UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA CURSO DE MATEMÁTICA – LICENCIATURA

FELIPE CASSIUS FERREIRA GOMES

ABSTRAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS E APLICAÇÃO NA REALIDADE:
UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE FRAÇÕES NO ENSINO
FUNDAMENTAL.

SÃO LUÍS – MA 2024

FELIPE CASSIUS FERREIRA GOMES

ABSTRAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS E APLICAÇÃO NA REALIDADE:

UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE FRAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL.

Monografia apresentada à coordenação do Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal do Maranhão como requisito para obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientador: Prof^a. Dra. Renata de Farias Limeira Carvalho

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a). Diretoria Integrada de Bibliotecas/UFMA

Cassius Ferreira Gomes, Felipe.

ABSTRAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS E APLICAÇÃO NA REALIDADE: : uMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE FRAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL / Felipe Cassius Ferreira Gomes. - 2024.

51 p.

Orientador(a): Renata de Farias Limeira Carvalho. Monografia (Graduação) - Curso de Matemática, Universidade Federal do Maranhão, Universidade Federal do Maranhão, São Luís - Ma, 2024.

1. Ensino de Frações. 2. Abstração Matemática. 3. Sequência Didática. 4. Ensino Fundamental. 5. Matemática Concreta. I. de Farias Limeira Carvalho, Renata. II. Título.

FELIPE CASSIUS FERREIRA GOMES

ABSTRAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS E APLICAÇÃO NA REALIDADE:

UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE FRAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL.

Monografia apresentada à coordenação do Curso de Matemática – Licenciatura da Universidade Federal do Maranhão como requisito para obtenção do grau de licenciado em Matemática.

Trabalho APROVADO. São Luís – MA, 19 /09/2024

Prof^a. Dra. Renata de Farias Limeira Carvalho
DEMAT/UFMA
Orientadora

Prof^a. Dra. Valdiane Sales Araujo DEMAT/UFMA

Primeira examinadora

Prof. Dr. Adecarlos Costa Carvalho
DEMAT/UFMA

Segundo examinador

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pela força, sabedoria e perseverança que me concedeu ao longo dessa caminhada. Sua presença foi fundamental em cada etapa desse processo, dando-me serenidade para enfrentar os desafios e gratidão pelas conquistas alcançadas.

Aos meus pais, Marcio Henrique Baima Gomes e Jackeline Diniz Ferreira Gomes, o meu mais profundo agradecimento pelo exemplo de dedicação, honestidade e resiliência que me fez compreender a importância da educação na construção de uma trajetória de sucesso e realização pessoal. Sem vocês, este sonho não seria possível.

Ao meu irmão, Márcio Henrique Baima Gomes Filho, agradeço pelo companheirismo indescritível. Sua presença constante e seu apoio inabalável me fizeram sentir que nunca estive sozinho nesta jornada. Mais do que um irmão, você é uma fonte de força em cada etapa dessa caminhada.

À Kaynara Beatriz Monteiro Lima, por todo o apoio, carinho e compreensão durante a realização deste trabalho. Sua paciência nos momentos mais difíceis, sua motivação quando eu mais precisei e, principalmente, sua presença constante foram fundamentais para que eu pudesse concluir esta monografia.

Aos meus amigos, em especial Guilherme Vinícius e Thayllison Ribeiro, a vocês, minha eterna gratidão. As amizades que construí durante a faculdade foram verdadeiros pilares nos dias mais desafiadores. Vocês, com sua amizade sincera, companheirismo e apoio, tornaram o caminho mais leve e prazeroso. Cada risada, cada troca de conhecimento e cada momento de descontração foram essenciais para equilibrar a rotina acadêmica e me fortalecer para seguir adiante.

Aos meus amigos e colegas próximos deixo o meu agradecimento por todas as noites de diversão e descontração que me ajudaram a enfrentar os dias corridos e os desafios do curso. Vocês proporcionaram momentos de alegria e leveza, que foram fundamentais para manter o equilíbrio entre estudo e lazer, tornando essa jornada muito mais divertida e suportável.

À Universidade Federal do Maranhão, por ter sido meu lar nesses últimos anos, por ter me proporcionado a oportunidade de crescer profissionalmente, abrindo horizontes e olhares para minha vida pessoal.

À Profa.Dra. Renata de Farias Limeira Carvalho, cuja orientação, paciência e dedicação foram essenciais para a realização deste trabalho de conclusão de curso.

Aos professores que participaram direta ou indiretamente da minha formação acadêmica e do meu desenvolvimento pessoal, sou profundamente grato. Cada ensinamento, cada aula e cada conselho me moldaram não só como estudante, mas como ser humano. Vocês desempenharam um papel fundamental na construção do meu conhecimento e no meu amadurecimento ao longo desses anos. Agradeço por todo o empenho, dedicação e paciência ao compartilharem seu saber, e por serem exemplos de profissionais comprometidos com a educação e com o desenvolvimento de seus alunos.

Por último, mas não menos importante, agradeço a mim mesmo. Agradeço por nunca ter desistido, mesmo diante das dificuldades e incertezas que surgiram ao longo do caminho. Agradeço por ter acreditado no meu potencial, por ter mantido o foco e a perseverança em cada etapa deste processo.

A todos, meu muito obrigado!

RESUMO

Esta monografia aborda a abstração de conceitos matemáticos e sua aplicação na realidade, com foco no ensino de frações para o Ensino Fundamental. A pesquisa tem como objetivo desenvolver uma proposta didática que facilite a compreensão de frações e suas operações, promovendo a associação entre o conteúdo teórico e o cotidiano dos alunos. A metodologia utilizada foi uma pesquisa bibliográfica baseada em autores que discutem a matemática concreta e abstrata, visando entender como o processo de abstração pode ser trabalhado pedagogicamente. Como produto desta pesquisa, foi elaborada uma sequência didática que integra atividades práticas e exemplos contextualizados, facilitando a transição do concreto para o abstrato. A proposta busca fortalecer o entendimento dos alunos sobre frações e suas operações, de modo que eles consigam aplicar esses conceitos em situações do dia a dia, promovendo uma aprendizagem mais significativa e duradoura.

Palavras-chave: Ensino de Frações, Abstração Matemática, Sequência Didática, Ensino Fundamental, Matemática Concreta.

ABSTRACT

This monograph addresses the abstraction of mathematical concepts and their application in reality, focusing on teaching fractions for Elementary School. The research aims to develop a teaching proposal that facilitates the understanding of fractions and their operations, promoting the association between theoretical content and students' daily lives. The methodology used was a bibliographical research based on authors who discuss concrete and abstract mathematics, aiming to understand how the abstraction process can be worked pedagogically. As a product of this research, a didactic sequence was created that integrates practical activities and contextualized examples, facilitating the transition from the concrete to the abstract. The proposal seeks to strengthen students' understanding of fractions and their operations, so that they are able to apply these concepts in everyday situations, promoting more meaningful and lasting learning.

Keywords: Teaching Fractions, Mathematical Abstraction, Didactic Sequence, Elementary Education, Concrete Mathematics

Lista de ilustrações

- FIGURA 1 Representação de Frações.
- FIGURA 2 Representação de frações equivalentes.
- FIGURA 3 Página de atividades adição de frações
- FIGURA 4 Frações proporcionais.
- **FIGURA 5 –** Exemplo figura da atividade intuitiva.
- FIGURA 6 Exemplo figura resultante da atividade intuitiva.
- **FIGURA 7 –** Representação das frações equivalentes.
- **FIGURA 8 –** Representação da soma das frações equivalente.
- FIGURA 9 Retângulo em malha quadriculada.
- FIGURA 9 Página de atividades adição de frações

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 O ENSINO DE MATEMÁTICA	12
3 CONCEPÇÕES SOBRE A MATEMÁTICA CONCRETA E ABSTRATA	13
3.1 A MATEMÁTICA CONCRETA	13
3.2 A MATEMÁTICA ABSTRATA	14
4 O ENSINO DE FRAÇÕES E SUA APLICAÇÃO NA REALIDADE	16
4.1 Considerações sobre o Ensino de Frações no Brasil	16
5. SEQUÊNCIA DIDÁTICA	20
5.1 Relevância e Identificação da sequência didática	21
5.2 Objetivos de aprendizagem	21
5.3 Objetos de conhecimento e habilidades (BNCC)	22
6. DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA	24
6.1 PRIMEIRA ETAPA	24
6.2 SEGUNDA ETAPA	26
6.3 TERCEIRA ETAPA	30
6.4 AVALIAÇÃO FINAL	42
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	44
REFERÊNCIAS	46
APÊNDICES	48
APENDICE A - LISTA I DE ATIVIDADES	48
APENDICE B - LISTA II DE ATIVIDADES REPRESENTAÇÃO DE FRAÇÕES	49
APENDICE C - ATIVIDADES DIVISÃO DE FRAÇÕES F GUIADA	
APENDICE D – AVALIAÇÃO FINAL	51

1 INTRODUÇÃO

Atualmente percebemos que muitos alunos enfrentam desafios consideráveis ao tentar compreender e se envolver com a matemática. Essas dificuldades podem variar desde simples obstáculos conceituais até uma aversão generalizada à matemática. Diante desse problema observamos a necessidade de aprofundar o conhecimento em educação matemática com o intuito de desmistificar essa área, além de perceber que a educação matemática desempenha um forte papel crítico no desenvolvimento de habilidades de pensamento crítico, resolução de problemas e tomada de decisões.

Segundo Rodrigues (2005) há uma diferença de abordagens no conhecimento matemático ensinado na escola e na matemática do cotidiano. A Matemática Escolar é a matemática que trabalha com o formalismo, das fórmulas e dos algoritmos destacando seu caráter complexo e rígido, já a "matemática do cotidiano" está presente em um simples fato, objeto, situação ou acontecimento. Tal conhecimento passa de forma despercebida pelos alunos que não conseguem associar a matemática à sua realidade diária.

Cotidianamente há de forma implícita no subconsciente da grande maioria dos alunos que o aprendizado da matemática é de certa forma mais "difícil" do que o aprendizado de outro componente curricular. Esta noção de dificuldade característica do senso-comum torna grande parte das vezes o processo de ensino-aprendizagem mais trabalhoso do que o necessário. Logo, diante dessa situação me inquieta a seguinte indagação: Como se dá a aplicação dos conceitos matemáticos abstratos aprendidos e como essa abstração do conhecimento influencia o cotidiano dos alunos?

Diante disso, Giardinetto (1999) acredita que o pensamento abstrato deve servir para complementar a compreensão à realidade, que nunca se apresenta em sua forma acabada, com o concreto material auxiliando nesse processo. Portanto o concreto e o abstrato devem agir de forma mútua auxiliando no processo de ensino-aprendizagem.

A relação entre o concreto e o abstrato é tema norteador de vários estudos, logo identifiquei a necessidade de abordar os tópicos relacionados à aplicação dos conceitos abstraídos no conteúdo de frações para que eu possa contribuir

fornecendo recursos e abordagens enriquecendo o ensino da matemática e o seu aprendizado.

Durante a minha atuação como professor particular em reforços escolares e Bolsista de programas de iniciação à docência (PIBID e Residência Pedagógica), testemunhei presencialmente a persistente batalha dos alunos em assimilar os conteúdos matemáticos e sua aplicação prática no dia a dia. Assim, o capítulo 2 abordará aspectos gerais sobre o ensino de matemática, destacando suas práticas e desafios. Em seguida, no capítulo 3, serão exploradas diferentes concepções da matemática, com ênfase na distinção entre o pensamento concreto e abstrato. O capítulo 4 será dedicado ao ensino de frações, discutindo suas abordagens pedagógicas e aplicações no cotidiano. Por fim, nos capítulos 5 e 6, será apresentada uma sequência didática que visa integrar de maneira prática os conceitos discutidos ao longo do trabalho.

A proposta visa proporcionar uma abordagem didática que conecte o conteúdo teórico à realidade cotidiana dos alunos, facilitando a compreensão e a aplicação prática dos conceitos de fração permitindo que os estudantes transitem do concreto ao abstrato de maneira gradual e natural. Como produto deste trabalho, foi desenvolvida uma sequência didática focada no ensino de frações e suas operações, com o objetivo de auxiliar na assimilação dos conceitos abstratos relacionados ao tema.

2 O ENSINO DE MATEMÁTICA

O ensino de matemática no Brasil tem sido objeto de discussão e reflexão ao longo dos últimos anos. A matemática desempenha um papel fundamental no desenvolvimento cognitivo e profissional das pessoas, porém os desafios relacionados ao seu ensino e aprendizagem são variados e de grande relevância.

O método tradicional de ensino de matemática no Brasil tem sido alvo de críticas devido à sua abordagem frequentemente desvinculada da realidade e focada na memorização de fórmulas e procedimentos. Essa metodologia tende a dar mais importância à resolução de exercícios mecânicos em vez de promover o desenvolvimento de habilidades cognitivas mais abrangentes, como o pensamento lógico, a criatividade e a capacidade de solucionar problemas do cotidiano. Essa metodologia tem sido questionada por diversos autores. Para D'Ambrosio (1989, p.15)

(...) primeiro, os alunos passam a acreditar que a aprendizagem da matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos. Aliás, nossos alunos hoje acreditam que fazer matemática é seguir e aplicar regras. Regras essas que foram transmitidas pelo professor. Segundo, os alunos acham que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, dos quais não se duvida ou questiona, e nem mesmo se preocupam em compreender porque funciona. Em geral, acreditam também, que esses conceitos foram descobertos ou criados por gênios".

Diante disso temos como resultado a supervalorização da matemática formal pelo aluno, o indivíduo começa a perder a confiança em sua intuição matemática, observando uma diminuição gradual em seu raciocínio matemático dia após dia. Como resultado, ele enfrenta dificuldades para relacionar a solução matemática de um problema com sua aplicação em situações do mundo real.

3 CONCEPÇÕES SOBRE A MATEMÁTICA CONCRETA E ABSTRATA

Ao se deparar com algumas definições a respeito da matemática, observamos que tais conceitos foram estabelecidos com intuito de definir a matemática baseada nas diferentes percepções de mundo. Um desses conceitos formalmente aceitos é que a matemática é uma linguagem universal em que se desdobra uma quantidade imensa de conceitos e aplicações. Dentro desse vasto campo da matemática, historicamente foram instituídos dois principais pilares que moldam a estrutura matemática: a matemática concreta e a abstrata. Neste tópico abordaremos algumas concepções sobre essas duas "vertentes" da matemática a fim de nos inteirarmos à esses conceitos e realizarmos as respectivas reflexões a respeito.

3.1 A MATEMÁTICA CONCRETA

Segundo Giardinetto (1997), a matemática na sua forma Concreta de um modo geral é relacionada a algo que gera resultado "imediato", onde podemos nos debruçar na concretude do conhecimento matemático de maneira rápida. Em um primeiro momento uma das interpretações da matemática concreta na prática pedagógica se refere a utilização de "materiais concretos", jogos, recursos visuais, dinâmicas e objetos que tentem ao máximo demonstrar e simplificar os conceitos matemáticos para que a matemática deixe de ser, na cabeça da maioria dos alunos, simplesmente "decorar fórmulas e abstrações". Logo, diante da discussão sobre as abordagens da Matemática Concreta, é essencial analisar dois enfoques distintos: um que se concentra no uso de materiais concretos e outro que busca relacionar a matemática com o cotidiano dos alunos. Uma perspectiva inicial, que prioriza a utilização de materiais concretos, sublinha a importância de proporcionar aos alunos experiências palpáveis e interativas, visando simplificar a compreensão de conceitos matemáticos mais abstratos. Em contrapartida, uma segunda abordagem ressalta a necessidade de conectar os conteúdos matemáticos com situações do cotidiano dos estudantes, demonstrando sua aplicabilidade prática. Ambas as vertentes apresentam potencial para enriquecer o ensino de matemática, oferecendo uma variedade de abordagens e oportunidades de aprendizagem que atendem às diferentes necessidades e estilos de aprendizagem dos alunos.

Fiorentini e Miorim (1990) ressaltam que a compreensão dos materiais como ferramentas de ensino e facilitadores do processo de aprendizagem pode fomentar um aprendizado substancial, onde os alunos são incentivados a desenvolver habilidades de raciocínio, explorar soluções alternativas em relação aos conceitos apresentados nas situações, e, consequentemente, aprimorar seu conhecimento. A simples utilização de materiais concretos não assegura a eficácia do processo de aprendizagem. O papel do professor é crucial nesse contexto, atuando como mediador da ação e facilitador na conexão entre as experiências vivenciadas com os materiais concretos e os conceitos matemáticos subjacentes. É por meio dessa mediação que os alunos são guiados em direção à abstração e sistematização dos conhecimentos, possibilitando uma compreensão mais profunda e ampla dos princípios matemáticos.

A influência da Matemática na cultura é amplamente evidente, permeando diversos aspectos da vida cotidiana, desde questões econômicas e tecnológicas até transações comerciais simples. Segundo Ogliari (2008), embora a maioria das pessoas reconheça a presença da Matemática em suas vidas, muitas vezes não percebem o alcance e a magnitude de suas aplicações, que frequentemente influenciam decisões importantes e impulsionam a sociedade de forma sutil. No entanto, como observado pelo mesmo autor, mesmo que as pessoas reconheçam essa presença, muitas vezes subestimam sua importância. Isso pode ser atribuído, em parte, a uma abordagem de ensino deficiente da Matemática durante a educação formal, onde a ênfase excessiva na quantidade de conteúdo muitas vezes negligencia a qualidade e falha em demonstrar as aplicações práticas dos conceitos matemáticos no dia a dia.

3.2 A MATEMÁTICA ABSTRATA

Observamos ao longo da história que o conceito de abstração frequentemente carrega uma conotação negativa, sendo percebido como algo complexo de compreender devido à sua aparente falta de conexão direta com a realidade. Essa falta de imediatismo leva muitas vezes a uma interpretação de

abstrações como algo não imediatamente necessário durante o processo pedagógico.

Para Giardinetto (1997), a matemática abstrata é o estudo de estruturas matemáticas que existem independentemente de qualquer interpretação física ou concreta. Ela está menos preocupada com a aplicação prática e mais focada nos padrões, relações e propriedades que surgem quando os conceitos são considerados sem um contexto específico. Enquanto a matemática convencional frequentemente lida com problemas do mundo real, como contar objetos ou medir distâncias, a matemática abstrata vai além dessas restrições, adentrando nas profundezas do pensamento puro e da dedução lógica.

Quando a matemática escolar é abordada sob a ótica da matemática abstrata, vai além simplesmente da manipulação de números e equações. Essa abordagem busca um entendimento mais profundo dos princípios fundamentais que subjazem aos problemas matemáticos. Aqui, o foco não se restringe à resolução de problemas práticos, mas sim à compreensão das estruturas e padrões abstratos que os fundamentam. Essa perspectiva desafia os alunos a pensarem de maneira mais abstrata e conceitual, desenvolvendo habilidades analíticas e de raciocínio cruciais não só para a matemática, mas para diversas áreas do conhecimento. Assim, a matemática escolar, quando vista como matemática abstrata, não apenas expande o horizonte intelectual dos estudantes, mas também proporciona uma base sólida para o pensamento crítico e a resolução de problemas em diversas esferas da vida.

4 O ENSINO DE FRAÇÕES E SUA APLICAÇÃO NA REALIDADE

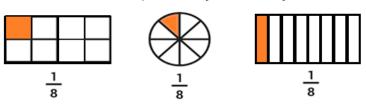
Abordaremos alguns elementos essenciais do estudo de frações neste tópico, examinando sua importância e aplicações práticas. A seguir, fornecemos uma sequência didática abrangente para ajudar os alunos a entender as frações e ilustrar como essas ideias podem ser aplicadas a situações do mundo real. Ao final deste curso, os alunos melhorarão sua compreensão matemática e habilidades práticas ao compreender, manipular e utilizar frações em várias situações.

4.1 Considerações sobre o Ensino de Frações no Brasil

O Brasil enfrenta desafios significativos no campo da Educação, incluindo altos índices de fracasso escolar e evasão. Em meio a esses problemas Nunes (2011) afirma que o fracasso escolar é resultado do fracasso da escola. Atualmente, a matemática é um componente essencial do currículo da educação básica e desempenha um papel importante na educação dos alunos. Encontramos muitos problemas, apesar de sua necessidade. Ao longo dos anos, os alunos têm percebido e categorizado a matemática como a disciplina mais difícil da escola. Alguns professores ainda promovem a cultura de que a matemática é difícil. Essas percepções podem levar a altas taxas de evasão e reprovação, excluindo os alunos da escola e de seu meio social.

Os números racionais aparecem na BNCC (Base Nacional Comum Curricular) pela primeira vez no 4º ano do Ensino Fundamental e continuam a aparecer, de forma explícita, até o 8º ano. Compreende-se no Brasil que muitas vezes o estudo de tendências para o ensino deste tema passa pela utilização de jogos, figuras e objetos concretos devido à facilidade de exemplificar os conceitos trabalhados.

FIGURA 1. Representação de Frações. .



Fonte: Autor

Conforme afirmam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) a respeito do ensino de Matemática:

No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a "falar" e a "escrever" sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados. (BRASIL, 1997, p. 19)

O conhecimento de frações ainda é necessário em vários aspectos da vida moderna, mesmo hoje. As frações são essenciais para nosso entendimento numérico, desde tarefas cotidianas como dividir uma pizza com amigos até aplicações mais complexas em campos como finanças, engenharia e ciências. Além disso, o desenvolvimento de habilidades matemáticas mais avançadas depende do domínio das frações. Isso prepara as pessoas para enfrentar obstáculos acadêmicos e profissionais em um mundo cada vez mais tecnológico e orientado pela informação. Assim, o conhecimento de frações continua a ser fundamental para nossa compreensão e interação com o mundo ao nosso redor, mesmo com o avanço da tecnologia.

Ainda nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) sobre o número racional temos que:

"[...] A construção do conceito de número racional pressupõe uma organização de ensino que possibilite experiências com diferentes significados e representações, o que demanda razoável espaço de tempo; trata-se de um trabalho que apenas será iniciado no segundo ciclo do ensino fundamental e consolidado nos dois ciclos finais." (BRASIL, 1997, p. 67)

A construção eficaz desse conceito de número racional depende da capacidade de representação matemática do conhecimento. O cálculo de taxas, proporções e divisão de recursos são problemas do mundo real que requerem essa representação. Como resultado, a capacidade de representar conhecimentos através de frações é uma habilidade matemática essencial que aumenta a clareza, a precisão e a eficácia na comunicação e na resolução de problemas.

Foi feita uma breve análise de dois livros didáticos presentes no PNLD (Programa Nacional do Livro Didático): Matemática e realidade (Iezzi, Gelson: DOLCE, Osvaldo; DOS SANTOS MACHADO, Antonio); Matemática Bianchini: 7º ano (BIANCHINI, Edwaldo).

Através dessa análise podemos explicitar que ambos os livros abordam o conteúdo de operações com números racionais em um capítulo isolado onde seguem a ordem das operações de maneira "padrão" iniciando com a adição, subtração, multiplicação e divisão. Porém os livros não fazem uma menção direta aos métodos de cálculo de mmc e mdc dos números, conteúdo esse que considero um pilar para o desenvolvimento do estudo de frações e suas respectivas operações.

Ainda que esteja subtendido que os alunos já precisam demonstrar domínio sobre o método de cálculo de mmc e mdc, ao seguir a sequência linear abordada pelos livros didáticos observados desconsideram as possíveis carências e dificuldades específicas dos alunos que muitas vezes se acumulam durante os anos anteriores. Embora os livros didáticos sejam essenciais para a construção de conceitos matemáticos, suas atividades frequentemente consistem em exercícios repetitivos e descontextualizados que se concentram apenas na aplicação mecânica de procedimentos abstratos e fórmulas.

Atividades / I. Em cada item, calcule a adição das frações. Depois, transforme-as em números decimais e calcule no-vamente a adição para comparar os resultados. c) $0 + \frac{2}{5} + \frac{2}{5}$ 7. Adicione cada número racional ao oposto dele a) $\left(+\frac{3}{5}\right)+\left(-\frac{7}{5}\right)$ O que você percebe? a) $\frac{3}{8}$ e) 0.75 2. Qual é o resultado? b) $-\frac{4}{7}$ d) $-\frac{7}{3}$ f) -1.048. Vamos retomar os valores referentes às localida des indígenas nas regiões do Brasil apresentados no texto da abertura desta Unidade. b) $-\frac{4}{7}$ a) $\left(+\frac{4}{7}\right) + \left(-\frac{11}{7}\right) + \left(-\frac{19}{7}\right) - \frac{26}{7}$ b) (-1,47) + (-2,5) + (-0,03)-4c) (+0,01) + (-0,11) + (+1,11) 1,01 3. Calcule novamente as adições dos itens b e c da ati-A seguir utilizamos o recurso de aproximação para representar as quantidades na forma fracionária. a) $\frac{10}{3} + \left(-\frac{3}{5}\right) \frac{41}{15}$ Nordeste 100 a) $\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{5}{4}\right) - \frac{1}{12}$ Centro-Oeste item b usamos colchetes [] para associa Sul duas parcelas. a) Qual é a soma das frações que indicam as localidades indígenas das regiões Nordeste, Centro-Oeste, Sudeste e Sul? $\frac{36}{25} = \frac{9}{25}$ 6. Efetue as adicões. a) $\left(-\frac{2}{5}\right) + 0 - \frac{2}{5}$ b) $\frac{2}{5} + 0 = \frac{2}{5}$ b) O que se pode concluir ao compar com a fração relativa à região Norte? ão Norte concentra mais localidades indigenas do que as

FIGURA 2 – Página de atividades adição de frações

Fonte: (lezzi, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DOS SANTOS MACHADO, Antonio.2022, p.126)

Unidade 4 | Números racionais

A pouca representação dos gráficos de pizza e barra nos livros didáticos é uma lacuna significativa, considerando que essa técnica visual é extremamente eficaz para o ensino de frações. Embora seja uma abordagem básica, o gráfico de pizza oferece uma forma concreta de visualizar frações e suas partes, facilitando a compreensão da relação entre frações e suas equivalentes. Ao representar frações como porções de um todo, os alunos conseguem comparar frações de maneira intuitiva, identificando facilmente qual fração é maior ou menor. Além disso, essa representação visual auxilia na compreensão das operações com frações, como adição, subtração e equivalência, tornando o processo mais acessível e menos abstrato. Incorporar mais gráficos de pizza no ensino de frações seria uma estratégia simples, mas poderosa, para reforçar esses conceitos.

5. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

O ensino de frações é um conteúdo importante das matemáticas pois fornece a base para uma compreensão sólida de conceitos mais complexos. No entanto, muitos alunos têm problemas para entender e manipular frações. A criação de uma sequência didática bem pensada é essencial para ajudar a resolver esse problema. Essa sequência deve envolver os alunos em atividades práticas e contextualizadas ao mesmo tempo em que oferece uma progressão lógica no aprendizado. Esta sequência didática não se limita a fornecer conceitos básicos sobre frações, ela também visa desenvolver uma compreensão mais profunda do conteúdo de frações, e relacioná-las a situações do cotidiano.

A sequência didática representa um conjunto articulado de atividades que têm como propósito o ensino progressivo de um determinado conteúdo. Essas atividades são meticulosamente planejadas e organizadas de acordo com os objetivos educacionais estabelecidos pelo professor, visando alcançar uma aprendizagem efetiva por parte dos alunos. Ao longo dessa sequência, são incorporadas avaliações que permitem monitorar o progresso dos estudantes e ajustar o ensino conforme necessário. Essa abordagem pode se estender por dias, semanas ou mesmo durante todo o ano letivo. Por meio da sequência didática, os conteúdos são integrados de forma coerente, conectando temas e tópicos de maneira lógica, o que enriquece o processo pedagógico e favorece a compreensão e internalização do conhecimento pelos alunos.

A respeito do conceito de sequência didática temos que a mesma se caracteriza como "um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos" (ZABALA, 2007, p. 18).

Entre os principais aspectos de uma sequência didática eficaz podemos destacar a valorização dos conhecimentos prévios dos alunos, compreendendo suas dúvidas e demandas, juntamente com o uso de situações cotidianas de forma interativa e dinâmica.

5.1 Relevância e Identificação da sequência didática

As competências fundamentais para lidar com os desafios do dia a dia incluem reconhecer, compreender e agir com números. O objetivo desta sequência é destacar esses elementos e ensinar os alunos a usar os números racionais em vários contextos. Eles serão incentivados a aplicar essas ideias em várias situações.

Como parte da identificação da sequência didática proposta temos:

- TÍTULO: Frações e operações com frações.
- PÚBLICO-ALVO: Alunos do 7º ano do ensino fundamental.
- ETAPAS: Possui três etapas e uma avaliação final.
- DURAÇÃO: 10 aulas, sendo 45 minutos por aula.

5.2 Objetivos de aprendizagem

Os objetivos de aprendizagem consistem em declarações precisas e bem definidas que delineiam o conhecimento e a compreensão esperados dos alunos, assim como suas habilidades práticas. Entre os objetivos de aprendizagem esperados a respeito do conteúdo trabalhado temos:

- Compreensão conceitual: Os alunos serão capazes de entender o conceito de fração como uma parte de um todo e reconhecer frações em diferentes contextos.
- Identificação e representação: Os alunos serão capazes de identificar, nomear e representar frações utilizando diferentes modelos, como frações de figuras, números e linhas.
- Comparação e equivalência: Os alunos serão capazes de comparar frações, ordená-las e determinar se são equivalentes, utilizando estratégias como a decomposição em frações equivalentes.
- Operações com frações: Os alunos serão capazes de realizar adição, subtração, multiplicação e divisão com frações, compreendendo os conceitos por trás de cada operação e aplicando-os em situações do mundo real.
- Resolução de problemas: Os alunos serão capazes de aplicar o conhecimento de frações na resolução de uma variedade de

- problemas, incluindo problemas de contexto, problemas de múltipla etapa e problemas que envolvem frações mistas.
- Comunicação matemática: Os alunos serão capazes de expressar suas ideias matemáticas de forma clara e precisa, tanto oralmente quanto por escrito, utilizando a linguagem apropriada para descrever e explicar conceitos relacionados a frações.

5.3 Objetos de conhecimento e habilidades (BNCC)

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) define as competências e habilidades que devem ser desenvolvidas pelos alunos em cada etapa da educação básica no Brasil. Para o 7º ano do Ensino Fundamental, no que se refere ao ensino de frações e operações com frações, a BNCC estabelece habilidades específicas dentro do eixo "Números" e "Álgebra", relacionadas ao desenvolvimento do pensamento numérico e algébrico. As competências gerais da BNCC para o Ensino Fundamental, que podem se aplicar ao ensino de frações e operações, incluem:

- 1. **Pensamento Crítico e Científico:** Desenvolver a capacidade de investigar, formular e resolver problemas matemáticos.
- Compreensão de Conceitos e Procedimentos: Entender e aplicar conceitos matemáticos, operações e propriedades numéricas.
- Raciocínio Lógico e Algébrico: Desenvolver o raciocínio lógico e a capacidade de generalização a partir da resolução de problemas que envolvem frações.

Na BNCC, as habilidades específicas relacionadas ao ensino de frações e operações com frações no 7º ano incluem:

 EF07MA05: Resolver e elaborar problemas que envolvam adição, subtração, multiplicação e divisão de números racionais, escritos na forma fracionária, utilizando diferentes estratégias, como o cálculo mental, a estimativa e o uso de calculadora.

- 2. **EF07MA07:** Compreender e aplicar o conceito de fração como quociente entre dois números inteiros e como razão, e utilizar esse conceito para resolver problemas em contextos diversos.
- EF07MA09: Resolver problemas que envolvam a comparação, a adição e a subtração de números racionais, utilizando diferentes representações (fracionária e decimal) e estratégias diversas, como a decomposição do número.
- 4. EF07MA10: Resolver problemas que envolvam a multiplicação e a divisão de números racionais na forma fracionária, explorando propriedades dessas operações e relações entre frações e números inteiros.
- 5. **EF07MA12:** Utilizar e justificar diferentes estratégias de cálculo (mental, escrito, estimativa) para as operações com números racionais, considerando suas representações fracionárias.

6. DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA

Neste capítulo, serão apresentadas as etapas da sequência didática. O objetivo é detalhar o planejamento e a execução de cada fase, oferecendo estratégias práticas que possam facilitar a compreensão dos conteúdos pelos alunos.

6.1 PRIMEIRA ETAPA

Duração: 2 Horários, sendo cada horário com duração de 45 minutos.

Este primeiro passo focará na avaliação dos conhecimentos prévios dos alunos sobre o conceito de frações. Comece a aula fazendo alguns questionamentos para verificar o entendimento dos alunos sobre frações. Para isso, sugerimos algumas perguntas como:

- O que é uma fração?
- Quais são as partes ou termos de uma fração?
- Como podemos representar uma fração?

As respostas aos questionamentos devem ser variadas. De acordo com as respostas leve os alunos a concluírem que fração em si representa a quantidade selecionada a partir de um todo que foi dividido em partes iguais. Diante disso discorra a respeito das outras possíveis interpretações para fração aplicando um exemplo para conceito respectivamente, tais interpretações são:

- Parte de um inteiro
- Quociente de uma divisão
- Razão e proporção:
- Porcentagem:

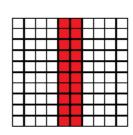
Inicialmente é muito comum os alunos ainda confundirem os termos numerador e denominador, portanto, é importante frisar cada parte das frações explicitando que o numerador é o "número de cima" que representa uma parte de um determinado todo e o denominador é o "número de baixo" que representa o todo ou total. Após explicar os conceitos iniciais a respeito de cada representação aplique uma lista de atividade no quadro para resolução na sala de aula.

A seguir comentaremos uma proposta de atividade desenvolvida.

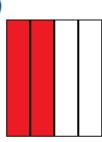
LISTA I DE ATIVIDADES - REPRESENTAÇÃO DE FRAÇÕES

1. Escreva as frações que representam a parte pintada em cada figura FIGURA 2 - Representação de Frações ATIVIDADE I.

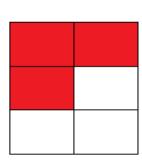
a)



b)



c)



Represente os números inteiros a seguir na forma de fração seguindo o exemplo: $4 = \frac{12}{3}$.

- a) 5
- possíveis respostas respectivamente: $\frac{10}{2}$; $\frac{20}{2}$; $\frac{24}{2}$; $\frac{4}{2}$
- b) 10
- c) 12
- d) 2

3. Em uma sala de aula, a razão entre o número de meninas e o número de meninos é de 4/5. Sabendo que há 10 meninos nessa turma, então o número de meninas é:

- a) 5
- b) 8
- c) 12
- d) 15

Note que inicialmente este tipo de questão deve apresentar certa dificuldade para os alunos, é importante induzi-los a ideia de proporção que será trabalhada posteriormente com mais afinco. O importante aqui é identificar que para manter a mesma proporção dada na primeira razão é necessário número x de meninas, assim fazendo a respectiva comparação indutiva entre as duas frações.

4. Determine:

a)
$$\frac{3}{4}$$
 de 16

b)
$$\frac{2}{8}$$
 de 64

b)
$$\frac{2}{8}$$
 de 64 c) $\frac{3}{5}$ de 20

Aos alunos ainda não foram introduzidas as operações de frações, o importante aqui é que eles identifiquem o número de partes que o inteiro foi dividido e assim observem quantas partes do todo eles devem calcular.

6.2 SEGUNDA ETAPA

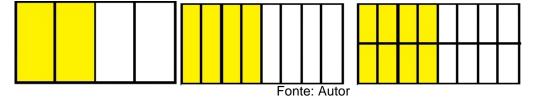
Duração: 2 Horários, sendo cada horário com duração de 45 minutos

O assunto de frações equivalentes, um conceito fundamental na matemática, será discutido neste tópico. Frações equivalentes são aquelas que contêm a mesma quantidade ou proporção apesar de terem numeradores e denominadores diferentes. Para fazer simplificações, comparações e operações com frações de forma eficaz, é necessário ter uma boa compreensão das frações equivalentes.

Inicialmente é importante tentar trabalhar os conceitos de frações equivalentes de forma intuitiva como questionamentos baseados no exemplo a seguir:

• Qual das frações representa a maior quantidade? $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{8}{16}$. Peça para os alunos representarem as frações em um mesmo modelo de figura, repartindo respectivamente em 4, 8, 12 partes iguais para representar cada fração, e em seguida peça que destaquem a parte do todo representado. Possível resposta:

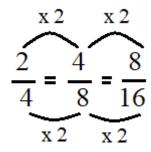
FIGURA 3. Representação de frações equivalentes.



Tal questionamento e atividade inicial devem levar todos a concluir que ambas as frações exemplificadas são denominadas "frações equivalentes" e que embora possuam numeradores e denominadores diferentes elas representam a mesma quantidade em si.

Explique para os alunos a proporção das frações deixando claro que as seguintes razões são proporcionais.

FIGURA 4. Frações proporcionais.



Fonte: Autor

Como os numeradores e seus respectivos denominadores são pares, explique que é possível simplificá-los, considerando que toda multiplicação ou divisão feita no numerador deve ser feita no denominador e vice-versa para ser mantida a respectiva proporção, assim deixando de forma implícita a propriedade fundamental das frações.

A propriedade fundamental das frações estabelece que o valor de uma fração não se altera quando multiplicamos ou dividimos o numerador e o denominador pelo mesmo número não nulo. Em termos matemáticos, para qualquer fração do tipo $\frac{a}{b}$ e qualquer número não nulo k, temos que:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k}$$
 ou $\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$

Logo,

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$$

Onde $\frac{1}{2}$ é a fração irredutível.

Como a relação de equivalência é uma igualdade de razões, podemos utilizar da propriedade fundamental das proporções para encontrar ou provar se as frações são equivalentes ou não. Na matemática, a propriedade fundamental de uma proporção é uma propriedade que estabelece uma relação constante entre os termos de uma proporção.

Essa propriedade afirma que em uma proporção do tipo: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos, ou seja: a. d = b. c e, portanto,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \leftrightarrow a.b = c.d$$

Após explicitar a ideia de equivalência de frações e suas respectivas simplificações, coloque no quadro exercícios de aplicação para que os alunos consigam trabalhar o que foi estudado. A seguir há uma proposta de atividade comentada.

LISTA II DE ATIVIDADES - REPRESENTAÇÃO DE FRAÇÕES

- 1. Observe as opções abaixo e identifique, respectivamente, uma fração equivalente e a fração irredutível à $\frac{16}{40}$.
- a) $\frac{32}{90} e^{\frac{2}{5}}$
- b) $\frac{32}{80} e^{\frac{1}{5}}$
- c) $\frac{8}{20} e^{\frac{2}{5}}$
- d) $\frac{4}{10} e^{\frac{4}{5}}$

Observe que o aluno poderá utilizar a propriedade fundamental das frações, ou a propriedade fundamental das proporções para poder identificar as frações equivalentes e irredutíveis. Alternativa correta Letra C.

- 2. Para redução de custos e aumento de lucratividade, determinada lanchonete diminuiu em sete vinte avos a quantidade de suco natural presente em todos os copos. Sabendo que eram gastos 100ml de suco natural por copo, qual é a nova quantidade gasta?
 - a) 35 ml
- b) 65 ml
- c) 45 ml
- d) 25 ml
- e) 55 ml

Para solucionar a questão, uma das alternativas de resolução seria realizar a igualdade das razões, utilizando a fração que foi apresentada $\frac{7}{20}$ e uma nova fração equivalente a essa cujo o todo(denominador) será 100 ml e a parte desconhecida (?) será a quantidade de ml que foi retirada dos 100ml ($\frac{?}{100}$).

Utilizando a propriedade fundamental das proporções temos que:

$$\frac{7}{20} = \frac{?}{100}$$

Logo,

$$7.100 = ?.20 \rightarrow ? = 35$$

- , portanto a quantidade de ml retirada do suco natural é de 35 ml, como a quantidade anterior era de 100 ml a quantidade atual será de 100 ml 35 ml = 65 ml. Alternativa correta letra B
- 3. Ana comprou uma barra de chocolate dividida em 5 pedaços e comeu $\frac{2}{5}$ dela. Se a mesma barra tivesse 10 quadradinhos, quantos quadradinhos ela teria comido? Qual a fração equivalente?
 - a) 4 pedaços
 - b) 10 pedaços
 - c) 2 pedaços
 - d) 6 pedaços

A questão pode facilmente ser solucionada utilizando a propriedade fundamental das frações e o princípio de equivalência. Se incialmente o consumo da barra dividida em 5 pedaços é representado pela fração $\frac{2}{5}$, qual será a fração equivalente que representará o mesmo consumo para a mesma barra só que dividida em 10 pedaços? Observando que o denominador dobrou podemos concluir que:

$$\frac{2}{5} = \frac{?}{10} \rightarrow \frac{2}{5} = \frac{2.2}{5.2} = \frac{4}{10}$$
. Portanto 4 pedaços.

6.3 TERCEIRA ETAPA

Duração: 4 Horários, sendo cada horário com duração de 45 minutos

Nesta etapa da sequência didática, abordaremos o tema das operações com frações. Esta fase é crucial para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos. Durante essa etapa, os alunos aprenderão a realizar as operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão com frações, compreendendo não apenas as regras algébricas, mas também o raciocínio lógico por trás de cada operação. Serão utilizados exemplos práticos e exercícios variados para garantir que os conceitos sejam bem assimilados e que os alunos possam aplicar o que aprenderam de maneira eficaz e confiante. Esta etapa será dividida em 4 aulas seguindo a ordem respectivamente:

- MMC E MDC
- ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES
- MULTIPLICAÇÃO
- DIVISÃO DE FRAÇÕES

Inicialmente na primeira aula antes de abordar diretamente as operações com frações o professor deve introduzir ou revisar os conceitos de MMC (mínimo múltiplo comum) e MDC (máximo divisor comum), pois ambos os conceitos são de fundamental importância para as operações com frações, auxiliando também na simplificação, comparação e eficiência na resolução de problemas envolvendo frações.

- Explicar que o MMC é o menor número que é múltiplo comum de dois ou mais números.
- Explicar que o MDC é o maior número que divide dois ou mais números sem deixar resto.

Se necessário revise os conceitos de múltiplo e divisor para concretizar a definição em conjunto com a fatoração de números em fatores primos como método para calcular o MDC e o MMC.

Explique que para calcular o MMC e o MDC de dois ou mais números simultaneamente é necessário realizar a decomposição simultânea em fatores primos e em seguida:

- MMC: Realizar o produto dos fatores primos comuns e não comuns.
- MDC: Realizar o produto dos fatores primos comuns que dividem simultaneamente todos os termos.

Mostre exemplos baseados no exemplo a seguir:

Decomposição simultânea (12,20,60)

Explique que o método de decomposição simultânea é mais eficaz que o simples método de listagem de divisores e múltiplos para calcular o máximo divisor comum (MDC) e o mínimo múltiplo comum (MMC) devido à sua eficiência e simplicidade. Na listagem de divisores e múltiplos, é necessário identificar e comparar longas listas de divisores e múltiplos de cada número, o que pode ser exaustivo e propenso a erros, especialmente para números maiores. Em contraste, a decomposição simultânea envolve a fatoração simultânea dos números em questão até que todos sejam decompostos em fatores primos. Esse processo permite a identificação direta dos fatores comuns e a construção dos fatores necessários para o MMC, tornando a operação mais rápida e menos sujeita a falhas. Além disso, a decomposição simultânea oferece uma visão clara da estrutura dos números envolvidos, facilitando a compreensão dos resultados e das relações entre os números. Por essas razões, é uma abordagem preferível e mais prática para a determinação do MDC e MMC.

Após a demonstração de exemplos do método simultâneo entregue uma lista de atividades para a aplicação do conteúdo de MDC e MMC. Comentaremos algumas questões de uma lista de exercício proposta a seguir.

LISTA III DE ATIVIDADES - MMC e MDC

1. Calcule o MMC a seguir pelo método de listagem e pelo método de decomposição simultânea:

```
a) 12 e 15
```

- b) 9 e 6
- c) 8 e 14
- d) 5 e 9

```
Letra a: calculando pelo método de listagem temos que:
```

- Múltiplos de 12: 12, 24, 36, 48, **60**, 72, 84 ...
- Múltiplos de 15: 15, 30, 45, **60,** 75, 90, 105...

Calculando pelo método de decomposição simultânea:

```
12,15 | 2
```

```
6, 15 | 2 Logo o mmc (12, 15) = 60
```

3,15 | 3

1,5 | 5

1, 1

2. Dois corredores começam a correr ao redor de uma pista ao mesmo tempo. Um completa uma volta em 12 minutos e o outro em 18 minutos. Após quantos minutos eles se encontrarão no ponto de partida novamente?

```
a) 14 Para encontrar o MMC de 12 e 18.
```

b) 24 Fatoração de 12: 12 = 2².3

c) 36 Fatoração de 18: 18 = 2.3²

d) 38 | MMC (12, 18) = $2^2 \cdot 3^2 = 36$

e) 42 Logo após 36 minutos eles se encontrarão novamente.

3. Uma empresa precisa embalar 60 canetas e 84 lápis em caixas. Qual o maior número de caixas que podem ser usadas para que todas as caixas tenham a mesma quantidade de canetas e lápis sem sobras?

Para resolver a questão é necessário calcular o máximo divisor comum (MDC) do número de canetas e lápis, a fim de organizá-los em conjuntos da menor quantidade possível, sem que sobre nenhum item.

- Fatoração de 84 = 2².3.7
- Fatoração de $60 = 2^2 . 3 . 5$
- Produto dos fatores comuns elevados ao menor expoente: 2^2 . 3 = 12

 $Logo\frac{60}{12}=5$ canetas , $\frac{84}{12}=6$ lápis , portanto o maior número de caixas seria 12 caixas, contendo em cada 5 canetas e 6 lápis.

4.	Explique com suas próprias palavras o que é MMC e MDC.
5.	Dê exemplos do cotidiano de situações onde você poderia usar o MMC e o
	MDC para solucionar problemas do dia a dia.

As duas últimas questões discursivas de caráter qualitativo possuem como objetivo uma pré-avaliação do conteúdo trabalhado afim de captar o real entendimento dos alunos acerca do conteúdo bem como a sua aplicação no cotidiano.

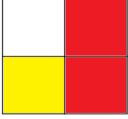
A aula de operações com frações começou com uma introdução aos conceitos de mínimo múltiplo comum (MMC) e máximo divisor comum (MDC).

Posteriormente o foco da próxima aula será a adição e subtração. Ao somar ou subtrair frações, precisamos encontrar um denominador comum, e o MMC dos denominadores das frações envolvidas fornece essa base comum, por isso é fundamental entender o MMC.

Para trabalhar de forma intuitiva a adição de frações, inicialmente com denominadores iguais, o professor pode propor um exemplo de soma através de uma representação simples de frações, onde os alunos poderão utilizar somente papel e lápis de cor.

- Desenhe ou recorte um círculo dividido em 4 partes iguais (ou use qualquer outra forma, como um retângulo dividido em partes iguais).
- Pinte uma parte de uma cor e outra parte de outra cor. Cada parte pintada representará uma fração.

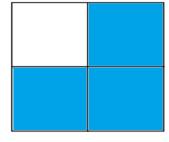
FIGURA 5. Exemplo figura da atividade intuitiva.



Fonte: Autor

• Some as duas partes coloridas $\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$, e mostre que para efetuar a soma é preciso só "juntar as partes coloridas", resultando em uma fração igual a $\frac{3}{4}$.

FIGURA 6. Exemplo figura resultante da atividade intuitiva.



Fonte: Autor

Durante o processo peça aos alunos para verificarem suas somas e analisarem o que ocorre com o numerador e o denominador durante a soma. Em seguida explique que a soma de frações com denominadores iguais tem como resultado uma fração cujo denominador é igual ao das parcelas e seu numerador é a soma dos numeradores das parcelas. Utilizando o exemplo inicial temos que:

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{1+2}{4} = \frac{3}{4}$$

Logo,

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

Utilizando do mesmo raciocínio para a subtração explique que a diferença de duas frações com denominadores iguais tem como resultado uma fração cujo denominador é igual ao das frações dadas e o numerador é a diferença entre os numeradores.

Portanto:

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a - b}{c}$$

Proponha alguns exercícios práticos de resolução rápida para fixar as operações inicias, seguindo os exemplos:

a)
$$\frac{2}{10} + \frac{5}{4} =$$

b)
$$\frac{6}{12} + \frac{5}{12} =$$

c)
$$\frac{23}{50} - \frac{3}{50} =$$

d)
$$\frac{10}{24} - \frac{4}{24} =$$

Após compreender o conceito inicial de soma de frações é hora de aplicá-lo a frações com denominadores diferentes abordando um exercício intuitivo. Peça aos alunos para que imaginem que estejam ajudando a organizar um piquenique e precisam juntar diferentes pedaços de torta para formar uma inteira. Você tem as seguintes frações de torta:

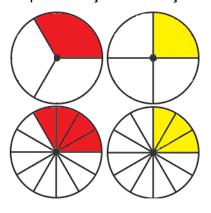
- $\frac{1}{4}$ de torta de maçã e $\frac{1}{3}$ de torta de chocolate.
- Problema: Qual a fração de torta que se tem ao todo?

Os alunos deverão visualizar que possuem pedaços de torta diferentes e devem somá-los para saber a quantidade total. Explique que para somar frações com denominadores diferentes devemos inicialmente igualar seus respectivos denominadores transformando-as em frações equivalentes as frações iniciais, porém com denominadores iguais. Observando os denominadores (4 e 3) temos que o múltiplo mais próximo em comum é 12, pois o m.m.c. (4,3) = 12, logo as frações equivalentes seriam:

•
$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$$
 e $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$

através de representações:

FIGURA 7. Representação das frações equivalentes.



Fonte: Autor

Após encontrar as frações equivalentes com mesmo denominador a soma de frações com mesmo denominador seria aplicada mantendo o denominador e somando seus respectivos numeradores.

$$\frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{3+4}{12} = \frac{7}{12}$$

FIGURA 8 – Representação da soma das frações equivalente.



Fonte: Autor

Para ajudar a visualizar melhor, o professor pode desenhar ou utilizar figuras de tortas divididas em partes iguais. Mostre como os pedaços podem ser convertidos para partes com o mesmo tamanho e depois somados. Essa abordagem visual pode ajudar a tornar o conceito de adição de frações mais claro e intuitivo para os alunos.

Explique para os alunos que não obrigatoriamente eles devem transformar os denominadores no mínimo múltiplo comum dos dois ou mais termos que aparecem na soma, mas necessariamente terá que ser um múltiplo comum para igualarmos os denominadores, porém ao final da operação teremos que simplificar a fração resultante para sua forma irredutível. Por exemplo:

$$\frac{1}{4} = \frac{6}{24}$$
 $\frac{4}{12} = \frac{8}{24}$

Portanto,

$$\frac{6}{24} + \frac{8}{24} = \frac{14}{24}$$

Simplificando obtemos:

$$\frac{7}{12}$$
.

Proponha alguns exercícios práticos de resolução rápida para fixar as operações de adição e subtração com denominadores diferentes.

a)
$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} =$$

b)
$$\frac{6}{10} + \frac{7}{5} =$$

c)
$$\frac{20}{50} - \frac{3}{25} =$$

d)
$$\frac{10}{6} + \frac{4}{8} =$$

À primeira vista, a multiplicação de frações pode parecer difícil. No entanto, é um conceito fundamental da matemática que pode ser compreendido visualmente e intuitivamente. Como parte desta sequência didática, começaremos explorando o significado de multiplicar frações por meio de representações gráficas. Trabalhando com papel quadriculado, cores e situações do cotidiano, os alunos poderão ver como as frações interagem umas com as outras e entender como a multiplicação afeta essas frações. Antes de tentar métodos de multiplicação de frações mais abstratos, esta abordagem prática permitirá que os alunos construam uma base sólida e fácil de entender.

Utilizando uma malha quadriculada peça para que os alunos retratem um retângulo dessa maneira:

Fonte: Autor

FIGURA 9. Retângulo em malha quadriculada.

Ao observar as frações que representam cada uma das partes destacadas temos:

- Vermelho: $\frac{2}{32}$
- Amarelo: $\frac{8}{32}$

Visualmente observamos que a parte amarela representa 4 vezes a parte vermelha, logo demonstre no quadro que:

$$4.\frac{2}{32} = \frac{4}{1}.\frac{2}{32} = \frac{4.2}{1.32} = \frac{8}{32}$$

Logo conclua que o produto de duas frações é uma fração cujo numerador é o produto dos numeradores e o denominador é o produto dos denominadores de forma genérica temos:

Seja a, b, c e d números inteiros com b ≠ 0 e d ≠ 0, então é válido que:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Explique que durante o processo de multiplicação de uma fração por um número inteiro salienta-se que todo número inteiro é um número racional, portanto pode ser escrito em forma de fração cujo denominador de forma subtendida é igual a 1, logo reproduza exemplos similares.

a)
$$\frac{1}{4} \cdot 200 = \frac{1}{4} \cdot \frac{200}{1} \to \frac{1.200}{4.1} = \frac{200}{4} = 50$$

b)
$$\frac{2}{8} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2.3}{8.4} = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}$$

c)
$$10.\frac{1}{2} = \frac{10.1}{1.2} = \frac{10}{2} = 5$$

d)
$$5.\frac{3}{8} = \frac{5.3}{8.1} = \frac{15}{8}$$

Como a operação de multiplicação de frações consiste em uma multiplicação direta entre os respectivos numeradores e denominadores, ela tende a ser compreendida e internalizada de maneira mais rápida pelos alunos quando comparamos com as operações de soma e subtração de frações com denominadores diferentes devido a possível necessidade de igualar os denominadores para só assim poder realizar as operações.

Por possuir essa facilidade o professor pode criar algumas atividades interativas com o intuito de trabalhar o conteúdo aprendido de maneira mais lúdica como por exemplo:

- Jogo de Cartas com Frações: Crie um baralho com frações e peça aos alunos para formar pares multiplicando as frações e comparando os resultados.
- Atividades envolvendo a cozinha: Proponha uma receita que envolve frações (por exemplo, uma receita de bolo) e peça aos alunos para ajustar a receita para diferentes números de porções, usando multiplicação de frações.
- Desafios em Grupo: Divida os alunos em grupos e dê a cada grupo um problema do mundo real que envolva multiplicação de frações.
 Peça que resolvam e apresentem suas soluções para a turma.

Ofereça um feedback positivo e encoraje a prática regular para reforçar a compreensão. Essas atividades e exercícios ajudarão os alunos a entender e aplicar a multiplicação de frações de maneira prática e envolvente.

Antes de iniciarmos a divisão de frações, conteúdo que será trabalhado na próxima aula, precisamos apresentar o conceito de inverso de uma fração usado na divisão de frações, pois uma fração dividida por outra é igual a essa fração multiplicada pelo inverso da outra. Logo o inverso de uma fração é a fração que, quando multiplicada pela fração original, resulta em 1. Em outras palavras, o inverso de uma fração é encontrado trocando o numerador pelo denominador.

Exemplo: O inverso da fração $\frac{4}{7}$ é $\frac{7}{4}$.

Iniciando a última aula para finalizar o conteúdo de operações com frações, trabalharemos a divisão de frações. Introduza o conceito de divisão de frações e explique que o quociente da divisão de uma fração por outra diferente de zero é igual ao produto da primeira fração pelo inverso da segunda.

- Exemplo no quadro: $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4}$
- Demonstração: resolva alguns exercícios similares a esse e explique o processo passo a passo: $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{2.5}{3.4} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$

Após a aplicação de exercícios para fixar o método de resolução realize uma atividade de prática guiada separando a sala em duplas ou pequenos grupos para realizar uma folha de exercícios com problemas de divisão de frações.

Após 15 minutos para realização da atividade inicie a correção coletiva e peça que diferentes grupos apresentem suas respostas no quadro, discutindo como chegaram à solução. Após isso para uma boa avaliação e reflexão siga os passos:

- 1. Resumo da Aula: Reforce os principais conceitos abordados durante a aula.
- 2. **Reflexão**: Pergunte aos alunos como se sentiram durante a aula e se têm dúvidas. Incentive-os a compartilhar o que acharam mais fácil ou desafiador.
- 3. **Tarefa de Casa (Opcional)**: Entregue uma folha de exercícios adicional para praticar em casa, consolidando o aprendizado.

Para concluir o conteúdo de operações com frações nesta sequência didática, é essencial enfatizar o valor das habilidades adquiridas ao longo do estudo. A compreensão e a prática das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações fortalece o raciocínio lógico-matemático e prepara os alunos para lidar com situações cotidianas e outros conteúdos matemáticos mais complexos. Ao concluir esse tema, espera-se que os alunos adquiram a capacidade de resolver problemas com confiança e precisão, bem como a aplicação consciente e eficaz dos conceitos de frações. Isso é um passo importante para criar uma base sólida em matemática, que será expandida continuamente nos estudos futuros.

6.4 AVALIAÇÃO FINAL

Duração: 2 Horários, sendo cada horário com duração de 45 minutos.

A avaliação final de uma sequência didática tem como objetivo verificar a compreensão dos alunos sobre o conteúdo abordado. Neste caso, a avaliação é uma prova com 10 questões, valendo um total de 10 pontos, focada no tema de frações e suas operações, contextualizadas com situações do cotidiano. A intenção é que os alunos consigam relacionar a matemática abstrata com a concreta, facilitando a aplicação dos conceitos aprendidos na vida real.

Os principais objetivos desta avaliação são:

- Verificar a compreensão dos alunos sobre frações e suas operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão).
- Avaliar a habilidade dos alunos em contextualizar e aplicar esses conceitos em situações cotidianas.
- Identificar possíveis dificuldades dos alunos em relacionar conceitos matemáticos abstratos com aplicações práticas.

A prova será composta por 10 questões objetivas e/ou dissertativas, totalizando 10 pontos. Cada questão valerá 1 ponto. As questões serão divididas de forma a cobrir os diferentes tipos de operações com frações e situações-problema que exigem a aplicação dos conceitos de fração em contextos cotidianos.

A avaliação seguirá os seguintes critérios:

- Correção Matemática: Verificar se os cálculos e as operações foram realizados corretamente.
- Compreensão do Contexto: Avaliar se o aluno entendeu e contextualizou corretamente a situação-problema.
- Justificativa das Respostas: Em questões dissertativas, será avaliada a clareza e coerência na explicação do raciocínio adotado para chegar à resposta.

Essa avaliação tem a intenção de não apenas verificar o domínio técnico dos alunos sobre as operações com frações, mas também de estimular o pensamento crítico e a aplicação prática dos conceitos matemáticos. A contextualização com o cotidiano visa tornar a matemática mais tangível e relevante para os alunos, promovendo um aprendizado significativo e duradouro.

A avaliação deve ser elaborada com base em materiais didáticos utilizados ao longo da sequência, considerando a progressão de dificuldade adequada ao nível de ensino. Além disso, recomenda-se a consulta de literatura educacional sobre avaliação em matemática para fundamentar a elaboração das questões e dos critérios de correção.

Neste momento de síntese, é possível avaliar se os alunos conseguem passar entre representações concretas e simbólicas, bem como aplicar os conceitos de fração em contextos práticos. A avaliação do desempenho dos alunos nessa fase garante que eles tenham desenvolvido habilidades essenciais para a resolução de problemas do dia a dia, além de promover o aprendizado significativo e a aplicação da matemática na vida real, a avaliação a ser realizada pelos alunos está presente no **Apêndice D.** O questionário presente no apêndice pode ser utilizado como um exemplo para futuras atividades de avaliação relacionadas ao respectivo conteúdo adaptando-o a necessidade de cada sala de aula.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo elaborar uma sequência didática para o ensino de frações, com enfoque em atividades lúdicas e contextualizadas. Embora a sequência não tenha sido aplicada em sala de aula, acredita-se que sua implementação possa contribuir significativamente para a aprendizagem dos alunos.

A sequência foi pensada de modo a promover a compreensão das frações de forma gradual e concreta. As atividades sugeridas buscam contextualizar o conteúdo, tornando-o mais próximo da realidade dos alunos, o que pode facilitar a sua assimilação. Por exemplo, o uso de materiais manipuláveis, como blocos fracionários e jogos didáticos, visa auxiliar os alunos a visualizar as frações e suas relações.

No entanto, como a proposta não foi aplicada, não foi possível verificar se as atividades planejadas atenderiam de fato às necessidades de todos os alunos. A falta de dados empíricos dificulta uma avaliação mais precisa da eficácia das atividades em promover uma aprendizagem significativa.

Recomenda-se que a sequência didática seja aplicada em uma turma de Ensino Fundamental para que suas potencialidades e limitações possam ser validadas. Futuras pesquisas poderiam avaliar a eficácia das atividades sugeridas, propondo ajustes que considerem as dificuldades e os tempos de execução adequados.

Através da análise de dois livros didáticos presentes no PNLD (Programa Nacional do Livro Didático) pode-se concluir que a sequência didática desenvolvida foi elaborada com base em uma análise crítica e contextualizada das necessidades dos alunos as quais me deparei ao longo de minhas experiências como docente em formação e aluno, levando em conta suas dificuldades e interesses específicos.

Enquanto os livros didáticos frequentemente apresentam conteúdos de forma linear e homogênea, a sequência criada oferece uma abordagem mais flexível, adaptativa e interativa, favorecendo a aprendizagem ativa e o engajamento dos alunos. Além disso, ela promove a integração de diferentes metodologias, como atividades práticas e avaliações formativas, que incentivam a participação dos estudantes e o desenvolvimento de competências de forma mais dinâmica e significativa.

Por outro lado, a avaliação usada na sequência didática fornece uma contextualização que conecta a matemática abstrata com a matemática concreta, usando situações do cotidiano. Os alunos podem aplicar os conceitos matemáticos a problemas reais e práticos, melhorando sua compreensão e promovendo seu desenvolvimento do pensamento crítico e lógico. Isso torna o aprendizado mais significativo com essa abordagem.

Por fim, os resultados da análise realizada neste estudo confirmam que a sequência didática proposta é uma abordagem eficaz para o ensino de matemática. Isso se deve ao fato de que ela é capaz de conectar de forma eficaz a matemática concreta e abstrata. Essa abordagem facilita a compreensão dos conceitos matemáticos, tornando-os mais acessíveis e significativos para os alunos por meio do uso de situações contextualizadas e práticas. O aprendizado mais profundo e duradouro é promovido pela conexão entre teoria e aplicação prática. Isso ajuda a desenvolver habilidades cognitivas e a resolução de problemas em situações reais. A sequência didática é, portanto, uma ferramenta pedagógica útil que pode melhorar o ensino-aprendizagem e contribuir para o sucesso escolar dos estudantes.

REFERÊNCIAS

GIARDINETTO, José Roberto Boettger. Abstrato e o Concreto no Ensino da Matemática: algumas reflexões. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, v. 11, n. 12, p. 45-57, 1997.

GIARDINETTO, J. R. B. **Matemática Escolar e Matemática da vida cotidiana**. Campinas: Autores Associados, 1999.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 2 ed. Campinas: Autores Associados, 2007. (Coleção Formação de professores).

MACHADO, N.J. **Matemática e realidade.** São Paulo: Cortez/Autores Associados, 1987.

RODRIGUES, L.L. A matemática ensinada na escola e a sua relação com o cotidiano. **Brasília: UCB**, 2005.

MIORIM, M. A.; FIORENTINI, D. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática.** Boletim da SBEM-SP, São Paulo, v. 4, n. 7, p. 5-10, 1990.

OGLIARI, L. N. A Matemática no Cotidiano e na Sociedade: perspectivas do aluno do ensino médio. 2008. 146 f. Dissertação de Mestrado. – Mestrado em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

D'AMBROSIO, B. S. **Como Ensinar Matemática Hoje?** SBEM, Brasília, ano 2, n.2, p.15-19, 1989.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Ensino de primeira à quarta série.** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1997.

ZABALA, Antoni. A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

lezzi, Gelson: DOLCE, Osvaldo; DOS SANTOS MACHADO, Antonio. **Matemática e realidade** [livro eletrônico]:7º ano 10. ed.-São Paulo: Saraiva Educação S.A., 2022. HTML (Matemática e realidade).

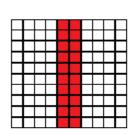
BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini: 7º ano**.10 ed. Editora Moderna: São Paulo, 2022.

APÊNDICES

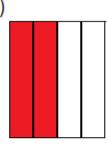
APENDICE A - LISTA I DE ATIVIDADES

1. Escreva as frações que representam a parte pintada cada figura

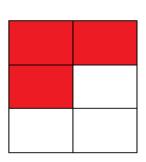
a)



b)



c)



2. Represente os números inteiros a seguir na forma de fração seguindo o exemplo: $4 = \frac{12}{3}$.

- e) 10
- f) 12
- g) 2

3. Em uma sala de aula, a razão entre o número de meninas e o número de meninos é de 4/5. Sabendo que há 10 meninos nessa turma, então o número de meninas é:

- a) 5
- b) 8
- c) 12
- d) 15

4. Determine:

b)
$$\frac{3}{4}$$
 de 16 b) $\frac{2}{8}$ de 64 c) $\frac{3}{5}$ de 20

b)
$$\frac{2}{8}$$
 de 64

c)
$$\frac{3}{5}$$
 de 20

APENDICE B - LISTA II DE ATIVIDADES REPRESENTAÇÃO DE FRAÇÕES

- 1. Observe as opções abaixo e identifique, respectivamente, uma fração equivalente e a fração irredutível à $\frac{16}{40}$.
- e) $\frac{32}{90} e^{\frac{2}{5}}$
- f) $\frac{32}{80} e^{\frac{1}{5}}$
- g) $\frac{8}{20} e^{\frac{2}{5}}$
- h) $\frac{4}{10} e^{\frac{4}{5}}$
- 2. Para redução de custos e aumento de lucratividade, determinada lanchonete diminuiu em sete vinte avos a quantidade de suco natural presente em todos os copos. Sabendo que eram gastos 100ml de suco natural por copo, qual é a nova quantidade gasta?
 - a) 35 ml
- b) 65 ml
- c) 45 ml
- d) 25 ml
- e) 55 ml
- 3. Ana comprou uma barra de chocolate dividida em 5 pedaços e comeu $\frac{2}{5}$ dela. Se a mesma barra tivesse 10 quadradinhos, quantos quadradinhos ela comeu? Qual a fração equivalente?
 - e) 4 pedaços
 - f) 10 pedaços
 - g) 2 pedaços
 - h) 6 pedaços

APENDICE C - ATIVIDADES DIVISÃO DE FRAÇÕES PRÁTICA GUIADA

1^a) Ache os cocientes a seguir:

e) $\frac{7}{5} \div \frac{3}{10} =$
f) $\frac{3}{4} \div \frac{9}{2} =$
g) $\frac{5}{12} \div \frac{3}{4} =$
h) $\frac{4}{15} \div \frac{2}{5} =$
i) $\frac{6}{12} \div \frac{5}{4} =$
2ª) Explique como você deve proceder para dividir uma fração por outra. Use as
frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{5}$ como exemplo e mostre todos os passos da solução.
3^{a}) João tinha $\frac{5}{6}$ de uma barra de chocolate e decidiu dividir igualmente entre 3
amigos. Quantas partes do chocolate cada amigo recebeu? Explique como você
resolveu o problema.

APENDICE D – AVALIAÇÃO FINAL

- 1a) Um reservatório com capacidade de 18.000 litros está com 35 da sua capacidade ocupados com água. Qual é o volume de água que ainda cabe nesse reservatório?
- 2^a) Ao receber o seu salário, Júlia dividiu esse dinheiro considerando suas contas. Com $\frac{1}{4}$ do seu salário, ela pagou o aluguel da sua casa; com $\frac{1}{6}$, ela fez as compras do mercado; e, com $\frac{1}{5}$ do seu salário, ela pagou a energia, a água e a internet da sua casa. Qual é a fração que representa o que restou do seu salário?
- 3^a) Para fazer uma massa de panqueca, a receita pede:
 - 1/3 de xícara de farinha,
 - 1/4 de xícara de açúcar,
 - 1/6 de xícara de óleo.

Se Sofia quiser fazer 3 vezes a receita original, quanto de cada ingrediente ela deve usar?

- 4^a) Pedro está lendo um livro que tem 240 páginas. No primeiro dia, ele leu $\frac{1}{5}$ do livro e, no segundo dia, leu $\frac{1}{4}$ das páginas restantes. Quantas páginas ele leu no segundo dia?
- 5^{a}) Durante um passeio no parque, Júlia andou $\frac{5}{8}$ do percurso total de 16 km. Quantos quilômetros ela já caminhou?

- 6ª) Três amigos, João, Maria e Paulo, ganharam juntos um prêmio de R\$ 600,00. Eles combinaram que João ficaria com $\frac{1}{2}$ do prêmio, Maria com $\frac{1}{5}$, e o restante seria de Paulo. Quanto cada um recebeu?
- 7^{a}) O tanque de combustível de um carro tem capacidade para 60 litros. Se o tanque estava com $\frac{4}{16}$ da sua capacidade antes de abastecer e o motorista encheu completamente o tanque, quantos litros de combustível foram adicionados?
- 8ª) João fez 15 arremessos durante uma partida de basquete e acertou $\frac{2}{3}$ dos arremessos. Quantos arremessos João acertou?
- 9^a) Uma planta tem 80 cm de altura. Em um mês, ela cresceu $\frac{3}{10}$ da sua altura atual. Quantos centímetros a planta cresceu?
- 10^a) Ana tinha 1,20 metros de altura no início do ano. Ao final do ano, ela cresceu $\frac{1}{5}$ dessa altura. Qual é a altura de Ana ao final do ano?