



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CURSO DE MATEMÁTICA-LICENCIATURA PLENA

CONCEIÇÃO DE MARIA COELHO SILVA

NÚMEROS INTEIROS:

Compreensão e aplicação dos números inteiros na resolução de problemas no
Ensino Fundamental, anos finais

São Luis-Ma

2023

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIENCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE MATEMÁTICA-LICENCIATURA PLENA

CONCEIÇÃO DE MARIA COELHO SILVA

NÚMEROS INTEIROS:

Compreensão e aplicação dos números inteiros na resolução de problemas no
Ensino Fundamental, anos finais

São Luis-Ma
2023

CONCEIÇÃO DE MARIA COELHO SILVA

NÚMEROS INTEIROS:

Compreensão e aplicação dos números inteiros na resolução de problemas no
Ensino Fundamental, anos finais

Trabalho de conclusão de curso, apresentado
ao curso de Matemática da Universidade
Federal do Maranhão- UFMA, como parte das
exigências para a obtenção do título de
Licenciatura em Matemática

Orientador: Prof.Dr: Marcos Antônio Ferreira de
Araújo

São Luis-Ma

2023

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Diretoria Integrada de Bibliotecas/UFMA

Coelho Silva, Conceição de Maria.

NÚMEROS INTEIROS : Compreensão e aplicação dos números inteiros na resolução de problemasno Ensino Fundamental, anos finais / Conceição de Maria Coelho Silva. - 2023. 41 p.

Orientador(a): Prof.Dr. Marcos Antônio Ferreira de Araújo.

Monografia (Graduação) - Curso de Matemática, Universidade Federal do Maranhão, São Luís-MA, 2023.

1. Aplicação. 2. Ensino Fundamental. 3. Número Inteiros. 4. Situações-Probema. I. Ferreira de Araújo, Prof.Dr. Marcos Antônio. II. Título.

CONCEIÇÃO DE MARIA COELHO SILVA

NÚMEROS INTEIROS:

Compreensão e aplicação dos números inteiros na resolução de problemas no
Ensino Fundamental

São Luís: 20/12/2023.

BANCA EXAMINADORA

Prof. (Marcos Antônio Ferreira de Araújo)

Afiliações

Prof. (Sonia Rocha Santos Sousa)

Afiliações

Prof. (Luis Fernando Coelho Amaral)

Afiliações

“O coração da Matemática são os seus próprios problemas”.

(Paul Halmos)

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus, senhor de todo o universo que nos criou, por ter me dado saúde, força e coragem para superar todas as dificuldades. Suas palavras foram meu sustento ao longo desta jornada.

À Universidade Federal do Maranhão (UFMA), ao Departamento de Matemática, de seu corpo docente, direção e administração pela oportunidade de fazer e concluir o curso.

Ao meu orientador Marcus Antônio Ferreira de Araújo, pelo suporte no pouco tempo que lhe coube, pelos seus incentivos e suas correções.

À dona Conceição, secretária da coordenação de matemática, que sempre me ajudou, incentivou e orientou nas mais diversas ocasiões.

À professora Ana Gama, que dedicou seu tempo para me ajudar no decorrer deste trabalho.

Meus agradecimentos aos amigos do curso de Matemática, tanto da Licenciatura quanto do Bacharelado, colegas, companheiros de trabalhos e irmãos na amizade que fizeram parte da minha vida durante todos estes anos, compartilhando alegrias e tristezas.

Particularmente, a Raimunda Jansem (in memoriam), minha amiga e irmã de coração. Uma das melhores coisas que me aconteceu na UFMA foi a ter conhecido, pessoa inesquecível, que amarei para sempre.

E a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigada.

Não menos, porém muito importante no que sou, obrigada família, meu eterno alicerce.

RESUMO

A necessidade de contagem surge nos primórdios das civilizações quando o homem primitivo pensou em quantificar seus bens, surgindo assim, a primeira ideia associativa de quantidade. Anos depois as representações numéricas foram apresentadas pelos fenícios, babilônicos, egípcios, sendo aprimoradas ao longo do tempo. Das necessidades cotidianas do ser humano, surgem os números inteiros, uma ampliação dos números naturais. Este trabalho aborda um pequeno estudo dos números inteiros, cujo tema foi escolhido por perceber o grau de dificuldade dos alunos no sentido de compreender os conceitos de números, em especial os inteiros e, também, por sua importância para a compreensão e desenvolvimento do ensino e da aprendizagem, pois, consideramos importante que os alunos compreendam e se interessem pela Matemática, inclusive a teoria e aplicação dos números inteiros. Para tanto, realizamos pesquisas bibliográficas como embasamento para toda a pesquisa, como alguns autores demonstram os conteúdos sobre os inteiros em livros didáticos e suas abordagens para o ensino dos números inteiros no Ensino Fundamental, séries iniciais, em especial as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Compreendendo que a maioria dos estudantes tem dificuldades, com resolução de situações problemas relativos aos números inteiros, verificar, o que mostram os teóricos sobre a utilização de jogos. O referencial teórico foi de fundamental importância na construção do estudo. Todo interesse, considerando a aversão à Matemática por grande parte dos estudantes, se acentuou, nas aulas de reforço escolar, na observação, enquanto estagiária, da falta de interesse e dificuldades dos alunos e da falta de recursos didáticos para trabalhar em sala de aula. Apesar de apresentar problemas históricos, hoje não se pode entender a Matemática como uma atividade mecânica, ou tarefa de decorar, nem na aplicação de regras associados a códigos matemáticos. Para tornar mais interessante o ato de aprender, o docente precisa compreender e relacionar o que aprende com a realidade cotidiana.

Palavras-chave: Números Inteiros; Aplicação, Situações-Problema; Ensino Fundamental.

ABSTRACT

The need for counting arises in the early days of civilizations when primitive man thought about quantifying his goods, giving rise to the first associative idea of quantity. Years later, numerical representations were presented by the Phoenicians, Babylonians, and Egyptians, being improved over time. This work addresses a small study of integers, the theme of which was chosen because it perceived the degree of difficulty students face in understanding the concepts of numbers, especially integers, and because of their importance for the understanding and development of teaching and learning, as we consider it important that students understand and are interested in Mathematics, especially the theory and application of integers. To this end, we carried out bibliographical research to verify the performance of using problem solving in classrooms, as some authors demonstrate the content on integers in textbooks and their approaches to teaching integers in Elementary School II. especially the operations of addition, subtraction, multiplication, and division. Another point of the research, understanding that many students have difficulties, is understanding the resolution of problem situations related to integers whether they use games. The theoretical framework was of fundamental importance in the construction of the study. All interest, considering the aversion to Mathematics by a large part of the students, was accentuated in the tutoring classes, in the observation, as an intern, of the students' lack of interest and the lack of teaching resources to work in the classroom. Therefore, despite presenting historical problems, today Mathematics cannot be understood as a mechanical activity, or a task of memorizing, nor in the application of rules associated with mathematical codes. To make the act of learning more interesting, teachers need to understand and relate what they learn with everyday reality.

Keywords: Whole Numbers; Application, Problem Situations; Elementary School.

LISTA DE ILUSTRAÇÃO

Figura 1-Monte Everest.....	17
Figura 2- números inteiros na reta numérica	19
Figura 3- Site Coquinhos	25
Figura 4- Pirâmide Matemática: Soma e Subtração de números inteiros	26
Figura 5- Jogo multiplicando números inteiros	26
Figura 6- Modelo das pedras do jogo	27
Figura 7- Contextos e aplicações dos números inteiros.....	29
Figura 8- Ideias dos inteiros através de questões	29
Figura 9- Contextos e aplicações dos números negativos.	30
Figura 10 Contextos e aplicações na reta numérica.	31
Figura 11- representação do conjunto dos inteiros na reta	32
Figura 12 reta numérica	33
Figura 13- Representação das temperaturas	34
Figura 14 Representações do nível de altitude e transações bancárias.....	35
Figura 15- Subconjuntos dos inteiros	35
Figura 16- origem dos números negativos	36
Figura 17 Um pouco de história: Leonardo de Pisa	37

Sumário

1 INTRODUÇÃO.....	10
1.1 Justificativa.....	12
1.2 Objetivos	13
1.2.1 Objetivo geral	13
1.2.2 Objetivos Específicos	13
1.3 Metodologia da pesquisa	13
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	14
2.1 Contexto histórico: a origem dos números inteiros	15
2.2 Onde encontrar a Ideia de inteiros.....	17
3 COMPREENDENDO A APLICAÇÃO DOS NÚMEROS INTEIROS.....	18
3.1 Representando os números inteiros na reta numérica	19
3.2 Módulo ou valor absoluto, de um número Inteiro	20
3.3 Adição e subtração de números inteiros	20
3.3.1 Propriedades	21
3.4 Multiplicação e divisão de números inteiros.....	21
3.4.1 Propriedades	22
4 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	23
4.1 Jogos para resolução de problemas com números inteiros	25
4.1.1 Coquinho	25
4.1.2 Dominó dos Números Inteiros.....	27
5 ANÁLISE DE ALGUNS LIVROS DIDÁTICO	28
5.1 - Livro 1.....	28
5.2 - Livro 2.....	31
5.3 - Livro 3.....	33
CONSIDERAÇÕES FINAIS	39
REFERÊNCIAS	41

1 INTRODUÇÃO

Neste primeiro capítulo falamos sobre a origem do termo Matemática, a justificativa para a escolha do tema, o objetivo geral e os objetivos específicos e a metodologia aplicada na pesquisa. No capítulo dois teremos a fundamentação teórica, com as ideias de alguns pesquisadores sobre os números inteiros, um breve contexto histórico e onde podemos encontrar a ideia de Inteiros no cotidiano. No terceiro capítulo o tema é a compreensão e aplicação dos números inteiros. O quarto capítulo versa sobre resolução de problemas. Já no quinto capítulo fazemos uma análise de alguns, três, livros didáticos verificando como os autores demonstram o conteúdo dos Números inteiros. Por fim, temos as considerações finais acerca de toda pesquisa desenvolvida.

O termo Matemática, é de origem grega e deriva da palavra mathema, que quer dizer aprendizagem, assim nos afirma Roberto Giancaterino (2009). De acordo com o dicionário Aurélio “é a ciência que investiga relações entre entidades definidas abstrata e logicamente”.

Por outro lado, a matemática, parte integrante do nosso cotidiano, sempre fez parte da vida do ser humano, independente da nossa vontade, em quase tudo que fazemos somos submetidos a resolver situações que envolvem conhecimentos matemáticos, ainda que básicos. À medida que procura conhecimentos, o ser humano começou a criar e desenvolver a matemática. Assim, muitos teóricos puderam aos poucos construir argumentos e propor ações que viabilizem a efetivação de um ensino que conduza os estudantes a uma aprendizagem reflexiva e com significado. Nesse sentido, o que se leva em consideração é a importância de um professor que seja agente do processo de ensinar e aprender, fazendo uso de infinitos métodos.

Considerando as dificuldades de aprendizagem dos números inteiros, a falta de compreensão das operações básicas nesse campo dos números, surgiu a motivação para este estudo.

O interesse por esta pesquisa se avivou das aulas particulares com alunos do Ensino Fundamental, fortificadas pela vivência diária, durante o estágio I, com alunos das series finais do ensino fundamental. A convivência nos fez perceber as dificuldades dos alunos na compreensão e resolução das atividades sobre os números inteiros.

Paralelo a isto, durante um minicurso na Universidade Federal do Maranhão (UFMA) notamos o quanto os jogos poderiam facilitar na compreensão e resolução de problemas. Mesmo sendo aplicado em um período bem curto agradou a todos que ali estavam.

Diante do exposto, temos como proposta um estudo acerca dos números inteiros e resolução de problemas. Nesse sentido, conteúdos como números inteiros são de extrema importância inclusive para compreensão de conteúdos posteriores, porém a forma que é apresentado tal assunto é crucial para que de fato o aprendizado ocorra. O objetivo principal da proposta, é auxiliar professores e alunos no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos de números inteiros. partindo da ideia de relacionar problemas com o cotidiano. Para tal, nos reportamos a Dante (2005, p. 30) quando afirma que:

Situações -problemas são problemas de aplicação que retratam situações reais do dia a dia e que exigem o uso da Matemática para serem resolvidos...Através de conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos procura-se matematizar uma situação real, organizando os dados em tabelas, traçando gráficos, fazendo operações etc. Em geral, são problemas que exigem pesquisa e levantamento de dados. Podem ser apresentados em forma de projetos a serem desenvolvidos usando conhecimentos e princípios de outras áreas que não a matemática, desde que resposta se relacione a algo que desperte interesse.

Conforme visto no item anterior, para solucionar situações problemas são necessários o uso dos conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos, mesmo que para isto sejam usados conhecimentos e princípios de outras áreas de conhecimento.

Assim, na resolução de exercícios com uso de jogos, o aluno poderá buscar por novas estratégias e desenvolver capacidades, tais como o pensar, raciocinar e compartilhar ideias para encontrar uma solução do problema, estaremos então em um caminho promissor. Os problemas não podem se restringir a exercícios rotineiros desinteressantes que valorizam o aprendizado por reprodução ou imitação.

Giancaterino (2009, p.76) afirma:

Aprender a resolver problemas é a principal razão para estudar Matemática, que consiste no processo de aplicação de conhecimentos, previamente adquiridos, a situações novas e não rotineiras. Sendo assim, os estudantes também devem ser confrontados com outros tipos de problemas, as estratégias de resolução de problemas que envolvem a formulação de questões, a análise de situações, a tradução e a ilustração de resultados, a elaboração de diagramas e o ensaio e o erro, e os alunos precisam ter experiência na resolução de problemas com mais do que uma solução.

Conforme descrito acima, a razão para estudar matemática é, antes de tudo aprender a resolver problemas, que tenham vários tipos de solução, assim, o processo de aplicação dos conhecimentos adquiridos deixa de ser rotineiro.

Por conseguinte, na resolução de problemas matemáticos, os estudantes devem saber identificar as dificuldades, entender para que servem os conceitos, mediante capacidades básicas, utilizando seus conhecimentos para então, aplicar a novas situações, controlando a sua aprendizagem ao longo da vida.

1.1 Justificativa

Vários autores comprovam que os conceitos matemáticos, dificuldades da maioria dos educadores na escola, podem ser aprendidos contextualizando às atividades cotidianas. Assim, este trabalho, foi desenvolvido no intuito de compreender a aprendizagem dos alunos em relação aos conteúdos matemáticos dos Inteiros, comprovando que a resolução de situação problemas durante as aulas contribui para o enriquecimento dos conteúdos.

Ao dar início à prática docente notamos dificuldades oriundas da falta de elaboração de didáticas mais específicas, que busquem enxergar os alunos como seres únicos e individuais. Sendo a escola um espaço de produção de conhecimento, salas cheias, falta de recursos, e até mesmo de profissionais capacitados é uma realidade da maioria das escolas em muitas regiões do Brasil, que vai de encontro até mesmo a Constituição Federal de 1988 que no Capítulo II, Artigo 6º que trata “Dos Direitos Sociais”, dentre eles a educação. É notório que, os representantes do povo brasileiro não cumprem com seus deveres de assegurar o exercício dos direitos sociais como, o acesso à educação de qualidade, sendo visível a necessidade de buscar melhorias. Para isso, precisamos sondar as principais dificuldades dos alunos, além de buscar alternativas viáveis para resolver tais problemas, com isso cada vez mais pessoas poderão ter seus horizontes ampliados visto que educação é transformadora. Segundo Dewey (1980, p. 108) “A educação é a reconstrução da experiência que acrescenta ao significado mais experiência e aumenta a capacidade para dirigir o curso da experiência subsequente”.

Desse modo, considerando as constantes transformações no cenário atual, inclusive na educação, é necessário desenvolver estratégias para melhorar o ensino, apresentar meios que tornem esse processo ainda mais interessante e mostrar que

teoria e prática são primordiais para que os estudantes possam visualizar a matemática de maneira prazerosa. Ademais, os números inteiros, presentes no nosso dia a dia, na sala de aula apresentam situações em que os estudantes têm dificuldades de entender e aplicar os conceitos relativos as operações básicas. Portanto, o uso de aplicação e resolução de situações problemas podem contribuir para que os conteúdos ganhem significados.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

Conhecer o desenvolvimento dos estudos, referentes aos números inteiros e resolução de problemas no ensino fundamental, series finais.

1.2.2 Objetivos Específicos

Analisar estudos e seus resultados; compreender os dados resultantes dos estudos.

1.3 Metodologia da pesquisa

Quanto aos instrumentos metodológicos utilizados para pesquisa de dados foram pesquisas bibliográficas, pois usamos livros, revistas, teses, ou seja, materiais já publicados, levando em consideração, também, as experiencias em reforço escolar, assim como observações durante o estágio I.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Giancaterino (2009) destaca que “Para se ensinar Matemática nos dias de hoje para o Ensino fundamental, exige-se que se pense a quem ensinar e para que ensinar tal conteúdo”.

Considerando a grande dificuldade dos estudantes para aprender números inteiros, e isto se estende além do fundamental, percebemos que o uso de resolução de problemas ajuda bastante na compreensão, os jogos online, dentre outros, podem ser uma maneira criativa de resolver e aprender sobre números inteiros.

De acordo com Piaget (1988) “o jogo é uma alternativa frequentemente ignorada pela escola tradicional, por dois motivos, primeiro, pelo fato de parecer privado de relevância funcional e segundo por ser considerado apenas um descanso ou desgaste de um excedente de energia”.

Dentro da resolução de problemas, a introdução de jogos, pode ser utilizado para descrever regras, leis, teoremas e propriedades, presentes no conhecimento matemático. Vejamos como consta na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), (documento normativo para o ensino público e privado, referência obrigatória para elaboração de currículos e propostas pedagógicas da Educação Básica), em referência ao Ensino Fundamental, anos finais:

A expectativa é a de que os alunos resolvam problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando estratégias diversas, com compreensão dos processos neles envolvidos. Para que aprofundem a noção de número, é importante colocá-los diante de problemas [...]. Cabe ainda destacar que o desenvolvimento do pensamento numérico não se completa, evidentemente, apenas com objetos de estudos descritos na unidade Números. Esse pensamento é ampliado e aprofundado quando se discutem situações que envolvem conteúdo das demais unidades temáticas: Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística. (BRASIL, 2018)

A BNCC do ano de 2018, consta que os alunos devem resolver problemas com números inteiros, história, associação com pontos de reta numérica e operações, a partir do fundamental II, e deparar com novos elementos, como os números negativos, pode se tornar um obstáculo no processo ensino aprendizagem dos discentes, sendo necessário uma prática educacional dinâmica, voltada para a realidade dos estudantes.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN_s), documento normativo nacional da educação, cujo objetivo é a orientação do trabalho cotidiano de educadores e especialistas, os negativos foram interpretados como uma ampliação dos números naturais apenas no século XIX, sendo incorporados as leis da Aritmética, integrando a hierarquia dos sistemas numéricos como números inteiros. Além disso, na escola, o estudo dos números inteiros é cercado de dificuldades, e os resultados, no que se tende à sua aprendizagem no ensino fundamental, bastante insatisfatório. (Brasil, 2018).

2.1 Contexto histórico: a origem dos números inteiros

Os números inteiros estão presentes no cotidiano das pessoas, seja em ordem bancária, através do crédito ou débito, ou ainda, nos noticiários, quando ressaltam as altas e baixas temperaturas pelo mundo afora.

Nas civilizações antigas egípcia, babilônias, sumérias etc., eles surgiram há séculos. IFRAH (1997) “afirma que essa prática ocorre da preocupação e necessidade de organização da produção de alimentos e criação de animais. Para ele, no início do XX, as provas de que nossa numeração é de origem indiana, se dá a partir de provas documentais sólidas, realizada por setores e por especialidades.

Na Europa, durante a Baixa Idade Média, período do declínio do sistema feudal e início do desenvolvimento do capitalismo, a utilização dos números positivos e negativos se torna maior devido as transformações econômicas e sociais e necessidade comercial em grande escala. A organização da produção através da compra e venda de produtos induziu o homem a registrar no estoque suas posses, gerando a ideia de mais e menos. Para Sousa, “Nesta nova matemática, os matemáticos poderiam, não somente indicar as quantidades, mas também representar o ganho ou perda, através dos números, com sinal positivo ou negativo” (SOUSA, 2014, P.04).

Entre os séculos XIV e XVI, período do Renascimento, a expansão comercial ocasionou o aumento da circulação de dinheiro, com isso os comerciantes começaram a utilizar os símbolos de +(mais), para representar um valor positivo ou lucros e – (menos) para representar um valor negativo ou prejuízo.

Por conseguinte, os números inteiros positivos e negativos surgem, facilitando a noção de quantidade, no entanto, sua formalização veio a ocorrer na metade do século XIX.

Rocha Neto (2010) mostra que os números negativos aparecem da necessidade que o homem teve de efetuar a subtração para todos os números naturais, ou seja, se a e $b \in \mathbb{N}$, a subtração $a - b$ é válida tanto para $a > b$ como para $b > a$.

De acordo com os PCN de Matemática:

A análise da evolução histórica dos números negativos mostra que por muito tempo não houve necessidade de pensar em números negativos e por isso a concepção desses números representou para o homem um grande desafio. O uso pioneiro dos números negativos é atribuído aos chineses e aos hindus, que conceberam símbolos para as faltas e diferenças impossíveis (dívidas). A adoção do zero teve um papel-chave na construção dos inteiros, possibilitando operar com grandezas negativas, mudando o caráter de zero-nada para zero-origem, favorecendo, assim, a idéia de grandezas opostas ou simétricas. Além das situações do cotidiano os números negativos também surgiram no interior da Matemática na resolução de equações algébricas (BRASIL, 1998).

Percebemos que a noção de número negativo demorou a tomar forma na História da Matemática, na China, eram representados de forma rudimentar, por meio de barras de bambu, ferro ou marfim, uma de cor preta para indicar números negativos e outra de cor vermelha para indicar números positivos. Porém, os chineses não admitiam que a solução de uma equação fosse um número inteiro.

O conjunto formado pelos números positivos, negativos e zero é denominado conjunto dos números inteiros, e representado por $\mathbb{Z}$.

A humanidade demorou séculos para trabalhar com um sistema adequado pois, havia a falta de um símbolo para o zero(nada) e também uma simbologia para os números negativos. O zero além de demorar a ser desenvolvido, mesmo após a origem custou a ser aceito, afinal, os números apareceram pela necessidade de determinar contagem. Portanto, se o símbolo zero nada representava, qual a sua necessidade? Assim pensavam os antigos. E a necessidade de um símbolo para o nada não irá fazer falta, enquanto se tratar apenas de definir quantidades. Mas, a invenção desse símbolo para representar o “nada”, pelas exigências da numeração escrita é importantíssimo. Com o zero se consegue escrever de forma simples, os números e, também, fazer as operações.

O zero foi o último número natural a ser criado, mesmo sendo um número natural, ele foi criado com concepção posicional da numeração.

2.2 Onde encontrar a Ideia de inteiros.

A ideia de inteiros está presente em nosso cotidiano das formas mais variadas. Encontramos a ideia de Números Inteiros em fuso horário, para mensurar altitudes, para mensurar temperaturas, em sistemas bancários, na relação de crédito e débito e muitas outras formas de aplicações.

Considerando que atualmente, o mundo vem sofrendo com as mudanças climáticas cada vez mais avassaladoras podemos compreender usando a Matemática. A unidade de medida de temperatura mais utilizada no Brasil é o grau Celsius (C). As medidas de temperatura maiores do que zero (0) graus Celsius são as medidas acima de zero. Dizemos que elas têm valor positivo: $+3^{\circ}\text{C}$, $+15^{\circ}\text{C}$, $+18^{\circ}\text{C}$, $+26^{\circ}\text{C}$ etc. As medidas de temperatura menores do que 0°C são as medidas abaixo de zero. Dizemos que elas têm valor negativo: -4°C ; -10°C ; -12°C etc.

Para identificar a altitude de um lugar também usamos números positivos e números negativos. Altitudes acima do nível do mar são indicadas por números positivos. Altitudes abaixo do nível do mar são indicadas por números negativos. Para o nível do mar, usamos o zero. A imagem acima representa o Monte Everest., no Nepal, com 8.850 m. É considerado o ponto mais alto da superfície terrestre, acima do nível do mar. Na mesma imagem podemos verificar também, o ponto mais baixo, a Fossa das Marianas, no oceano Pacífico, com -11.033 m abaixo do nível do mar. Podemos utilizar os números inteiros para encontrar a distância da altitude do ponto mais alto em relação a altitude do ponto mais baixo. Para isso, basta fazermos:

$$8.850 - (-11.033) = 8.855 + 11.033 = 19.883 \text{ m.}$$

Portanto, houve a subtração de dois inteiros com sinais opostos.

Figura 1-Monte Everest



Fonte: Pataro e Balestri, p.11

3 COMPREENDENDO A APLICAÇÃO DOS NÚMEROS INTEIROS

Ao ensinar matemática no Ensino Fundamental, notamos as dificuldades dos estudantes nas operações com números inteiros, principalmente com os negativos e ao longo do ensino Médio estas dificuldades permanecem. Para muitos estudiosos, as razões para isso estão na apresentação da disciplina, e na falta de incentivar o desejo de aprender do aluno.

Segundo os PCN: (Brasil,1998)

A fim de auxiliar a escolha de caminhos mais adequados para abordar os inteiros, é importante reconhecer alguns obstáculos que o aluno enfrenta ao entrar em contato com esses números, como: conferir significado às quantidades negativas; reconhecer a existência de números em dois sentidos a partir de zero, enquanto para os naturais a sucessão acontece num único sentido; reconhecer diferentes papéis para o zero (zero absoluto e zero origem); perceber a lógica dos números negativos, que contraria a lógica dos números naturais por exemplo, é possível adicionar 6 a um número e obter 1 no resultado, como também é possível subtrair um número de 2 e obter 9; interpretar sentenças do tipo $x = -y$, (o aluno costuma pensar que necessariamente x é positivo e y é negativo).

Compreender como aplicar os Números Inteiros, entender que o Conjunto dos Números Naturais, está inserido no Conjunto dos Números Inteiros; mostrar, números simétricos ou opostos; fazer a representação dos números inteiros na reta numérica e mostrar as operações básicas com números inteiros: (adição e subtração; multiplicação e divisão), são objetivos deste capítulo.

O conjunto dos Números Naturais, representados pelo símbolo N está contido nos inteiros. Portanto, é necessário entender o universo dos naturais. que contêm o zero, mais os inteiros positivos ao infinito. A representação fazemos conforme abaixo.

$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$.

Conforme já vimos anteriormente, com o Renascimento, teremos a expansão comercial e conseqüentemente aumenta a circulação de dinheiro, obrigando os comerciantes a se depararem com expressões envolvendo lucro e prejuízo. Para resolver tais situações problemas começaram a fazer uso dos símbolos de $+$ e $-$.

Os matemáticos da época, através desta nova simbologia, desenvolveram técnicas capazes de expressar qualquer situação problema envolvendo números positivos e negativos, surgindo o conjunto dos números inteiros. O Conjunto dos Números Inteiros, representados por Z , compõem os números positivos (naturais) e seus opostos. Assim representados: $Z = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$.

3.1 Representando os números inteiros na reta numérica

Os PCN (BRASIL, 1998) falam quanto ao emprego da reta numérica, aconselhando sua utilização, acreditando ser um ótimo recurso para explorar conceitos sobre os números inteiros, da seguinte forma:

Visualizar o ponto de referência (origem) a partir da qual se definem os dois sentidos; identificar um número e seu o oposto (simétrico): números que se situam à mesma distância do zero; reconhecer a ordenação dos inteiros: dados dois números inteiros quaisquer, o menor é o que está à esquerda (no sentido positivo da reta numérica); assim, dados dois números positivos será maior o que estiver mais distante do zero e dados dois negativos será maior o que estiver mais próximo do zero; comparar números inteiros e identificar diferenças entre eles; inferir regras para operar com a adição e a subtração, como: $(+3) + (-5) = +3 - 5 = -2$.

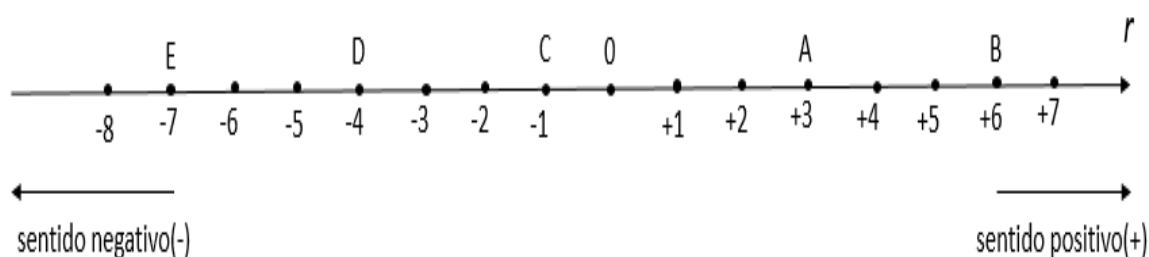
Os números inteiros podem ser simétricos ou opostos. Dois números inteiros que possuem módulos iguais e sinais diferentes são chamados números inteiros opostos ou simétricos.

Dado $a \in \mathbb{Z}$, existe um $b \in \mathbb{Z}$, tal que $a + b = 0$

O número b é chamado o oposto de a e é denotado por $-a$.

Para exemplificar como os inteiros negativos são opostos aos inteiros positivos, podemos representá-los em uma reta numérica.

Figura 2- números inteiros na reta numérica



Fonte: infoescola

Na reta numérica os números inteiros são organizados de forma destacada. Na posição central encontramos o zero, e os números positivos e negativos são distribuídos de modo crescente, da esquerda para a direita. Na reta, existe uma simetria entre os números.

3.2 Módulo ou valor absoluto, de um número Inteiro

Dado um número inteiro a qualquer, definimos por seu valor absoluto (ou módulo) ao número natural $|a|$ definido do seguinte modo:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{se } a \geq 0 \\ -a, & \text{se } a < 0 \end{cases}$$

Exemplos:

$$|5| = 5 \quad (1)$$

$$|-3| = 3 \quad (2)$$

3.3 Adição e subtração de números inteiros

Para abordar o conceito de adição e subtração os PCN apresentam o recurso da utilização do ábaco dos inteiros, composto por duas varetas com argolas de cores diferentes para representar os negativos e positivos. Segundo o PCN (BRASIL,1998) “Esse material permite a visualização de quantidades positivas e negativas e das situações associadas ao zero: varetas com as mesmas quantidades de argolas. Ao manipular as argolas nas varetas, os alunos poderão construir regras para o cálculo com números negativos”.

Operar com adição e subtração de inteiros requer o uso das regras de sinais, e, as dificuldades dos estudantes ocorrem exatamente, por não compreenderem e não utilizarem as regras corretamente. Acreditamos que ficam confusos com tantas regras. Assim, a utilização de situação que exemplifique a aplicação é necessária, enfatizar aspectos que possam ser úteis para os alunos e comparações em que eles vejam a relação dos problemas com aspectos vividos no seu cotidiano, deixar os alunos descobrirem sozinhos a solução, dando oportunidade de tentarem resolver os exercícios, não resolvendo de imediato. Vejamos a definição:

Dados dois números inteiros **a** e **b** definimos sua soma da seguinte forma:

Se **a** e **b** tem o mesmo sinal, efetuamos a soma dos valores absolutos de **a** e **b** e mantemos o mesmo sinal.

Se **a** e **b** possuem sinais contrários, calculamos a diferença entre seus valores absolutos e mantemos o sinal daquele que possui o maior valor absoluto.

Portanto, na adição de números inteiros positivos a soma de dois números positivos é sempre um número positivo, enquanto na adição de números negativos a soma de dois números negativos é um número negativo.

Exemplos

$$(+2) + (+5) = +7 \quad \text{ou} \quad +2 + 5 = +7 \quad (3)$$

$$(-2) + (-3) = -5 \quad \text{ou} \quad -2 - 3 = -5 \quad (4)$$

A operação subtração é uma operação inversa à da adição. Eliminamos os parênteses usando o significado do oposto. E concluímos que para subtrairmos dois números, basta adicionar ao primeiro o oposto do segundo.

Exemplos:

$$(+8) - (+4) = (+8) + (-4) = +4 \quad (5)$$

$$(-6) - (+9) = (-6) + (-9) = -15 \quad (6)$$

3.3.1 Propriedades

Adição: além das 5 propriedades que já conhecemos para a adição de números naturais, agora temos a existência do elemento oposto.

Na subtração dos números inteiros, com a definição do elemento oposto, podemos identificar a subtração **a - b** como sendo a soma do número **a** com o oposto do número **b**.

$$\text{Então: } a - b = a + (-b)$$

3.4 Multiplicação e divisão de números inteiros

Na multiplicação dados dois números inteiros **a** e **b** definimos seu produto da seguinte forma:

$$\text{Se } \mathbf{a} \text{ e } \mathbf{b} \text{ têm o mesmo sinal, } a \cdot b = |a||b|$$

$$\text{Se } \mathbf{a} \text{ e } \mathbf{b} \text{ possuem sinais contrários, } a \cdot b = -|a||b|$$

Exemplos:

$$3 \cdot 7 = 21 \quad (7)$$

$$(-2) \cdot (-8) = 16 \quad (8)$$

$$(-4) \cdot 3 = -12 \quad (9)$$

O PCN demonstra que para compreender os conteúdos podemos usar como ferramenta a utilização da história, contida por trás do conceito ensinado, assim, “a ampliação dos campos numéricos historicamente está associada à resolução de situações-problema que envolvem medidas” (Brasil, 1998). Portanto, utilizar noções concretas já trabalhadas com os números naturais, para a compreensão dos conceitos envolvidos nos números inteiros.

3.4.1 Propriedades

Na Multiplicação, das cinco propriedades que conhecemos para a multiplicação de números naturais, deixa de valer a seguinte propriedade:

Se $a > b$, então $a \cdot c \geq b \cdot c$

Exemplo:

$$3 > 2, \text{ mas } 3 \cdot (-1) < 2 \cdot (-1) \quad (10)$$

Portanto, a propriedade escrita nos números naturais deixa de valer para os inteiros e passa a ser escrita assim:

$$\text{Se } a > b, \text{ entao } \begin{cases} a \cdot c \geq b \cdot c; \text{ se } c \geq 0 \\ a \cdot c \leq b \cdot c; \text{ se } c < 0 \end{cases}$$

Geralmente, a falta de domínio dos conceitos na hora de resolver situação problemas, geram confusão para operar com números inteiros, dificultando a aprendizagem.

Na divisão de números inteiros valem as leis dos sinais da própria multiplicação. Entretanto temos que verificar dois casos diferentes:

Suponhamos que a divisão de **a** por **b** $\neq 0$ seja exata (resto zero), então aqui não teremos problema algum. Exemplos:

$$(-12) \div 4 = -3 \quad (11)$$

$$(-20) \div (-10) = 2 \quad (12)$$

No entanto, se a divisão de **a** por **b** $\neq 0$ não for exata, deixar resto. O algoritmo da divisão passa a ser escrito da seguinte maneira:

Dados dois números inteiros **a** e **b**, com **b** $\neq 0$, existem, inteiros **q** e **r**, com $0 \leq |r| < |b|$, tais que $a = b \cdot q + r$. Estes valores de q e r podem não ser únicos. Portanto, se $r_1 > 0$ e $r_2 < 0$ deve existir os possíveis restos $r_1 = r_2 + b$.

4 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Contribuir para o desenvolvimento pessoal é um dos objetivos da educação. Enfrentar desafios diários, superar obstáculos e resolver problemas faz parte da natureza humana. Diariamente somos surpreendidos por problemas a serem solucionados, em diferentes âmbitos. George Polya (1887-1985) matemático russo, afirmava que grande parte da nossa consciência é sobre problemas e quando caímos em devaneios ou contemplação, os nossos pensamentos estão voltados para algum fim.

O ensino dos números inteiros baseado em resolução de problemas pressupõe a aprendizagem como uma construção constante das noções matemáticas a partir da experimentação.

Roberto Giancaterino (2009) afirma que é inadmissível, diante a defasagem da educação atual, um ensino que se concentre em atividades prontas, considerando as ideais do autor do livro didático, assim como, da elite política. Tudo isso, se caracteriza em técnicas tradicionais dominadoras que induzem ao passivíssimo do estudante. Portanto, devemos mostrar que a Matemática, temida por várias pessoas e muitas vezes usada como forma de punição por alguns educadores tradicionalistas, não mais existe.

Vejamos o que diz Giancaterino a respeito de resolução de problemas:

Na resolução de problemas, faz necessária uma nova postura pedagógica do professor, exigindo uma atitude de maior questionamento diante de um problema. Dessa forma, o que deve ser observado não é exaltação à resposta correta do problema apresentado, mas, sobretudo, dar ênfase no processo de resolução que permite o aparecimento de diferentes soluções que podem ser comparadas entre si. (Giancaterino 2009.p. 135).

Nesse sentido, devemos aproveitar a curiosidade dos alunos, fugindo do senso comum, que restringem e bloqueiam o ensino e a aprendizagem, pois a utilização da matemática é muito importante para a sociedade, de maneira que através de resoluções de problemas conseguimos compreender a importância dos números inteiros, ou seja, desenvolvendo operações matemáticas utilizando números inteiros conseguimos solucionar problemas diversos no dia a dia.

Como afirma Polya (1995), para compreender o problema devemos considerar a familiarização do aluno com o mesmo e, o aperfeiçoamento da

compreensão, ou seja, quando o estudante não compreende o exercício perde o interesse em resolver. Portanto, devemos escolher com cuidado o tipo de atividade, com um enunciado verbal claro, natural e interessante. Para que possamos entender com mais clareza vejamos exemplos que ilustram isso:

Exemplo: jogo de baralho

(13)

Num jogo de baralho, Rodrigo e Carolina obtiveram os seguintes resultados:

Rodrigo	Carolina
1ª partida	
Ganhou 510 pontos	Perdeu 80 pontos
2ª partida	
Perdeu 215 pontos	Ganhou 475 pontos
3ª partida	
Perdeu 485 pontos	Ganhou 290 pontos
4ª partida	
Ganhou 625 pontos	Perdeu 115 pontos

- a) Qual é o número total de pontos de Carolina após as quatro partidas?

Solução: Ela ganhou $475 + 290 = 765$. Perdeu $80 + 115 = 195$. No total temos, $765 - 195 = 570$

- b) Qual é o número total de pontos de Rodrigo após as quatro partidas?

Solução: Ele ganhou $510 + 625 = 1135$. Perdeu $215 + 485 = 690$. No total temos, $1135 - 690 = 445$

- c) De quem foi a vantagem final? Quantos pontos de diferença?

Solução: De Carolina, 125 pontos de diferença ($570 - 445 = 125$).

Para resolver estes problemas, os estudantes devem conhecer, ainda que de forma sistemática, os números inteiros, a familiaridade do estudante com relação ao assunto o torna mais interessante e menos difícil de concretizar.

Percebemos que para solucionar problemas como os que vimos acima, podem se tornar mais prazerosos como o uso de ferramentas, que a princípio, não seriam jamais consideradas, e atualmente, são consideradas por muito teóricos como de grande ajuda na aprendizagem da Matemática, tendo uma aceitação relevante por parte dos estudantes, estamos falando dos jogos, usados na resolução de problemas.

4.1 Jogos para resolução de problemas com números inteiros

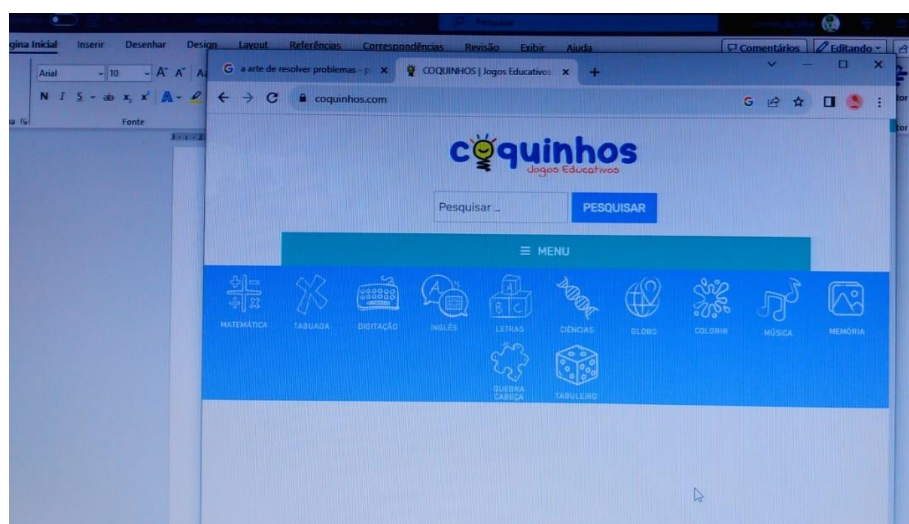
Para trabalharmos com resolução de problemas que envolvam números inteiros podemos utilizar jogos matemáticos, pois permitem que os alunos realizem as operações com mais segurança e habilidade. Ao trabalhar com jogos podemos identificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre as operações e a partir daí aplicar os jogos. Em geral a aprendizagem permite que desenvolvam o raciocínio e haja maior envolvimento com as atividades.

Vejamos abaixo um site muito interessante e atual para ensinar matemática, inclusive os inteiros, que desafiam os alunos a pensarem a criar soluções.

4.1.1 Coquinho

Neste site o educando pode operar com números inteiros, percebendo a necessidade das regras para as operações matemáticas. Dessa maneira pode ser utilizado como recurso pedagógico na aplicação e resolução de situação problemas. Abaixo teremos algumas figuras e características de alguns destes jogos.

Figura 3- Site Coquinhos



Fonte: <https://www.coquinhos.com/>

Um dispositivo importante no uso dos jogos que veremos na figura abaixo, é o celular, afinal sabemos que muitas vezes o inimigo do aprendizado na sala de aula é este aparelho, então, porque não usar a favor da aprendizagem.

Figura 4- Pirâmide Matemática: Soma e Subtração de números inteiros

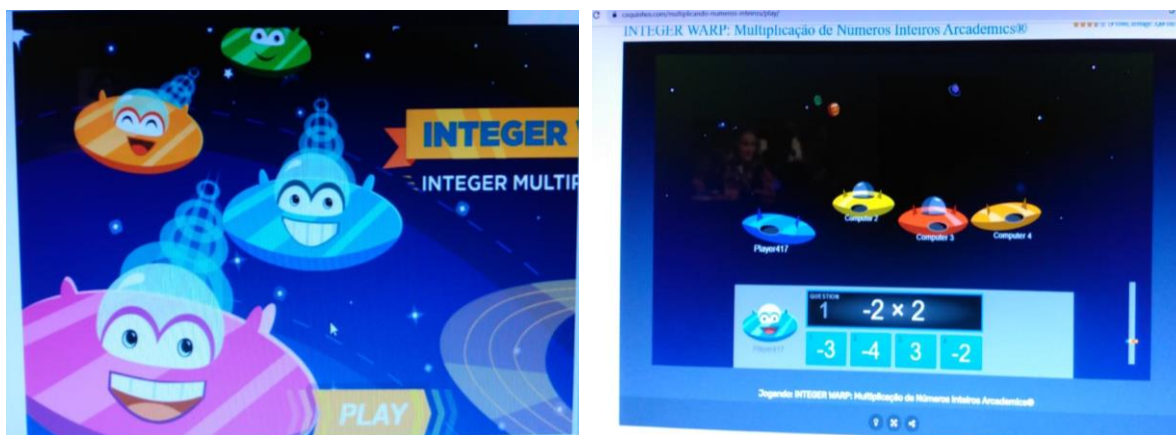


Fonte: <https://www.coquinhos.com/> soma e subtração de números inteiros

Este jogo se chama pirâmide matemática de Einstein, de adição e subtração de números inteiros é um jogo online, onde a regra é que cada número na pirâmide é o resultado da adição dos dois números inteiros abaixo dele. Através desta regra lógica, devemos somar e subtrair números inteiros, ou seja números positivos e negativos.

Na figura seguinte teremos a representação de outro jogo, muito interessante, sobre multiplicação de inteiros.

Figura 5- Jogo multiplicando números inteiros



Fonte: <https://www.coquinhos.com/multiplicando-numeros-inteiros>

Neste jogo de matemática iremos multiplicar números inteiros, através de uma corrida de Ovnis, objeto voador não identificado. O objetivo é quanto mais multiplicações acertar mais longe vai chegar no jogo, Assim, multiplicamos números inteiros positivos, negativos ou com ambos os tipos de números, o resultado é sempre um número inteiro.

4.1.2 Dominó dos Números Inteiros

Este jogo é interessante, na hora de fixa os conteúdos, segue as mesmas regras do dominó tradicional, oferecendo cálculos e respostas que devem ser colocadas na ordem correta, a pedra branca substituirá qualquer resultado ou operação. Neste jogo podem jogar até quatro alunos. Assim, se temos dois alunos: ficam 7 pedras para cada; 14 pedras constituirão o monte, caso algum alguém não tenha a pedra para jogar deverá comprar no monte; três alunos: 7 pedras para cada um, 7 pedras no monte. E quatro alunos: 7 pedras para cada um. No jogo com quatro alunos não teremos o monte, aquele que não obter o resultado para jogar passa a vez para o próximo. Abaixo teremos a imagem das pedras do jogo, que podem ser confeccionadas pelos próprios estudantes.

Figura 6- Modelo das pedras do jogo

$+1$	-6	-22	$+2$	-28	-100	$+41$	-50
$(+3) \times (-2)$	$-10-12$	$(-8):(-4)$	$(-7) \times (+4)$	$-99-11$	$+37+4$	$(+100):(-2)$	$-1+1$

0	$+11$	$+7$	-1	$+15$	-51	$+9$	$+3$
$-20+31$	$(-7) \times (-1)$	$(+3):(-3)$	$(-5) \times (-3)$	$-11-40$	$+2+7$	$+15-12$	$(+81):(-9)$

Fonte: <http://educador.brasilecola.com/estrategias-ensino/dominio-dos-numeros-inteiros>.

O jogo de domino, segundo estudiosos tem se mostrado uma ferramenta bastante utilizada para a aprendizagem de conteúdos matemáticos, não apenas dos números inteiros, mas de outros conteúdos também.

5 ANÁLISE DE ALGUNS LIVROS DIDÁTICO

Para compreender com mais segurança o objeto da pesquisa, nesta parte do estudo vamos analisar alguns livros didáticos e a forma que os autores abordam os Números Inteiros.

Dessa forma, faremos a análise de três livros didáticos., destacando a introdução, apresentação dos aspectos dos números negativos, as características, e abordagem das atividades.

5.1-Livro 1

O primeiro livro didático tem por título “A Conquista da Matemática”, 7º ano, de José Ruy Giovanni Júnior e Benedito Castrucci, falecido em janeiro de 1995. Este livro está entre os materiais disponibilizados a alunos da rede pública.

Para os autores (2008, p.3) “vivemos hoje em um mundo em constante e rápida transformação, e a Matemática pode nos ajudar a entender essas transformações. Ficar à parte do conhecimento matemático é, hoje estar à margem das mudanças do mundo”. Assim, os escritores, iniciam cada capítulo fazendo uma relação com aplicações do cotidiano.

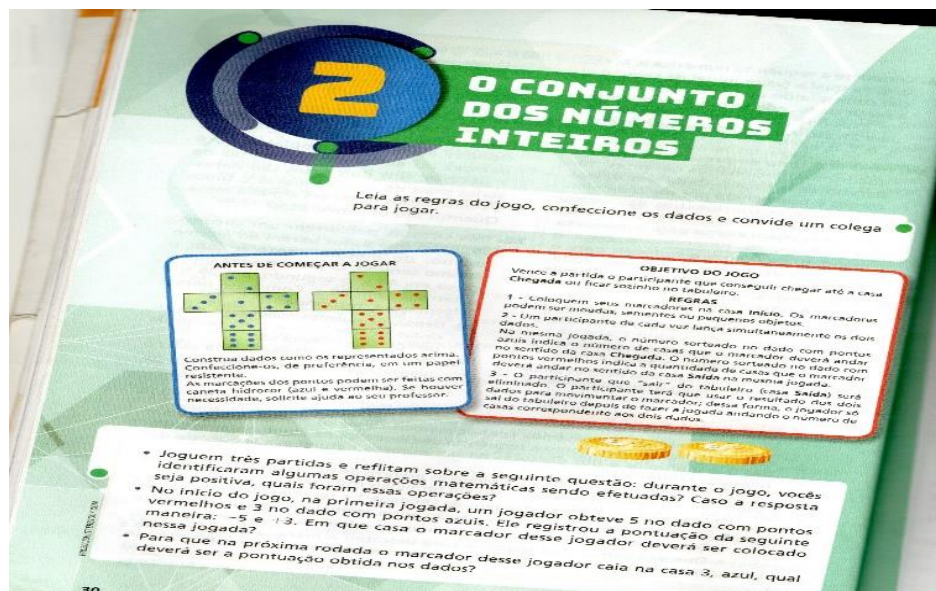
A unidade 1 do livro é toda voltada para os números naturais e operações, demonstrando que seguem uma sequência cronológica, já que os números naturais antecedem os números inteiros, e junto ao zero e aos inteiros negativos constituem o Conjuntos dos Números Inteiros, que neste livro começam a ser citados a partir da unidade 2.

A unidade 1, que vai do capítulo 1 até o capítulo 3, inicia como a sequência numérica, que podem ou não ter padrão (uma regra) de formação. Logo a seguir a os autores demonstram e explicam a importância da reta numérica, dando continuidade fazem comparação de números naturais. Depois as operações com naturais e os divisores e múltiplos de um número natural. ~

Toda a unidade I, que trata dos números naturais, permite que o aluno perceba, ao iniciar a unidade II, que os naturais compõem os inteiros, juntamente com os negativos e o zero.

Logo no início da página de abertura da unidade 2, observamos textos e imagens que induzem os alunos a relacionar com seus conhecimentos e contextos articulados nas próprias questões. Vejamos as imagens:

Figura 7- Contextos e aplicações dos números inteiros.



Fonte: Giovanni e Castrucci, 2018, p.30

Figura 8- Ideias dos inteiros através de questões

PENSE E RESPONDA

Responda às questões no caderno.

1. Veja, na tabela seguinte, o desempenho de alguns clubes após a 24ª rodada do Campeonato Brasileiro de Futebol, série A – Brasileiro 2018.

Campeonato Brasileiro de Futebol (24ª rodada/2018)

Classificação	Time	Pontos	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de gols
1ª	Internacional	49	31	13	+18
9ª	Fluminense	31	23	27	-4
10ª	Corinthians	30	25	21	+4
11ª	América-MG	30	24	28	-4
13ª	Bahia	28	24	29	-5
18ª	Ceará	24	15	25	-10

Fonte: CONFEDERAÇÃO BRASILEIRA DE FUTEBOL. Campeonato Brasileiro de Futebol. Disponível em: <<https://www.cbf.com.br/futebol-brasileiro/competicoes/campeonato-brasileiro-serie-a/2018>>. Acesso em: 17 set. 2018.

Chama-se **saldo de gols** a diferença entre o número de gols marcados e o número de gols sofridos por uma equipe em um torneio de futebol. Quando o número de gols marcados é maior que o de gols sofridos, dizemos que a equipe apresenta um **saldo de gols positivo**. Se o número de gols marcados for menor que o número de gols sofridos, dizemos que a equipe apresenta um **saldo de gols negativo**.

De acordo com as informações do texto e da tabela, responda às questões no caderno:

- a) Quais clubes apresentaram um saldo de gols positivo?
- b) E quais apresentaram um saldo de gols negativo?
- c) Como foram representados os saldos positivos e os saldos negativos de gols?
- d) Como foi representado o saldo de gols do Ceará?

Fonte: Giovanni e Castrucci, 2018, p.32

No capítulo 1, da unidade 2, os autores começam com a ideia de números inteiros com questões que valorizam a construção e a experimentação das hipóteses pessoais., fácil de percebermos na figura acima.

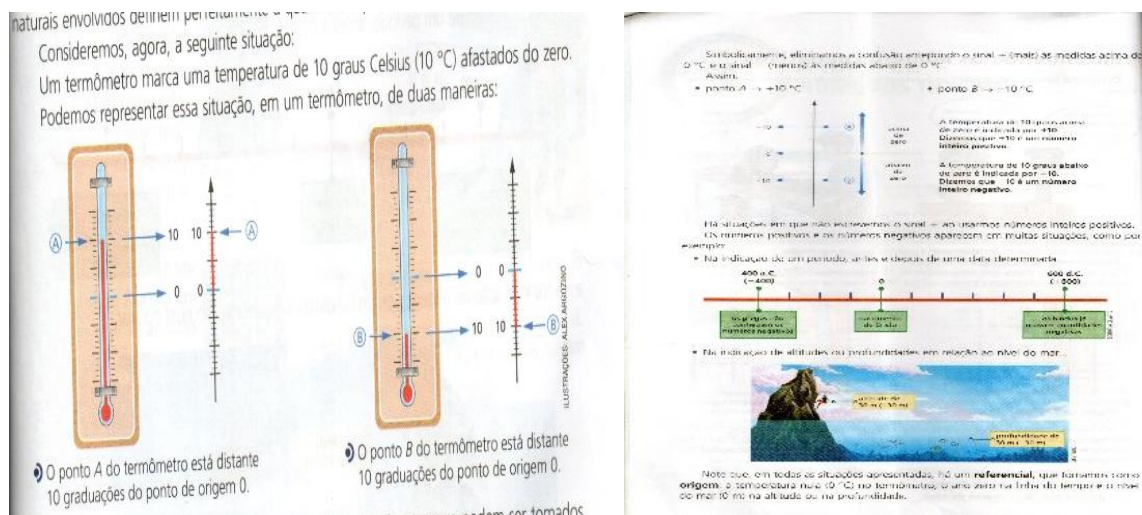
Ao relacionar os números negativos os autores nos fazem refletir acerca dos números naturais, que expressam o resultado de contagem ou de certas medidas, mas em alguns casos, como marcar temperaturas, não são suficientes para expressar, de modo a não deixar dúvidas. Assim, são necessários os números negativos.

Para que os leitores possam entender com mais clareza, mostram que podemos usar os números positivos e negativos em várias situações.

Embora, se perceba a atenção com os conteúdos tudo é muito sucinto, é lógico que os leitores, principalmente os alunos, devem compreender que os tópicos apresentados no livro não são suficientes para compreensão total do assunto em questão, para tanto, é preciso que pratiquem bastante através de resolução de situações problemas.

As figuras abaixo retratam a contextualização e aplicações dos números negativos no dia a dia.

Figura 9- Contextos e aplicações dos números negativos.



Fonte: Giovanni e Castrucci, 2018, p.33 a 34.

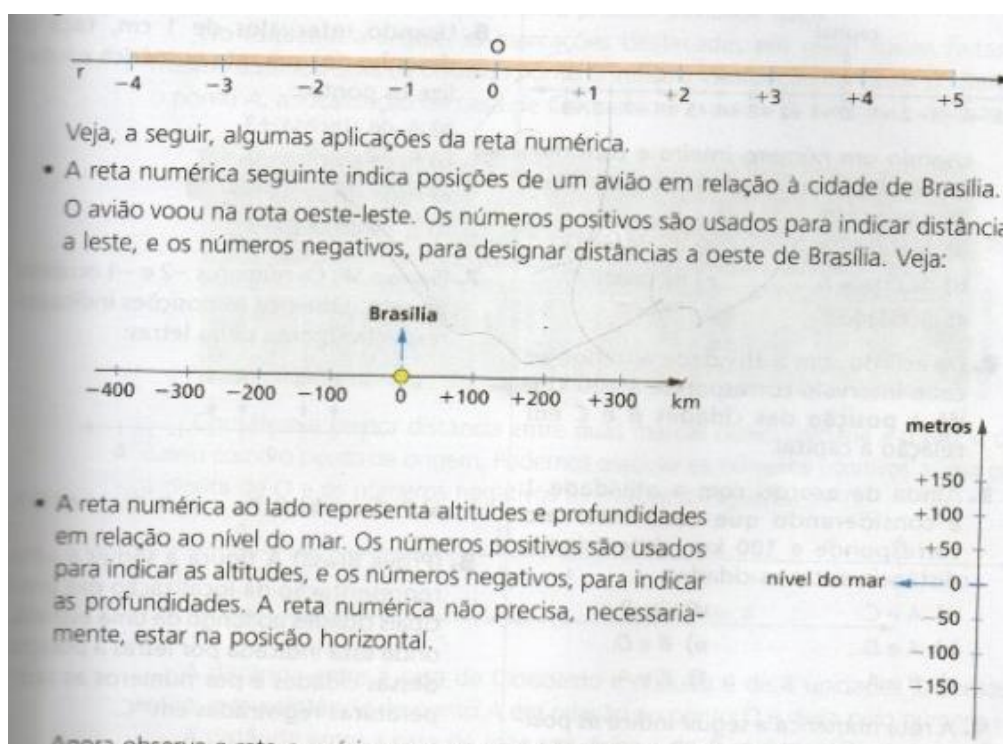
O conjunto dos números inteiros, começa a ser mencionado de fato, a partir do capítulo 2. Onde Giovanni e Castrucci (2018), afirmam, “O conjunto formado pelos inteiros positivos, pelos inteiros negativos e pelo zero é chamado conjunto dos números inteiros e é representado pela letra $\mathbb{Z}$ ”.

Analizando tudo, não há nenhuma referência acerca do conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos inteiros, e alunos desatentos não percebem isso.

Basicamente, o conteúdo deste capítulo, está distribuído da seguinte maneira:

A reta numérica, um dos recursos usados para localizar os números. O desenho da reta, tendo o zero como origem, o sentido positivo e negativo e algumas aplicações da reta numérica. Vejamos através das imagens abaixo:

Figura 10 Contextos e aplicações na reta numérica.



Fonte: Giovanni e Castrucci, 2018, p.36 a 37.

5.2-Livro 2

O segundo livro faz parte de uma coleção de livros voltada para o ensino fundamental, utilizado em algumas escolas particulares. O livro se chama Sucesso sistema de ensino: matemática 7º ano de Judson Santos e Annelise Maymone.

Enquanto no livro anterior começam o assunto pelos números naturais, neste livro os autores iniciam pelos próprios números inteiros.

Dessa forma, todo o capítulo 01 deste livro está direcionado aos inteiros.

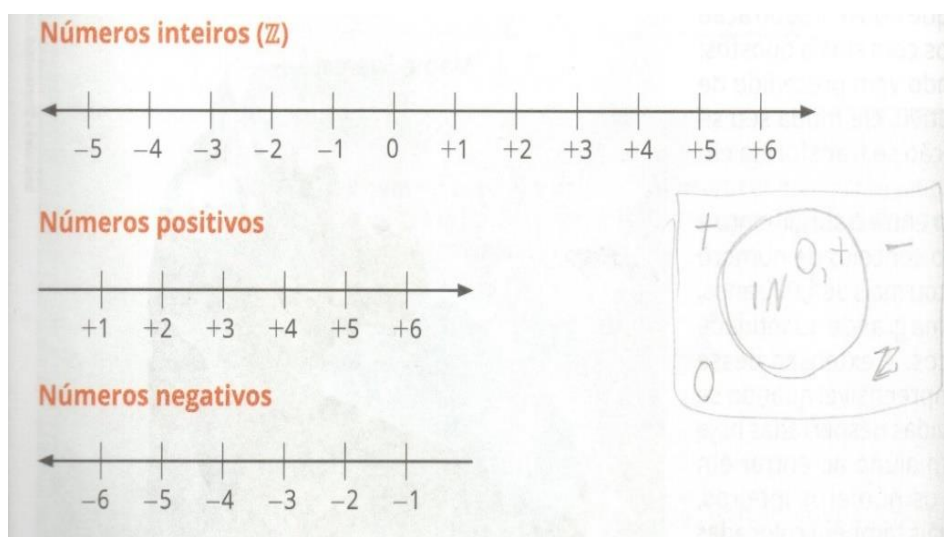
Ao dá início ao assunto sobre inteiros, o autor pressupõe que os leitores já sabem e conhecem os números naturais, e que estes, os naturais, surgiram da necessidade do homem primitivo de contar. Também, percebemos que para os autores, os números fracionários já são conteúdos conhecidos.

Dando continuidade fazem um referencial histórico, mostrando que os números naturais só trabalham com valores positivos., surgiram no Renascimento, através da expansão comercial, do aumento da circulação do dinheiro e da necessidade de expressarem lucro e prejuízo pelo uso dos símbolos (+) e (-). Para enfatizar tudo foram dando muitos exemplos.

Dando continuidade, Judson e Annelise, iniciam cada subtítulo com uma interrogação acerca daquilo que querem nos fazer entender. Notamos que desta forma o leitor tenta, mesmo que de maneira imperceptível, compreender e responder o tema.

Na figura abaixo, teremos a representação do conjunto dos inteiros na reta. De acordo com o livro, o número zero não está presente na reta dos números positivos, nem dos negativos, devido ser o único número inteiro que não é negativo nem positivo. Outro ponto a considerar na imagem é o fato de os números inteiros serem infinitos nos dois sentidos da reta, daí a reta ter uma seta nas extremidades.

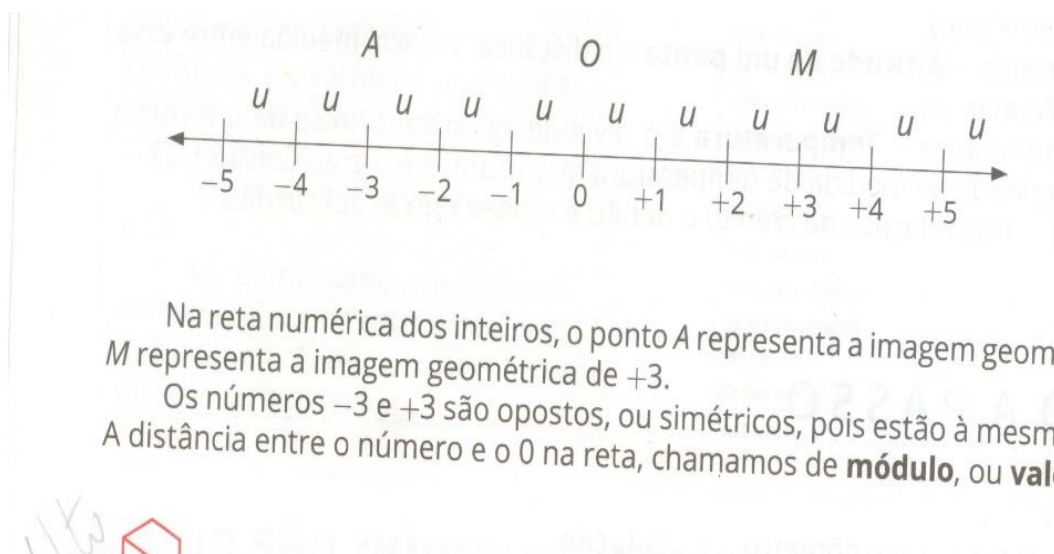
Figura 11- representação do conjunto dos inteiros na reta



Fonte: Fonte: Judson e Annelise, 2019, p. 12

Os autores desta obra têm uma preocupação em trabalhar o tempo todo com situação problemas, assim, a cada tema abordado, veremos várias situações problemas resolvidas ou a serem resolvidas

Figura 12 reta numérica



Fonte: Judson e Annelise, 2019, p. 14

Na imagem acima, Judson e Annelise (2019) dizem que: “quando representamos o conjunto dos números inteiros numa reta, devemos identificar, primeiramente, o ponto de origem, onde se localiza o número zero. A partir daí usamos uma medida de comprimento u , determinando pontos à direita e à esquerda do 0 ”.

Percebemos que eles se preocuparam em mostrar, mesmo que de forma básica, os principais conteúdos que devemos saber acerca dos inteiros, pois ao percorrer cada página do capítulo falaremos dos opostos e simétricos; módulo ou valor absoluto; da comparação ou analogia dos números inteiros; as quatro operações básicas, adição, subtração, multiplicação e divisão; potenciação; radiciação e por fim as expressões numéricas.

5.3-Livro 3

O livro três, de autoria de Ênio Silveira e Cláudio Marques, tem por título Matemática: compreensão e prática, editora Moderna, 2008.

Vejamos o que dizem os autores Silveira e Marques (2008, p. 3) “ideias por mais brilhantes e elaboradas que sejam, só adquirem um sentido maior quando encontram aplicação no dia -a -dia”.

Portanto, se relacionarmos o que dizem Ênio Silveira e Cláudio Marques, aos números inteiros, a ideia de inteiros só vão adquirir sentido para os discentes, quando encontrar aplicação no cotidiano.

Vemos logo na apresentação, que o objetivo é instigar o leitor, a buscar respostas, e não como, como os próprios autores dizem inundar a mente do leitor com fórmulas matemáticas.

O livro começa o primeiro capítulo com o estudo dos números inteiros, apresentando o conteúdo de forma clara e direta. Porém, antes de conhecer os números inteiros, vamos conhecer os números negativos através de uma situação envolvendo manipulação de alimentos e temperatura adequada para conservação.

Fazendo uma situação introdutória sobre o conteúdo abordado no capítulo e uma apresentação, através de imagens abaixo, da representação da temperatura em várias cidades do Brasil.

Figura 13- Representação das temperaturas

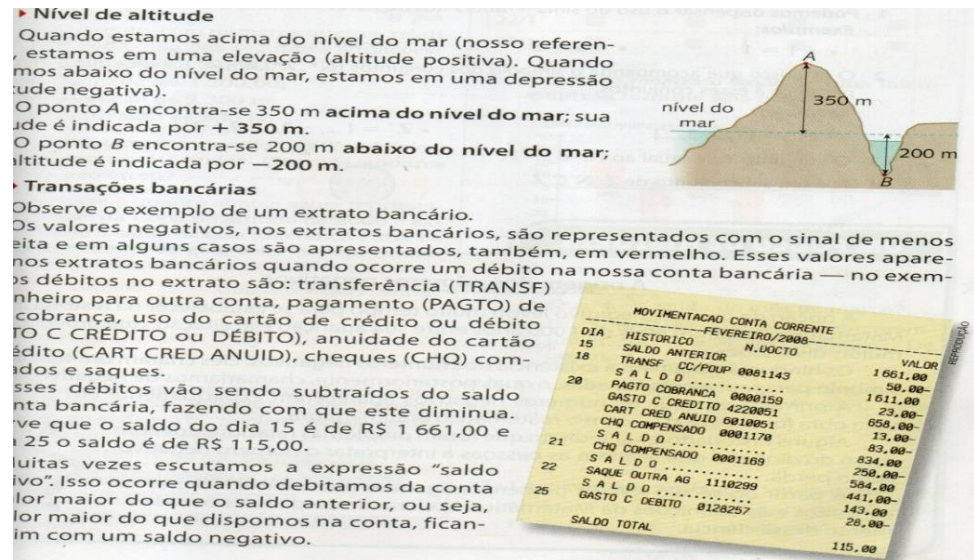


Fonte: Ênio e Cláudio, 2008, p.11

Portanto, ao compreender o surgimento dos negativos, o leitor/estudante, poderá entender a formação dos números inteiros($\mathbb{Z}$). Assim, Ênio e Cláudio, caracterizam os inteiros e mostram onde podem ser aplicados., como por exemplo

medindo temperaturas, nível de altitude e transações bancárias. Vejamos a imagem abaixo.

Figura 14 Representações do nível de altitude e transações bancárias

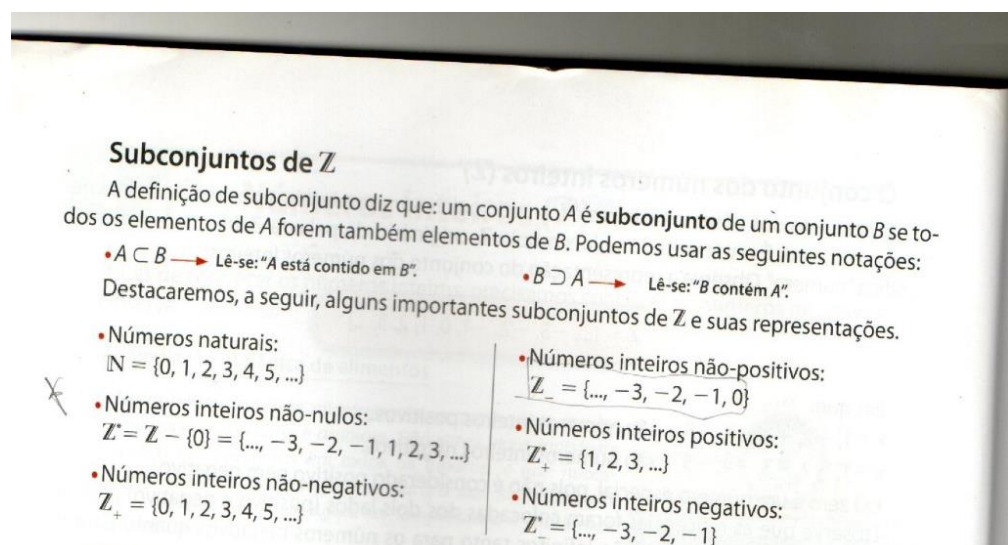


Fonte: Ênio e Cláudio, 2008, p.11

Os autores têm uma preocupação de instigar o leitor para a importância dos números inteiros em coisas do dia a dia., fazer que percebam a importância da matemática para a sociedade.

Dando continuidade, eles falam dos subconjuntos de $\mathbb{Z}$, destacando suas representações.

Figura 15- Subconjuntos dos inteiros



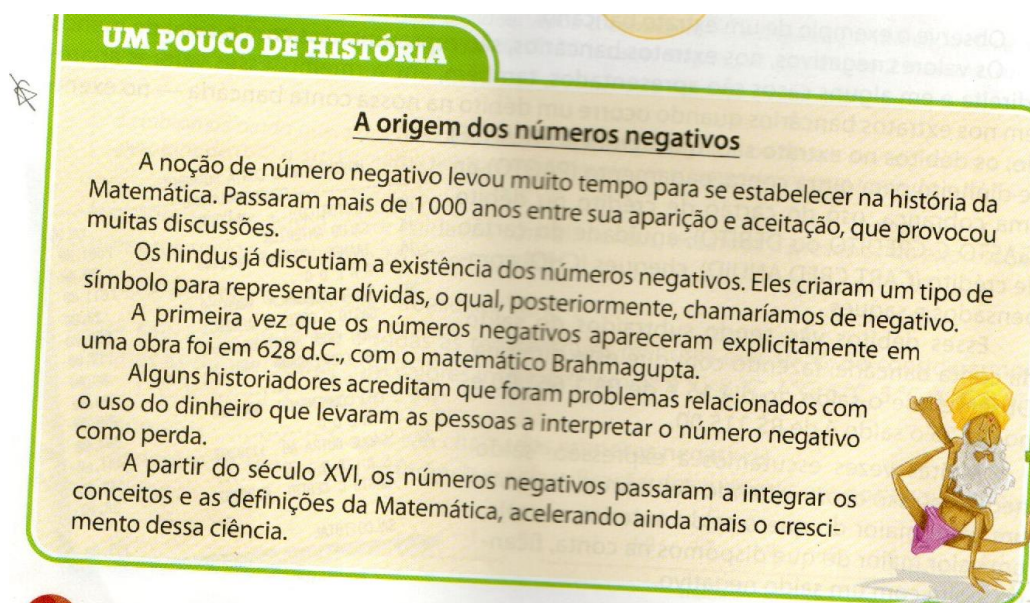
Fonte: Ênio e Cláudio, 2008, p.14

A figura acima, expressa a definição de subconjuntos de $\mathbb{Z}$, com suas respectivas notações, mostrando a preocupação dos autores com os subconjuntos, considerados mais importantes, e suas representações.

Os escritores também, fazem a contextualização do conteúdo na história da Matemática, como a origem dos números negativos, conforme veremos na imagem abaixo.

Nesta imagem os autores fazem os alunos compreenderem que os números negativos demoraram a ser aceitos pela humanidade, havendo muitas argumentações. Além do fato de que problemas relacionados ao cotidiano, o uso do dinheiro, que levaram as pessoas a interpretar o seu uso. E que ao aceitarem aceleraram o crescimento da ciência.

Figura 16- origem dos números negativos



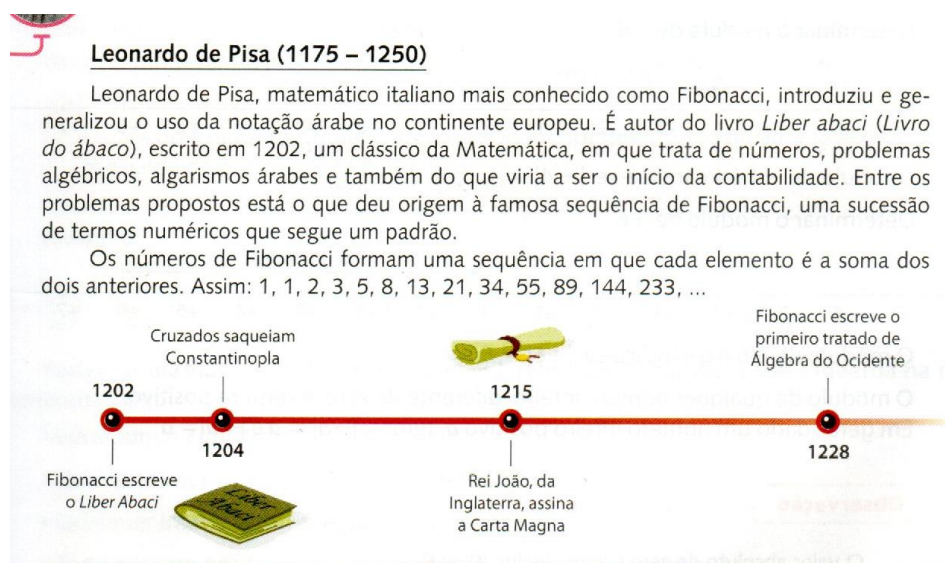
Fonte: Ênio e Cláudio, 2008, p.14

A unidade 2, do capítulo 1, vai falar sobre a representação geométrica dos números inteiros, por meio da reta numérica. Nesta unidade os autores relacionam o ponto da reta com o número inteiro, onde cada ponto de uma reta é chamado imagem geométrica do número inteiro e ainda, que a reta numérica não precisa necessariamente, ser colocada na posição horizontal.

Nesta unidade teremos ainda, a biografia de Leonardo de Pisa, matemático italiano conhecido como Fibonacci, cujo nome deu origem a sequência de Fibonacci. Uma das séries de números mais famosas da história, também chamada de “código secreto da natureza” ou “sequência divina”.

Podemos denotar através da figura abaixo:

Figura 17 Um pouco de história: Leonardo de Pisa



Fonte: Ênio e Cláudio, 2008, p.17

No decorrer do capítulo 1 que vai até a unidade 12, os autores, mencionam temas como: números opostos ou simétricos, módulo de um número inteiro, comparação, adição, subtração, multiplicação e divisão de inteiros, dentre outros.

Fazendo uma análise dos três livros, percebemos que, no um os autores partiram da ideia de que devemos estudar primeiramente os números naturais, para depois estudar os números inteiros. Enquanto isso, no segundo e terceiro livro, os autores partiram do pressuposto de que já temos conhecimento dos naturais, então continuamos a partir dos números inteiros.

Doravante, as três bibliografias terem seu uso em ambientes escolares diferentes, pois a primeira e a segunda são usados em escola privadas, a preocupação com a qualidade do material a ser disponibilizado, no caso o livro um, nas escolas públicas tem um nível considerado bom.

O livro 01 integra o programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), disponibilizando às escolas públicas um material considerado de qualidade, haja visto, ter passado por avaliação do Ministério da Educação e do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. No entanto, podemos discordar um pouco, pois em muitos casos o mesmo livro é usado por estudantes da rede privada, porém as editoras melhoram a qualidade de material e até mesmo a forma que o conteúdo é abordado.

Em muitos casos, o que torna a qualidade do ensino da Matemática, em especial os números inteiros, foco da pesquisa, desinteressante para alguns estudantes talvez seja a forma que os conteúdos são passados, pois na maioria das vezes a preocupação com os conteúdos é maior que a contextualização com a prática. E neste caso, a prática poderia ser simplesmente através de resolução de situações problemas.

No livro dois, destinado a alunos de rede privada do ensino, os conteúdos são mais bem distribuídos, facilitando a apreensão dos assuntos para os leitores.

No terceiro exemplar veremos durante todo o conteúdo distribuído que há preocupação em manter o leitor informado acerca dos conteúdos matemáticos, mas também, sobre a história que envolve este aprendizado, e assuntos relacionados ao uso dos inteiros no cotidiano.

Verificamos ainda o interesse pelo uso dos jogos para a abrangência dos assuntos, pois nas atividades propostas teremos algumas com uso de jogos.

Em cada tarefa ou exercício solucionado, o aluno vai perceber que o estudo dos números inteiros é um conteúdo que nos ajuda a desvendar não apenas a matemática, mais também, enigmas do cotidiano.

Sabendo que a matemática do ensino médio estar fundamentada no ensino fundamental devemos encontrar mecanismos, além dos livros, para tornar o aprendizado do aluno mais interessante.

Por ser um conteúdo considerado complexo, por grande parte dos estudantes, o ensino dos números inteiros deveria ser trabalhado relacionando sempre, teoria e prática.

Na verdade, a aplicação da Matemática, nas três pesquisas possuem linguagem simples, sintética, porém sem fugir ao rigor que a Matemática exige.

Além disso, nas três bibliografias apresentadas sobre o estudo dos Inteiros, temos muitas situações problemas que podem ser trabalhadas à proporção que se falar sobre uma característica dos inteiros. Acreditamos que o discente aprenderá com mais ênfase se juntarmos teoria e prática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No Ensino Fundamental, a Matemática aprofunda e sistematiza aprendizagens anteriores além é claro de abrir portas para novas aprendizagens, contribuindo para o desenvolvimento intelectual do aluno.

Sabendo que os conteúdos de Matemática abordados no Ensino Fundamental são essenciais para o desenvolvimento da aprendizagem no ensino médio devemos tentar superar as dificuldades apresentadas a cada conteúdo dado. Portanto, o objeto de estudo nas aulas de Matemática, é o conhecimento matemático, sendo a ferramenta de trabalho tanto na resolução de problemas matemáticos quanto na aquisição de novos conhecimentos oriundos tanto da ciência quanto do cotidiano.

Nesta pesquisa, os conteúdos foram feitos nessa perspectiva, e as abordagens propostas pressupõem o desenvolvimento de atitudes adequadas à formação do aluno. Abordando conceitos e procedimentos, tanto para aprofundar e retomar os conhecimentos prévios dos alunos quanto para iniciar a aquisição de novos conhecimentos a serem consolidados em anos posteriores de escolaridade, acrescentando atividades, questionamentos, de modo a atender às especificidades dos alunos:

Com o resultado da pesquisa, percebemos que o livro didático deve ser um facilitador da aprendizagem do aluno, trazendo sugestões que poderá ou não utilizar, que as dificuldades do ensino dos números inteiros no ensino fundamental, de modo geral são porque os alunos não têm o hábito de pensar, exercitar, abstrair, resolver exercícios que tragam, dificuldades. A metodologia aplicada para o ensino da matemática deve apresentar subsídios que motivem os alunos a exercitarem e desenvolver o raciocínio.

Com este trabalho espera-se que os leitores percebam a importância de se trabalhar o conjunto dos números inteiros de maneira a estimular os alunos, através de resolução de situações problemas em sala de aulas, podendo inclusive fazer uso de jogos online. É importante que se perceba que abastecer os estudantes de conteúdos teóricos não suficientes para um bom aprendizado. O estudante aprenderá de maneira mais prazerosa se unirmos os conteúdos dados à prática, que pode ser resolvendo atividades paralelamente ao ensino dos inteiros.

Ensinar Números Inteiros através de resolução de situações problemas objetiva tornar as aulas de Matemática mais interessantes. Os resultados estudados ao longo de toda a pesquisa bibliográfica, mostram que a proposta é viável e pode ser aplicada nas escolas, porém, necessita-se de um tempo maior para as atividades, uma prévia organização de material e uma pesquisa de exercícios a serem utilizados.

O jogo online facilita a exposição das atividades e suas leituras, bem como a utilização de celulares para a aplicação das atividades. Introduzindo o uso de conceitos, propriedades e operações propiciam ao aluno, a compreensão do uso de números inteiros, e sua utilização.

Os estudo dos numeros inteiros, normalmente começam a ser inseridos na vida do estudante a partir do 7º ano , quando estes se deparam com os negativos, e percebem que as operações sofrem mudanças em função disso. Sendo esta uma fase da educação em que os conteúdos se tornam mais complexos, embora estes números estejam presentes no cotidiano de cada indivíduo, portanto, devem ser contextualizados, exemplificados, e uma ferramenta metodológica eficiente pode ser exatamente a resolução de situações problema durante as aulas.

Mediante análise das obras pesquisadas, observamos que através de atividades é possível melhorar a assimilação dos Números inteiros por parte dos alunos, podendo auxiliar na identificação deste conteúdo matemático no cotidiano dos alunos. Esta poderá ser uma proposta diferenciada se alinharmos a isso, o uso de jogos e do celular em sala de aula, saindo da rotina a que estes estudantes estão acostumados

Não pretendemos aqui definir uma solução única para as dificuldades encontradas pelos estudantes, do ensino fundamental, séries iniciais, quando se deparam com os inteiros, porém, compreender e identificar maneiras de melhorar o ensino sobre Números Inteiros, fazendo com que este conteúdo seja melhor explorado em sala de aula, realizando atividades com intuito de assimilar os conteúdos, usando recursos acessíveis aos nossos alunos, dentre eles, os jogos online.

REFERÊNCIAS

- BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática**. 4.ed. São Paulo: IME/USP, 1996b. Disponível em: <http://www.mat.ibilce.unesp.br/laboratório/pages/jogos/jogos-caracol.htm>. Acesso em: julho. 2023.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Ministério da Educação e do Desporto: Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- DANTE, L. R. **Matemática: contextos e aplicações: ensino médio**, 3ª ed. São Paulo: Ática, 2016.
- GIANCATERINO, R. **Matemática sem rituais**. 1 edição. Rio de Janeiro, Waked, 2009.
- GIOVANNI, Júnior, José, Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática: 7º ano: ensino fundamental: anos finais**. 4. ed. São Paulo. FTD. 2018.
- IFRAH, Georges. **História universal dos algarismos: inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo**. Rio de Janeiro. Nova Fronteira. 1997.
- PATARO, Moreno, Patrícia; BALESTRI, Rodrigo. **Matemática essencial 7º ano: ensino fundamental anos finais**. 1ª ed. SP. Scipione, 2018.
- POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. 2ª edição. Tradução Heitor Lisboa de Araújo, Rio de Janeiro, Inter ciência, 2006.
- Rocha Neto, Francisco Tavares da. **"Dificuldades na aprendizagem operatória de números inteiros no ensino fundamental"**. (2010). Acesso em out. 2023.
- SANTOS, Judson. **Sucesso sistema de ensino: matemática**. 7º ano: ensino fundamental / Judson Santos, Annelise Maymone; ilustrações: Allegro Digital. Recife: Edições Pedagógicas, 2019.
- SILVEIRA, Ênio; MARQUES, Cláudio. **Matemática: compreensão e prática**. 1 ed. São Paulo. Moderna. 2008.
- Kimura, C. F. K. (2005). **O jogo como ferramenta no trabalho com números negativos**: Um estudo sob a perspectiva da epistemologia genética de Jean Piaget. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/10928>. Acesso em: set. 2023.
- MACIEL, M, V (2009). **A importância do ensino da Matemática na formação do cidadão**. Revista da Graduação, 2(2). Disponível em: <https://revistas eletrônicas.pucrs.br/index.php/graduação/article/view/6058>. Acesso em: 21 set. 2023.