



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

Fundação Instituída nos termos da Lei 5.152 de 21/10/1966 - São Luís - MA

Centro de Ciências Exatas e Tecnologia
Curso de Matemática – Licenciatura Plena

Anna Beatriz De Sousa

A Matemática e a Estética Harmônica

São Luís - MA
2024

Anna Beatriz De Sousa 

A Matemática e a Estética Harmônica

Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso)
apresentada à Coordenadoria dos cursos de
Matemática, da Universidade Federal do Ma-
ranhão, como requisito parcial para obtenção
do grau de licenciada em Matemática.

Curso de Matemática – Licenciatura Plena

Universidade Federal do Maranhão

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Kayla Rocha Braga

São Luís - MA

2024

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Diretoria Integrada de Bibliotecas/UFMA

de Sousa, Anna Beatriz.

A Matemática e a Estética Harmônica / Anna Beatriz de
Sousa. - 2024.

43 p.

Orientador(a): Kayla Rocha Braga.

Monografia (Graduação) - Curso de Matemática,
Universidade Federal do Maranhão, Universidade Federal do
Maranhão, 2024.

1. Estética. 2. Proporções. 3. Simetria. 4.
Geometria. 5. Estética Facial. I. Rocha Braga, Kayla.
II. Título.

Anna Beatriz De Sousa 

A Matemática e a Estética Harmônica

Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso)
apresentada à Coordenadoria dos cursos de
Matemática, da Universidade Federal do Ma-
ranhão, como requisito parcial para obtenção
do grau de licenciada em Matemática.

Trabalho **APROVADO**. São Luís - MA, 17/09/2024

Prof.^a Dr.^a Kayla Rocha Braga
DEMAT/UFMA
Orientadora

Prof.^a Dr.^a Renata de Farias Limeira Carvalho
DEMAT/UFMA
Primeira Examinadora

Prof. Dr. Gerard John Alva Morales
DEMAT/UFMA
Segundo Examinador

Agradecimentos

Agradeço a DEUS, em primeiro lugar, por ter me dado essa oportunidade e forças para chegar até aqui. Agradeço a minha orientadora, Kayla Rocha Braga, por ser uma professora exemplar e me proporcionar a oportunidade de adquirir conhecimento a partir dos seus ensinamentos; à minha família, que me apoiou até aqui e me ofereceu estruturas para permanecer neste curso, aos meus amigos de 2019.1 que estiveram nessa luta comigo e proporcionaram momentos bons, e aos meus amigos que surgiram no decorrer desses anos. Agradeço a todos do fundo do meu coração.

Resumo

O objetivo desta pesquisa, é relacionar a Matemática com os métodos utilizados no design de sobrancelhas, pelas alunas da antiga turma do curso de estética da escola IEMA-Gonçalves Dias. A justificativa deste trabalho, se dá pela importância de entender como a matemática está sendo aplicada em outras áreas de conhecimento, em específico, na estética facial. Esta pesquisa se formulou pela análise dos dados qualitativos, estruturados na observação das medidas faciais, proporções comparativas e análise dos efeitos da aplicação da Matemática. Com base nos resultados, foi possível entender que existem variações de uma pessoa para outra, chegando a concluir que a harmonia não surge de padrões exatos e únicos, mas que existem fatores que distorcem essa ideia do perfeito, são os traços faciais de cada pessoa que irá obter uma proporção ideal, enfatizando sempre a personalidade única de cada um.

Palavras-chave: Estética, Proporções, Simetria, Geometria, Estética Facial.

résumé

Cette recherche vise à relier les mathématiques aux méthodes utilisées dans la conception des sourcils, par des étudiants expérimentés du cursus d'esthétique de l'école IEMA-Gonçalves Dias. La justification de ce travail réside dans l'importance de comprendre comment les mathématiques se rapportent à d'autres domaines de différents domaines, notamment mis en œuvre dans l'esthétique du visage. Cette recherche a été formulée à travers l'analyse de données qualitatives et quantitatives, structurées dans l'observation des mesures du visage, comparaison des proportions et analyse de l'application de Mathématiques. Sur la base des résultats, on a vu que est possible de comprendre que les personnes sont différentes, et comme ça il vont exister résultats différents, on peut dire comme que l'harmonie ne découle pas de modèles exacts et unique, mais il y a des facteurs qui déforment cette idée de parfait, ce sont les traits du visage de chaque personne qui obtiendra une proportion idéale, car chaque personne a sa propre personnalité propre à chacun.

Mots clés : Esthétique, proportions, symétrie, géométrie, esthétique du visage.

Sumário

	INTRODUÇÃO	7
1	MATEMÁTICA E ESTÉTICA	9
1.1	Geometria e a Estética nos tempos antigos	9
1.1.1	Pitágoras e sua relação com a harmonia	10
1.1.2	Fibonacci e sua relação com a harmonia visual	13
1.1.2.1	Problema da Reprodução de Coelho	14
1.1.2.2	O Número de Ouro	17
1.2	Aplicação da Matemática na Estética	19
1.2.1	A Estética Facial	19
1.2.2	Proporção Áurea e os Terços e Quintos Faciais	22
1.2.3	Estrutura e Geometria	24
2	METODOLOGIA	26
3	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	33
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	42
	REFERÊNCIAS	43

Introdução

A harmonia visual se distingue pela combinação equilibrada e agradável de elementos visuais em perspectivas diferentes. As formas geométricas, proporções, cores, texturas, padrões, são elementos que caracterizam harmonia e transmite uma experiência esteticamente agradável. Por este fato entendemos a beleza como algo visualmente prazeroso, que nos traz paz interior em certos momentos, como ao observar uma sala decorada por um arquiteto profissional que utilizou seus conhecimentos de ângulo, proporção, distinção das cores, classificação do ambiente entre outros métodos, um conjunto de harmonia capaz de mudar o humor, a personalidade e o bem-estar do ser humano, essas características se dão pelo fato da Matemática está envolvida com a estética, pois a Matemática é a pura beleza que se encontra na natureza e na criação do homem.

Entendemos que a estética pode estar presente em diversos setores, como a arte, arquitetura, design, moda, maquiagem, entre outros. Ela estrutura de forma visual o belo e perfeito, adjetivos que buscamos depositar no nosso dia a dia, fazendo com que tudo ao nosso redor se torne agradável. Conceituando os tempos atuais, verificamos que a beleza se tornou uma das grandes preocupações em diversos setores, a vaidade das pessoas também se enquadra nesse contexto, tanto mulheres como homens estão preocupados em ter um estilo de vida voltado para a moda e beleza, desejam se tornar visivelmente agradáveis e, a estética busca por meio de procedimentos e produtos proporcionar aos interessados essa experiência de bem-estar e autoestima.

A Matemática se enquadra perfeitamente na estética, é por causa dessa ciência que a estética harmônica se desenvolveu durante séculos, ela está presente em várias áreas de conhecimento, tendo as proporções, simetrias e geometria presente em sua aplicação, que justificam essa relação íntima entre a matemática e a estética harmônica. A proporção áurea, por exemplo, é uma constante matemática que se apresenta de forma harmônica, estando presente na estética, na música, no nosso rosto e na natureza de forma abrangente, compondo visualmente uma ideia de equilíbrio e beleza tornando assim uma forma de demonstrar a aplicação da matemática no contexto estético harmônico.

Analisando ao nosso redor, podemos observar a existência da geometria onde quer que nos encontremos, não só nas estruturas de edifícios para torná-los mais bonitos, nos automóveis tornando-os mais atraentes e até mesmo no nosso corpo, podemos entender que o mundo também é composto de forma geométrica, e assim concluindo outra maneira de enxergar a aplicação da Matemática no meio estético.

A composição da Matemática com a estética harmônica esteve presente desde a antiguidade, e é por essa questão que o mundo atual se mantém cada vez mais moderno,

pela contribuição da estética e a aplicação Matemática envolvida nesse contexto. Com base nisso, este trabalho demonstra como a Matemática pode estar envolvida em outras áreas de conhecimento e sua importância no mundo real.

O objetivo geral desta pesquisa é investigar como a Matemática está envolvida no curso de estética e demonstrar a importância da aplicação matemática nesse contexto, analisando o desenvolvimento matemático de simetria, proporção e geometria. Deste modo, tem-se como questão, como a Matemática está contribuindo com o uso da aplicação das proporções, simetria e a geometria na estética facial do design de sobrancelhas, e como é feita está aplicação?

A metodologia deste trabalho é a pesquisa exploratória de natureza qualitativa, com o uso da coleta de dados na observação dos métodos utilizados pelas alunas do curso técnico de estética, e a entrevista com relação as perguntas esclarecedoras feita no momento de observação. Esta metodologia foi útil na comparação da análise dos métodos utilizados pelas alunas do curso, com a descrição da linguagem Matemática.

No primeiro Capítulo, é abordado um contexto histórico de como a Matemática e a harmonia se relacionavam na antiguidade, os principais teóricos, Pitágoras e Fibonacci, suas grandes descobertas e como elas foram aplicadas no contexto harmônico. Foi abordado a aplicação da Matemática com a estética facial, sua relação com a composição facial, as proporções faciais de acordo com Hallawell (2018), a relação da proporção áurea e a regra dos terços e quintos, e como as formas geométricas se comportam na estrutura estética.

O Capítulo dois aborda a metodologia dessa pesquisa, detalhando como foi feita a aplicação das técnicas utilizadas pela aluna do curso de estética, especificamente no design de sobrancelhas, tendo o registro de fotos dos passos necessário para obter uma boa harmonia e simetria entre as sobrancelhas, e os materiais utilizados.

Já no terceiro Capítulo, é abordado a análise de discussão dos resultados, identificando como a Matemática se enquadra nos métodos utilizados pela aluna ministrante, como foi aplicada, as regras utilizadas e, experimentos para concretizar os resultados.

1 Matemática e Estética

1.1 Geometria e a Estética nos tempos antigos

A geometria é uma área da Matemática que foi desenvolvida durante séculos, em que grandes matemáticos dedicaram períodos de suas vidas para articular de forma abrangente o entendimento da geometria, e com base nisso hoje podemos compreender os seus aspectos, explorando seus diversos métodos e aplicações.

De acordo com Roque (2012), a autora menciona a prática de agrimensura praticada no passado pelos egípcios, que consistia em medir a terra e calcular os impostos devidos e com isso o rei aceitava partilhar a terra igualmente entre todos de acordo com essas condições. E, pelo fato de o rio Nilo cobrir uma parte desse lote, era necessário medir essa parte perdida para recalcular o pagamento corretamente.

A palavra *geometria* significa *medida da terra* que surgiu no Egito antigo a partir das descobertas do matemático Heródoto, ele relacionou a prática de agrimensura ao significado e a formulação da geometria, abrangendo a relação de que os egípcios importaram o conhecimento geométrico. A geometria foi amplamente utilizada pelos egípcios, uma dádiva do Nilo de acordo com o historiador e matemático Heródoto, mas não houve um aprofundamento significativo da parte dos egípcios em desenvolver esse conhecimento, e com isso entra a Grécia como sua principal referência.

Voltando ainda mais no tempo, podemos analisar os homens neolíticos que tinham como principal função a sobrevivência, desenvolvendo assim seu estilo de vida, o que acarretou em grandes transformações, e uma delas era a preocupação com o conforto e estilo esteticamente visual. “O desenvolvimento da geometria pode muito bem ter sido estimulado pela necessidade prática de construção e de demarcação de terras, ou pelo sentimento estético por design e ordem” (BOYER, 2012, p.27).

Existiram preocupações do homem pré-histórico que o levou a essa necessidade, ou até mesmo um incômodo mútuo em relação ao seu espaço, pois de forma intelectual conseguimos analisar as imperfeições, habituando nossos costumes em mudanças mais agradáveis, mas logicamente entendemos que a necessidades de tornar o trabalho manual, a forma de preparar o alimento e até mesmo ao caçar, era algo a ser mudado para que se tornasse mais prático, levando os homens primitivos a esse acontecimento que foi a causa do desenvolvimento de muitas civilizações.

Mas todos têm um ponto em comum: um eixo de simetria. Haveria um aspecto prático nessa geometria ou terá sido simplesmente uma intenção estética que levou nossos antepassados a adotar essas formas?

Difícil saber. O certo é que essa simetria não pode ser fruto do acaso. O entalhador precisava premeditar o golpe. Pensar na forma antes de realizá-la. Construir uma imagem mental, abstrata, do objeto a ser executado. Em outras palavras, fazer matemática. (LAUNAY, 2019, p.11)

Esse trecho do livro relaciona a ideia de que a geometria, em especial a simetria, não surgiu na pré-história ao acaso, mas sim pelo fato de que os homens primitivos necessitavam de praticidade em seu caminho de sobrevivência. A estética surge nas civilizações de acordo com as descobertas e a necessidade de aperfeiçoar os costumes e o ambiente.

Com isso podemos analisar que a Matemática, em particular a geometria, existiu muito antes de ser desenvolvida por grandes matemáticos, apenas não havia o conhecimento da linguagem Matemática adequada para ser transmitida e entendida, e lógico que essa não era a maior preocupação dos homens pré-históricos.

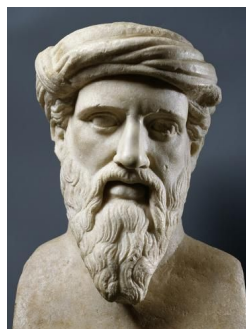
A Matemática foi aprimorada por causa da curiosidade do homem, e com isso acarretou o grande desenvolvimento tecnológico durante os séculos. Na Grécia antiga, onde houve o fortalecimento matemático, existem diversos monumentos, esculturas, pinturas entre outros, que pode ser observado a aplicação da Matemática. A geometria é um exemplo que está presente na fortificada arquitetura grega, que de maneira perceptível é evidente a beleza de tais construções.

Os gregos utilizavam a Matemática como uma disciplina fundamental para a compreensão da harmonia e a ordem do universo, o que lhes acarretava uma ideia esteticamente existente. A arquitetura grega é um exemplo de beleza em que podemos encontrar proporções matemáticas em cada um de seus traços. Assim como os grandes monumentos gregos, a Matemática estar presente na música e na poesia também, e com esses fatos podemos entender que o mundo em que vivemos é pura Matemática com seu toque harmônico.

1.1.1 Pitágoras e sua relação com a harmonia

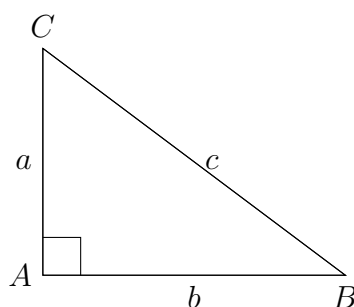
O grande filósofo Pitágoras é conhecido pelo seu famoso Teorema de Pitágoras, e por ter fundado a Escola Pitagórica, um centro de estudo conhecido por sua importância no desenvolvimento filosófico, matemático e científico da época. Pitágoras nasceu por meados do século 570 a.C. (Figura 1.1)¹ na ilha Grega de Samos localizada no Leste do mar Egeu, ele se tornou filósofo, matemático e músico, contribuindo de forma significativa nessas três áreas de conhecimento.

¹ Disponível em: <http://www.acadmedmg.org.br/wp-content/uploads/2021/04/PITAGORAS-EOREMA.jpg>. Acesso em: 02 jun. 2024.

Figura 1.1 – Pitágoras¹

Na época, a Grécia estava no começo da sua idade de ouro da cultura grega antiga, passando por grande desenvolvimento tanto cultural como intelectual, com isso foi sendo construído os primeiros templos de mármore acarretando o surgimento dos primeiros filósofos em Mileto, sendo um deles Anaximandro, que posteriormente seria professor de Pitágoras.

Com base em viagens ao Egito e a Babilônia, Pitágoras foi adquirindo ainda mais conhecimentos que o levou a interpretar seu famoso Teorema de Pitágoras na qual estabelece uma relação matemática entre os lados de um triângulo retângulo, atestando que, em um triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos (Figura 1.2), esse teorema é relacionado ao cálculo de distância, áreas e volumes em soluções de problemas geométricos.

Figura 1.2 – Teorema de Pitágoras: $a^2 + b^2 = c^2$ 

Fonte: Autoria própria

O Teorema de Pitágoras é também a base para a trigonometria, que envolve a relação entre os lados do triângulo e os seus ângulos. Mas o teorema não foi uma criação concreta de Pitágoras, o seu conhecimento externo foi divulgado pelo famoso filósofo, apenas, há ainda a ideia de que um de seus aprendizes poderiam ter formulado o teorema e acrescentaram os créditos a Pitágoras, mas de acordo com SILVA, FANTI e PEDROSO (2016, n.p.),

Há provas concretas que os babilônios antigos conheciam o Teorema de Pitágoras. Muitos dos tabletas de barro, que datam de 1800 a 1600 a.

C., que foram encontrados e decifrados evidenciam este fato. Um deles, que se chama Plimpton 322, e se encontra atualmente na Universidade de Columbia, contém uma tabela de 15 linhas e 3 colunas, contendo ternos pitagóricos, ou seja, com medidas dos três lados de um triângulo retângulo.

Consequentemente é válida a abordagem de que a existência do teorema foi descoberta e usada pelos babilônios, egípcios e chineses, com isso é entendido nos dias de hoje que o desenvolvimento e aprimoramento do famoso teorema foram realizados com o passar do tempo obtendo um grande significado, tendo sua contribuição significativa na matemática usual, na física em cálculos de forças perpendiculares, velocidade dos objetos e a distância percorrida por eles com movimento em um plano inclinado, na engenharia nos cálculos de distâncias, áreas e volumes em construções de edifícios, casas, etc., e na astronomia com os cálculos de distância entre corpos celestiais, entre várias outras áreas de conhecimento.

A música foi uma das grandes descobertas de Pitágoras que envolveu significativamente a harmonia e a matemática, essas duas áreas de conhecimento são abordadas separadamente no ensino educacional, mas principalmente no ensino da música, existe a utilização da matemática no seu entendimento das notas musicais, e é aqui que a relação harmônica se manifesta de forma abrangente. Com base na ideia de Santos (2022, p. 13-14),

A Matemática tal como ciência estabelece, de forma racional, verdades absolutas onde se apropria dos números, explicando através de suas relações os fenômenos naturais e suas implicações no mundo real. A Música por sua vez, trabalha através da harmonia com as emoções em várias vertentes, utilizando o som e suas propriedades físico-sensoriais para recorrer a meios circunstanciais e provocar diversas sensações.

A relação entre essas duas áreas de conhecimento proporciona uma mistura de sentimentos ao ser humano, podendo haver intercalação de emoções ao contato com a música. O som é existente há milênios, mas a partir de sua relação direta com a Matemática que se concretizou o surgimento da música, sendo assim possível existir uma concepção harmônica mais complexa.

Pitágoras entendeu, por meio da criação de seu instrumento musical chamado monocórdio, que existiam padrões ao manusear as cordas do instrumento, e com essa descoberta surge o entendimento da proporção no uso das notas musicais.

Um dia, segundo diz a lenda, sentado com um instrumento musical no colo, Pitágoras percebeu que as divisões de uma corda esticada que produzia harmonias poderiam ser descritas em termos de razão simples entre pares de números, a saber, 1 para 2, 2 para 3 e 3 para 4. Hoje em dia, representamos esta relação como $1/2$, $2/3$ e $3/4$. Este fato extraordinário espantou Pitágoras, que adorava música, pois pareceu-lhe extremamente bizarro que existisse uma ligação entre números, por um lado, e as notas de uma corda, por outro, que pudesse levar o espectador às lágrimas ou exaltar-lhe o espírito. (VANDOREN, 2012, p.52)

Existindo essas relações da matemática com a harmonia musical, compreende-se uma intimidade caracterizada pela necessidade de descobertas; o som sempre existiu muito antes da descoberta de Pitágoras e era usado até mesmo como meio de comunicação, mas é com base nessa necessidade que o conhecimento prévio se desenvolveu, e a harmonia musical foi conceituada com base nessa relação, da matemática e a harmonia.

1.1.2 Fibonacci e sua relação com a harmonia visual

O famoso matemático italiano Leonardo De Pisa, mais conhecido atualmente por Fibonacci (Figura 1.3)², ficou famoso por suas grandes descobertas, e a principal delas foi a que lhe deixou famoso, a incrível Sequência de Fibonacci, além de ter tido um importante papel na introdução dos algarismos arábicos na Europa. Sua descoberta inicia no final do século XV, em que se concentrava novamente o conhecimento matemático no continente europeu. Nessa época a Europa lutava para se libertar da influência da Igreja Católica romana e se abstraiu sem medo de reconhecer as mudanças e se adaptar a elas.

Figura 1.3 – Fibonacci²



Foi a partir da publicação do seu livro *Liber abbaci*, em 1202, que foram reconhecidos os seus trabalhos famosos. Foi graças a seu pai Guglielmo dei Bonacci, que por ter sido funcionário da alfândega em Bugia, hoje conhecida como Argélia, que conseqüentemente o favoreceu em suas viagens marítimas capazes de manter contato com outras culturas, o que acarretou o conhecimento do seu pai com relação aos diferentes símbolos numéricos inventados pelos hindus e pelos árabes, responsáveis pela criação dos números de 0 a 9, que é usual na nossa linguagem matemática atualmente. Com base nisso houve o compartilhamento de conhecimentos de pai para filho.

O *Liber abbaci* foi o primeiro texto aritmético a levar os símbolos e métodos hindus e árabes para a Europa. Grande parte foi empregada nas novas aplicações aritméticas em assuntos práticos, como o câmbio entre moedas. (STEWART, 2012, p.58)

Esse livro acarretou em outras obras do matemático italiano, que consistiam tanto a Teoria dos Números, como a Geometria e Trigonometria, mas o seu marco foi a famosa Sequência de Fibonacci, que foi desenvolvida por Fibonacci no seguinte problema:

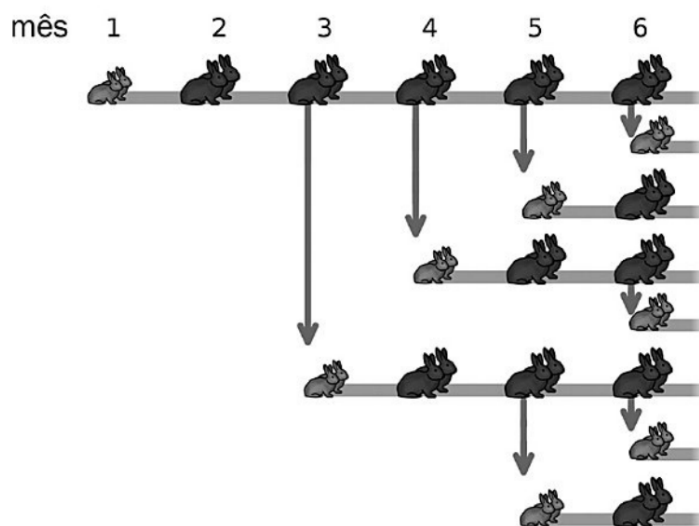
² Disponível em: <https://i.pinimg.com/236x/40/32/b4/4032b4d73e0b8ae87e598d9c4a79ecb0.jpg>

“Um homem pôs um par de filhotes de coelhos num lugar cercado de muro por todos os lados. Quantos pares de coelhos podem ser gerados a partir desse par em um ano se, supostamente, todo mês cada par dá à luz a um novo par, que é fértil a partir do segundo mês?”

1.1.2.1 Problema da Reprodução de Coelhos

O problema consiste em organizar as sequências de forma lógica (Figura 1.4). Primeiramente, observamos o 1º mês, na qual temos apenas um par de coelhos filhotes, já no 2º mês, continuamos com um par de coelhos, mas optando pela ideia do seu crescimento esse par de coelhos agora está adulto, podendo assim proliferar, ao chegar no 3º mês, nasce um par de filhotes. Com isso, temos dois pares de coelhos, sendo o par de adultos do início e o novo par de filhotes. Logo no 4º mês, o par inicial gera o seu segundo par de filhotes, ficando um total de três pares de coelhos, contando pelo par inicial, o primeiro par de filhotes, agora adultos, e o segundo par de filhotes que surgiu nesse 4º mês, no 5º mês, o par inicial gera o seu terceiro par de filhotes, já o segundo par de adultos gera o seu primeiro par de filhotes e o par de filhotes gerado no mês anterior, estão agora adultos. Consequentemente, temos cinco pares de coelhos, sendo três pares de adultos e mais dois pares de filhotes, e assim sequencialmente. Para simplificar o esquema devemos analisar a sequência descrita a seguir:

Figura 1.4 – Sequência demográfica de coelhos



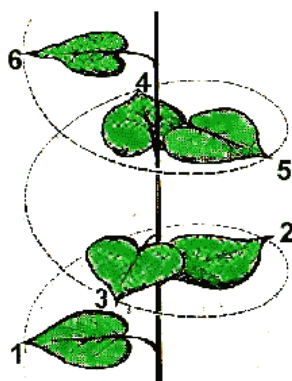
Fonte: (LAUNAY, 2019)

Ao analisar o problema, concluímos que em um determinado mês, o número de pares de coelhos será igual ao número de pares do mês anterior mais o número de pares do mês anterior ao anterior, levando a concluir que no 12º mês teremos uma quantidade de 144 pares de coelhos.

A Sequência de Fibonacci é ainda mais impressionante pelo fato de aparecer na geometria, na genética, na estética harmônica, de forma abrangente na natureza, na árvore genealógica de um zangão, e na sua relação com o número de ouro. A Sequência de Fibonacci na natureza é o que torna essa descoberta ainda mais impressionante, por esse fato, observamos que a matemática vive de forma harmônica com a natureza, levando em conta que não há exemplo melhor do que falar sobre a beleza da vida, para demonstrar a conexão abrangente da matemática e da estética harmônica. Ao pensarmos o quanto é impressionante, a perfeição, os padrões e as proporções que existem na natureza, nos deparamos com a grande importância que existe em relação a aplicação da Matemática nesse contexto. Essa relação se torna ainda mais magnífica quando observamos seu comportamento na botânica, o comportamento do crescimento das folhas de uma planta, de uma pinha, uma flor entre outras espécies dessa área, essa organização padronizada do crescimento é ainda mais aparente em alguns vegetais, como por exemplo no abacaxi, está presente também nos girassóis, e até mesmo no comportamento de certos animais.

Exemplificando no contexto botânico, temos a relação da filotaxia e a Sequência de Fibonacci. A filotaxia que significa (*Filo=folha*, *taxis=arranjo*), é o arranjo das folhas em uma planta ao longo do seu caule (Figura 1.5), de forma padronizada, e este padrão se refere a sequência a que se fala, onde seu crescimento se prolifera em espiral, é tão impressionante que o espaçamento de cada folha se remete a um ângulo fixo, padronizado.

Figura 1.5 – Representação da Filotaxia



Fonte:(TOFFOLI; SODRÉ, 2020)

Ao observar a imagem podemos ver como a sequência descrita se manifesta no caule de forma padronizada, é possível ver que em 2 voltas de 360 graus temos a sobreposição de 5 folhas, para que esse padrão se realize, esse ângulo deve ser igual a,

$$\frac{2 \cdot 360}{5} = 144\text{graus}$$

Dessa forma, é possível destacar que o ângulo específico para que a sequência de sobreposição das folhas ocorra, demonstra a harmonia e eficiência do crescimento das

plantas. A natureza tem sua beleza caracterizada por padrões matemáticos, tornando a existência da beleza da natureza ainda mais fascinante.

Tudo o que vimos aqui em filotaxia não nos garante que podemos sair por aí encontrando, na maior parte das vezes, esse padrão no mundo vegetal. Para Lívio (2011, p. 136), o crescimento da planta também depende de outros fatores além do espaçamento ideal. Consequentemente, as regras de filotaxia que descrevemos não podem ser vistas como algo que se aplica a todas as circunstâncias como se fosse uma lei da Natureza. Em vez disso, nas palavras do famoso matemático canadense Coxeter, elas são “apenas uma tendência fascinantemente predominante”. (RAMOS, 2013, p.62)

De acordo com o autor, podemos analisar que não é garantido o padrão eminente em toda as plantas, pois existe mais fatores que contribuem para esse magnífico fato, o que torna essa descoberta ainda mais impressionante.

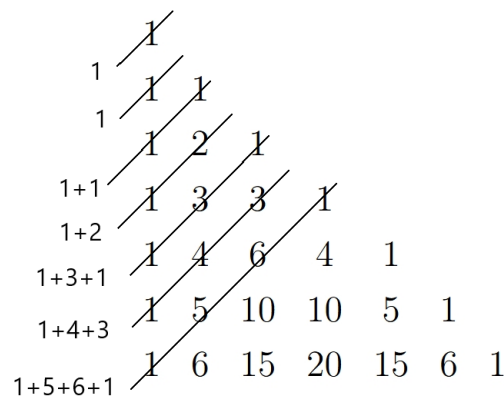
No Triângulo de Pascal ou também conhecido como triângulo de Tartália, temos um triângulo aritmético infinito formado por números binomiais, dados por,

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

onde n e k são números inteiros não negativos e $n!$ representa o fatorial de n .

Esse triângulo é constituído por números que são compostos pela soma dos dois números acima dele na linha anterior. Se analisarmos a quinta linha do triângulo a seguir, temos os seguintes números (1,4,6,4,1). O número (4) é obtido pela soma dos dois números acima dele, ou seja, (1+3), assim como o número (6), que é obtido pela soma dos números acima dele (3+3), e assim seguidamente.

Figura 1.6 – Sequência de Fibonacci



Fonte: autoria própria

Analisando a soma dos elementos posicionados de forma diagonais, obtemos uma sequência de números exatamente como a sequência de Fibonacci. Ao analisar esse somatório teremos, (1) , $(1+1)$, $(1+2)$, $(1+3+1)$, $(1+4+3)$, $(1+5+6+1)$ infinitamente, a partir disso vamos obter a sequência, (1) , (2) , (3) , (5) , (8) , (13) , infinitamente. Isso se dá pelo fato de os números serem calculados exatamente como na sequência de Fibonacci, pela soma dos dois número anteriores na sequência.

Esses fatos se seguem em várias outras áreas de conhecimentos, como na astronomia, arquitetura, na arte, entre outras. Alguns exemplos foram mencionados justamente para demonstrar como essa sequência implica na realidade e na beleza da vida, tornando-se um mistério não desvendado ainda por completo.

1.1.2.2 O Número de Ouro

A harmonia matemática que se manifesta na natureza de forma fascinante, apresenta um contexto ainda mais profundo com relação a Sequência de Fibonacci, e isso se dar por meio do número de ouro, onde seu valor aproximado é de 1,618, na Grécia Antiga esse número foi considerado como uma perfeição que se enquadra em vários contextos, e um deles se baseia pelo retângulo de ouro, considerado como uma proporção esteticamente agradável e harmônica, utilizada nas arquiteturas gregas que demonstrava a perfeição abrangente por volta desse valor, o retângulo de ouro é uma forma geométrica retangular que possui razões entre o comprimento e a largura aproximada pelo número de ouro.

Este número não só foi aplicado na arquitetura grega, como exemplo o famoso Partenon, como é encontrada de forma abrangente em obras de arte, a arquitetura moderna e o design interior e externo de um ambiente, além de abranger a estética corporal, assunto esse que foi retomado na antiguidade para definir uma pessoa esteticamente perfeita.

O fato do número de ouro ter uma relação profunda com a Sequência de Fibonacci, se dar por meio da análise do problema da reprodução de coelhos, se analisarmos o mês dez que resultou em exatos 55 pares de coelhos e dividirmos esse valor pela quantidade de coelhos obtidas no mês anterior, ou seja, no mês 9 que resultou em 34 pares de coelhos, teremos um resultado equivalente à 1,6176..., do mesmo modo se analisarmos o mês 14 e dividirmos a quantidade de pares de coelhos pelo números de pares de coelhos do mês anterior, resultará em 1,61797..., com isso podemos concluir que quanto mais fazemos essa análise, mais nos aproximamos do número de ouro, o que torna essa relação impressionante.

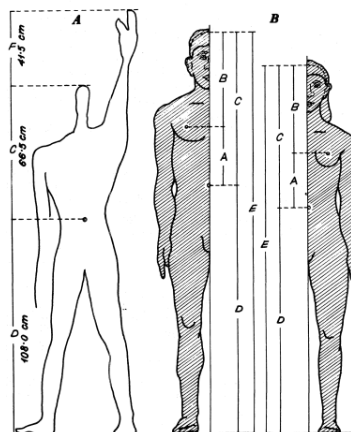
O número de ouro se encontra de forma predominante no corpo humano, criando uma harmonia visual esteticamente agradável. Se considerarmos um ser humano definido pela sociedade como "mediano" e medir suas proporções, iremos encontrar um valor aproximado com o número de ouro. Por exemplo, se for dividido a altura do corpo humano pela distância entre o umbigo e a cabeça, o resultado consistirá em aproximadamente 1,618... Assim como medir a perna inteira e dividir essa medida pelo comprimento do joelho até o

chão, resultará também em uma aproximação do 1,618... Pegando a altura do crânio e dividindo pelo tamanho da mandíbula até o topo da cabeça teremos um valor aproximado a 1,618... Agora medindo a distância da cintura até a cabeça e em seguida dividindo pela medida até o tórax, vamos obter novamente um valor aproximado a 1,618...

Com base nos estudos de Antony T. Davis, do Indian Statistical Institute (Índia) e Rudolf Altevogt, do Zoologisches Institut der Universität (Alemanha),

Durante a última semana de outubro de 1973, um grupo de 207 alunos (175 meninos e 32 meninas) do Ginásio Pascal em Münster foram escolhidos como sujeitos para medição. Além disso, no início de 1974, 252 jovens (com idades entre 16 e 32 anos), a maioria dos quais eram estudantes do Instituto Indiano de Estatística em Calcutá, foram medidos. As seguintes medidas foram tomadas de meninos e meninas descalços que foram solicitados a ficar eretos, mas sem alongar seus corpos de forma anormal, contra um poste forte, vertical, marcado em centímetros. Com o auxílio de um conjunto quadrado, foram realizadas três medidas: estatura total; distância dos pés ao nível dos mamilos; e distância dos pés até a depressão do umbigo. A partir das três medidas registradas acima, foram computados cinco valores: (A) distância entre umbigo e mamilo; (B) distância entre os mamilos e o topo da cabeça; (C) A + B (umbigo ao topo da cabeça); (D) distância do umbigo ao fundo dos pés; e (E) estatura total do sujeito. A Figura 1B ilustra essas demarcações. Não foi mensurada a distância entre a cabeça e a ponta da mão erguida indicada no desenho de Le Corbusier (Fig. 1A). (DAVIS; ALTEVOGT, 1979, p.340-342)

Figura 1.7 – Meio Aureo do corpo humano



Fonte: (DAVIS; ALTEVOGT, 1979)

Os dados alemães e indianos foram organizados em tabelas separadas, com ordem do maior para o menor, para priorizar em primeiro o sujeito mais alto e por último o sujeito mais baixo. Com base nos resultados, eles confirmaram que partes do corpo dos indivíduos que fizeram parte da pesquisa seguiam a razão áurea.

Certamente devemos ter em mente que essa proporção não surge em todo corpo humano, assim como a sequência de Fibonacci não se abrange a toda a natureza.

1.2 Aplicação da Matemática na Estética

1.2.1 A Estética Facial

A Estética é o estudo da beleza no qual proporciona ao indivíduo um sentimento de prazer e harmonia, ela desempenha um papel importante em nossas vidas, desde os tempos antigos esteve presente na sociedade, estando de acordo com cada período e se adaptando ao que ele poderia proporcionar no seu papel fundamental, harmonizar. A busca pela beleza desempenha um caminho conectado com a matemática, a simetria e a proporção por exemplo, ativa um mecanismo de prazer visual, influenciando em padrões de beleza cada vez mais estimados.

A Estética Facial é o procedimento que se dedica a obter harmonia e equilíbrio na aparência do rosto, ou seja, melhora o aspecto visual da face, existe o questionamento de que a beleza facial é meramente um "sendo" padronizado a todo ser humano, mas há a ideia controversa de que isso se baseia também ao aspecto intuitivo de cada observador, de acordo com NAINI (2014, p. 22),

Existem três variáveis nas definições de beleza: Características graciosas: O rosto humano é composto de uma série de "características", por exemplo, os olhos, o nariz, os lábios etc., com uma grande combinação de formatos, tamanhos, posições relativas e cores. Seu conjunto: Quais componentes de quais características e em quais combinações resultam em uma bela face? O observador: Cada observador enxerga e percebe a mesma beleza? O número de variáveis deixa claro que o conceito de beleza é difícil de ser explicado claramente.

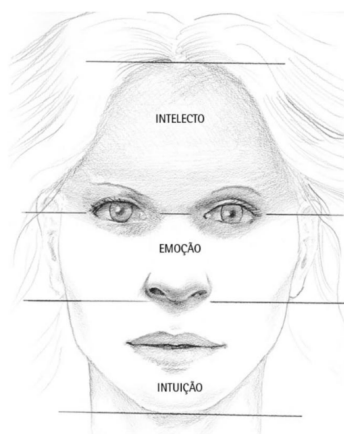
De acordo com as ideias do autor, o observador se baseia em seu julgamento, ou seja, ele irá observar não meramente as características da face que a tornam esteticamente agradável, mas sim pelas suas próprias sensações, ou seja, seu julgamento de atratividade. Com base nisso, o observador não pode ser o ponto de partida para definir uma beleza facial, por questão disso existe a ideia de que o "senso" é considerado universal e não pode ser definido com base em cada observador. Mas o autor ainda destaca que cada teoria não pode ser diretamente testada e, com base nisso, se torna uma filosofia sem meios científicos de afirmação. A percepção humana em relação à beleza facial se orienta por meio da Matemática; essa intuição não vem só de modo aplicável, mas também consciente e meramente intuitivo. Com relação a isso, pode-se ter a ideia de que a Matemática existe na beleza também de forma perceptiva, e isso se dá por meio das características faciais que possuem aplicação de simetria, proporções e da geometria que surge de forma abrangente no rosto humano.

A composição também é importante na estética facial, ela se abrange por meio de características do rosto humano, em que se predomina as proporções, simetria, equilíbrio e harmonia, além de abranger composições das cores, textura, formas, entre outras definições.

No meio estético em geral, a composição também está presente no visagismo de um ambiente, por exemplo, ao analisar os objetos bem posicionados em uma sala, no tamanho dos móveis de uma cozinha, entre várias outras características nas quais predomina o equilíbrio e a harmonia.

A composição facial é encontrada no rosto humano em três áreas quase do mesmo tamanho, sendo a área da testa, a área entre a testa e a base do nariz e a área da base do nariz até o queixo, são áreas em que contém estruturas que compõem o rosto, sendo o nariz, boca, olhos, queixo, testa, orelhas e cabelos. É a partir dessas definições que são feitas medidas e análise de simetria e proporções, proporcionando um aspecto de equilíbrio e harmonia no rosto humano, mas é importante ressaltar que cada rosto possui suas características primárias, alguns são simétricos, outros assimétricos, levando a concluir que cada rosto possui suas próprias características.

Figura 1.8 – Rosto dividido nas três áreas básicas



Fonte: (HALLAWELL, 2018)

De acordo com HALLAWELL (2018), a parte inferior do rosto em que é definido pela Figura (1.8) como sendo uma área de intuição, é caracterizada como uma área de aspecto "pesado", enquanto as outras possui um aspecto mais "leve". Por esse motivo, se a área da base do nariz até o queixo tiverem uma ênfase muito grande, como por exemplo, o queixo grande ou a boca larga, existirá um desequilíbrio com as outras áreas do rosto que são caracterizadas pela emoção e intelecto, já que elas são proporcionais entre si. Na proporção do rosto tem-se de forma geral, uma proporção de 2:3 com base na altura e largura do rosto, se a proporção for menor que 2:3 isso significa que o rosto é longo, se for maior, o rosto é largo (Figura 1.9).

Figura 1.9 – Proporções de altura e largura do rosto



Fonte: (HALLAWELL, 2018)

Para encontrar a proporção do rosto não é necessariamente preciso utilizar uma régua para obter a proporção facial, de início deve-se observar a largura e altura do rosto, em regra a largura é menor que a altura, logo o tamanho menor será o ponto de partida para se obter as medidas necessárias, para uma medida mais eficiente sem a percepção visual, pode-se utilizar um paquímetro, ou até mesmo uma fita métrica para obter uma medição mais precisa. Com base HALLAWELL (2018), podemos encontrar as proporções faciais da seguinte forma:

Proporções faciais:

a) Largura e altura do rosto:

- A largura deve ser cerca de 1,5 vezes a altura. Sabemos que a altura do rosto é maior que a sua largura, com base nas ideias de HALLAWELL (2018), a altura do rosto da maioria das pessoas equivale a uma vez e meia a largura do rosto, então, se a largura do rosto meu rosto mede 12 cm, então a altura do meu rosto será:

$$12 + \left(\frac{12}{2}\right) = 12 + 6 = 18. \quad (1.1)$$

Com isso, a altura do rosto da pessoa com largura de 12 cm, será igual a 18 cm. O valor da largura também equivale a distância entre as sobrancelhas até o queixo, ou seja, equivale a 12 cm em relação ao exemplo proposto.

b) Altura da testa (das sobrancelhas até a linha do cabelo), comprimento do nariz e à distância entre a base do nariz e o queixo:

- Essas três partes são aproximadamente iguais. Com base em minhas medidas faciais, a distância da sobrancelha até à linha do cabelo equivale a 6 cm, o comprimento do nariz, 6 cm, e da base do nariz até o queixo também é 6 cm. Logo:

$$6 + 6 + 6 = 18. \quad (1.2)$$

Sendo 18 cm o valor da altura do meu rosto. O autor ainda relaciona essa medida de 6 cm com a distância do meio do nariz até a maçã do rosto na sua parte mais alta e larga, e a altura da orelha, todos proporcionalmente iguais, com base nas minhas medidas, a distância do meio do nariz a maçã do rosto equivale a 6 cm, e a altura da orelha chega a um valor aproximado, sendo 5,5 cm.

c) **Largura da base do nariz, espaço entre os olhos e largura do olho:**

- Temos que o espaço entre o canto interior dos olhos (a bolsa lacrimal) e a base do nariz são similares, sendo esse espaço geralmente um pouco maior. Em minhas medidas, a base do nariz equivale a 3 cm, já o espaço entre o canto interior dos olhos resulta em 3,5 cm.

O autor HALLAWELL (2018), também faz a comparação da largura do olho com o tamanho da base do nariz. O olho tende a ser um pouco menor, mas pode ser maior ou até mesmo igual.

d) **O olho, o queixo e o topo da cabeça:**

- Com relação à distância do olho ao queixo, o autor HALLAWELL (2018), fala que devem ser similares a distância entre o olho e o topo da cabeça. Tirando minhas próprias medidas, essas distâncias equivalem a 9,5 cm e 9,8 cm respectivamente. E por fim temos a distância da ponta do nariz à orelha e à distância da orelha à parte de trás da cabeça, na qual devem ser semelhantes.

Perceba que as proporções não diferem muito de uma pessoa para outra. Pequenas variações fazem com que pessoas tenham narizes longos ou largos, olhos pequenos ou grandes e queixos pequenos ou grandes. As grandes diferenças estão nos formatos dos rostos e das partes, o que faz com que cada pessoa seja diferente e única. (HALLAWELL, 2018, n.p)

Relacionando a ideia do autor, devemos ter em mente que não existe de certo uma regra única aplicável a todas as pessoas, muitas vão ter medidas iguais ou similares, mas nada generalizado, isso ocorre pelo fato das pessoas possuírem suas próprias características e diferenças.

1.2.2 Proporção Áurea e os Terços e Quintos Faciais

A proporção áurea pode ser vista em diversos contextos, ela consegue aperfeiçoar algo de forma harmoniosa, proporcionando na perspectiva visual um aspecto de bem-estar, como por exemplo, no posicionamento de um elemento dentro de uma composição. Se analisarmos um jarro decorativo em cima de uma mesa no canto da sala, e este mesmo objeto estiver posicionado de forma desproporcional, captamos um certo desagrado

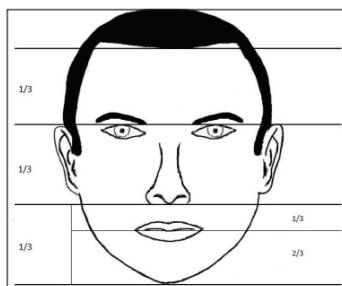
naquela decoração, mas se ele seguir o posicionamento ideal de forma proporcional, se torna agradável aos olhos de quem ver.

A regra dos terços consiste em uma técnica muito usada principalmente na fotografia para criar uma composição equilibrada e agradável, ele se subdivide em terço superior, médio e inferior (Figura 1.10).

A delimitação do terço superior vai do ponto trichion (ponto central da linha do cabelo) à glabella (uma proeminência suave entre as sobrancelhas). Essa parte representa a região do pensamento lógico, que é a sede do intelecto. O terço médio é medido da glabella ao subnasal (o ponto médio onde o septo nasal se encontra com o lábio superior). Essa região representa o lado emocional da pessoa, a região afetiva. Se um desses terços do rosto é mais desenvolvido, é essa parte que predomina no comportamento dessa pessoa. O terço inferior é medido do subnasal ao mento (o ponto mais inferior do mento). (CAMPOS, 2021, p.75)

Com base nessa regra dos terços faciais, se as medidas de cada um forem iguais ou aproximadamente com o mesmo valor, então, a face do indivíduo é considerada proporcional. Observamos que se um dos terços for mais desenvolvido, esse terço será considerado predominante, podendo especificar o comportamento e as afeições de uma pessoa.

Figura 1.10 – Face dividida em terços horizontais

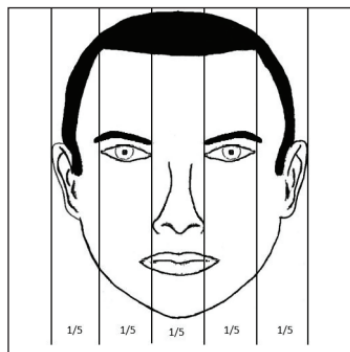


Fonte: (HASHIM *et al.*, 2017)

Do mesmo modo da proporção facial em terços horizontais, temos a proporção facial em quintos verticais, ou seja, a face é dividida em quintos que são proporcionais entre si (Figura 1.11).

Os dois quintos mais laterais são medidos da hélice lateral de cada orelha até o exocanto de cada olho. Os comprimentos das fissuras dos olhos (medidos entre o endocanto e a exocantode cada olho) representam um quinto. O quinto do meio é medido entre o canto medial de ambos os olhos (endocanto a endocanto). Essa distância é igual à largura do nariz, medida entre as duas asas. Finalmente, a largura da boca representa 1,5 vezes a largura do nariz. Essas proporções dos quintos verticais se aplicam a homens e mulheres. (CAMPOS, 2021, p.76)

Figura 1.11 – Face dividida em quintos verticais

Fonte: (HASHIM *et al.*, 2017)

Nesse contexto, se a face obter os terços proporcionais e quintos também proporcionais, essa face é considerada harmoniosa. Levando isso em consideração, observamos que a matemática é uma ciência predominante na harmonia facial, na qual é usada para harmonizar e embelezar uma pessoa, e vai muito além, considerando que a proporção e simetria nos traz uma sensação de prazer e bem-estar, logo, a matemática e a harmonia são vertentes capazes de mudar uma pessoa, seus sentimentos, proporciona uma sensação agradável além de também o ambiente ao nosso redor.

1.2.3 Estrutura e Geometria

A geometria é uma área da Matemática que se abrange a diversas outras áreas de conhecimento. As formas geométricas estão presentes em basicamente tudo em que usamos ou observamos, levando a entender que o mundo é formado por geometria. A estrutura é a forma básica na qual a composição é criada e se predomina com base na geometria. Os elementos geométricos definem a estrutura de acordo com suas características, as linhas formam uma estrutura de acordo com seu direcionamento, podendo ser vertical, horizontal, linear, inclinada, etc., além de formar uma estrutura concreta, também definem uma estrutura abstrata.

As quatro linhas básicas têm características inatas que estabelecem o ritmo em que o olho as percorre. As linhas retas verticais e horizontais são imóveis, as retas inclinadas são dinâmicas e as curvas são emocionais. Percebe-se isso claramente nos gestos. Aliás, gestos são desenhos feitos com as mãos e os braços. Quando alguém quer ser enfático e decidido, usa gestos verticais; quando não quer que haja discussão, usa gestos horizontais. Por outro lado, quando se deseja incentivar alguém para fazer algo, movimentos diagonais são empregados. Os gestos ondulares, por sua vez, exprimem calma, lirismo e sensualidade, enquanto gestos enrolados revelam emoções intranquilas. (HALLAWELL, 2018, n.p)

O autor define a estrutura como algo primitivo do ser humano, percebemos a estrutura e tentamos identificar seu contexto, ela também pode modificar uma figura

para um aspecto diferente do que realmente é. O exemplo dado ao autor é uma mulher que possui um aspecto sério e que quer demonstrar profissionalismo, ao usar uma roupa com babados e renda, irá expressar uma imagem controversa e desequilibrada com seu contexto real. As formas geométricas tanto bidimensional como tridimensional expressam significados importantes de acordo com a estrutura e a composição em que se enquadra.

Nas ideias de HALLAWELL (2018), o quadrado é uma figura geométrica que define força, poder e conservadorismo, ainda menciona o fato das pessoas chamarem pessoas conservadoras de pessoas "quadrada", diz que o triângulo tem um formato dinâmico e cria impacto, já o triângulo invertido apresenta uma ideia de perigo. O círculo é considerado uma figura geométrica irregular e de forma estética, demonstra uma ideia estimulante. Já o lemniscata expressa uma ideia suavidade, paz e sensualidade.

2 Metodologia

Com base na necessidade de discutir e analisar o processo ao qual se investiga, a metodologia consta em uma pesquisa de campo, com foco na observação das atividades propostas no ambiente onde as aulas do curso técnico de estética da escola IEMA- Unidade Plena Gonçalves Dias são ministradas, proporcionando uma análise abrangente da conexão da Geometria, Simetria e Proporções Matemáticas, abordadas na área de estudo do curso, especificamente no design de sobrancelhas. De acordo com LAKATOS e MARCONI (2003), a pesquisa de campo, consiste na observação de fatos e fenômenos tal como ocorrem espontaneamente, na coleta de dados a eles referentes e no registro de variáveis que se presume relevantes, para analisá-los.

Com base nisso, a pesquisa desenvolvida utilizou a coleta de dados para avaliar a relação dos dados obtidos com o objetivo principal, e utilizou-se registros relevantes para concretizar a análise dos fatos.

A necessidade de compreender as técnicas utilizadas no procedimento estético, acarretou em uma pesquisa de campo exploratória, que de acordo com LAKATOS e MARCONI (2003),

são investigações de pesquisa empírica cujo objetivo é a formulação de questões ou de um problema, com tripla finalidade: desenvolver hipóteses, aumentar a familiaridade do pesquisador com um ambiente, fato ou fenômeno, para a realização de uma pesquisa futura mais precisa ou modificar e clarificar conceitos. Empregam-se geralmente procedimentos sistemáticos ou para a obtenção de observações empíricas ou para as análises de dados (ou ambas, simultaneamente). Obtém-se frequentemente descrições tanto quantitativas quanto qualitativas do objeto de estudo, e o investigador deve conceituar as inter-relações entre as propriedades do fenômeno, fato ou ambiente observado.

A observação utilizada foi direta intensiva, que consiste no uso de duas técnicas: a observação, para que se possa coletar dados informativos com o fim de fazer uma análise comparativa, e a entrevista, na qual é necessária para entender o processo a qual se investiga.

A observação é uma técnica de coleta de dados para conseguir informações e utiliza os sentidos na obtenção de determinados aspectos da realidade. Não consiste apenas em ver e ouvir, mas também em examinar fatos ou fenômenos que se desejam estudar. É um elemento básico de investigação científica, utilizado na pesquisa de campo e se constitui na técnica fundamental da Antropologia. (MARCONI; LAKATOS, 2003, p.190-191)

Na observação, foi utilizado um estudo exploratório-descritivo, que consiste em,

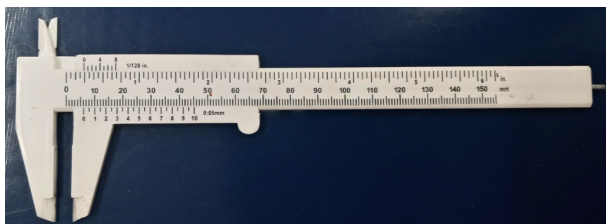
estudos exploratórios que têm por objetivo descrever completamente determinado fenômeno, como, por exemplo, o estudo de um caso para o qual são realizadas análises empíricas e teóricas. Podem ser encontradas tanto descrições quantitativas e/ou qualitativas quanto acumulação de informações detalhadas como as obtidas por intermédio da observação participante. (MARCONI; LAKATOS, 2003, p.188)

Neste estudo, foram utilizados dados quantitativos no uso das medidas faciais, como distâncias entre pontos anatômicos, ângulos faciais, proporções das diferentes regiões do rosto, índice de proporção áurea e de harmonia facial e referente aos dados qualitativos temos a avaliação da harmonia facial, simetria, proporções estéticas, e a análise visual da face, identificando ao todo a estética facial aplicada no procedimento.

Essa observação foi necessária para analisar a aplicação dos métodos adquiridos pelas alunas durante o curso técnico de estética, foi analisada de forma presencial na sala onde foram aplicadas as aulas práticas do curso. Duas alunas turmas anteriores, se propuseram a observação da análise em conjunto, ao qual foi possível analisar e registrar os métodos utilizados, que são técnicas e métodos de medição utilizados na estética facial, abrangendo especificamente a utilização da Geometria, Proporção e Simetria.

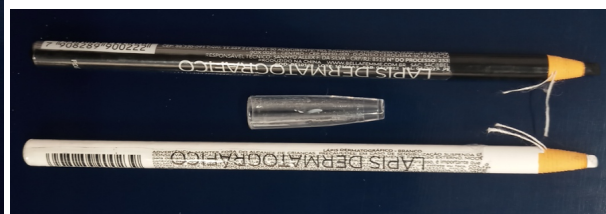
No mês de maio de 2024, foi realizada a aplicação da pesquisa. Duas alunas concluintes do curso com idades de 18 e 19 anos, se propuseram a análise investigativa. No primeiro momento, uma das alunas foi escolhida para ser aplicado as técnicas em seu rosto, a outra aluna, por possuir mais tempo de qualificação seria a que aplicaria os métodos adquiridos durante o curso. Logo de início, a aluna praticante higienizou o rosto da aluna voluntária, em seguida, foi utilizado um paquímetro de 15 cm para design de sobrancelhas na cor branca (Figura 2.1) para auxílio das medições, e um lápis cor preto e branco (Figura 2.2) para ajudar nas marcações das medidas obtidas.

Figura 2.1 – Paquímetro



Fonte: Autoria própria

Figura 2.2 – Lápis para marcação de sobrancelhas

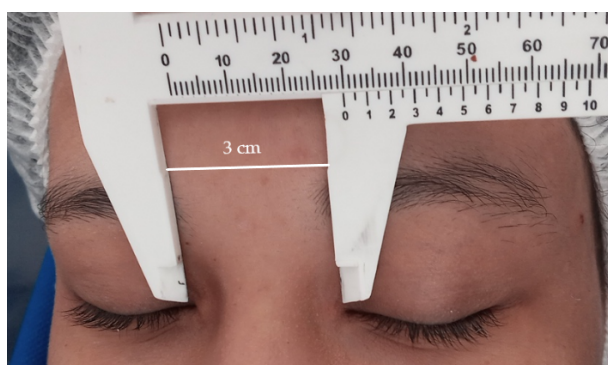


Fonte: Autoria própria

A primeira medição é feita no meio da testa para encontrar o ponto médio, que se refere ao ponto central entre a distância interna das sobrancelhas, ou seja, o ponto de simetria, na qual será referência para as outras medições. Para encontrar o ponto médio, é necessário ter em mente que cada rosto possui seus aspectos de acordo com as ideias de HALLAWELL (2018), neste caso é necessário medir com o paquímetro na

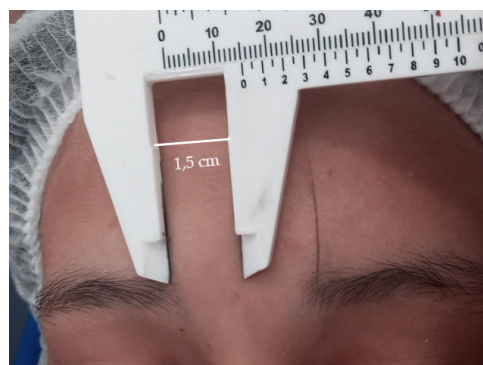
posição horizontal, levando em consideração o espaçamento entre os olhos para obter uma proporção, como mencionado por HALLAWELL (2018) ao definir as proporções faciais. Logo, é possível obter o valor da distância entre as extremidades internas das sobrancelhas. Em seguida, será necessário dividir esse valor obtido por dois, com essa medida, é possível encontrar o ponto médio. No caso da aluna voluntária, a medida da distância do início de uma sobrancelha à outra foi exatos 3 cm (Figura 2.3), dividindo por dois o valor encontrado, temos como referência para o ponto médio 1,5 cm, como demonstrado na Figura (2.4).

Figura 2.3 – Distância entre as sobrancelhas



Fonte: Autoria própria

Figura 2.4 – Ponto médio

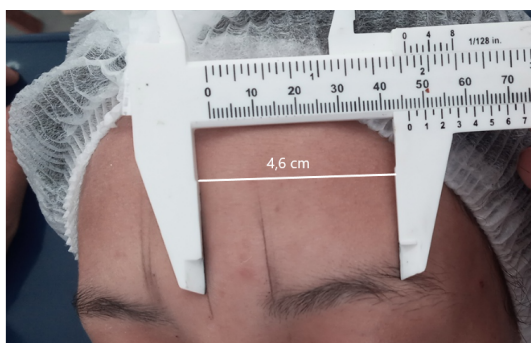


Fonte: Autoria própria

Depois de encontrar o ponto de simetria do rosto da aluna voluntária (ponto médio entre as sobrancelhas), é possível encontrar o ponto alto. De acordo com as proporções, o ponto alto deve estar com medidas entre 3 cm a 4,5 cm, pegando como referência o ponto médio, mas por questão de cada rosto possuir seus aspectos, como mais longos ou mais largos, é possível adaptar essas medida.

A aluna ministrante posicionou o paquímetro do ponto médio até o ponto alto da sobrancelha, de forma visual, com base nas medidas padrões utilizadas. No caso da aluna voluntária, as medidas foram exatos 4,5 cm, mas por questão de gosto próprio, foi aumentado mais 1 mm (Figura 2.5), ficando do ponto médio ao ponto alto uma medida de 4,6 cm. Devemos lembrar que a medida em regra é de acordo com a harmonia facial adequada, mas as medidas podem ser adaptadas por gosto pessoal.

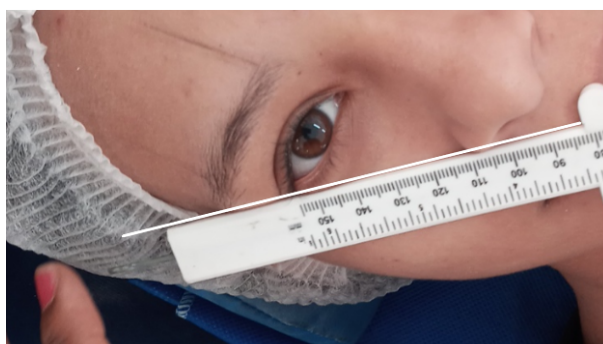
Figura 2.5 – Ponto alto



Fonte: Autoria própria

Para encontrar o ponto final da sobrancelha, a aluna ministrante posicionou o paquímetro de forma inclinada a partir do arco do cupido (canto alto da boca), passando pelo canto externo do nariz até o canto externo do olho e, por fim, passando pela extremidade final da sobrancelha, como demonstrado na (Figura 2.6), formando uma reta transversal a reta imaginária do ponto de simetria. Este processo é necessário para definir onde a sobrancelha deve terminar de forma natural.

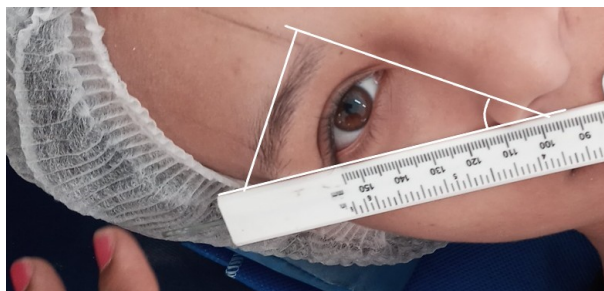
Figura 2.6 – Ponto alto



Fonte: Autoria própria

Além desse método de medição, é possível encontrar de forma mais precisa o ponto final, considerando o ângulo entre o nariz, à extremidade interna da sobrancelha e o canto externo do olho, para assim obter o comprimento ideal da sobrancelha, como demonstrado na (Figura 2.7).

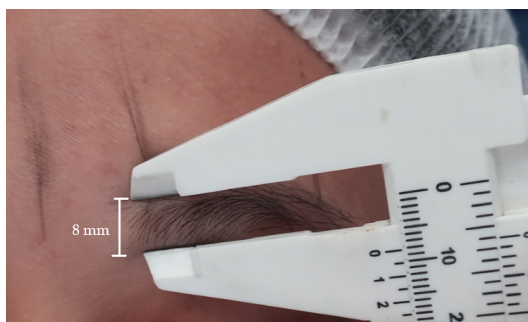
Figura 2.7 – Ponto alto



Fonte: Autoria própria

Em seguida, para ajustar a espessura do ponto alto, a aluna ministrante posicionou o paquímetro no início da sobrancelha, fazendo a medição de forma visual. No caso da aluna voluntária, a espessura encontrada foi de 8 mm (Figura 2.8). Com base nesse valor, temos como referência para a espessura da sobrancelha em seu ponto alto de, no mínimo, a metade do valor obtido na espessura inicial, ou seja, 4 mm, podendo ser ajustada até os 8 mm.

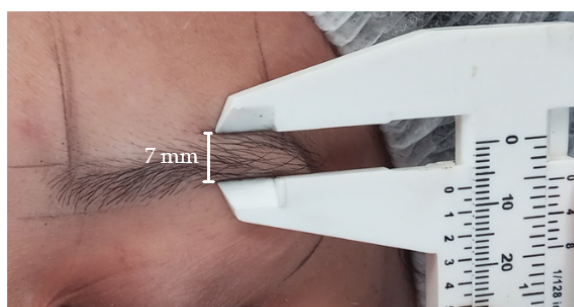
Figura 2.8 – Ponto alto



Fonte: Autoria própria

Para gosto pessoal da aluna voluntária, a espessura foi escolhida no valor de 7 mm (Figura 2.9), que no caso, está definido entre o intervalo de 4 mm a 8 mm.

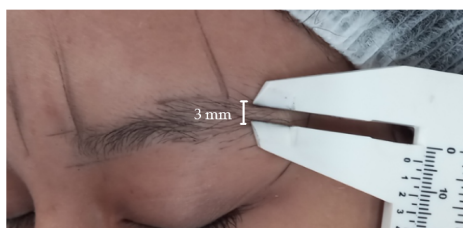
Figura 2.9 – Ponto alto



Fonte: Autoria própria

Ao finalizar a medição da altura inicial e do ponto alto, foram feitas as medições da espessura do ponto final, para isso, a aluna ministrante pegou como referência a espessura do ponto alto, que resultou em 7 mm (Figura 2.9). Com base nesse valor, a espessura do ponto final deve estar entre o intervalo de 3,5 mm a 7 mm. No caso da aluna voluntária, o valor foi ajustado para 3,5 mm (Figura 2.10), ficando a seu gosto pessoal.

Figura 2.10 – Ponto alto



Fonte: Autoria própria

No fim do processo de medição, com o auxílio da professora ministrante das aulas do curso de estética, foram feitas as marcações com um lápis preto adequado para o processo, como demonstrado na Figura (2.11).

Figura 2.11 – Ponto alto



Fonte: Autoria própria

Com a finalização do procedimento, foi realizado a limpeza dos pelos que estavam fora das marcações feitas de acordo com as medidas do rosto da aluna voluntária, proporcionando um aspecto harmônico para as medidas de seu rosto.

Figura 2.12 – Ponto alto



Fonte: Autoria própria

Em relação a (Figura 2.13), foi a gosto da aluna voluntária não retirar os pelos externos da marcação superior. Com a finalização da limpeza, fica a gosto da(o) cliente prosseguir com o processo de henna de sobrancelhas, ou marcação com um lápis adequado.

Figura 2.13 – Ponto alto



Fonte: Autoria própria

Na pesquisa realizada, foi utilizado uma abordagem qualitativa em relação aos dados observados durante o processo de análise das técnicas utilizadas no procedimento de design de sobrancelha, pelas alunas do curso técnico de estética. A metodologia deste trabalho, foi uma pesquisa exploratória, em que foram descritas de forma detalhada as etapas do procedimento estético ao qual foi realizado pela aluna ministrante. Nesse processo, foram feitas observações diretas com relação a conexão da matemática em cada etapa, ao momento em que houve entrevistas com perguntas para esclarecer dúvidas existentes.

De acordo com as etapas descritas em cada processo, foi abordado cada passo, desde a preparação da limpeza do rosto, os materiais utilizados, até a finalização do design. Foi observado, que a aluna ministrante utilizou técnicas de medição com o auxílio do paquímetro, em que surgiu a utilização de proporções faciais, simetria no encontro do eixo simétrico e no processo de transferência das medidas de um lado do rosto para o outro, e também, a utilização da geometria na definição dos ângulos com relação aos pontos anatômicos do rosto. A conexão existente entre a Matemática e a estética, foi a principal causa da investigação, analisando como a Matemática está envolvida nessa área de conhecimento e como ela é aplicada.

Esta metodologia justifica-se pela necessidade de compreender a importância de entender como a Matemática está envolvida nessa área da estética. Essa observação é necessária para entender que a Matemática não é um caso isolado, mas que se mantém presente em todo lugar. Por mais que essa metodologia se restringiu à análise de apenas uma área da estética, foi possível identificar a abrangência e o envolvimento da Matemática nessa área de conhecimento, podendo essa pesquisa, se ampliar a investigação de outros procedimentos na área da estética ou áreas afins.

3 Análise e Discussão dos Resultados

De acordo com HALLAWELL (2018), a distância interna do início de uma sobrancelha a outra, é proporcional a distância dos olhos, então para obter uma medida proporcional, o paquímetro deve ser posicionado entre a bolsa lacrimal de um olho ao outro, encontrando assim a medida da distância interna das sobrancelhas (Figura 2.3). Com base nessa proporção, podemos encontrar o ponto médio dividindo essa medida por dois, encontrando assim o eixo de simetria do rosto. De forma mais analítica, podemos encontrar o ponto médio pela fórmula do ponto médio (3.1).

Verifiquemos que no cálculo para encontrar o ponto médio entre as distâncias das sobrancelhas, podemos usar a fórmula referente ao ponto médio de coordenadas.

Ponto Médio:

Primeiramente vamos definir pontos de partida, no início da extremidade interna da sobrancelha direita, temos o ponto A com coordenadas (0,0). Em seguida temos o ponto B, que se refere a outra extremidade da sobrancelha (Figura 2.3), com coordenadas (3,0).

Com as coordenadas definidas, usamos a fórmula do ponto médio:

$$Pm = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) \quad (3.1)$$

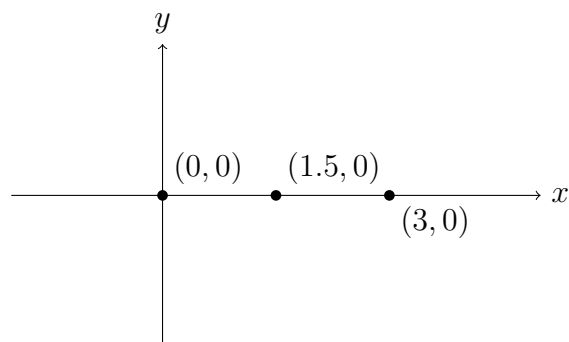
Substituindo os valores definidos nas coordenadas, temos:

$$Pm = \left(\frac{0 + 3}{2}, \frac{0 + 0}{2} \right) \quad (3.2)$$

$$Pm = \left(\frac{3}{2}, \frac{0}{2} \right) \quad (3.3)$$

$$Pm = (1.5, 0) \quad (3.4)$$

Logo, como ponto médio da distância entre a extremidade interna das sobrancelhas, temos o valor de 1,5 cm, como demonstrado na figura (2.4). Para uma representação mais específica utilizamos o plano cartesiano:

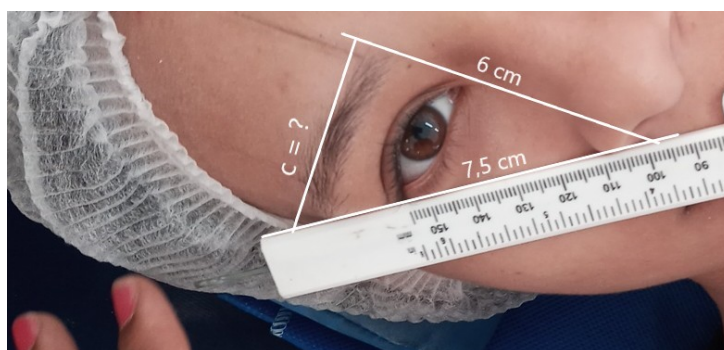


Comprimento da Sobancelha:

Na figura (2.6), para encontrar o ponto final da sobancelha, foi utilizado pontos marcante do rosto, a aluna ministrante posicionou o paquímetro de forma inclinada, passando pelo canto alto da boca, pelo nariz até a extremidade final da sobancelha, podendo assim encontrar o ponto final, com base nesse procedimento, é possível encontrar o comprimento total da sobancelha, levando em conta o ângulo entre o nariz e a extremidade externa da sobancelha, como demonstrado na figura (3.1).

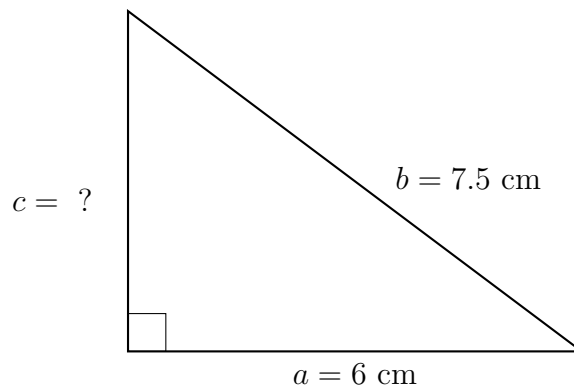
A medida referente ao início da sobancelha até a base do nariz, tem o valor de 6 cm de distância, da base do nariz até o final da sobancelha, o valor equivale a 7,5 cm e o comprimento total da sobancelha vamos definir como sendo c .

Figura 3.1 – Medidas definidas



Fonte: Autoria própria

Figura 3.2 – Teorema de Pitágoras



Fonte: Autoria própria

Para o triângulo retângulo, onde o cateto adjacente $a = 6 \text{ cm}$ e a hipotenusa $b = 7.5 \text{ cm}$, para encontrar o valor de c podemos usar o Teorema de Pitágoras (Figura 3.2):

$$b^2 = a^2 + c^2$$

Substituindo os valores definidos no teorema, temos:

$$7,5^2 = 6^2 + c^2$$

Calculando:

$$56,25 = 36 + c^2$$

$$56,25 - 36 = c^2$$

Assim, obtemos:

$$c^2 = 20,25$$

Resolvendo a raiz quadrada:

$$c = \sqrt{20,25} = 4,5 \text{ cm}$$

Portanto, o valor correspondente ao cateto oposto ao ângulo, equivale a 4.5 cm, ou seja, de acordo com o esquema adquirido, o valor do comprimento total da sobrançelha é igual à 4,5 cm. Se cada sobrançelha tem um comprimento de 4,5 cm e a distância entre elas é exatos 3 cm, então:

$$2 \cdot 4,5 + 3 = 12$$

Onde 12 equivale a distância da ponta de uma sobrançelha a outra.

Ponto Alto:

Para encontrar o ponto alto, é necessário ter em mente que existem variedades de faces, como por exemplo, mais largas, longas, etc., as medidas não são exatas, variam de acordo com cada pessoa, ou seja, não existe um padrão que se enquadra especificamente em todo ser humano.

Com uma análise, foi possível encontrar certos padrões nas medidas de quatro pessoas do curso de Matemática Licenciatura, que se propuseram a uma análise comparativa de suas medidas. Na metodologia, foi analisado que a aluna ministrante utilizou as regras padrões em suas técnicas de medidas, mas abrangendo a aplicabilidade da Matemática, é possível analisar padrões na medida do ponto alto da sobrancelha.

Com base nas proporções faciais HALLAWELL (2018), a distância interna entre as sobrancelhas, deve ser proporcional ao espaçamento entre os olhos a partir da bolsa lacrimal. Mas pela diferença de medidas faciais, esses valores podem ser ajustados.

De acordo com a regra dos terços (Figura 1.10), temos a seguinte fórmula:

$$Pa = \left(\frac{\text{Comprimento da sobrancelha} \cdot 2}{3} \right) \quad (3.5)$$

Essa fórmula consiste na ideia de que o ponto alto da sobrancelha estar localizado a dois terços do comprimento total da mesma (Figura 3.3)¹.

Com base nessa proporção de 2/3, vamos definir o ponto alto da sobrancelha, levando em conta o seu comprimento total. A imagem a seguir, demonstra como é feita essa medida, na qual consiste em dividir o comprimento total da sobrancelha em três partes iguais e depois usar dois terços dessa medida para encontrar o ponto alto da sobrancelha.

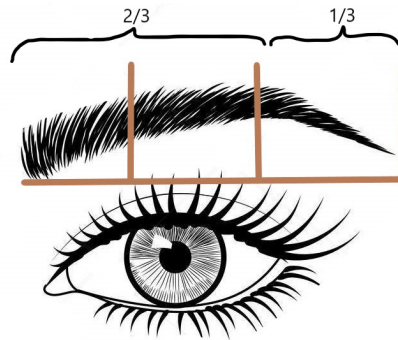


Figura 3.3 – Imagem modificada¹

Sabendo que a 1ª pessoa voluntária do curso de Matemática Licenciatura, tem uma medida de 5 cm de comprimento de sobrancelha, temos:

$$Pa = \left(\frac{5 \cdot 2}{3} \right) = \left(\frac{10}{3} \right) \cong 3cm. \quad (3.6)$$

Ou seja, o ponto alto da sobrancelha dessa pessoa, está a uma distância de 3 cm do início da sobrancelha.

¹ Disponível em: <https://st4.depositphotos.com/15414736/25699/v/1600/depositphotos256996918-stock-illustration-vector-black-white-hand-drawn.jpg>

Com base no esquema anterior, podemos analisar as medidas das outras pessoas voluntárias:

2º PESSOA:

Medidas: C(Comprimento da sobrancelha) = 5.5 cm;

Como mencionado na fórmula (3.5), levando também em consideração que o comprimento da sobrancelha da 2º pessoa é igual a 5.5 cm, temos:

$$Pa = \left(\frac{5,5 \cdot 2}{3} \right) = \left(\frac{11}{3} \right) \cong 3cm. \quad (3.7)$$

3º PESSOA:

Medidas: C(Comprimento da sobrancelha) = 4,5 cm;

Substituindo na fórmula anterior da regra dos terços, temos:

$$Pa = \left(\frac{4,5 \cdot 2}{3} \right) = \left(\frac{9}{3} \right) = 3cm. \quad (3.8)$$

Logo, a distância do ponto inicial da sobrancelha ao ponto alto (corpo da sobrancelha) equivale a 3 cm.

4º PESSOA:

Medidas: C(Comprimento da sobrancelha) = 5 cm;

Substituindo na fórmula temos:

$$Pa = \left(\frac{5 \cdot 2}{3} \right) = \left(\frac{10}{3} \right) \cong 3cm. \quad (3.9)$$

Com base nas medidas encontradas, podemos analisar que o ponto alto tem um valor de $\cong 3$ cm, tendo como referência o ponto inicial da sobrancelha, de acordo com as regras de proporção facial.

Devemos observar que essa forma de encontrar o ponto alto é a partir do ponto inicial da sobrancelha, mas existem outras formas, de acordo com os métodos estudados e praticados pelas profissionais da área.

Espessura da sobrancelha:

A sobrancelha possui espessura no seu início, ponto alto e final. Em relação a espessura da sobrancelha, devemos analisar que a sua espessura inicial é proporcional a $1/3$ da largura do nariz. Ao pegar o paquímetro e medir da asa do nariz a outra, encontramos sua largura, com base nisso, dividimos a medida encontrada em três partes iguais, logo,

cada parte vai ficar com $1/3$ da largura total, essa medida de um terço é proporcional a espessura inicial da sobrancelha, com base na regra dos terços (Figura 3.4)².

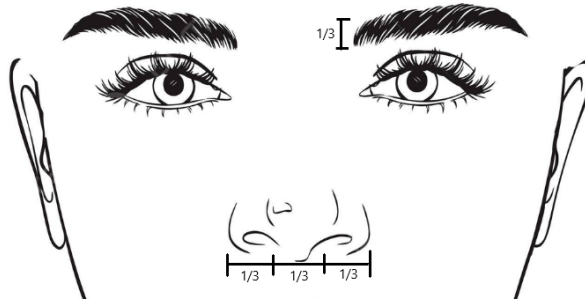


Figura 3.4 – Figura modificada²

Para comprovar essa relação, foram analisados 6 pessoas do curso de Matemática Licenciatura, na qual foi comparado a largura do nariz, com a espessura inicial da sobrancelha de cada um.

1º PESSOA:

Para a primeira pessoa foi encontrado uma medida de 3,5 cm de largura do nariz, com base na ideia descrita anteriormente, temos:

$$\left(\frac{3,5 \cdot 1}{3}\right) = \left(\frac{3,5}{3}\right) \cong 1,2cm. \quad (3.10)$$

De acordo com essa medida, a espessura inicial da sobrancelha de uma pessoa com um nariz de 3,5 cm de largura, tende a ter uma espessura de até 1,2 cm, foi tirado a medida da espessura inicial da sobrancelha dessa pessoa para verificar o valor encontrado, confirmando que a espessura do início dessa sobrancelha tem $\cong 1,2cm$.

Para encontrar a espessura do ponto alto e final, levamos em consideração ao que foi apresentado na metodologia, de acordo com as técnicas utilizadas pela aluna ministrante, para encontrar a espessura ideal desses pontos, multiplicamos a medida da altura do início da sobrancelha por $1/2$, assim encontrando a altura do ponto alto, depois multiplicamos o valor encontrado novamente por $1/2$, para definir a espessura do final da sobrancelha. Com base nisso, temos:

$$\left(\frac{1,2 \cdot 1}{2}\right) = \left(\frac{1,2}{2}\right) = 0,6cm. \quad (3.11)$$

A espessura do ponto alto dessa pessoa, deve estar em um intervalo de 0,6 cm a 1,2 cm. Agora multiplicamos o valor de 0,6 cm por $1/2$, para encontrar a espessura do final da sobrancelha.

$$\left(\frac{0,6 \cdot 1}{2}\right) = \left(\frac{0,6}{2}\right) = 0,3cm. \quad (3.12)$$

² Disponível em: https://img.freepik.com/vetores-premium/ilustracao-em-vetor-de-cabeca-de-mulher_14122-2501.jpg?w=740

Para a 1ª pessoa, a espessura do final da sobrancelha deve estar em um intervalo de 0,3 cm a 0,6 cm.

2ª PESSOA:

A segunda pessoa, tem um nariz com largura de 3 cm, da mesma forma que foi encontrado as espessuras dos pontos marcantes da sobrancelha da 1ª pessoa, também será feito nas outras pessoas analisadas. De início, pegamos o valor da largura do nariz e multiplicamos por 1/3.

$$\left(\frac{3 \cdot 1}{3}\right) = \left(\frac{3}{3}\right) = 1cm. \quad (3.13)$$

Para a espessura do ponto alto, multiplicamos o valor encontrado por 1/2:

$$\left(\frac{1 \cdot 1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right) = 0,5cm. \quad (3.14)$$

E para o final da sobrancelha, multiplicamos novamente o valor encontrado por 1/2:

$$\left(\frac{0,5 \cdot 1}{2}\right) = \left(\frac{0,5}{2}\right) = 0,25cm. \quad (3.15)$$

Assim obtemos a espessura de cada ponto marcante da sobrancelha dessa pessoa.

3ª PESSOA:

A terceira pessoa tem um nariz com largura de 4 cm, seguindo o passo a passo anterior, temos:

$$\left(\frac{4 \cdot 1}{3}\right) = \left(\frac{4}{3}\right) \cong 1,3cm. \quad (3.16)$$

Pra a espessura do ponto alto da sobrancelha:

$$\left(\frac{1,3 \cdot 1}{2}\right) = \left(\frac{1,3}{2}\right) \cong 0,7cm. \quad (3.17)$$

E por fim a espessura do final da sobrancelha:

$$\left(\frac{0,7 \cdot 1}{2}\right) = \left(\frac{0,7}{2}\right) \cong 0,4cm. \quad (3.18)$$

Concluindo as medidas da espessura dos pontos marcante dessa pessoa.

4ª PESSOA:

A quarta pessoa tem um nariz com largura de 4 cm, logo:

$$\left(\frac{4 \cdot 1}{3}\right) = \left(\frac{4}{3}\right) \cong 1,3cm. \quad (3.19)$$

Espessura do ponto alto da sobrancelha:

$$\left(\frac{1,3 \cdot 1}{2}\right) = \left(\frac{1,3}{2}\right) \cong 0,7cm. \quad (3.20)$$

Espessura do final da sobrancelha:

$$\left(\frac{0,7 \cdot 1}{2}\right) = \left(\frac{0,7}{2}\right) \cong 0,4cm. \quad (3.21)$$

5º PESSOA:

A quinta pessoa tem um nariz com largura de 4 cm, logo:

$$\left(\frac{4 \cdot 1}{3}\right) = \left(\frac{4}{3}\right) \cong 1,3cm. \quad (3.22)$$

Espessura do ponto alto da sobrancelha:

$$\left(\frac{1,3 \cdot 1}{2}\right) = \left(\frac{1,3}{2}\right) \cong 0,7cm. \quad (3.23)$$

Espessura do final da sobrancelha:

$$\left(\frac{0,7 \cdot 1}{2}\right) = \left(\frac{0,7}{2}\right) \cong 0,4cm. \quad (3.24)$$

6º PESSOA:

A sexta pessoa tem um nariz com largura de 3,5 cm, logo:

$$\left(\frac{3,5 \cdot 1}{3}\right) = \left(\frac{3,5}{3}\right) \cong 1,2cm. \quad (3.25)$$

Espessura do ponto alto da sobrancelha:

$$\left(\frac{1,2 \cdot 1}{2}\right) = \left(\frac{1,2}{2}\right) \cong 0,6cm. \quad (3.26)$$

Espessura do final da sobrancelha:

$$\left(\frac{0,6 \cdot 1}{2}\right) = \left(\frac{0,6}{2}\right) \cong 0,3cm. \quad (3.27)$$

Observa-se que os valores encontrados chegam a ser iguais ou aproximados, pode-se analisar que com a coletas desses dados, a espessura da sobrancelha em seus pontos marcantes tendem a ter variações, isso pelo fato de cada pessoa possuir suas características.

Logo, devemos concluir que não existe um padrão único para cada pessoa, ou seja, as medidas encontradas variam a partir dos pontos anatômicos de cada um, já que boa parte das medidas são feitas com base nesses pontos específicos. Desejar ter um rosto perfeito com base em um padrão específico, é meramente ilusório. A análise estética é feita de acordo com os traços da pessoa, enfatizando a sua personalidade.

4 Considerações Finais

Este trabalho de conclusão de curso teve a finalidade de investigar a aplicação da Matemática no curso técnico de estética do Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão IEMA- UNIDADE PLENA GONÇALVES DIAS, localizado no bairro de Fátima em São Luís - MA. A análise feita, foi capaz de mostrar o envolvimento da Matemática no curso de estética, contribuindo para um conhecimento mais amplo da Matemática, intensificando sua importância no mundo real.

A coleta de dados demonstraram a relação existente da simetria, proporção e a geometria na construção de uma harmonia facial, enfatizado no procedimento de design de sobrancelhas. Os dados qualitativos demonstram que as proporções faciais e a divisão do rosto em terços e quintos, ajudam na construção de uma percepção estética. Essa construção colabora na análise simétrica do rosto e mostra como isso pode impactar na percepção visual.

Entretanto, existe a importância de compreender que a estética não é somente baseada em fórmulas e cálculos, as pessoas possuem suas preferências e gostos pessoais, além de que o mundo é cheio de diversidade cultural, ou seja, dizer que existe um padrão ideal e único para cada pessoa, é errado. Com base nessa pesquisa exploratória, foi possível entender que cada pessoa possui suas características e isso influencia no processo de um design adequado para sua personalidade.

Finalizando esta pesquisa, podemos analisar que a utilização no processo de harmonização das sobrancelhas tem um envolvimento grande com a aplicação da Matemática, o foco da pesquisa foi observar as técnicas utilizadas pelas alunas do curso de estética, mas existem outros meios de fazer essas medições, com uma linha por exemplo, pegando como referência as partes do rosto, como os olhos, íris do olho, nariz e boca, e visualmente, já que em algumas pessoas os pontos marcantes, ponto alto, finais, questão de espessura, etc, são bem visíveis, essa decisão fica a gosto do profissional, de acordo com a sua experiência no mercado de trabalho de estética.

Através desta pesquisa, foi possível identificar a abrangência e o envolvimento da Matemática nessa área de conhecimento. Além disso, essa pesquisa pode ser ampliada a educação básica, como um meio de estimular o ensino aprendizagem, podendo ser inserida no livro didático, ou até mesmo em uma aula dinâmica e estimulante para o entendimento dos alunos em proporções, simetria e geometria.

Referências

- BOYER, C. B. **História da Matemática**. [S.l.]: Bluchar, 2012. ISBN 9788521206415. Citado na página 9.
- CAMPOS, J. H. de. Visagismo, dimorfismo sexual, proporção áurea e simetria como bases sólidas para alterações imagéticas. **Aesthetic Orofacial Science**, v. 02, n. 02, p. 74–90, 2021. Citado na página 23.
- DAVIS, T. A.; ALTEVOGT, R. Golden mean of the human body. **Semantic Scholar**, p. 340–344, 1979. Citado na página 18.
- HALLAWELL, P. C. **Visagismo**: harmonia e estética. [S.l.]: Senac, 2018. Citado 4 vezes nas páginas 20, 21, 22 e 24.
- HASHIM, P. W.; NIA, J. K.; TALIERCIO, M.; GOLDENBERG, G. Ideals of facial beauty. **COSMETIC DERMATOLOGY**, v. 100, n. 04, p. 222–224, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 24.
- LAUNAY, M. **A Facinante História da Matemática**: Da pré-história aos dias de hoje. [S.l.]: Bertrand Brasil, 2019. ISBN 9788528624243. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 14.
- MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. [S.l.]: Editora Atlas, 2003. ISBN 8522433976. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.
- RAMOS, M. G. O. **A Sequência de Fibonacci e o Número de Ouro**. Dissertação (Mestrado em Matemática) — Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus – BA, 2013. Citado na página 16.
- STEWART, I. **Uma História da Simetria na Matemática**. [S.l.]: Zahar, 2012. ISBN 9788537808368. Citado na página 13.
- TOFFOLI, S. F. L.; SODRÉ, U. **Alegria Matemática Aplicações das Sequências de Fibonacci**. 2020. Acesso em: 16 julho 2024. Disponível em: <https://www.uel.br/projetos/matessencial/basico/alegria/seqfib2.html>. Citado na página 15.
- VANDOREN, C. **Uma Breve História do Conhecimento**: Os principais eventos, pessoas e conquistas da história mundial. [S.l.]: Casa da Palavra, 2012. ISBN 9788577343393. Citado na página 12.