10 – Diferentes tipos de barras de FRP e acabamentos.



Fonte: Quayyum e Shahriar, 2010.

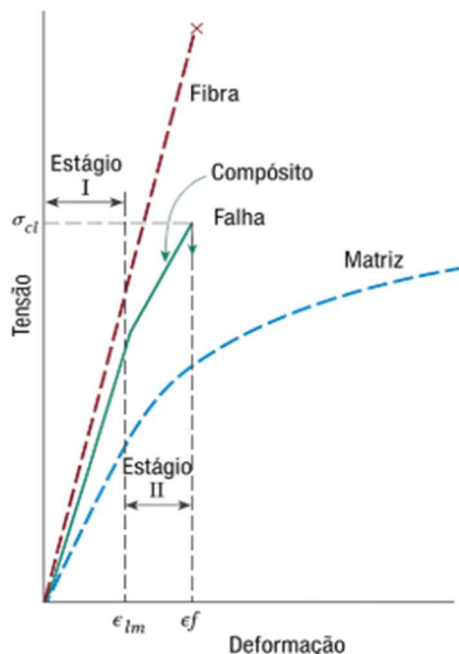
Segundo Silva (2022), as fibras representam a maior parte do volume total das barras de FRP e, por isso, são componentes determinantes na análise das características físico-mecânicas do compósito. Entre os principais aspectos a serem considerados estão:

- Densidade;
- Resistência e módulo de elasticidade à tração;
- Resistência e módulo de elasticidade à compressão;
- Resistência e mecanismos de falha à fadiga;
- Condutividade elétrica e térmica.

No que diz respeito ao comportamento mecânico das barras de FRP, elas exibem um diagrama de tensão-deformação com comportamento elástico-linear,

como observado na Figura 11, na qual pode-se perceber o comportamento dos demais componentes do compósito.

Figura 11 – Diagrama tensão deformação simplificado do FRP



Fonte: Callister Junior e Rethwisch, 2012.

É possível observar que, a matriz do compósito apresenta deformações mais significativas durante o carregamento, enquanto que as fibras têm seu comportamento elástico-linear até o momento de sua ruptura. Segundo Callister Junior e Rethwisch (2012), o limite de resistência à tração longitudinal das barras de FRP vai depender principalmente da continuidade das fibras e de seus alinhamentos, influenciando assim na resistência a flexão do compósito.

No que diz respeito ao limite de resistência à tração transversal das barras de FRP em comparação com a sua resistência a tração axial, o material apresenta uma resistência mais baixa. De acordo com Callister Junior e Rethwisch (2012), essa resistência pode, em alguns casos, ser inferior até mesmo ao limite de resistência à tração da matriz polimérica. De acordo com Silva (2022), nota-se que as matrizes poliméricas têm influência direta na resistência transversal das barras de FRP, ajudando na distribuição de tensões no material.

As principais barras de FRP são aquelas produzidas com fibras de vidro – GFRP, fibras de carbono – CFRP, fibras de aramida – AFRP e fibras de basalto – BFRP.

A partir dos tipos de fibras, das matrizes poliméricas, da aderência dos materiais e do processo de fabricação são determinadas as propriedades físicas e mecânicas das barras de FRP. Estas metodologias são estabelecidas e padronizadas por órgãos normativos como a ABNT, ASTM e ACI.

2.2.3 Propriedades físicas

As propriedades físicas de um material podem ser divididas entre: massa específica e coeficiente de dilatação térmica.

A massa específica varia de acordo com o material utilizado nos diferentes tipos de FRP existentes, devido as alterações nas características físicas dos compósitos. Por isso, a determinação dessa propriedade é fundamental. Esses valores estão apresentados na Tabela 3.

Tabela 3– Massa específica das principais barras de FRP em kg/m³

FRP MATRIZ	GFRP	CFRP	AFRP
Poliéster	1750 – 2170	1430 – 1650	1310 – 1430
Epóxi	1760 – 2180	1440 – 1670	1320 – 1450
Vinil éster	1730 – 2150	1440 – 1630	1300 – 1410

Fonte: FIB Bulletin 40, 2007, adaptado.

Quanto ao coeficiente de dilatação térmica das matrizes poliméricas, observa-se que exibem diferentes valores de acordo com os materiais constituintes das barras de FRP, como pode ser observado na Tabela 4.

Tabela 4– Coeficientes de dilatação térmica para as barras de FRP

Direção	Coeficiente de dilatação térmica (x10 ⁻⁶ /°C)		
	GFRP	CFRP	AFRP
Longitudinal	6 - 10	-9 - 0	-2 - -6
Transversal	21 - 23	74 - 104	60 - 80

Fonte: FIB Bulletin 40, 2007, adaptado.

Segundo Silva (2022), os valores negativos apresentados na tabela acima estão relacionados com a contração das barras de FRP, devido ao aumento da temperatura, havendo também uma expansão quando a temperatura diminui.

A ABNT NBR 6118 (2023) dispõem que o coeficiente de dilatação térmica para o concreto é de $10E-5 / ^\circ C$, de tal maneira que a diferença entre os coeficientes do concreto e os das barras de FRP, poderia ocasionar fissuração à medida que a temperatura se elevasse (Gentry e Husain, 1999).

2.2.4 Propriedades mecânicas

As propriedades mecânicas das barras são influenciadas pelo material das fibras e resina. De forma geral as propriedades mecânicas de um material podem ser divididas em resistência à tração, à compressão e módulo de elasticidade.

De acordo com Callister Junior e Rethwisch (2012), as propriedades mecânicas das barras de FRP são determinadas pela interação entre a matriz e o reforço fibroso. Dentre esses elementos, as fibras exercem papel predominante, sendo que suas características, em especial o tipo, orientação e comprimento, influenciam diretamente a resistência mecânica do material.

Outro fator importante é o módulo de elasticidade do compósito, que se traduz na média ponderada pela fração volumétrica dos módulos de elasticidade das fibras e das matrizes. Ou seja, o módulo de elasticidade é uma propriedade mecânica, que apresenta uma correlação com as frações volumétricas dos seus materiais constituintes (Callister Junior e Rethwisch, 2012), como verificado na Tabela 5.

Tabela 5 – Módulo de elasticidade à tração dos diferentes tipos de barras de FRP e aço

	Aço	GFRP	CFRP	AFRP
Módulo de elasticidade (GPa)	200	35 a 60	100 a 580	40 a 125
Resistência à tração (MPa)	483-690	483-1600	600-3690	250-2540
Deformação de ruptura (%)	6-12	1,2-3,1	0,5-1,7	1,9-4,4

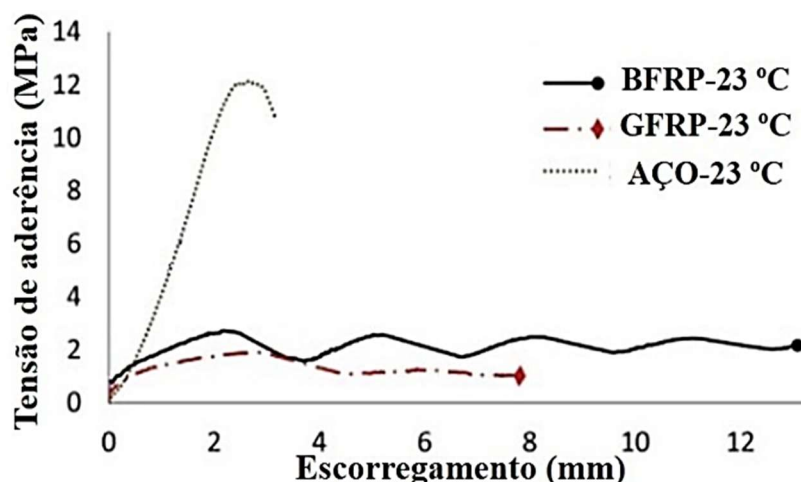
Fonte: ACI 440.1R-06, 2006 e FIB Bulletin 40, 2007, adaptado.

Quanto à compressão, segundo a norma NBR 17196 (2025), não recomenda-se o uso das barras de FRP como armaduras principais em regiões predominantemente comprimidas. Isso ocorre porque as barras de FRP, apresentam baixa resistência à compressão em comparação à tração, em virtude da tendência à microencurvatura das fibras, além de não possuírem o mesmo comportamento dúctil dos aços tradicionais.

Além disso, para que se tenha um bom desempenho no elemento estrutural, deve-se considerar a aderência entre os materiais. A aderência entre as barras de FRP e o concreto é de fundamental importância, pois, segundo Bueno (2023), com esta relação consegue-se avaliar a capacidade de carga, além de contribuir para o entendimento do desempenho do elemento estrutural. Fissuras, deflexões, entre outros comportamentos, são capazes de ser obtido através da determinação da aderência entre a armadura e o concreto (Lin *et al.*, 2019).

A relação entre a resistência de aderência e o escorregamento entre a barra de FRP e o concreto, são necessárias para o dimensionamento de elementos que trabalham à flexão (Bueno, 2023). Segundo Hamad *et al.* (2017), as barras de aço possuem maiores tensões de aderência se comparadas com as barras de FRP, como exibido na Figura 12.

Figura 12 – Curvas experimentais tensão de aderência vs. escorregamento de barras de FRP e aço



Fonte: Hamad *et al.*, 2017.

Essa diferença de transmissão de força entre os materiais quando comparado com o aço, se deve por conta dos mecanismos de aderência entre os materiais utilizados em análise (Hamad *et al.*, 2017). Este comportamento em serviço são igualmente confirmados por Tavares (2006), onde os elementos armados com barras de FRP tem deslocamentos superiores aos armados com barras de aço quando submetidos a um mesmo nível de tensão.

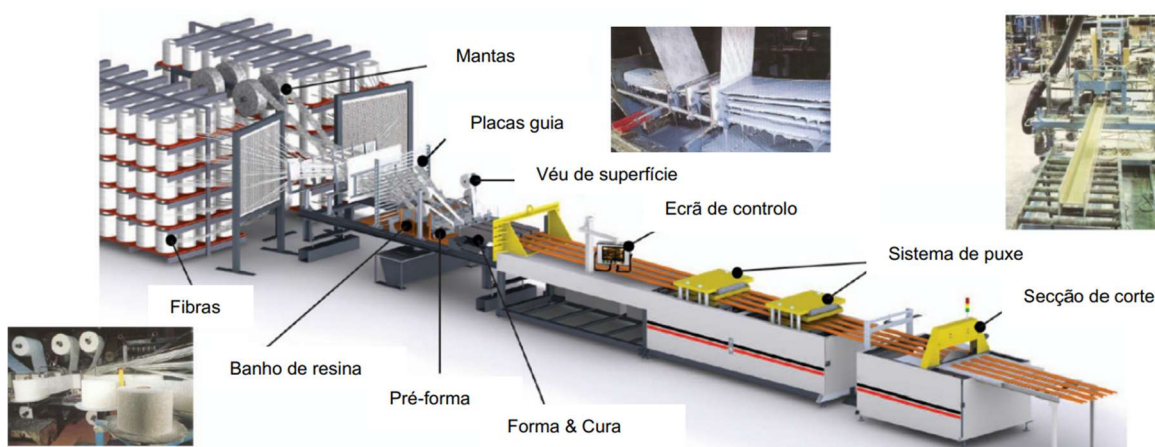
2.2.5 Fabricação das barras de FRP

A fabricação das barras de FRP pode ser feita de diversas formas. A norma ACI 440R (1996) apresenta três processos de fabricação: (i) enrolamento de

filamentos; (ii) compactação a vácuo; e (iii) pultrusão. O processo mais utilizado atualmente é o de pultrusão, o qual foi desenvolvido nos anos 50, sendo o responsável por alavancar o mercado de barras de FRP (Bueno, 2023).

O processo de pultrusão, utiliza-se de uma moldagem contínua em que as fibras que estão armazenadas são levadas para serem embebidas em resina. Após isto, as fibras impregnadas com essas resinas, são levadas para uma fieira aquecida com a forma do perfil que se quer produzir. Por meio deste aquecimento, ocorre a cura da resina, com posterior ação dos puxadores, com preparação para o corte final e com aspecto final do tamanho desejado (Silva, 2022), como demonstrado na Figura 13. Para que a barra de FRP tenha aderência satisfatória, antes do endurecimento, aplica-se deformações superficiais na barra ou a aplicação de materiais granulares, como areia (ABNT, 2025).

Figura 13 – Processo de pultrusão e suas etapas



Fonte: Bueno, 2023.

2.2.6 Vantagens e desvantagens do uso das barras de FRP

As barras de FRP apresentam algumas vantagens para o uso em elementos de concreto armado como armadura interna, em substituição as barras de aço convencional.

As vantagens do uso das barras de FRP são: (i) elevada resistência à tração, resultando em elementos estruturais com significativa capacidade portante; (ii) não-corrosibilidade, o que aumenta a vida útil dos elementos de concreto armado em ambientes agressivos; (iii) transparência eletromagnética, ocasionando em aplicação em locais cujo campo eletromagnético é interferido pela armadura de aço, como

hospitais, por exemplo; e (iv) peso próprio reduzido, o que alivia no peso próprio da estrutura, reduzindo as seções transversais dos elementos estruturais (Bueno, 2023).

Entretanto, as barras de FRP apresentam desvantagens relacionadas ao seu comportamento elástico-linear até o rompimento, resultando em uma ruptura frágil e sem sinais prévios de colapso. Além disso, essas barras possuem um módulo de elasticidade reduzido e baixa resistência na direção transversal (Bueno, 2023). O menor módulo de elasticidade afeta diretamente no comportamento dos elementos estruturais em serviço, resultando em maiores deflexões e aberturas de fissuras.

Esta desvantagem condiciona o projeto das estruturas de concreto armado com barras de FRP sob flexão, ocasionando o dimensionamento de uma maior taxa de armadura longitudinal com estas barras do que aquela que elementos com barras de aço apresentariam. Muitas possibilidades têm sido consideradas, a fim de conciliar o uso de barras de FRP como armadura interna e o atendimento às recomendações normativas no estado limite de serviço, como, por exemplo, a hibridização da armadura longitudinal com barras de aço, aumento da taxa de armadura longitudinal das barras de FRP e o uso de seções transversais com maior inércia, o que ocasionaria em incremento na rigidez à flexão, como lajes nervuradas.

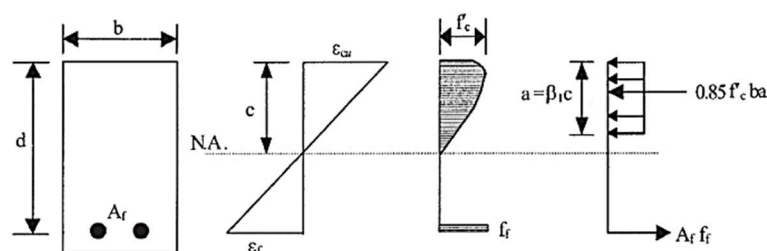
2.3 Barras de FRP como armadura interna em elementos estruturais

Segundo Nanni *et al* (2014), com o decorrer dos anos em que as barras de FRP se mostraram uma alternativa de uso em relação às barras de aço nos elementos de concreto, começou a ser estabelecido um comitê de “reforço de FRP”. Atualmente existem recomendações específicas para projetos utilizando-se barras de FRP na Ásia, Europa, América do Norte e América do Sul. Destacam-se dentre as normas técnicas vigentes, a norma americana ACI 440.11-22 (2022), a norma canadense CSA S806-12 (2012) e a norma brasileira ABNT NBR 17196 (2025), que neste último caso destaca que suas recomendações técnicas não contemplam as lajes nervuradas. As demais normas não declaram de maneira explícita esta informação.

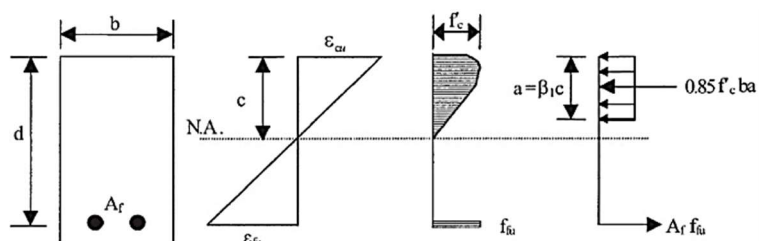
Quando submetidos à flexão, os elementos de concreto armado com barras de FRP baseiam-se na compatibilidade de deformação entre os materiais, buscando-se o equilíbrio das forças internas e o controle dos estados limites (ACI 440 1R, 2015). Assim como com as barras de aço, pode-se observar também diferentes modos de rupturas dos elementos com barras de FRP.

O estado limite de último (ELU) de seções de concreto armado com barras de FRP pode ser controlado de diversas maneiras, assim como apresentado na Figura 14. De modo geral, observa-se que quando submetido a tensões de tração, as barras de FRP apresentam comportamento elástico-linear até a tensão última.

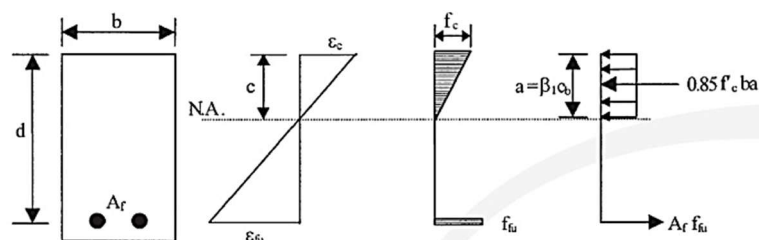
Figura 14 – Modos de ruptura da seção de concreto armado com barras de FRP



(a) Ruptura governada pelo esmagamento do concreto



(b) Seção balanceada, com ruptura por esmagamento do concreto concomitante com a ruptura das barras de FRP tracionadas



(c) Ruptura governada pela ruptura do FRP

Fonte: ACI 440 1R-15, 2015.

É possível observar que, se a taxa de armadura longitudinal for menor que a taxa considerada equilibrada para aquela seção, o estado limite último é controlado pela ruptura das barras de FRP sob tração; caso contrário, o concreto controlará o estado limite último por esmagamento. Estas afirmações são corroboradas pela norma brasileira, que destaca em suas hipóteses para modelos de cálculo que o estado limite último será alcançado quando a deformação na armadura tracionada de FRP ou no concreto comprimido alcançarem os valores últimos (ABNT NBR 17196, 2025).

Ainda, de acordo com a norma ABNT NBR 17196 (2025), a taxa de armadura balanceada, que define a transição entre os modos de ruptura governado pela ruptura das barras de FRP sob tração e do esmagamento do concreto, pode ser calculada pela Equação 1.

$$\rho_{fb} = \lambda \alpha_c \eta_c \frac{f_{cd}}{f_{fd}} \frac{E_f \varepsilon_{cu}}{E_f \varepsilon_{cu} + f_{fd}} \quad \text{Equação 1}$$

onde,

ε_{cu} - é a deformação última do concreto à compressão;

f_{fd} - é a resistência à tração de cálculo da armadura de FRP;

E_f - é o módulo de elasticidade à tração da armadura de FRP;

f_{cd} - é a resistência à compressão de cálculo do concreto;

λ - é o coeficiente para profundidade do bloco retangular de tensões em vigas;

η_c - é o coeficiente de fragilidade.

α_c - é o parâmetro de redução da resistência do concreto na compressão.

Por conta do baixo módulo de elasticidade das barras de FRP, os elementos de concreto armado com estas barras, tendem a exibir mais fissuração se comparado com os elementos estruturais com barras de aço. Segundo Tavares (2006), em virtude da elevada fragilidade em comparação às barras de aço, os elementos de concreto armado com barras de FRP acabam por ser dimensionados posteriormente a verificação do elemento ao estado limite de serviço, para assim ter-se a segurança necessária.

Considerando-se essas afirmações, elementos estruturais de concreto armado como lajes nervuradas, exibem comportamentos nas condições de serviço que poderiam ser reduzidas a níveis compatíveis ao das lajes com barras de aço, em virtude da inércia da seção transversal, resultando também na diminuição das aberturas de fissuras. Entretanto, não se observa na literatura um estudo intensivo de uso de barras de FRP em lajes nervuradas de concreto armado.

2.4 Modelagem numérica em elementos de concreto armado com barras de FRP

A modelagem numérica permite um melhor entendimento do comportamento estrutural dos elementos de concreto armado com barras de FRP, possibilitando um estudo extensivo, sem custos com construção de elementos, viabilizando um estudo considerando-se diferentes condições e variáveis. A modelagem numérica de elementos de concreto armado constitui num adequado complemento aos estudos experimentais, uma vez que possibilita a parametrização de variáveis e a realização de múltiplas análises em menor tempo e com maior controle sobre as condições de contorno e carregamento, em comparação aos ensaios experimentais.

Segundo Souza (2021), uma análise numérica que determine com eficácia o comportamento requerido, necessita de abranger uma calibração adequada dos modelos e das condições de contorno a partir dos estudos experimentais, o que caracteriza o processo de validação do modelo. Logo após essa calibração é possível realizar a análise do comportamento do concreto armado com barras de FRP, sendo possível realizar modelos numéricos. É necessário representar os comportamentos físicos por meio de modelo de análise, que deverá simular com fidelidade o comportamento estrutural da estrutura real.

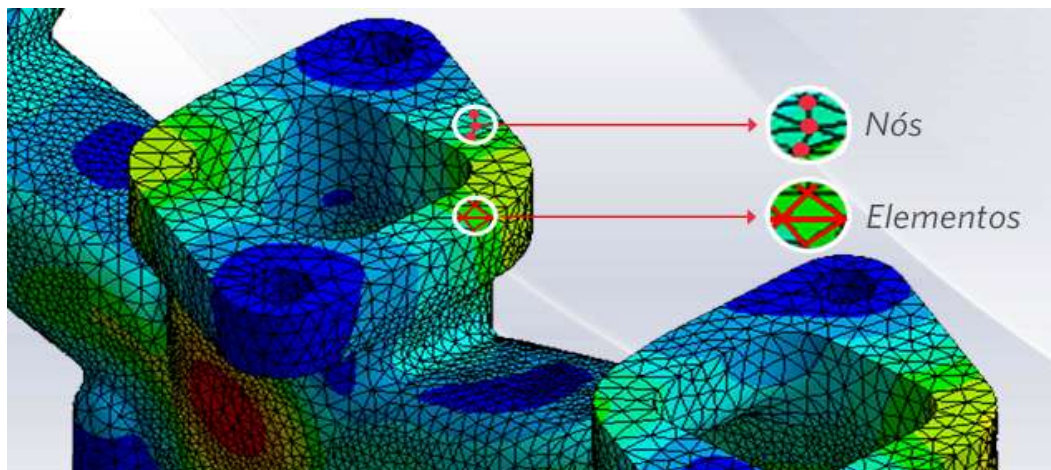
O estudo numérico de elementos de concreto armado com barras de FRP ainda é relativamente recente. Segundo Rocha (2019), existem diversas questões que ainda necessitam de serem estudadas de forma mais profunda, com destaque à modelagem da interação entre as barras e o concreto circundante.

Dentre os muitos métodos de para o estudo numérico, o Método dos Elementos Finitos (MEF) destaca-se como aquele com significativa eficiência na reprodução do comportamento resistente dos elementos. O MEF consiste na discretização de um meio contínuo por meio da divisão deste em um conjunto finito de subdomínios, assim como representado na Figura 15, que são denominados elementos finitos. Esses elementos são interconectados por pontos discretos denominados nós, os quais representam as posições onde as equações de equilíbrio são formuladas e resolvidas numericamente (Alves Filho, 2000).

Os nós correspondem aos vértices dos elementos finitos, que constituem as formas geométricas utilizadas na discretização do modelo contínuo. Esses nós, também denominados pontos nodais, estabelecem as conexões entre os elementos.

O conjunto formado pelos elementos e seus respectivos nós é denominado malha (Mirlisenna, 2016).

Figura 15 – Representação de um modelo discretizado utilizando o MEF



Fonte: Mirlisenna, 2016.

A análise de estruturas de concreto armado pode adotar modelos mais simples, considerando a aderência perfeita entre as barras e o concreto armado. Entretanto, para realizar uma simulação que represente o comportamento real, onde a análise é mais assertiva, deve-se considerar que essa aderência não ocorre de forma perfeita; sendo assim de extrema relevância realizar análises que levem em consideração essas condições de não perfeição da aderência.

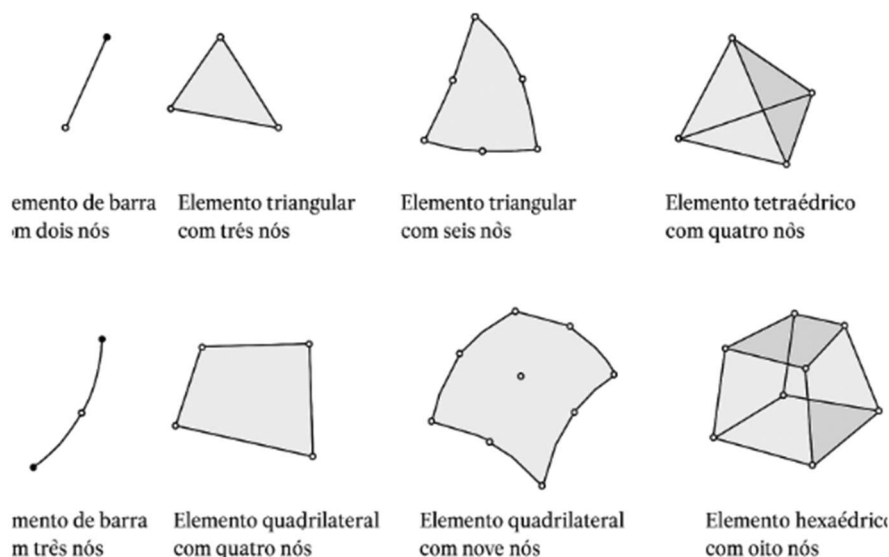
A discretização de um sistema contínuo é relacionada com a divisão da estrutura analisada, considerando partes distintas conectadas umas com as outras por pontos discretos; sendo denominado de malha o conjunto desses elementos que dividem a estrutura inteira (Alves Filho, 2000). Segundo Gil (2015), quanto maior o número de pontos considerados maior o refinamento do modelo; sendo assim, mais condizente com a realidade serão os resultados apresentados pelos programas computacionais, com maior custo de processamento.

Segundo Souza (2021), pode-se direcionar um melhor refinamento para as áreas de interesse a serem estudada, como em regiões de rótulas plásticas e ligações de elementos, para obter assim uma boa representação das características dessas áreas. Em resumo, as regiões onde ocorrem variações acentuadas das tensões devem ter o melhor refinamento de malha. De acordo com Gil (2015), normalmente essas zonas são próximas a aberturas nas peças, recortes e pontos de aplicação de carga concentradas.

Portanto, para a construção de um modelo numérico deve considerar adequados elementos numéricos, cujos formatos geométricos estão apresentados na Figura 16. Esta escolha é feita considerando o problema a ser analisado, levando-se em conta sua própria especificação e peculiaridade, bem como os métodos específicos que podem ser usadas para a resolução dos problemas numéricos (Owen, 1998).

As condições de contorno são aquelas responsáveis por configurar o problema a qual se busca a solução. Sendo assim, estas condições devem ser analisadas para cada sistema em particular, pois cada elemento tem suas características de restrições e solicitações que devem ser consideradas na análise.

Figura 16 - Elementos geométricos



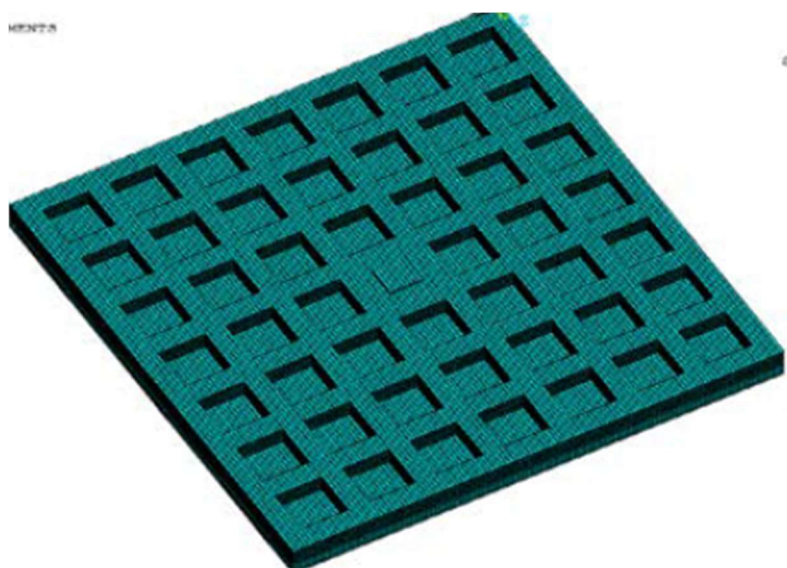
Fonte: Souza, 2003.

2.5 Estudos técnicos com modelações numéricas de lajes nervuradas

O elemento de estudo deste trabalho consiste em lajes nervuradas de concreto armado com barras de FRP. Desta maneira, buscou-se trabalhos técnicos no qual foi realizaram simulações numéricas deste elemento estrutural com barras de FRP, para averiguar os parâmetros analisados até a presente data. Entretanto notou-se, na busca por documentações técnicas, que não se tem estudos experimentais, numéricos e analíticos sobre lajes nervuradas armadas com FRP. Desta forma, buscou-se modelações numéricas destes elementos, armados com barras de aço, para verificar as características das simulações realizadas em cada análise.

Sulaibi e Al-Amiery (2017) simularam numericamente o comportamento resistente de lajes nervuradas de concreto armado utilizando o programa ANSYS, v.15, cuja armadura consistiu em barras de aço de 8,0 mm de diâmetro. As lajes apresentavam as dimensões de 1860 cm × 1860 cm × 15 cm, com distância entre eixos das nervuras de 25 cm e espessura da mesa de 4 cm. O modelo consistiu em um tipo de análise não linear, utilizando-se elementos como SOLID65 para o concreto e para as armaduras longitudinais e telas metálicas o LINK180. No modelo, considerou-se aderência perfeita entre as barras de aço e o concreto. O modelo numérico pode ser visualizado na Figura 17. Em seus resultados, constatou-se que algumas discrepâncias observadas em seu resultado advêm de hipóteses que foram levadas em consideração, como a aderência perfeita entre as barras e o concreto.

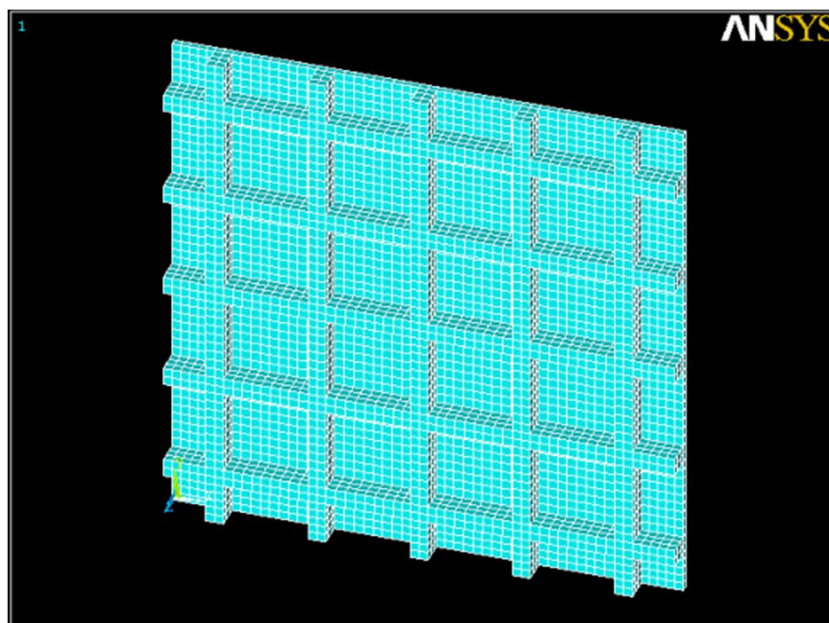
Figura 17 – Modelo numérico de elementos finitos – laje nervurada



Fonte: Sulaibi e Al-Amiery, 2017.

Donin (2007) teve como objetivo comparar numericamente o comportamento de lajes nervuradas de concreto armado com barras de aço com resultados experimentais conhecidos e averiguar se a eficiência da análise linear em comparação à análise não linear. O modelo apresentado na Figura 18 utilizou elementos bidimensionais de casca (SHELL63) no ANSYS, com análise linear e não linear, considerando a interação entre aço e concreto. O modelo assume a teoria elasto-plástica para aço e concreto, com aderência perfeita entre os materiais. Os resultados obtidos mostraram que a análise linear forneceu deslocamentos conservadores e coerentes com os experimentais, enquanto a análise não-linear aproximou-se mais dos valores experimentais em estados limites últimos.

Figura 18 – Modelo numérico da laje nervurada



Fonte: Donin, 2007.

Enquanto que Dias (2003) modelou numericamente pavimentos com lajes nervuradas, cujo objetivo foi avaliar a influência no comportamento resistente da excentricidade entre os eixos das nervuras e o plano médio da capa. A modelagem foi feita com elementos tridimensionais, com análise paramétrica variando a relação entre altura da capa e altura total da laje. A análise foi não linear, utilizando o programa ANSYS. As variáveis estudadas foram a relação de geometria entre capa e total da laje, deslocamentos e esforços internos (momentos e tensões). A lei constitutiva do concreto consistiu em comportamento não linear, considerando fissuração e plastificação. Os resultados obtidos indicaram que incluir as variações geométricas impacta significativamente os deslocamentos e solicitações, destacando a necessidade de modelagem mais precisa para previsão adequada do desempenho estrutural.

2.6 Conclusões Gerais

O uso de barras de FRP como armadura interna em elementos de concreto armado tem se mostrado uma alternativa tecnicamente viável, especialmente em estruturas expostas a ambientes agressivos. Dentre suas principais vantagens destas barras destaca-se a não-corrosibilidade, característica que contribui para o aumento da durabilidade destas estruturas e reduz a necessidade de intervenções corretivas, que é um problema recorrente em estruturas armadas com aço convencional.

Com o intuito de orientar a aplicação prática e o dimensionamento de estruturas com FRP, diversas normas internacionais e nacionais vêm sendo desenvolvidas, propondo recomendações com base nas propriedades específicas desses materiais compósitos. Entretanto, recomendações normativas, como a norma ABNT NBR 17196 (2005), recomendam o uso das barras de FRP com algumas ressalvas, por conta do comportamento frágil.

Portanto, percebe-se que para efeitos estruturais é de suma importância o conhecimento aprofundado das propriedades mecânicas e físicas das barras de FRP, para realizar-se um dimensionamento que traga segurança e bem-estar dos usuários.

A análise numérica da laje nervurada de concreto armado com barras de FRP configura-se como uma ferramenta fundamental para a avaliação do desempenho desses materiais sob diferentes condições de carregamento e de exposição ambiental.

De forma geral, os estudos demonstram que o FRP é uma alternativa eficiente e promissora ao aço em diversas aplicações. Essas simulações numéricas contribuem para a formação de uma base de dados robusta, permitindo a elaboração de critérios de dimensionamento mais seguros e econômicos para estruturas de concreto armado com FRP.

3. MODELAGEM NUMÉRICA DE LAJE NERVURADA COM BARRAS DE FRP

3.1 Considerações gerais

Nas simulações numéricas realizadas neste trabalho, buscou-se reproduzir de forma realista os comportamentos do experimento realizado por Al Kallas *et al.* (2023), buscando-se, assim, validar o modelo numérico. Posteriormente, o modelo numérico validado permitiu a simulação do comportamento de uma laje nervurada armada com barras de FRP. Finalmente, considerou-se diferentes possíveis cenários de taxa de armadura longitudinal de FRP para um estudo paramétrico dos modos de ruptura da laje nervurada com esta armadura.

Neste capítulo será descrito mais detalhadamente sobre as características do modelo numérico, apresentando-se a geometria, os materiais constituintes utilizado no elemento estrutural analisado, condições de contorno e outras características relevantes para a construção do elemento.

Para a construção do modelo numérico tridimensional foi utilizado o programa comercial de elementos finitos ATENA 3D, versão 5.0.0 (2013), o qual permitiu simular adequadamente as características experimentais, por conta da sua desenvolvida qualidade de métodos e leis constitutivas dos materiais.

3.2 Características do modelo numérico

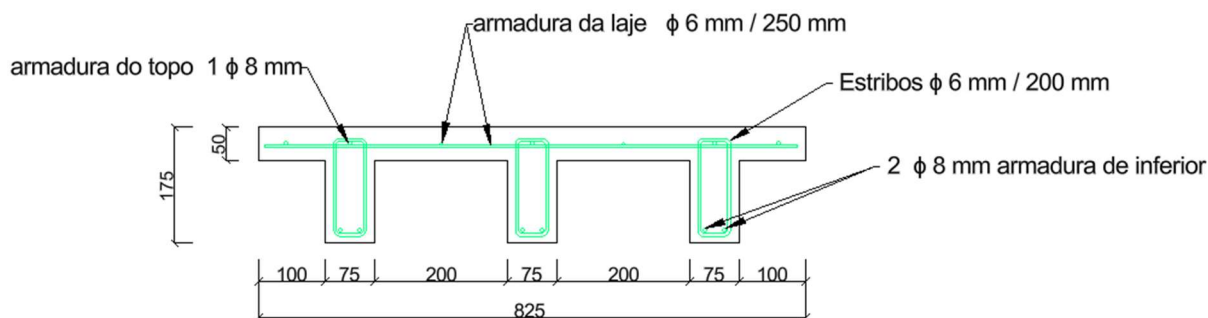
O provete experimental consiste em uma laje nervurada de concreto armado com barras de aço (Laje S-C), estudada na pesquisa de Al Kallas *et al.* (2023), cujas propriedades dos materiais são apresentadas na Tabela 6. A seção transversal da Laje S-C é apresentada na Figura 19, com as unidades em milímetros.

Tabela 6 – Característica do modelo experimental.

Concreto		
Resistência média à compressão após 28 dias		38 MPa
Resistência média à compressão no dia do ensaio, f_c		40 MPa
Armadura de aço		
Diâmetro da barra	Tensão de escoamento	Tensão última
Ø 6 mm	400 Mpa	447 MPa
Ø 8 mm	580 Mpa	629 MPa

Fonte: Al Kallas *et al.*, 2023, adaptado.

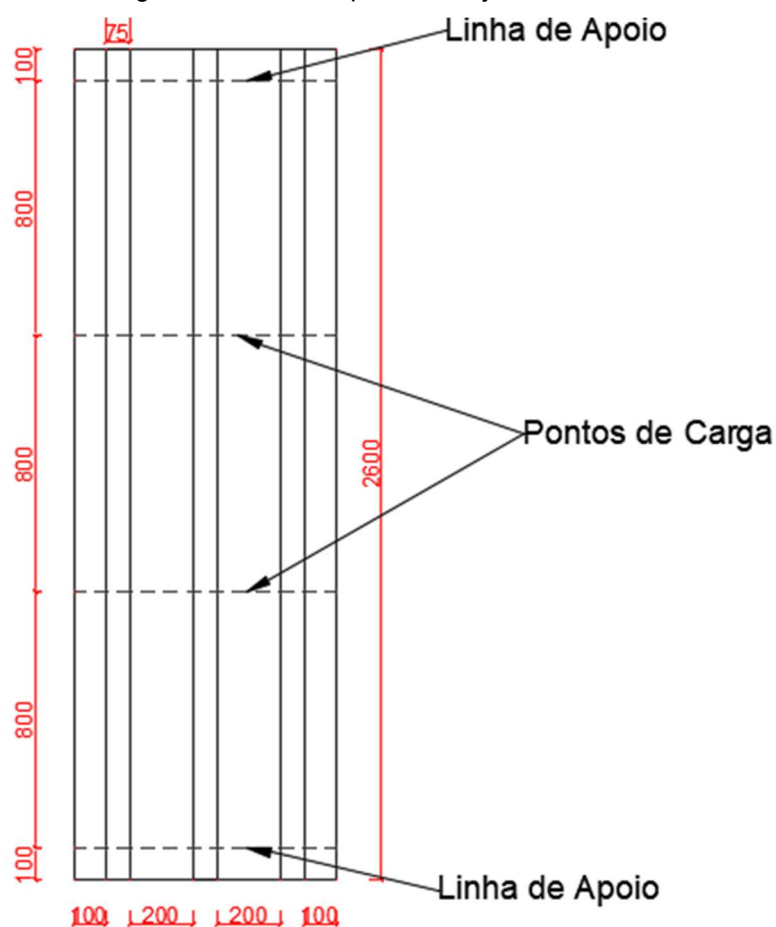
Figura 19 – Seção transversal do elemento estrutural experimental



Fonte: Al Kallas *et al.*, 2023, adaptado.

A Laje S-C apresenta em cada nervura duas barras de aço de 8,0 mm de diâmetro na região tracionada e duas barras de 8,0 mm diâmetro na região comprimida; enquanto que, a armadura transversal e a mesa são compostas por barras de 6,0 mm de diâmetro. A vista superior da Laje S-C, exibida na Figura 20 com unidade em milímetros, apresenta os pontos de apoio e os pontos de aplicação de carga no elemento.

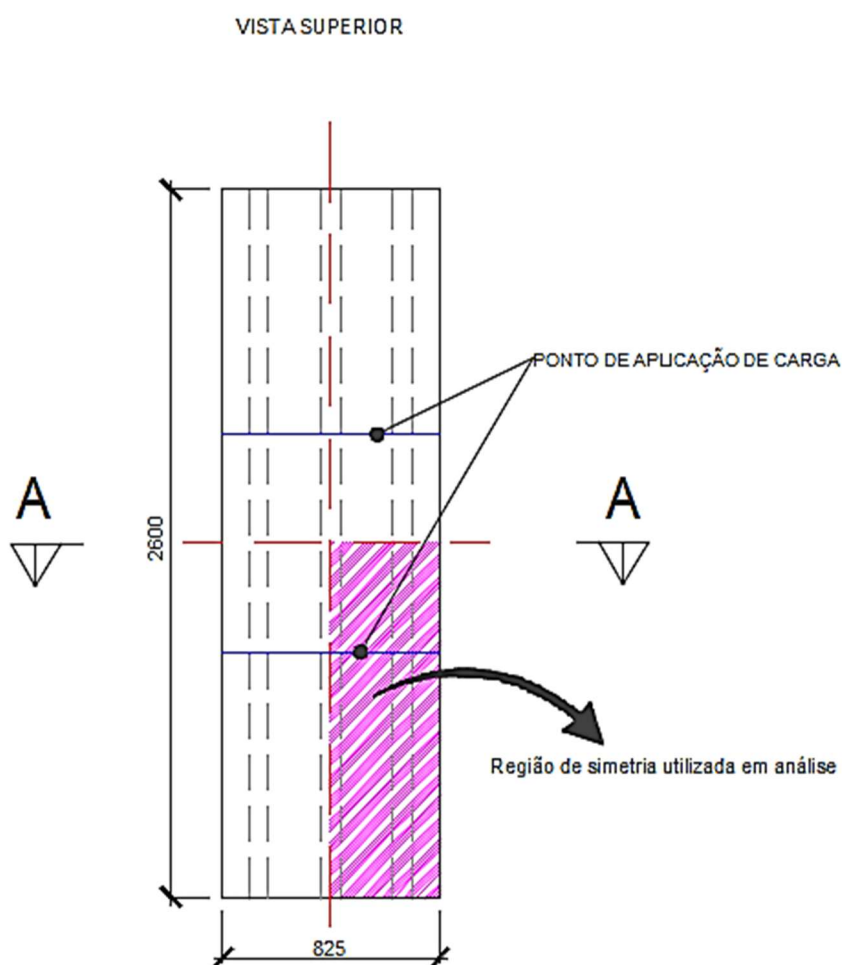
Figura 20 – Vista superior da laje nervurada



Fonte: Al Kallas *et al.*, 2023, adaptado.

A modelagem numérica pode demandar um elevado custo computacional, especialmente quando se faz necessário um alto grau de refinamento da malha. Com vista à redução do custo computacional, sem comprometer a qualidade dos resultados obtidos, considerou-se a utilização de planos de simetria. Para isso, foram adotados dois planos de simetria no modelo numérico, conforme ilustrado na Figura 21 com unidade em milímetros, os quais foram posicionados ao longo dos eixos principais da geometria da estrutura.

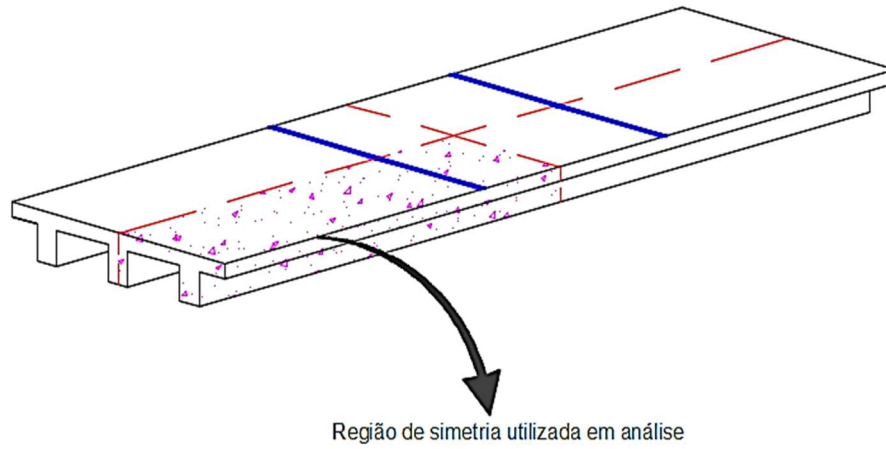
Figura 21 – Eixos de simetria do modelo numérico



Fonte: Autor, 2025.

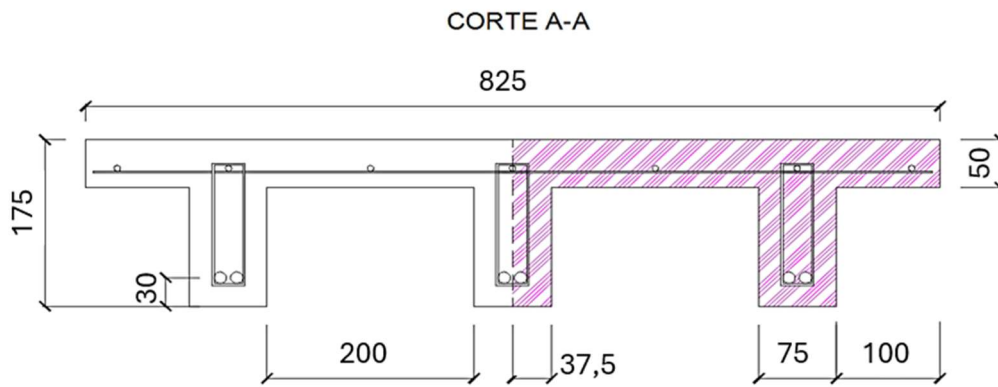
Com essa abordagem, foi possível reduzir significativamente o número total de nós e elementos finitos, mantendo, ao mesmo tempo, a representatividade e a fidelidade física do sistema estudado. A geometria final do modelo numérico teve o aspecto representado nas Figuras 22 a 24, consistindo nas regiões rachuradas e com unidades em milímetros. A Figura 25 apresenta o modelo numérico tridimensional construído no programa ATENA.

Figura 22 – Vista isométrica da laje nervurada S-C.



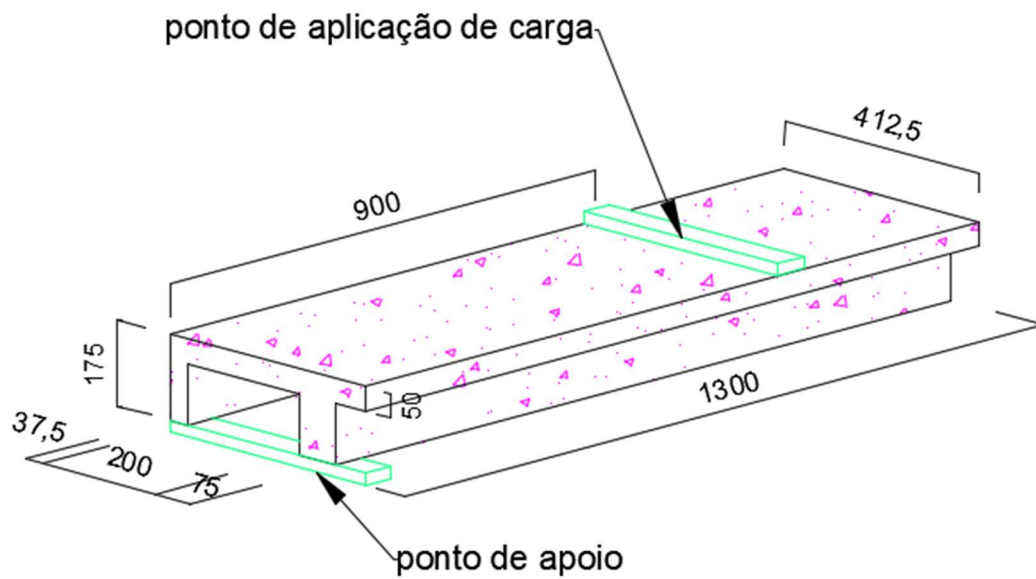
Fonte: Autor, 2025.

Figura 23 – Seção transversal da laje S-C indicando o eixo de simetria



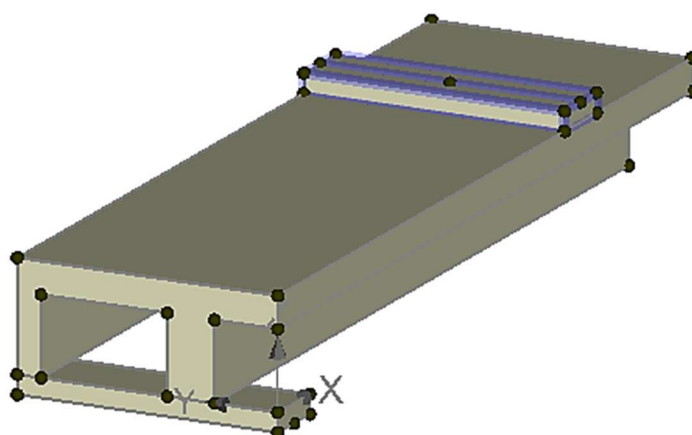
Fonte: Autor, 2025.

Figura 24 – Dimensões do modelo numérico



Fonte: Autor, 2025.

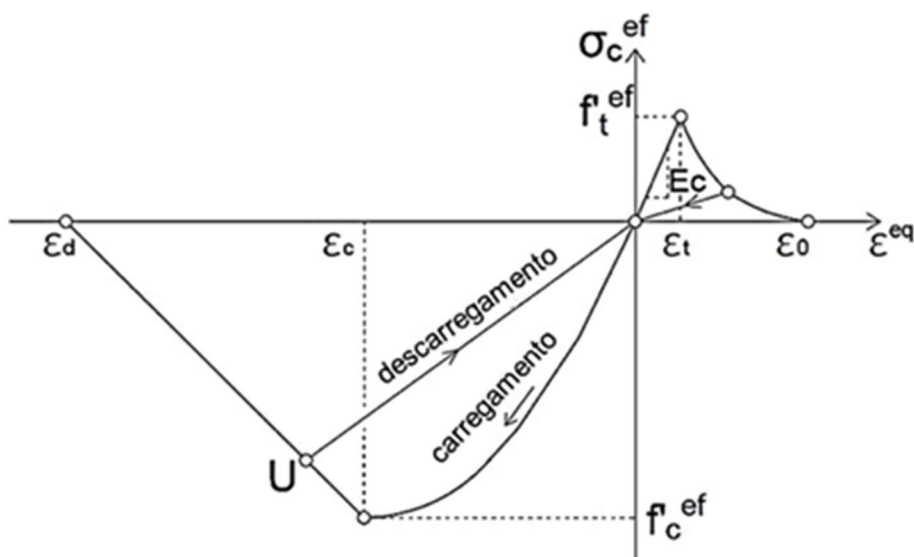
Figura 25 – Modelo numérico construído no software ATENA



Fonte: Autor, 2025.

Foram definidas as leis constitutivas de cada material do modelo numérico, utilizando-se da biblioteca disponível no programa ATENA 3D. Os materiais que constituem o ponto de apoio e aplicação de deslocamento são de comportamento elástico linear, o comportamento do concreto foi simulado pela lei constitutiva, denominada de *CC3DNonLinCementitious2*, que combina a plastificação do concreto sob compressão e a fissuração sob tração, como demonstrado na Figura 26.

Figura 26 - Modelo constitutivo do concreto



Fonte: Souza, 2021.

Este modelo apresenta os valores modificados das propriedades que afetam o comportamento mecânico do elemento estrutural, como apresentado na Tabela 7. As

demaís propriedades não são apresentadas por ter sido considerado o seu valor padrão presente no programa.

Tabela 7 - Parâmetros do modelo material do concreto

$S_F [-]$	$e [-]$	$\beta [-]$	$c_{ts} [-]$	$w_d [m]$	$r_{c,min} [-]$	$MFF [-]$
20	0,52	0	0,02	-0,005	0,8	0

Fonte: Autor, 2025.

Sendo,

S_F – Fator de rigidez de fissura de corte;

e – Excentricidade de superfície de ruptura;

β – Multiplicador para a direção de fluxo de plasticidade;

c_{ts} – Efeito *tension stiffening*;

w_d – Deslocamento plástico do concreto na fase de amolecimento;

$r_{c,min}$ – Redução da resistência à compressão do betão na direção paralela às fissuras;

MFF – coeficiente referente ao modelo de fenda fixa;

Segundo Souza (2021), o comportamento não-linear do concreto no estado de tensão biaxial, no programa ATENA 3D, é descrito pela tensão efetiva e pela extensão uniaxial equivalente, eliminando, assim, o efeito de Poisson no estado plano de tensão. Considerando-se o modelo constitutivo mencionado, a resistência ao cisalhamento nas fissuras é determinada por meio do método *Modified Compression Field Theory*. Com isso tem-se que o concreto antes de apresentar fissurações é considerado como linear-elástico, e após a fissuração o concreto passa a ser modelado através de fissuras fictícias.

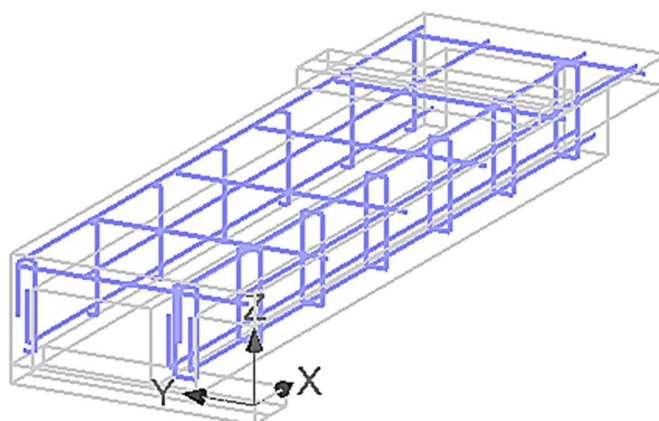
O ATENA 3D fornece vários tipos de leis constitutivas para a armadura, sendo escolhida àquela denominada *CCReinforcement*. Para os modelos numéricos das lajes nervuradas com barras de aço, foi escolhido o modelo *CCReinforcement bilinear* com endurecimento; enquanto que, para as barras de FRP utilizou-se o modelo *CCReinforcement* multilinear, de maneira a simular o comportamento frágil destas barras. As propriedades mecânicas das barras de FRP foram consideradas a partir dos valores de referência obtidos na norma técnica ASTM D7957 (2022), quais são: resistência à tração da barra de FRP de 12,7 mm, 9,5 mm e 6,3 mm ($f_{tFRP} = 744$ MPa,

830 MPa e 843 MPa, respectivamente) e módulo de elasticidade à tração ($E_{tFRP} = 48.800 \text{ MPa}$). Vale destacar que a presença de barras de FRP se dará após o processo de validação do modelo numérico da laje com barras de aço.

Relativamente à interação entre as barras e o concreto, considerou-se a aderência perfeita, de tal maneira que não haja escorregamento entre os materiais. Esta simplificação se dá, mesmo diante de barras de FRP, em virtude da ausência da lei constitutiva real para o elemento experimental.

As armaduras foram modeladas de forma discreta, por meio do modelo constitutivo *Reinforcement*, presente no programa ATENA 3D. O modelo baseia-se em um elemento finito de barra biarticulada, assumindo um estado de tensão uniaxial uniforme, que podem ser visualizado na Figura 27.

Figura 27 – Armadura de aço da laje nervurada modelada no software ATENA



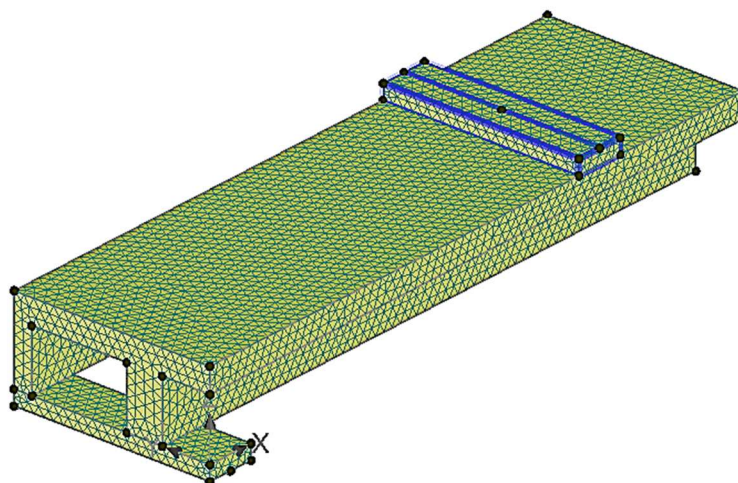
Fonte: Autor, 2025.

Em relação a modelagem do concreto, foi utilizado um modelo denominado *CCIsoTetra*, como apresentado na Figura 28, que é um elemento sólido tridimensional do tipo *tetrahedral*, que apresenta de 4 nós. A malha foi refinada, com a dimensão de 0,02 m, gerando um total de 54.438 mil elementos.

Após isso, as condições de contorno foram consideradas levando-se em conta o problema real e os eixos de simetria, a fim de respeitar o comportamento da laje nervurada nas condições de ensaio. Com isso, restringiu-se os deslocamentos nodais no eixo Y do sistema de coordenadas globais, ao longo do corte longitudinal do eixo do simetria, e restringiu-se o deslocamento nodal no eixo X ao longo do corte

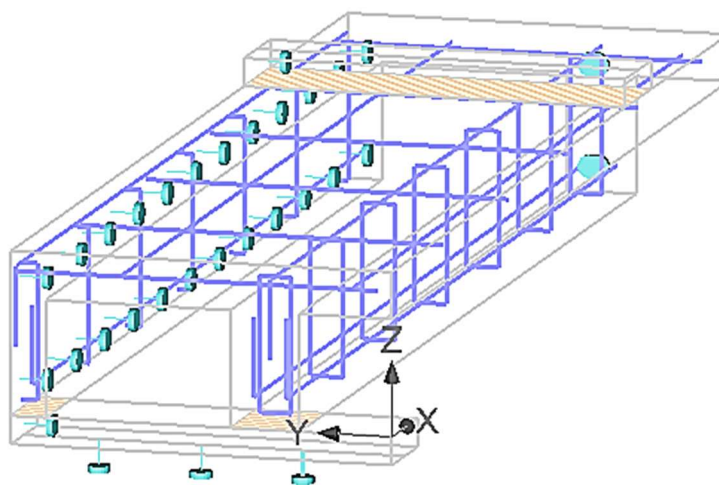
transversal do eixo de simetria; além de restringir o deslocamento no eixo Z no ponto de apoio da laje, como apresentado na Figura 29.

Figura 28 – Refinamento da malha utilizada no modelo (elemento tetraédrico).



Fonte: Autor, 2025.

Figura 29 – Condições de contorno para a seção de simetria



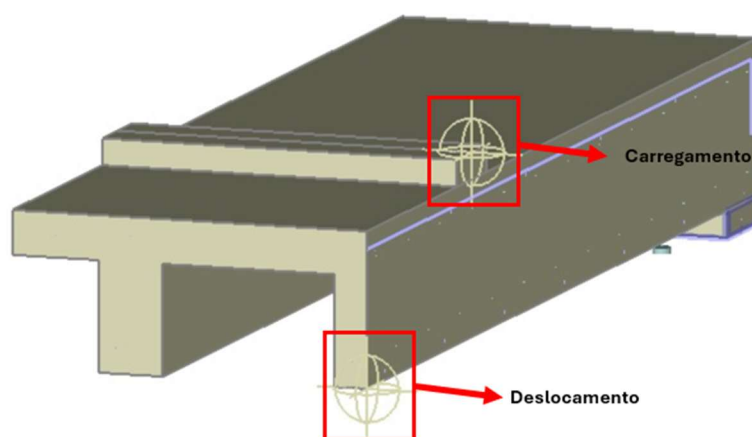
Fonte: Autor, 2025.

Sobre as regiões de contato, quando dois macroelementos se tocam, o programa detecta automaticamente essas condições e cria contatos nos locais apropriados. Esses contatos podem ser modificados posteriormente para simular contatos totais, vãos ou outros tipos de interfaces. No estudo realizado foi utilizado o contato padrão apresentado pelo programa, assumindo a conexão total entre os macroelementos.

Quanto as condições de carregamento do modelo, realizou-se uma aplicação de deslocamento de -0,1 mm nos pontos de aplicação de carga no elemento em

contato com a laje nervurada (a chapa que possui como material constituinte um material elástico linear) transferindo assim os esforços para a laje na região de contato definida, a fim de simular um ensaio do elemento estrutural com controle de deslocamento. Alocou-se os pontos de monitoramento de dados, conforme apresentado na figura 30, no local de aplicação do deslocamento vertical, para a leitura do carregamento vertical, e no centro da laje, para a leitura do deslocamento do elemento estrutural, permitindo construir as curvas numéricas de carga vertical *versus* deslocamento vertical.

Figura 30 – Pontos de monitoramento na estrutura.



Fonte: Autor, 2025.

Para o estudo numérico do comportamento estrutural da laje nervurada foi efetuada uma análise que leva em consideração o comportamento não linear, utilizando-se do método Newton-Raphson padrão, no qual foram considerados os valores dos critérios de convergência fornecidos no ATENA 3D.

3.4 Metodologia para o estudo paramétrico

Com a validação do modelo numérico em comparação com o experimental, considerou-se a mudança dos parâmetros dos materiais, considerando a substituição das barras longitudinais de aço pelas de FRP. Três substituições, em seguida, foram realizadas, a fim de analisar o comportamento dos modelos numéricos com diferentes taxas de armaduras longitudinais de FRP. Finalmente, fez-se uma análise do comportamento de uma laje maciça equivalente à laje nervurada, a fim de verificar a resposta resistente.

Com as mudanças dos materiais realizadas e seus parâmetros ajustados tornou-se possível realizar a análise do comportamento estrutural do modelo numérico.

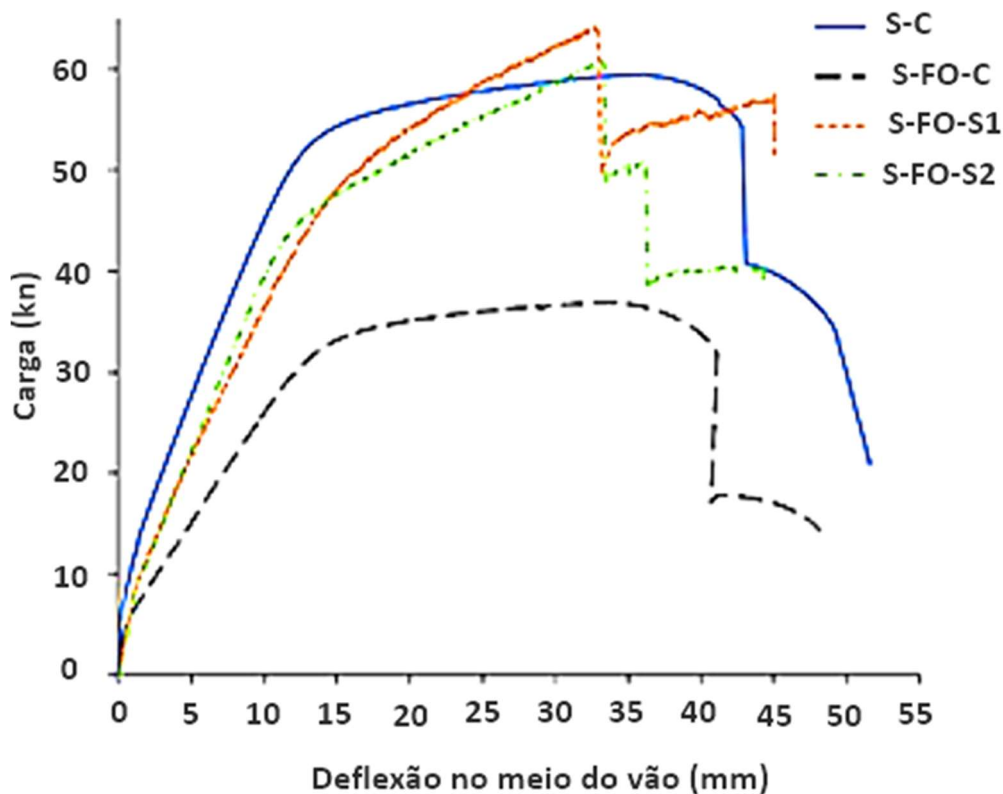
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Considerações iniciais

Nessa seção será apresentado uma análise comparativa entre a curva experimental e a gerada pelo modelo numérico, buscando com isso a validação do modelo, para realizar-se posteriormente o estudo do concreto armado com o FRP. A comparação será realizada através do gráfico carga vs. deslocamento.

Nos trabalhos de Al Kallas *et al.* (2023) é apresentada a curva experimental da Laje S-C, conforme a figura 31, sendo possível a comparação com a curva do modelo numérico desenvolvido.

Figura 31 - Diagrama carregamento vs. deformação



Fonte: Al Kallas *et al.*, 2023.

Com o estudo validado foi realizado a análise da laje nervurada armada com o FRP (LNF-SD), por meio da substituição direta entre as barras longitudinais de aço (LNA).

A seguir, foi realizado a simulação numérica da laje nervurada armada com o FRP de dois modos diferentes, uma onde o elemento está armado considerando

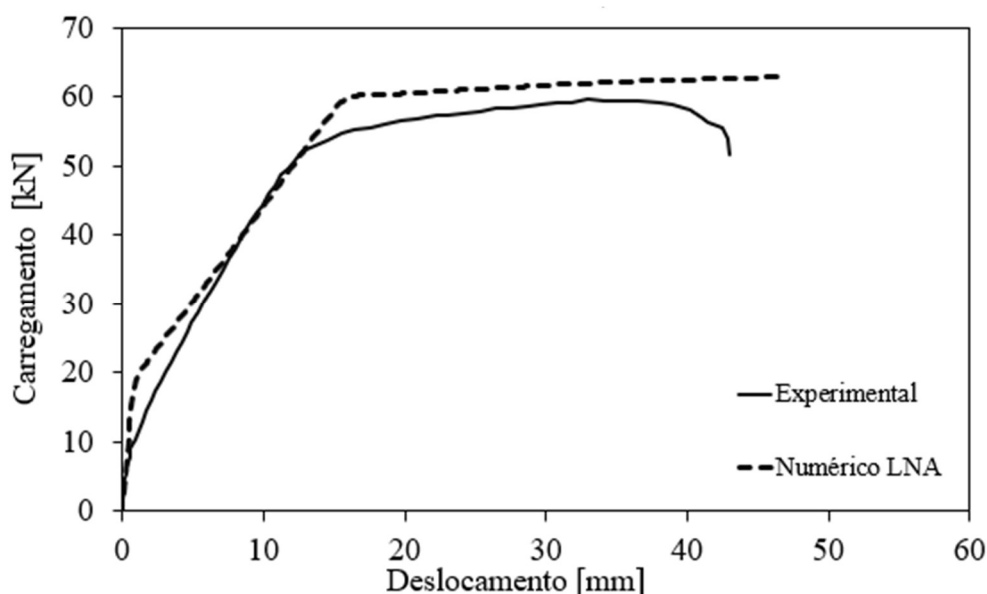
uma seção balanceada (LNF-B) e outra com o modo de ruptura controlado pelo concreto (LNF-E).

Finalmente, foi feito a comparação do modelo numérico da laje nervurada, onde o modo de ruptura é controlado pelo concreto, com o comportamento da laje maciça de seção equivalente com barras de FRP (LMF-E).

4.2 Validação do modelo numérico da laje LNA

Analisando-se a Figura 32, observa-se que o modelo numérico da laje LNA exibiu uma boa concordância com o resultado experimental no que se refere à rigidez à flexão e ao pico de carregamento do modelo. No primeiro trecho da curva observa-se que a rigidez do modelo numérico é maior do que às das curvas experimentais. Esses valores são esperados, em virtude do modelo numérico não simular as microfissuras de retração do concreto, as características que estão associadas à fase construtiva e os possíveis desalinhamentos dos pontos de aplicação de carga.

Figura 32 – Diagrama de carregamento *versus* deslocamento da laje LNA



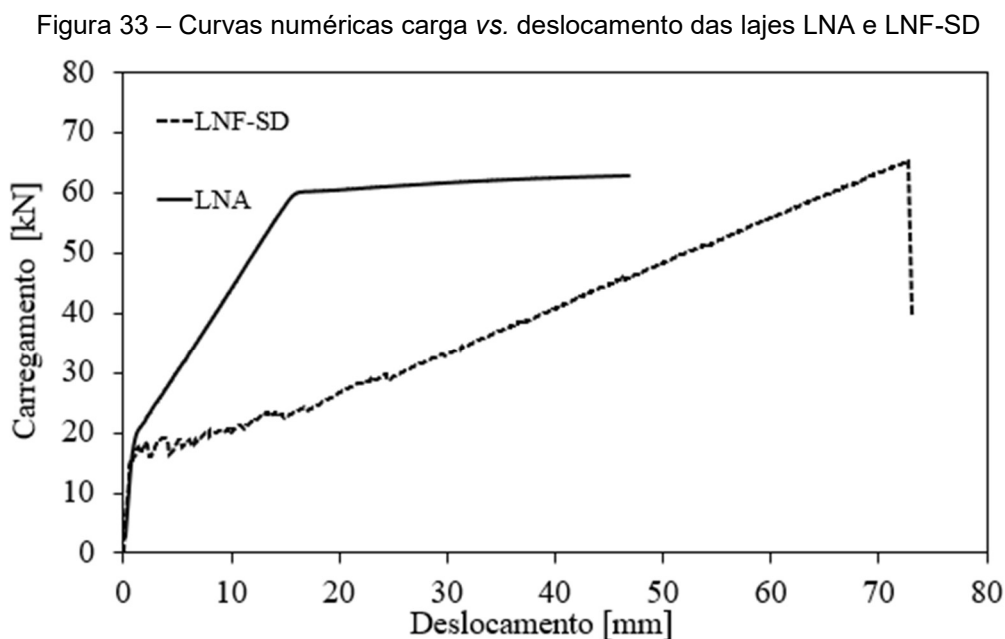
Fonte: Autor, 2025.

Observando-se as curvas é possível perceber que o modelo numérico simula com eficiência a não-linearidade do elemento, onde o limite de proporcionalidade das curvas se apresentam de forma similar juntamente da sua resistência. Assim, em geral, pode-se dizer que a curva obtida da modelagem foi próxima a obtida no ensaio experimental, apesar de o modelo não conseguir ter representado com efetividade a perda de resistência do elemento.

Com isso, é possível dizer que obteve-se uma validação satisfatória do modelo numérico, permitindo a realização dos estudos numéricos paramétricos, com a modificação do tipo de armadura e a taxa de armadura longitudinal, neste último caso, com vista a alterar o modo de ruptura.

4.3 Análise numérica da laje com substituição direta

Com o modelo validado buscou-se realizar a substituição dos materiais utilizados na armadura longitudinal (de aço para FRP). Portanto, considerou-se inicialmente a situações onde ocorre a substituição direta do aço pelas barras de FRP, mantendo a quantidade de barras longitudinais na seção, resultando no modelo da laje LNF-SD. Com isso obteve-se o gráfico apresentado na Figura 33, no qual observa-se que o modelo numérico do elemento armado com FRP representou com eficiência o modo de ruptura frágil



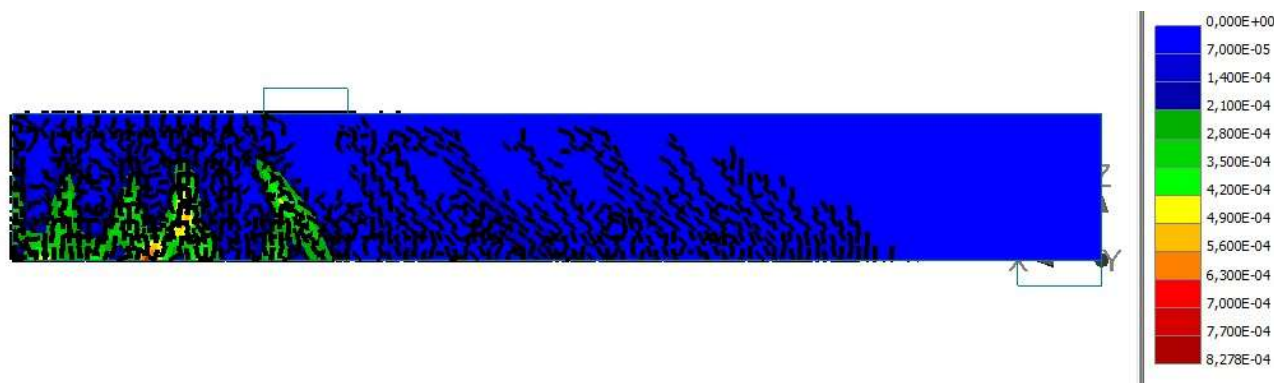
Fonte: Autor, 2025.

Analisando-se as curvas no gráfico observa-se que o modelo da laje LNF-SD deforma mais do que a laje LNA, o que aumenta as aberturas de fissuras no elemento, como visto nas Figuras 34 e 35, o que corrobora com os estudos analisados que afirmam que o FRP apresenta maiores deslocamentos quando em comparação com o aço.

Isso confirma que as estruturas que se utilizam dessas barras como armadura devem ser dimensionadas a partir do estado limite de serviço, tanto devido ao seu

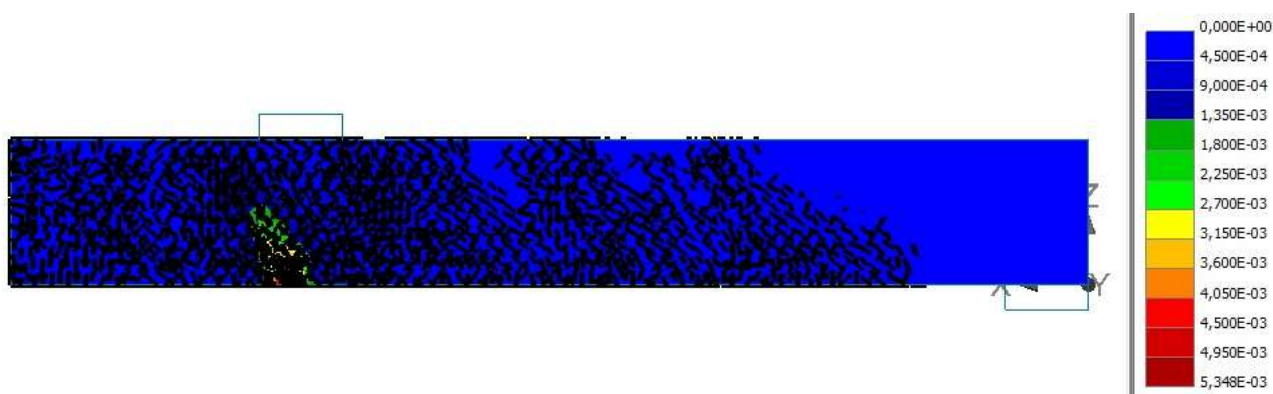
modo de ruptura repentino que está representado na Figura 32, com unidades da abertura de fissuras em metros, como pelo fato de estas apresentarem maiores aberturas de fissuras.

Figura 34 – Abertura de fissuras nervura central da laje LNA



Fonte: Autor, 2025.

Figura 35 - Abertura de fissuras nervura central da laje LNF-SD



Fonte: Autor, 2025.

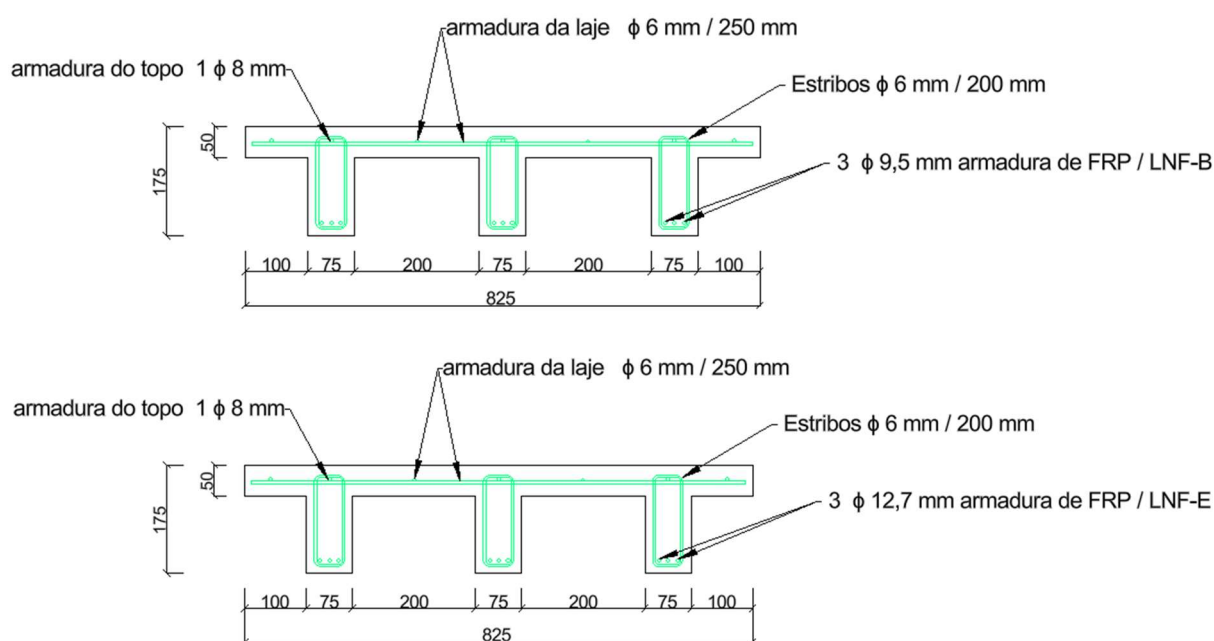
4.4 Análise dos modelos parametrizados

Com essa análise buscou-se realizar a simulação do modelo de laje nervurada com barras de FRP considerando-se o modo de ruptura controlado pelo esmagamento do concreto (LNF-E) e o modo de ruptura controlado de forma balanceada (LNF-B).

Para encontrar a área de aço necessária para atingir-se o modo de ruptura desejado, realizou-se o equilíbrio da seção transversal para, em seguida, calcular posição da linha neutra que atendesse ao regime de ruptura em questão. Assim, foi possível calcular o momento fletor resistente, que permitiu o dimensionamento da área da armadura de FRP para a seção.

As taxas de armadura para cada elemento apresentaram-se da seguinte forma. Na seção equilibrada o elemento tem uma taxa de armadura de 0,44% (LNB) e na seção controlada pelo esmagamento do concreto tem-se uma taxa de 0,80% (LNE), como apresentado na Figura 36. É possível observar que se a taxa de armadura for menor do que a taxa considerada equilibrada para a seção, o estado limite último acaba sendo controlado pela ruptura do FRP, e com a taxa maior em comparação com a seção equilibrada o concreto controla o modo de ruptura do elemento por esmagamento, o que corrobora com os estudos apresentados na Figura 12.

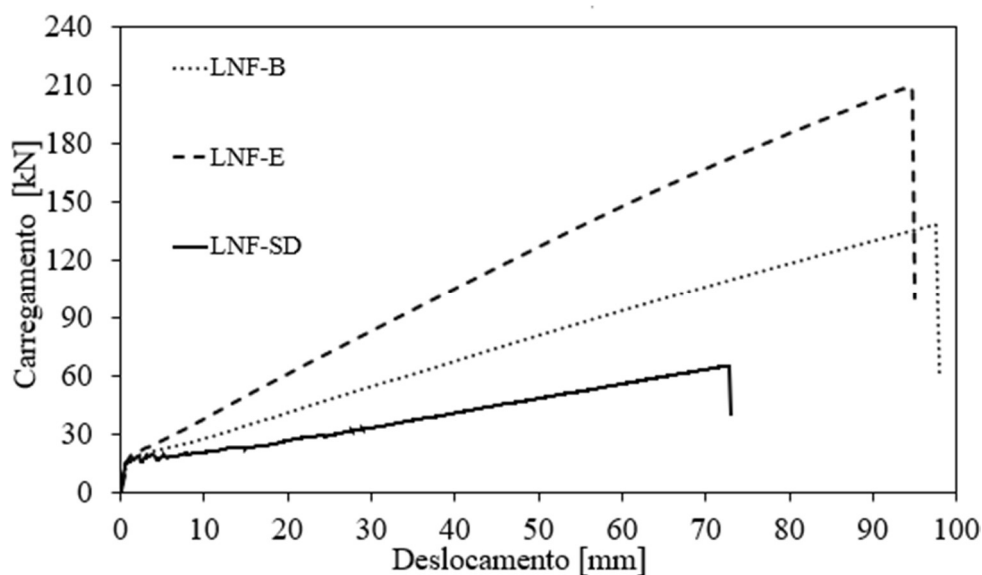
Figura 36 – Seções transversal dos modelos de lajes nervuradas LNF-B (acima) e LNF-E (abaixo)



Fonte: Autor, 2025.

Após a modelagem numérica destes dois modelos numéricos foi possível obter as curvas numéricas ilustradas na Figura 37.

Nota-se na Figura 37 que o aumento da taxa resulta numa espécie de redução da fragilidade do elemento em ambas as lajes LNF-B e LNF-E, com o aumento do deslocamento último. Isso se deve ao aprofundamento da linha neutra, que resultou num aumento da participação da mesa e da área de concreto comprimido, auxiliando no comportamento último governado pelo comportamento inelástico do concreto e aumentando o deslocamento último das lajes. Os modelos numéricos romperam com significativa fissuração, com o modo de ruptura ocorrendo pelo esmagamento do concreto na seção crítica, seguido da ruptura das barras de FRP sob tração

Figura 37 - Curvas numéricas carregamento *versus* deslocamento

Fonte: Autor, 2025.

Vale também destacar que o aumento da taxa de armadura favoreceu ao incremento da resposta resistente à flexão, para um maior deslocamento último, demonstrando, novamente, a efetiva participação do concreto comprimido.

4.5 Análise numérica das lajes LNF-E e LMF-E

Mediante as análises anteriores, buscou-se entender o comportamento de uma laje maciça com barras de FRP de seção equivalente (LMF-E) a laje nervurada com armadura de FRP (LNF-E), com o objetivo de analisar a eficiência a partir do ganho de rigidez à flexão que este último elemento estrutural proporciona.

Com isso considerou-se, para comparativo, a seção onde a ruptura é controlada pelo esmagamento do concreto, calculando-se a espessura equivalente para a laje maciça, de acordo com a Equação 2, apresentado por Dias (2003).

$$h_{eq} = \left(\frac{12I}{a_1} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{Equação 2}$$

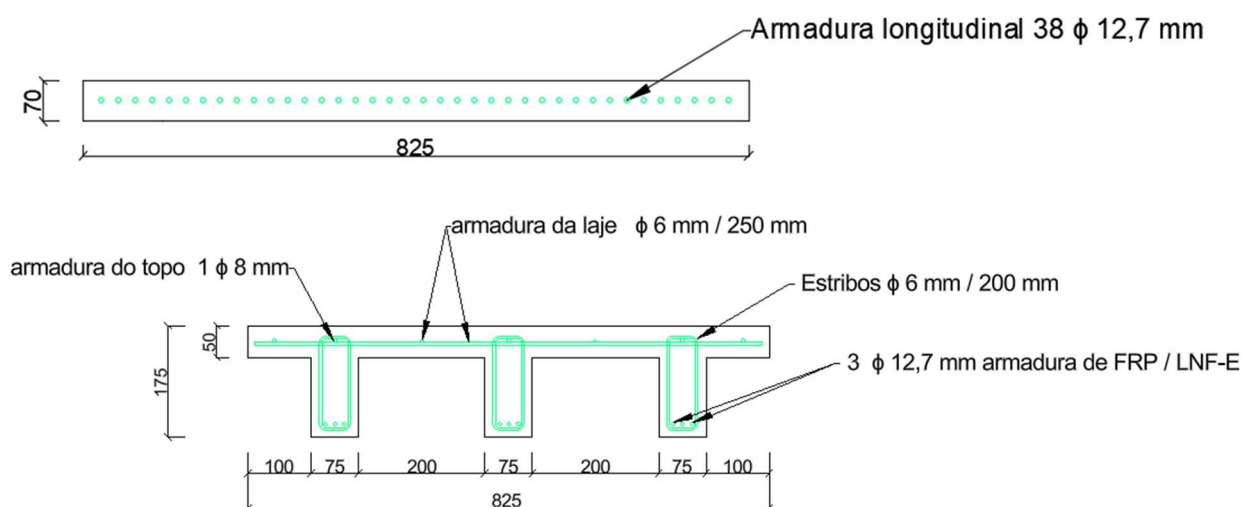
onde,

I é o momento de inércia à flexão da laje nervurada;

a_1 é a largura da laje nervurada (b_f);.

Com isso obteve-se a espessura equivalente da laje maciça LMA-E que foi considerada para realizar o estudo comparativo com a laje nervurada LNF-E, apresentando as dimensões de 82,5cm × 260cm × 7cm e taxa de armadura de 14,56%. A laje maciça LMA-E foi submetida a aplicação de deslocamento vertical semelhante ao utilizado nas lajes nervradas, o elemento pode ser visualizado e comparado com a laje nervurada na Figura 38.

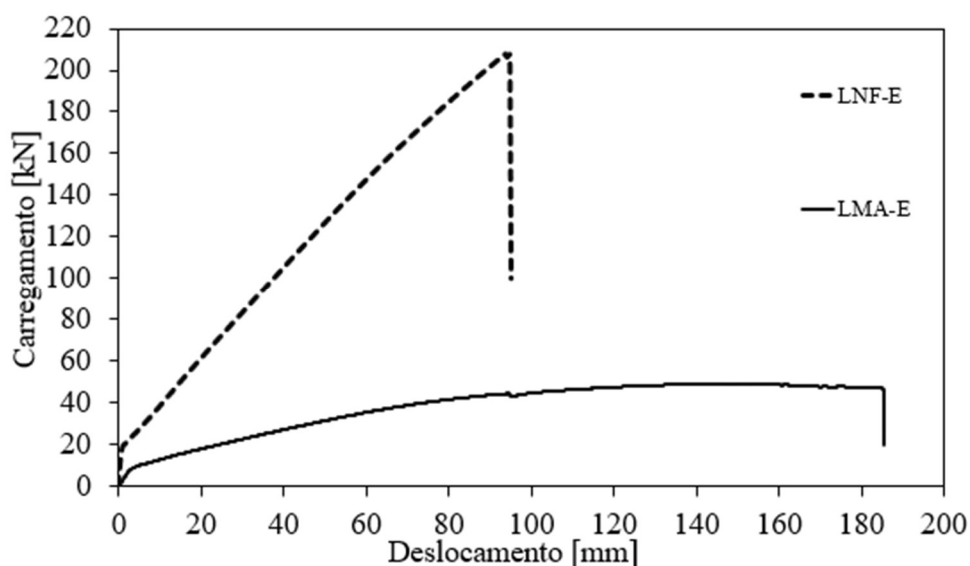
Figura 38 - Seção transversal da laje LMA-E (acima) e LNF-E (abaixo)



Fonte: Autor, 2025.

O comportamento resistente dos modelos numéricos é apresentado na Figura 39, a partir da comparação das curvas carregamento *versus* deslocamento.

Figura 39 – Comparação das curvas numéricas das lajes LNF-E e LMA-E

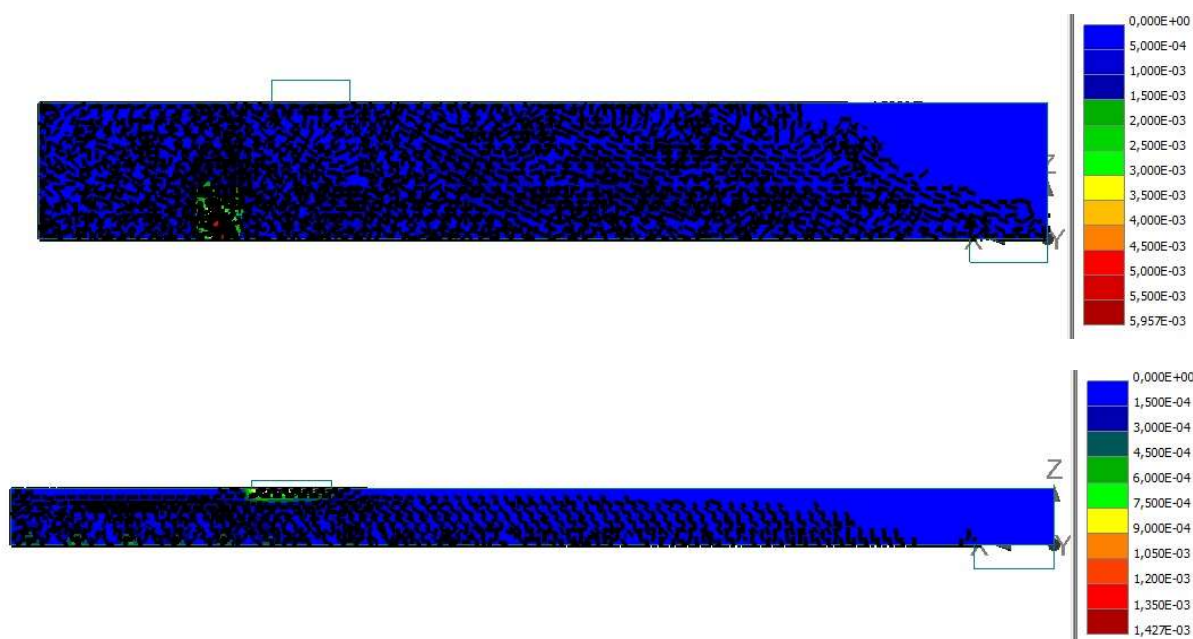


Fonte: Autor, 2025.

É possível observar que a laje nervurada LNF-E possui uma rigidez maior do que a laje maciça, resultando em menos deslocamento vertical. Isso se deve ao maior momento de inércia da seção transversal da LNF-E, resultando numa menor deformabilidade do elemento estrutural. A laje nervurada também exibiu uma resposta 4 vezes mais resistente que a laje maciça, com as seguintes cargas máximas LNF-E = 207,84 kN e LMA-E = 49,32 kN. Isso se deu em virtude da maior altura da seção da laje nervurada, que resultou num significativo braço de alavanca entre as forças resultantes da seção transversal e, conseqüentemente, num mais elevado momento resistente da seção.

Para o carregamento máximo, ilustrado na Figura 40 com dimensões das aberturas em metro, é possível perceber a significativa diferença entre as aberturas de fissuras das lajes, de tal maneira que a laje LNF-E exibiu menores aberturas de fissuras que a laje maciça, como esperado.

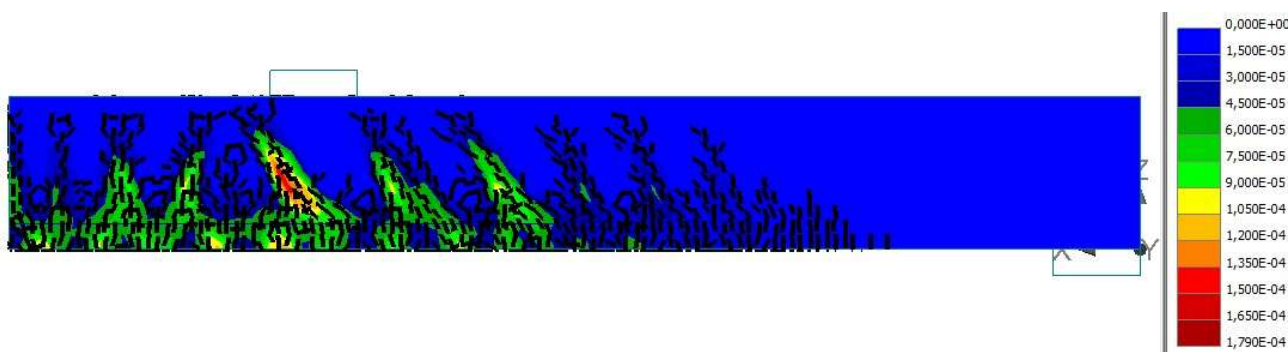
Figura 40 – Comparação das aberturas de fissuras das lajes LNF-E (acima) e LMA-E (abaixo)



Fonte: Autor, 2025.

Analisando-se as lajes em um mesmo nível de carga, onde o carregamento da laje maciça é máximo, nota-se que a referida laje (LMA-E) exibe uma abertura de fissura de 1,427 mm em comparação a laje nervurada com uma abertura de fissura de 0,179 mm, consideravelmente menor que a registrada na laje maciça, como é mostrado na Figura 41, com a unidade da abertura de fissuras em metro.

Figura 41 - LNF-E abertura de fissuras com nível de carga equivalente a carga máxima de LMA-E



Fonte: Autor, 2025.

Desta maneira, nota-se que a aplicação de barras de FRP na laje nervurada em comparação com a laje maciça, torna-se mais eficiente, pois quando analisado os estados limites de serviço, há uma melhoria no desempenho do elemento relativamente ao ganho de capacidade resistente.

4.6 Considerações finais

Neste capítulo, foi apresentado um estudo numérico sobre o comportamento estrutural de lajes nervuradas. No estudo observou-se que os modelos numéricos simularam com boa concordância o comportamento estrutural em termos de rigidez à flexão inicial, apresentando-se dificuldades na simulação de microfissuras no elemento, mas após isso corrigindo a curva.

O comportamento não-linear da seção e a resistência dos modelos das lajes nervuradas com barras de aço foram simulados de forma satisfatória, reproduzindo bem o ponto de escoamento no modelo de validação e as cargas máximas. Realizou-se, também, que influenciaram o comportamento mecânico das lajes nervuradas com barras de FRP. estudos parametrizados evidenciando-se as características importantes

Posteriormente, realizou-se as análises comparativas da laje nervurada com barras de FRP com o modo de ruptura controlada pelo concreto em relação ao modelo numérico da laje maciça com seção equivalente armado também com barras de FRP, evidenciando assim o comportamento mais rígido da laje nervurada e melhor resposta em condições de serviço, permitindo perceber a eficiência e possibilidade do uso de lajes nervuradas de concreto armado com barras de FRP.

5. CONCLUSÃO

A presente pesquisa demonstrou que a utilização de barras de FRP, como armadura passiva, em lajes nervuradas de concreto armado é tecnicamente viável e promissora, especialmente para estruturas sujeitas a ambientes agressivos. Os resultados obtidos por meio de modelagem numérica evidenciaram o potencial desses materiais compósitos como alternativa às armaduras tradicionais de aço, principalmente devido à sua elevada resistência à tração e não-corrosibilidade.

A análise numérica permitiu investigar diferentes modos de ruptura e taxas de armadura, demonstrando que, com o aumento controlado da taxa de armadura longitudinal de FRP, é possível obter ganhos significativos em termos de redução de fragilidade. Foi possível observar que elementos com o modo de ruptura governado pelo esmagamento do concreto apresentaram comportamento mais favorável, retardando o colapso súbito característico das barras de FRP, ainda que o comportamento elástico-linear dessas armaduras continue exigindo atenção no dimensionamento em estado limite de último.

A comparação com uma laje maciça de seção equivalente revelou que a laje nervurada apresenta rigidez superior, contribuindo de forma mais eficaz para a limitação das aberturas de fissuras e redução das flechas. Essa característica estrutural compensa, em parte, o baixo módulo de elasticidade das barras de FRP, tornando o sistema laje nervurada com barras FRP uma solução estrutural mais eficiente e segura.

Além disso, a análise numérica corroborou o fato de que o modo de ruptura da laje pode ser controlado por meio do ajuste da taxa de armadura, o que permite ao projetista maior flexibilidade e controle no dimensionamento de elementos com esse tipo de armadura.

Portanto, conclui-se que o uso de barras de FRP em lajes nervuradas representa uma alternativa tecnicamente consistente ao aço, especialmente em situações onde a durabilidade da estrutura é fator crítico. Apesar das limitações relacionadas à ductilidade e aderência, a pesquisa demonstrou que, com o devido tratamento no projeto estrutural, tais desafios podem ser mitigados, tornando viável a aplicação do FRP em larga escala neste tipo de elemento.

Para o desenvolvimento de trabalhos futuros evidencia-se a importância de realizar os seguintes estudos:

- (i) Realizar o estudo do comportamento desses elementos considerando uma lei de aderência-eskorregamento das barras de FRP;
- (ii) Parametrização dos modelos numéricos, considerando-se diferentes cenários possíveis de carregamento;
- (iii) Análise da influência de lajes nervuradas armadas de forma hibridizada, considerando a combinação da armadura longitudinal de barras de FRP e aço.

REFERÊNCIAS

ACI COMMITTEE 440R. **State-of-the-art report on fiber reinforced plastic (FRP) reinforcement for concrete structures**. Michigan: American Concrete Institute, 1996.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 440.1R-06: **Guide for the design and construction of structural concrete reinforced with FRP bars**. Farmington Hills, MI: ACI, 2006.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 440.11-22: **Guide for mechanical properties of fiber-reinforced polymer bars for structural concrete**. Farmington Hills, MI: ACI, 2022.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 440R: **Report on Fiber-Reinforced Polymer (FRP) Reinforcement for Concrete Structures**. U.S.A.: s.n., 2007. 100 p.

AL KALLAS, A.; ELSANADEDY, H.; ABBAS, H.; ALMUSALLAM, T.; AL-SALLOUM, Y. **Performance of FRP-upgraded RC one-way ribbed slabs with an opening in flexure zone**. *Buildings*, v. 13, p. 2260, 2023. DOI: <https://doi.org/10.3390/buildings13092260>.

ALVES FILHO, Avelino. **Elementos finitos: a base da tecnologia CAE**. 6. ed. São Paulo: Érica, 2000.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118:2023 – **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro: ABNT, 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 17196:2025 – **Barras de polímero reforçado com fibras (FRP) para uso em estruturas de concreto armado – Requisitos**. Rio de Janeiro: ABNT, 2025.

ASTM INTERNATIONAL. D7957/D7957M-22 – **Standard Specification for Solid Round Glass Fiber Reinforced Polymer Bars for Concrete Reinforcement**. West Conshohocken, PA: ASTM, 2022.

BUENO, Guilherme Manfredini. **Análise experimental e numérica da aderência entre barras poliméricas e o concreto**. 2023. 192 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2023.

CALLISTER JUNIOR, William D.; RETHWISCH, David G. **Ciência e engenharia de materiais: uma introdução**. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. 844 p.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. CSA S806-12: **Design and construction of building components with fibre-reinforced polymers**. Mississauga, ON: CSA Group, 2012.

CERVENKA CONSULTING. **ATENA version 5**. *Cervenka Consulting*, 2025.

Disponível em: <https://www.cervenka.cz/products/atena/atena-version-5/atena-version-5>. Acesso em: 10 ago. 2025.

DIAS, Ricardo Henrique. **Análise numérica de pavimentos de edifícios em lajes nervuradas**. 2003. 155 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18134/tde-23032016-094435/publico/Dissert_Dias_RicardoH.pdf. Acesso em: 31 jul. 2025.

DOERR, K. Bond **behaviour of ribbed reinforcement under transversal pressure**. **Nonlinear Behaviour of Reinforced Concrete Spatial Structures**, v. 1, p. 13–29, 1988.

DONIN, Christian. **Análise numérica de lajes nervuradas por meio do método dos elementos finitos**. 2007. 135 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2007. Disponível em: <https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/7679/CHRISTIANDONIN.pdf>. Acesso em: 31 jul. 2025.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (FIB). Bulletin 40: **FRP reinforcement in RC structures**. Lausanne, 2007.

FRPZS. **Find the Right FRP Reinforcement Bars Manufacturer for Your Needs**. News, 2 jan. 2024. Disponível em: <https://www.frpzs.com/News/Find-the-Right-FRP-Reinforcement-Bars-Manufacturer-for-Your-Needs.html>. Acesso em: 30 jul. 2025.

G1. **Justiça do Maranhão condena o Município de São Luís a recuperar ponte José Sarney Filho**. G1 Maranhão, 1 dez. 2022. Disponível em: <https://g1.globo.com/ma/maranhao/noticia/2022/12/01/justica-do-maranhao-condena-o-municipio-de-sao-luis-a-recuperar-ponte-jose-sarney-filho.ghtml>. Acesso em: 28 jul. 2025.

GENTRY, T. R.; HUSAN, M. **Thermal compatibility of concrete and composite reinforcements**. Journal of Composites for Construction, v. 3, p. 82–86, 1999.

GIL, Felipe de Souza Lourenço. **Análise da qualidade de malha de elementos finitos e validação de situação de caso real de viga biapoiada**. 2015. 69 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Mecânica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2015.

GOLDSTON, Matthew; REMENNIKOV, Alex M.; SHEIKH, M. Neaz. **Experimental investigation of the behaviour of concrete beams reinforced with GFRP bars under static and impact loading**. Engineering Structures, v. 113, p. 220–232, 2016. Disponível em: <https://ro.uow.edu.au/eispapers/5750>. Acesso em: 30 jul. 2025.

HAMAD, B. et al. **Mechanical properties and bond characteristics of different fiber reinforced polymer rebars at elevated temperatures**. Construction and Building Materials, v. 142, p. 521–535, 2017.

LIN, H. et al. **Analytical model for the bond stress-slip relationship of deformed bars in normal strength concrete.** *Construction and Building Materials*, v. 198, p. 570–586, 2019.

MALLICK, P. K. **Fiber-reinforced composites: materials, manufacturing, and design.** 3. ed. Boca Raton: CRC Press, 2007. 615 p.

MIRLISENNA, Giuseppe. **Método dos elementos finitos: o que é? 2016.**
Disponível em: <https://www.esss.co/blog/metodo-dos-elementos-finitos-o-que-e/>.
Acesso em: 10 dez. 2023.

NANNI, A.; DE LUCA, A.; ZADEH, H. J. **Reinforced concrete with FRP bars: mechanics and design.** 1. ed. New York: CRC Press – Taylor & Francis Group, 2014. 397 p.

OWEN, S. J. **A survey of unstructured mesh generation technology.** In: Proceedings of the 7th International Meshing Roundtable, Dearborn, MI, USA, 1998.

PROTECON SERVIÇOS ESPECIAIS DE ENGENHARIA LTDA. Protecon Engenharia. Barueri, SP. Disponível em: <https://www.proteconengenharia.com/>.
Acesso em: 23 jul. 2025.

QUAYYUM, Shahriar. **Bond behaviour of fibre reinforced polymer (FRP) rebars in concrete.** 2010. Thesis (Master of Applied Science) – The University of British Columbia, Okanagan.

RIBEIRO, Jônatas da Silva; SILVA, José Francisco Nunes da. **Corrosion protection study in construction steel armor.** *Research, Society and Development*, v. 10, n. 16, e230101613338, 2021. DOI: <https://doi.org/10.33448/rsd-v10i16.13338>.
Acesso em: 22 jul. 2025.

ROCHA, Filipe Silva. **Lajes de betão armado com materiais GFRP: estudo experimental e numérico. 2019.** 80 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa, Lisboa, 2019.

ROCHA, Joaquin Humberto Aquino; PÓVOAS, Yêda Vieira. **Deteção de corrosão em concreto armado com termografia infravermelha e ultrassom.** Ambiente Construído, v. 19, n. 3, p. 53–68, set. 2019. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/s1678-86212019000300324>.

SFTEC INC. **Behind the first waffle slab reinforced with GFRP. 2022.** Disponível em: <https://sftec.com/behind-the-first-waffle-slab-reinforced-with-gfrp/>. Acesso em: 3 jan. 2024.

SILVA, André Farias da. **Análise numérica de vigas de concreto armadas com barras de fibra de vidro (GFRP).** 2022. 95 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas, Campus do Sertão, Delmiro Gouveia, 2022.

SOUZA, Remo Magalhães de. **O método dos elementos finitos aplicado ao problema de condução de calor. 2003.** Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Civil) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2003.

SOUZA, Wallace Maia de. **Comportamento de colunas de betão armado com varões de GFRP sob diferentes condições de carregamento.** 2021. 297 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade de Lisboa, Instituto Superior Técnico, Lisboa, 2021.

TAVARES, Danusa Haick. **Análise teórica e experimental de vigas de concreto armadas com barras não metálicas de GFRP.** 2006. 118 f. Dissertação (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

UOMOTO, Taketo; MUTSUYOSHI, Hiroshi; KATSUKI, Futoshi; MISRA, Sudhir. **Use of fiber reinforced polymer composites as reinforcing material for concrete.**

Journal of Materials in Civil Engineering, Reston, v. 14, n. 3, p. 191-209, June 2002.

DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0899-1561\(2002\)14:3\(191\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0899-1561(2002)14:3(191)).