UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
Fundação Instituída nos termos da Lei 5.152 de 21/10/1966 – São Luís - MA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE MATEMÁTICA – LICENCIATURA

EMANUEL EDUARDO SANTOS CARDOSO

POSSIBILIDADES PARA O ENSINO DE FRAÇÕES A PARTIR DO TANGRAM

SÃO LUÍS- MA
2024

Emanuel Eduardo Santos Cardoso

POSSIBILIDADES PARA O ENSINO DE FRAÇÕES A PARTIR DO TANGRAM

Monografia apresentada à Coordenadoria dos cursos de Matemática, da Universidade Federal do Maranhão – UFMA, como um dos requisitos para obtenção de grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof. Drª Kayla Rocha Braga.

SÃO LUÍS- MA
2024

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Diretoria Integrada de Bibliotecas/UFMA

Cardoso, Emanuel Eduardo Santos.
Possibilidades para o ensino de Frações a partir do Tangram / Emanuel Eduardo Santos Cardoso. - 2024.
41 p.

Orientador(a): Kayla Rocha Braga.
Monografia (Graduação) - Curso de Matemática, Universidade Federal do Maranhão, São Luís - Ma, 2024.

1. Tangram. 2. Fração. 3. Sequência Didática. 4. . 5. . I. Braga, Kayla Rocha. II. Título.

EMANUEL EDUARDO SANTOS CARDOSO

POSSIBILIDADES PARA O ENSINO DE FRAÇÕES A PARTIR DO TANGRAM

Monografia apresentada à Coordenadoria dos cursos de Matemática, da Universidade Federal do Maranhão – UFMA, como um dos requisitos para obtenção de grau de Licenciado em Matemática.

Trabalho APROVADO, São luís – MA, 20/09/2024

Prof.ª Dr.ª Kayla Rocha Braga
DEMAT/UFMA
Orientadora

Prof. Me. Fabiano Pablo Lisboa Pereira
BICT/UFMA
Primeiro Examinador

Prof.ª Dr.ª Maria do Carmo Alves da Cruz
DEEI/UFMA
Segunda Examinadora

Dedico este trabalho aos meus pais, Lilian e Eduardo, que são para mim as maiores referências de seres humanos.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço aos meus pais, pelo suporte, confiança e dedicação investidos em mim.

À Daniella, minha namorada, por estar ao meu lado desde o começo desta jornada acadêmica e por todo o apoio e incentivo nos momentos mais desafiadores.

Aos meus colegas de curso pela parceria, troca de conhecimentos e apoio mútuo ao longo do curso.

À professora Kayla Rocha Braga pela paciência e orientação, sempre oferecendo apoio e direcionamentos essenciais para a conclusão desta pesquisa.

Ao coordenador dos cursos de Matemática Cléber Araújo Cavalcanti, agradeço por todo o suporte na resolução de pendências acadêmicas, e pela atenção que sempre disponibilizou.

À Universidade Federal do Maranhão e aos professores do Departamento de Matemática que sempre proporcionaram um ensino de alta qualidade.

Agradeço também aos meus gatos, Naruto e Frederico, que já partiram, e ao B-mo, por sempre me oferecerem conforto e alívio nos momentos difíceis.

"Dificuldades preparam pessoas comuns para destinos extraordinários."

Clive Staples Lewis

RESUMO

Este trabalho objetivou analisar as contribuições do Tangram no processo de aprendizado de conceitos fracionários como adição, equivalência, simplificação e decomposição de figuras. Para isso, utilizou-se a abordagem metodológica quali-quantitativa. A pesquisa foi realizada em uma Unidade de Ensino Básico localizada no município de São Luís, no estado do Maranhão e contou com a participação de 22 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, onde foi aplicado uma sequência didática estruturada em cinco etapas e que contou com uma duração total de dois horários escolares. A primeira etapa consistiu em uma breve apresentação sobre a origem do Tangram e as lendas que norteiam sua origem, além da apresentação de sete suas peças. A segunda etapa consistiu em mostrar, geometricamente, a construção do Tangram por meio de dobraduras (*Kirigami*), evidenciando as frações correspondentes a cada peça do Tangram e ressaltando conceitos como numerador e denominador. A terceira etapa consistiu em uma reflexão em conjunto com os alunos sobre como a combinação de certas peças do Tangram podem formar as demais peças. A quarta etapa consistiu em momento lúdico de manipulação tátil das peças. E por fim, na quinta etapa foi aplicada uma Atividade com o objetivo de avaliar o impacto no aprendizado dos alunos. A coleta dos dados foi realizada através de observações e interações com os alunos durante todas as etapas. Também fez parte do processo da coleta de dados a Atividade aplicada durante a quinta etapa. Das considerações finais, consideramos positivamente o seu uso, pois não somente promoveu o envolvimento dos alunos, como também facilitou a visualização prática dos conceitos de frações.

Palavras-chave: Tangram; Fração; Sequência Didática.

ABSTRACT

This study aimed to analyze the contributions of Tangram in the learning process of fractional concepts such as addition, equivalence, simplification, and decomposition of figures. A qualitative-quantitative methodological approach was used. The research was conducted in a Basic Education School located in São Luís, Maranhão, and involved 22 students from the 6th grade of Middle School. A didactic sequence, structured in five stages and lasting a total of two school periods, was implemented. The first stage involved a brief presentation on the origin of Tangram and the legends surrounding its creation, as well as an introduction to its seven pieces. In the second stage, the geometric construction of Tangram was showed through paper folding (*Kirigami*). This stage highlighted the fractions that correspond to each piece and emphasized concepts such as numerator and denominator. The third stage included a group discussion with the students on how combining certain Tangram pieces could form the other pieces. The fourth stage was a playful tactile interaction with the pieces. Finally, the fifth stage involved an activity designed to assess the impact on the students' learning. The data collection was carried out through observations and interactions with the students during all stages, with the activity applied in the fifth stage also being part of the data collection process. In the final considerations, we assessed its use positively, as it not only promoted student engagement but also made it easier to visualize the practical concepts of fractions.

Keywords: Tangram; Fraction; Didatic Sequence.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

No ensino de frações, um dos principais desafios enfrentados pelos professores é proporcionar aos alunos uma compreensão que vá além das noções superficiais apresentadas nos livros didáticos e superar as dificuldades conceituais geralmente encontradas.

Dessa forma, surge a problemática: "É possível melhorar a compreensão dos conceitos de frações utilizando o Tangram como ferramenta didática?"

É nesse contexto que o Tangram se destaca, oferecendo uma abordagem visual e prática que pode auxiliar os alunos a superar essas dificuldades e a desenvolver uma melhor compreensão dos conceitos de frações.

Tendo em vista essa problemática, esta pesquisa teve como objetivo geral analisar as contribuições do Tangram no processo de aprendizado de conceitos fracionários como adição, equivalência, simplificação e decomposição de figuras.

Os objetivos específicos buscaram verificar a compreensão dos alunos a partir da relação entre determinadas peças e como essas peças se relacionam entre si para formar o todo; verificar a compreensão dos alunos em identificar e representar frações de um todo; reconhecer a habilidade dos alunos em somar frações de diferentes peças do Tangram e identificar a fração correta que representa a adição de determinadas peças; e por último, identificar a compreensão dos alunos acerca de equivalência de frações através da combinação (adição de frações) de peças do Tangram.

Para o desenvolvimento desta pesquisa, empregou-se uma abordagem metodológica de cunho quali-quantitativa. Foi realizada uma sequência didática com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola localizada em São Luís - Maranhão. Essa sequência didática foi estruturada em cinco etapas, que serão apresentadas posteriormente. Ao final dessa sequência, também foi aplicada uma Atividade com os alunos, a fim de avaliar o aprendizado.

Com o intuito de alcançar os objetivos acima citados, esta pesquisa foi dividida em sete capítulos.

No primeiro capitulo apresenta-se a introdução, destacando-se a problemática; a justificativa; o objetivo geral e os objetivos específicos; a metodologia adotada para o desenvolvimento desta pesquisa; e por fim, a descrição da estrutura de capítulos desta pesquisa.

No segundo capítulo, apresenta-se a origem do Tangram, bem como apresenta-se suas sete peças e as regras que norteiam a montagem de figuras a partir desse quebra-cabeças. Além disso, apresenta-se as duas lendas mais populares acerca do seu surgimento. Em seguida, finalizando o capítulo, apresentam-se algumas variações de Tangram.

No terceiro capítulo, apresenta-se a construção das peças do Tangram Tradicional através da aplicação de conceitos geométricos fundamentais e do uso de dobraduras.

No quarto capítulo, aborda-se a utilização do Tangram no aprendizado de frações, apresentando-o como material manipulável.

No quinto capítulo, detalha-se a metodologia desta pesquisa. Neste capítulo, descreve-se os momentos da aplicação da Atividade aplicada com os alunos

No sexto capítulo, apresenta-se a análise dos dados obtidos a partir das respostas dos alunos às cinco questões propostas na Atividade (ver anexo 1). Além disso, a análise de cada questão é acompanhada de um gráfico para auxiliar na visualização dos dados obtidos.

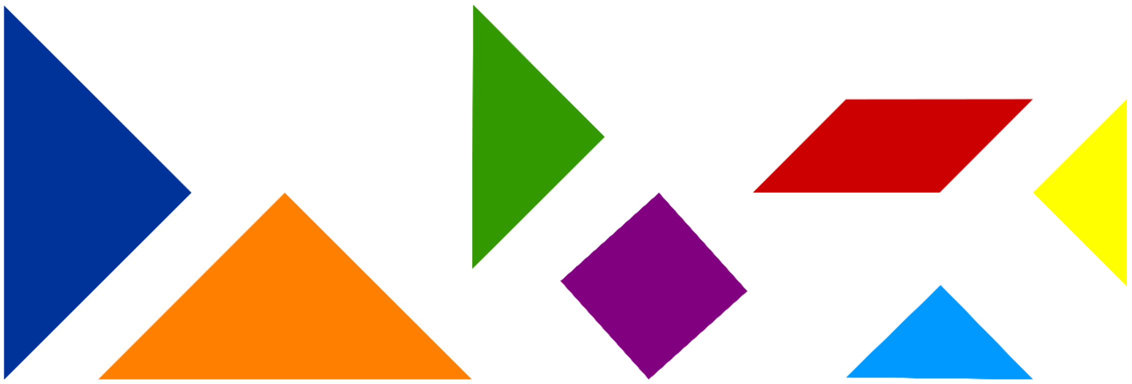
No sétimo capítulo, apresentam-se as considerações finais desta pesquisa. Em seguida, apresenta-se as referências utilizadas como apoio para o desenvolvimento desta pesquisa.

Por fim, apresenta-se na seção anexo a Atividade desenvolvida e aplicada com os alunos para o desenvolvimento desta pesquisa.

2 O TANGRAM, SUA ORIGEM E SUAS VARIAÇÕES

O Tangram é um quebra-cabeças geométrico milenar chinês composto por sete peças chamadas de “tans”. Cada uma de suas peças é um polígono formado pela divisão de um quadrado. Essas peças consistem em dois triângulos isósceles maiores, dois triângulos isósceles menores, um triângulo isósceles médio, um quadrado e um paralelogramo.

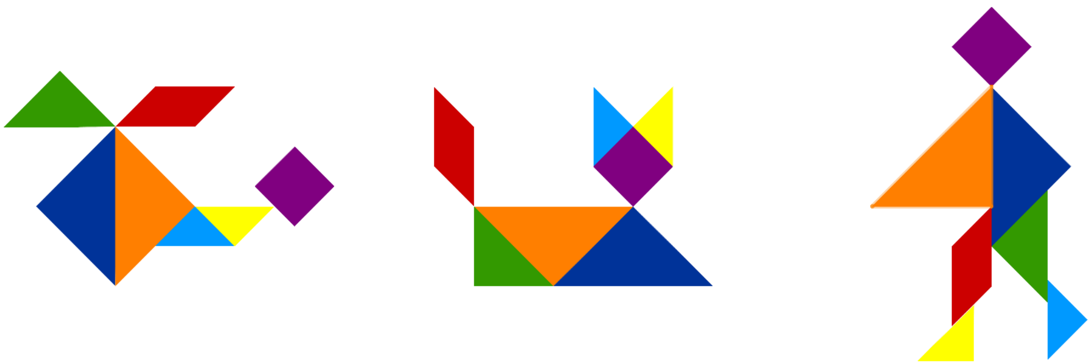
Figura 1 - Peças do Tangram



Fonte: Autoria Própria.

Ao rearranjar suas sete peças, é possível formar cerca de 1700 figuras diferentes, desde formas geométricas até representação de objetos, animais, plantas ou pessoas. Para tanto, existem algumas regras a serem seguidas. As peças devem ser posicionadas de forma que nenhuma delas sobreponha outra peça, e todas as sete peças devem ser utilizadas para formar a figura. (SOUZA *et al.*, 2006).

Figura 2 - Figuras formadas pelo Tangram



Fonte: Autoria Própria.

Existem muitas lendas acerca do surgimento do Tangram, no entanto, duas delas são as mais conhecidas.

A primeira lenda conta que um mensageiro deveria entregar uma placa quadrada de jade a um imperador, entretanto, durante o seu trajeto, a placa caiu e quebrou-se em sete pedaços. Desesperado para recompor a placa em sua forma original, o mensageiro juntou as sete peças em centenas de formas diferentes, formando assim novas figuras a cada tentativa. Por fim, conseguindo refazer o quadrado (BRASIL, 2001).

A segunda lenda conta que ao fazer uma viagem, um discípulo recebeu um espelho quadrado de seu mestre, para que pudesse registrar tudo o que visse durante a sua viagem. Entretanto, ao indagar a seu mestre como seria possível fazer o que lhe foi pedido apenas com um espelho, o espelho caiu de sua mão e quebrou-se em sete pedaços. Dessa forma, ele poderia construir figuras utilizando as peças para mostrar a seu mestre o que visse durante a sua viagem. (MARTINS; MARQUES; RAMOS, 2015).

Em ambas as lendas os sete pedaços, geometricamente perfeitos, seriam o que conhecemos hoje como Tangram.

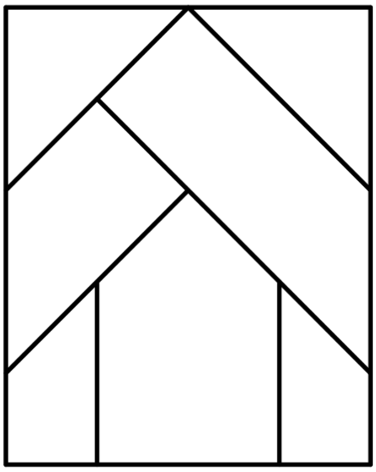
Figura 3 - Tangram

Fonte: Autoria Própria.

Embora esta pesquisa esteja concentrada no Tangram tradicional chinês, é relevante mencionar que existem outras variações de Tangram que podem ser explorados. Algumas apresentam diferentes números de peças e diferentes formatos, oferecendo assim uma maior possibilidade de desafios.

Uma dessas variações é o Tangram Retangular (ver figura 4), que é formado por sete peças. Essas peças consistem em dois triângulos isósceles, dois trapézios retângulo menores, um trapézio retângulo médio, um trapézio retângulo maior e um pentágono irregular.

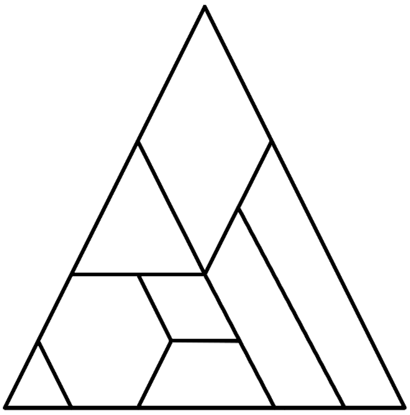
Figura 4 - Tangram Retangular



Fonte: Autoria Própria.

Outra variação é o Tangram Triangular (ver figura 5). Composto por 8 peças que formam um triângulo equilátero. Essas peças consistem em um trapézio isósceles maior, um trapézio isósceles médio, um trapézio isósceles menor, um triângulo equilátero menor, um triângulo equilátero maior, um hexágono regular, um losango, um paralelogramo.

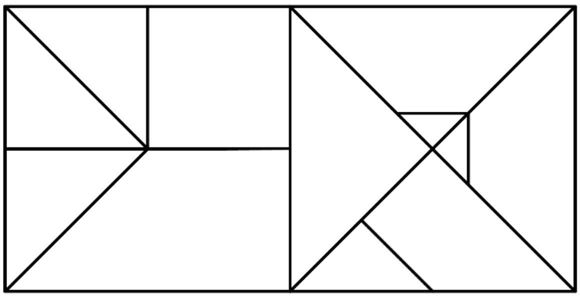
Figura 5 - Tangram Triangular



Fonte: Autoria Própria.

Composto por doze peças, o Tangram Russo (ver figura 6) possui um formato retangular. Suas peças incluem sete triângulos equiláteros em quatro tamanhos diferentes, dois trapézios retângulo, dois trapézios isósceles e um quadrado.

Figura 6 - Tangram Russo



Fonte: Autoria Própria.

Existem ainda outras variações de Tangram além das mencionadas, sendo a tradicional chinesa a mais difundida. Cada variação oferece uma perspectiva a diferentes contextos educacionais, enriquecendo as possibilidades de exploração e aprendizado.

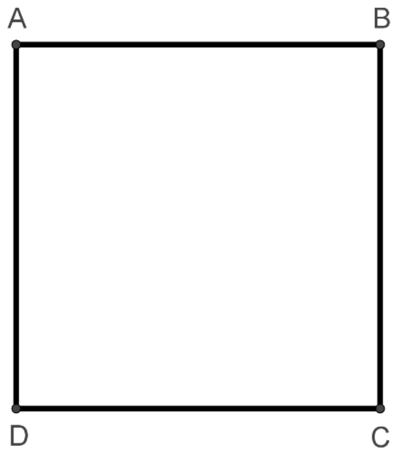
3 CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA DO TANGRAM POR MEIO DE DOBRADURAS

O processo de construção das peças do Tangram envolve a aplicação de conceitos geométricos fundamentais, os quais são empregados por meio de dobraduras ou riscos e cortes em uma superfície quadrada. O material utilizado nesse processo pode variar, podendo ser papel, cartolina, EVA, madeira, entre outros. Cada material oferece uma experiência tátil e visual diferente, podendo ser adaptado à realidade da escola onde será aplicado, de modo a atender às necessidades específicas dos alunos e recursos disponíveis.

Nesta pesquisa, descrevemos geometricamente como obter as sete peças do Tangram Tradicional a partir de dobraduras (*Kirigami*) e recortes em uma folha de papel quadrada. De acordo com Rêgo *et al.* (2003), o *Kirigami* é uma variação da tradicional arte japonesa de dobraduras em papel conhecida como *Origami*. No entanto, diferentemente do *Origami*, no *Kirigami* é permitido que haja recortes no papel que será trabalhado.

Para iniciar o processo de construção, consideraremos um quadrado com vértices nomeados em sentido horário como ABCD, como mostra a figura a seguir (Figura 7). A partir dessa configuração, prosseguiremos para as dobraduras em *Kirigami* e os cortes necessários para obter todas as peças.

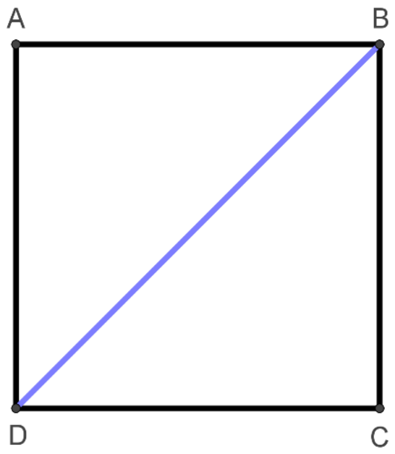
Figura 7 - Configuração inicial



Fonte: Autoria Própria.

Na Etapa 1, os vértices A e C deverão ser unidos, formando assim a diagonal BD. Logo em seguida, a folha deverá ser aberta, notando-se a marcação da diagonal BD.

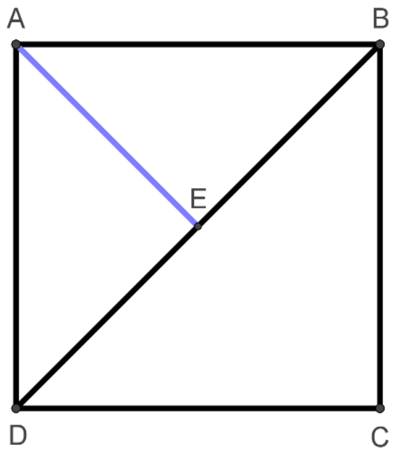
Figura 8 - Etapa 1



Fonte: Autoria Própria.

Na Etapa 2, o ponto médio E da diagonal BD deverá ser encontrado. Logo, com a folha ainda aberta do passo anterior, e com o auxílio do vértice B sobre o vértice D, encontraremos o ponto E. Um vinco deverá ser feito do ponto E ao vértice A, formando assim o segmento AE. Neste passo, é possível notar os dois triângulos isósceles maiores que compõem o Tangram.

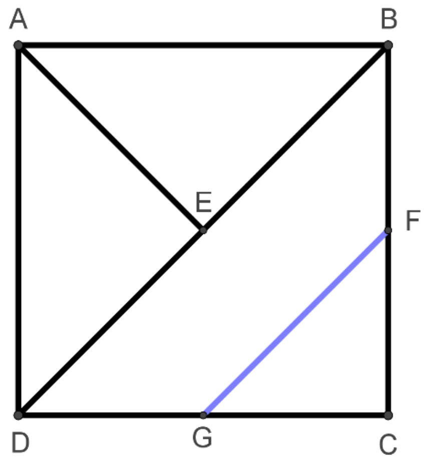
Figura 9 - Etapa 2



Fonte: Autoria Própria.

Na Etapa 3, encontraremos o segmento FG. Para isso, levaremos o vértice C de encontro ao ponto médio E. Um vinco deverá ser feito para marcar esse segmento. Neste passo, é possível notar o triângulo isósceles médio que compõe o Tangram.

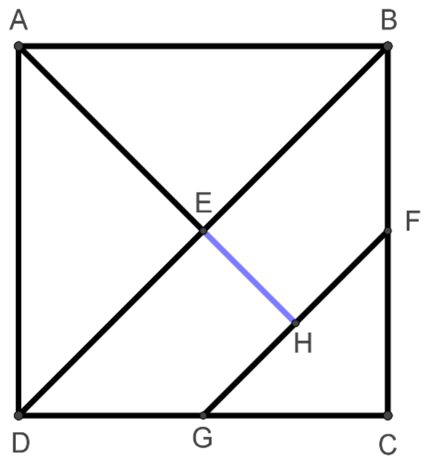
Figura 10 - Etapa 3



Fonte: Autoria Própria.

Na Etapa 4, com auxílio do vértice D sobre o vértice B, encontraremos o segmento EH, tomando cuidado para não ultrapassar o segmento FG. Um vinco deverá ser feito para marcar o segmento EH.

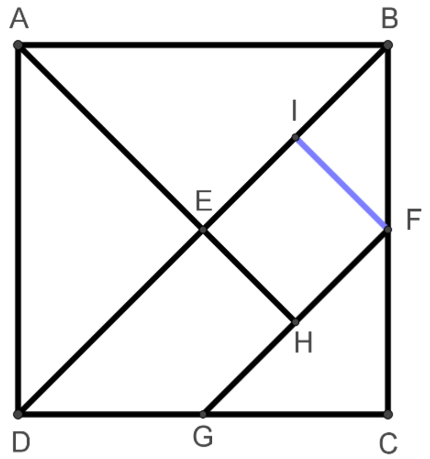
Figura 11 - Etapa 4



Fonte: Autoria Própria.

Na Etapa 5, com auxílio do vértice B sobre o ponto médio E, encontraremos o ponto médio I. Um vinco deverá ser feito para marcar o segmento FI. Neste passo, é possível notar o quadrado e um dos triângulos isósceles menores que compõe o Tangram.

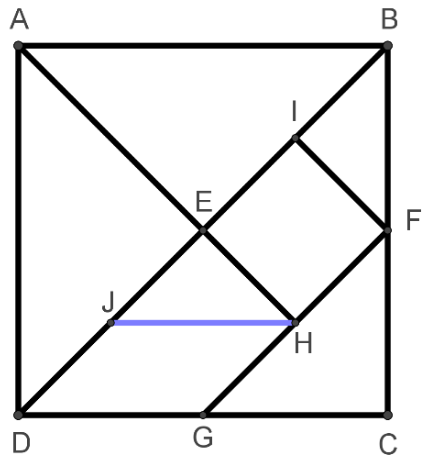
Figura 12 - Etapa 5



Fonte: Autoria Própria.

Na Etapa 6, com auxílio do ponto G sobre o ponto médio E, encontraremos o segmento JH, tomando cuidado para não ultrapassar os segmentos FG e ED. Um vinco deverá ser feito para marcar o segmento JH. Neste passo, é possível notar o paralelogramo e um dos triângulos isósceles menores que compõe o Tangram.

Figura 13 - Etapa 6



Fonte: Autoria Própria.

Ao finalizarmos a etapa de dobraduras, seguimos com o processo de recorte. Dessa forma, obtemos as sete peças que compõem o Tangram Tradicional.

Ademais, outros procedimentos podem também ser seguidos para obter as peças. A forma aqui descrita representa uma das muitas maneiras possíveis para montar esse quebra-cabeças.

4 O TANGRAM NO APRENDIZADO DE FRAÇÕES

Ao observarmos o Tangram, a primeira ideia que surge é o estudo de Geometria Plana. Com esse quebra-cabeças, podemos explorar a classificação de formas geométricas, e conceitos como áreas, perímetros, ângulos e congruências. No entanto, nesta pesquisa, abordamos o uso do Tangram como material manipulável voltado para o aprendizado de frações, tratando exclusivamente da adição, equivalência, simplificação e decomposição de figuras, e em como esse quebra-cabeças pode facilitar a compreensão desses conceitos fracionários.

Um dos maiores desafios no ensino de frações é proporcionar aos alunos uma compreensão robusta que supere a superficialidade e as dificuldades conceituais que são frequentemente associadas a esse tema.

Conforme destacado por Bertoni, as frações

> [...] têm sido um dos temas mais difíceis no ensino fundamental. Avaliações e pesquisas atestam o baixo rendimento dos alunos no assunto. Nos últimos anos, as pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem desse tema têm detectado inúmeros problemas e levantado hipóteses, que, entretanto, não abrangem a totalidade da problemática, nem são conclusivas. (BERTONI, 2009, p. 16)

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017), o estudo de números racionais, sendo as primeiras noções sobre frações, inicia-se a nos anos iniciais. Durante esse período, há a transição de estudo para além dos números naturais, o que pode ser particularmente desafiador para os alunos, uma vez que, segundo os Parâmetros Nacionais Curriculares – PCNs (BRASIL, 1998, p. 101), "a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com ideias construídas para os números naturais".

Ainda de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais,

> Embora as representações fracionárias e decimais dos números racionais sejam conteúdos desenvolvidos nos ciclos iniciais, o que se constata é que os alunos chegam ao terceiro ciclo sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número e tampouco os procedimentos de cálculo. (BRASIL, 1998, p. 100)

Essa dificuldade é reflexo de uma abordagem que, muitas vezes, não consegue consolidar o entendimento pleno dos conceitos de frações. Isso se agrava quando o conteúdo não é contextualizado de forma adequada, resultando em uma lacuna significativa no aprendizado. A falta de vivências concretas com frações no dia a dia, aliada à maneira como o tema é apresentado, contribui para que os estudantes desenvolvam uma percepção limitada do assunto, levando à confusão e à rejeição diante de problemas que envolvem frações. (CAMPOS *et al.*, 2001 *apud* SOUZA, 2013).

Em sintonia, Smole e Diniz (2016, p. 24), afirmam que "o ensino tem sido responsabilizado por esse fracasso, especialmente por se ater a representações de frações na forma de retângulos e círculos em textos didáticos que associam aos desenhos a escrita da fração, sem qualquer contexto de significados para a criança."

Essa lacuna no aprendizado evidencia a necessidade de estratégias pedagógicas mais eficazes para garantir que os alunos não apenas memorizem, mas que compreendam os conceitos relacionados a frações.

Dessa forma, materiais manipuláveis[1] podem desempenhar um papel fundamental na construção desse entendimento.

> Os materiais didáticos manipuláveis (MD) constituem um importante recurso didático a serviço do professor em sala de aula. Estes materiais podem tornar as aulas de matemática mais dinâmicas e compreensíveis, uma vez que permitem a aproximação da teoria matemática da constatação na prática, por meio da ação manipulativa. (RODRIGUES; GARIZE, 2012, p. 188)

Nessa perspectiva, o Tangram surge como uma alternativa que pode contribuir para tornar as aulas de Matemática mais dinâmicas e atrativas aos olhos dos alunos.

> A construção de conhecimentos a partir de estratégias lúdicas com o uso do Tangram vem de encontro às necessidades dos alunos [...] em desenvolver a transição do conhecimento construído de forma concreta até chegar à abstração, desenvolvendo ao mesmo tempo requisitos para a construção de conhecimentos posteriores. (FORNARI, 2014, p. 2)

Ao manipular as peças do Tangram, os alunos tem a oportunidade de visualizar como as peças e suas respectivas frações se relacionam entre si e com o todo, aprimorando sua compreensão sobre esses conceitos. Além disso, conforme destacado por Rodrigues (2016, p. 3), esse quebra-cabeças “contribui para assimilação do conhecimento teórico mais significativo e desenvolve no estudante o raciocínio, a criatividade e várias outras habilidades”.

E por sua natureza acessível, o Tangram pode ser facilmente construído pelos alunos. Ao participar ativamente da construção das peças, os alunos podem visualizar como o todo

[1] Definição de materiais manipuláveis de acordo com Reys (1971) citado por Passos (2006, p.78): “objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que têm aplicação no dia-a-dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia. [...] Os materiais manipuláveis são caracterizados pelo envolvimento físico dos alunos numa situação de aprendizagem ativa.”

pode ser dividido em partes, uma vez que eles próprios são responsáveis por cortar e montar as peças que compõem o Tangram. Indo além do aprendizado sobre frações, os alunos também visualizam na prática como conceitos geométricos se aplicam na montagem das peças.

> A construção de material didático, muitas vezes, é uma oportunidade de aprendizagem. Em sala de aula, é preciso oferecer inúmeras e adequadas oportunidades para que as crianças experimentem, observem, criem, reflitam e verbalizem. As atividades devem ser escolhidas considerando não somente o interesse das crianças, mas também suas necessidades e o estágio de desenvolvimento cognitivo em que se encontram. (LORENZATO, 2008, p. 20)

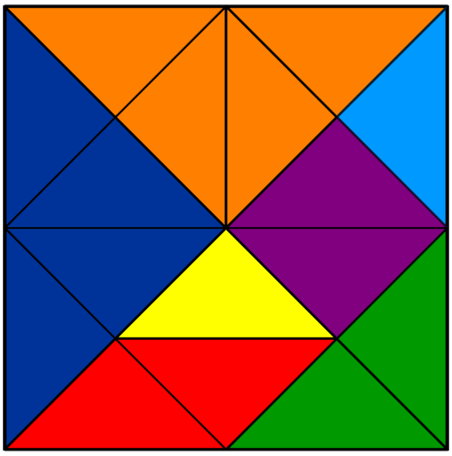
Nesse contexto, Rodrigues e Gazire (2012, p. 192) reforçam que, “para que o professor garanta maior aprendizado por parte do aluno é importante que este participe da construção do material manipulável”.

5 METODOLOGIA

Esta pesquisa foi desenvolvida sob uma abordagem metodológica de cunho quali-quantitativo. A análise qualitativa envolveu a interpretação das observações feitas em sala de aula, enquanto a análise quantitativa envolveu a interpretação dos resultados obtidos na Atividade aplicada (Apêndice A). Esse tipo de abordagem segundo Knechtel (2014, p. 106), “[...] interpreta as informações quantitativas por meio de símbolos numéricos e os dados qualitativos mediante a observação, a interação participativa e a interpretação do discurso dos sujeitos (semântica)”.

A abordagem adotada para o ensino de frações por meio do Tangram consistiu na divisão do quebra-cabeças em 16 triângulos menores, onde o triângulo menor é representado pela menor peça do Tangram. Essa divisão permitiu ilustrar de maneira clara a relação entre as partes e o todo, facilitando a compreensão dos conceitos acerca de decomposição de figuras, bem como a compreensão também de soma, equivalência e simplificação de frações.

Figura 14 - Divisão do Tangram em 16 triângulos menores (peça)



Fonte: Autoria Própria.

Para o desenvolvimento desta pesquisa, foi proposto a aplicação de uma sequência didática que foi estruturada em cinco etapas e teve uma duração total de dois horários escolares, sendo finalizada com a aplicação de uma Atividade (Apêndice A). Segundo definido por Oliveira (2013, p. 39), esse conjunto de etapas interligadas “prescinde de um planejamento para delimitação de cada etapa e/ou atividade para trabalhar os conteúdos disciplinares de forma mais integrada para uma melhor dinâmica no processo ensino/aprendizagem”. Esse processo ocorreu em uma Unidade de Ensino Básico localizada no município de São Luís, no estado do Maranhão e contou com a participação de 22 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental.

Para garantir a participação ativa dos alunos, foram confeccionados 24 quebra-cabeças em papel colorido que foram distribuídos durante a aplicação da sequência didática, permitindo que os alunos tivessem a oportunidade de manipular e explorar as peças por conta própria. No entanto, com o intuito de incentivar a colaboração entre os alunos, a princípio apenas 11 quebra-cabeças foram distribuídos, pois a turma foi separada em duplas. Posteriormente, os demais quebra-cabeças foram entregues.

Figura 15 - Alguns dos materiais utilizados

Fonte: Autoria Própria.

Dos demais materiais utilizados durante a sequência didática, constam o Tangram construído através de técnicas de dobraduras e que foi utilizado pelo pesquisador para apresentar e discutir acerca do tema proposto. Também constaram impressões coloridas com algumas figuras que podem ser formadas utilizando o Tangram.

A coleta de dados foi realizada através de observações em sala de aula, bem como das interações com os alunos durante as construções das figuras com os quebra-cabeças e da Atividade aplicada (Apêndice A).

Para documentar todo o processo de aplicação, foram realizados registros fotográficos e o arquivamento da Atividade respondida pelos alunos.

A seguir, descreve-se detalhadamente cada uma das etapas da sequência didática aplicada:

A primeira etapa desta sequência didática consistiu em uma breve apresentação sobre a origem do Tangram. Logo em seguida, foi apresentado o Tangram e suas sete peças para os alunos participantes, destacando a nomenclatura de cada uma delas. Nesta etapa, incluiu-se também a apresentação das duas lendas mais populares associadas ao surgimento deste quebra-cabeças. Essa etapa teve como intuito captar o interesse dos alunos e promover uma compreensão inicial acerca do Tangram.

Figura 16 - Apresentação do Tangram

Fonte: Autoria Própria.

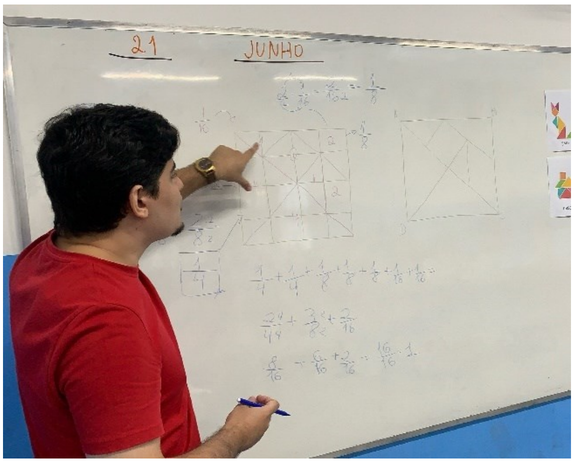
A segunda etapa consistiu em mostrar, geometricamente, a construção do Tangram por meio de dobraduras, conforme descrito no Capítulo 3. Durante esta etapa, foram explicitadas as frações correspondentes a cada peça do Tangram à medida em que foram construídas, ressaltando conceitos como numerador e denominador. Essa etapa fez-se necessária para que os alunos visualizassem a relação entre a decomposição e a composição de peças do Tangram, associando como cada peça do Tangram representa uma fração especifica do todo (quadrado original).

Figura 17 - Apresentação da construção geométrica

Fonte: Autoria Própria.

Ainda na segunda etapa, foi mostrado que o Tangram completo pode ser decomposto em 16 triângulos menores, ilustrando como essas frações se relacionam com o todo. Também foi mostrado aos alunos como a adição das frações de todas as peças do Tangram é igual ao todo (quadrado original completo).

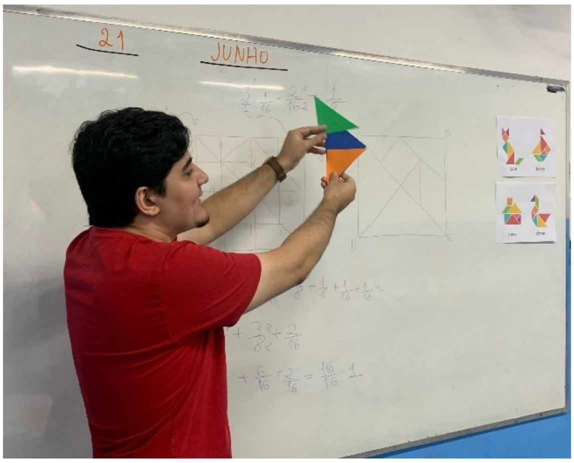
Figura 18 - Apresentação da decomposição



Fonte: Autoria Própria.

Na terceira etapa, realizou-se uma reflexão conjunta com os alunos sobre quais peças poderiam ser utilizadas e combinadas para formar as diferentes peças do Tangram. Nesta etapa mostrou-se que o triângulo isósceles médio, o quadrado e o paralelogramo poderiam ser formados utilizando as duas peças dos triângulos isósceles menores combinadas em diferentes posições.

Figura 19 - Combinação das peças



Fonte: Autoria Própria.

Na quarta etapa, foi preparado um momento lúdico de manipulação tátil das peças. Os alunos foram, então, separados em duplas para receberem o Tangram. Durante esta etapa, os alunos foram incentivados a explorar as peças e a montar algumas das figuras que foram mostradas, observando a adição de frações e suas equivalências. Preparando-os assim para a aplicação do que foi aprendido na resolução da Atividade da etapa subsequente.

Figura 20 - Alunos manipulando peças de Tangram

Fonte: Autoria Própria.

Esta etapa teve como intuito incentiva-los a colaborarem e discutirem suas ideias com seus pares, promovendo um ambiente de aprendizado participativo. No que concerne a colaboração entre alunos, Vygotsky (1989) citado por Damiani (2008) argumenta que atividades realizadas dessa forma proporcionam grandes benefícios que não estão disponíveis em ambientes de aprendizado individualizado.

Sob essa perspectiva, Coll Salvador (1994, p. 78) aponta que "esta interação incide de forma decisiva sobre aspectos tais como o processo de socialização em geral, a aquisição de aptidões e de habilidades [...]".

Após esse momento de familiarização com as peças, seguiu-se para a última etapa desta sequência didática. Nesta quinta e última etapa, foi solicitado aos alunos que resolvessem individualmente uma Atividade (Apêndice A). Essa Atividade consistiu na resolução de 5 questões e foi projetada para verificar a compreensão, do assunto proposto, adquirida nas etapas anteriores. No decorrer desta etapa, os alunos puderam utilizar os quebra-cabeças previamente recebidos como apoio na resolução das questões.

Os dados coletados durante as etapas foram analisados qualitativamente e quantitativamente, considerando o desempenho dos alunos durante a aplicação da sequência didática e da Atividade, e serão apresentados e discutidos em detalhes no próximo capítulo.

6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Para a elaboração das questões da Atividade aplicada, considerou-se o objetivo de conhecimento sobre frações do 6º ano do Ensino Fundamental, conforme presente na unidade temática "números" da BNCC. Esse objetivo abrange (BRASIL, 2017, p. 300) "Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações". Além disso, foram levadas em conta as habilidades estabelecidas também pela BNCC, como (BRASIL, 2017, p. 301) "Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes" e "Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária". Portanto, a atividade foi estruturada para alinhar-se a esses objetivos e habilidades.

No entanto, a Atividade focou-se nos conceitos fracionários propostos no tema desta pesquisa, cujo foram: adição, equivalência, simplificação e decomposição de figuras.

No que diz respeito a análise dos resultados segue-se.

A primeira questão da Atividade (ver gráfico 1) apresentou a decomposição do Tangram como foco, visto que a decomposição de formas é essencial para entender sobre frações.

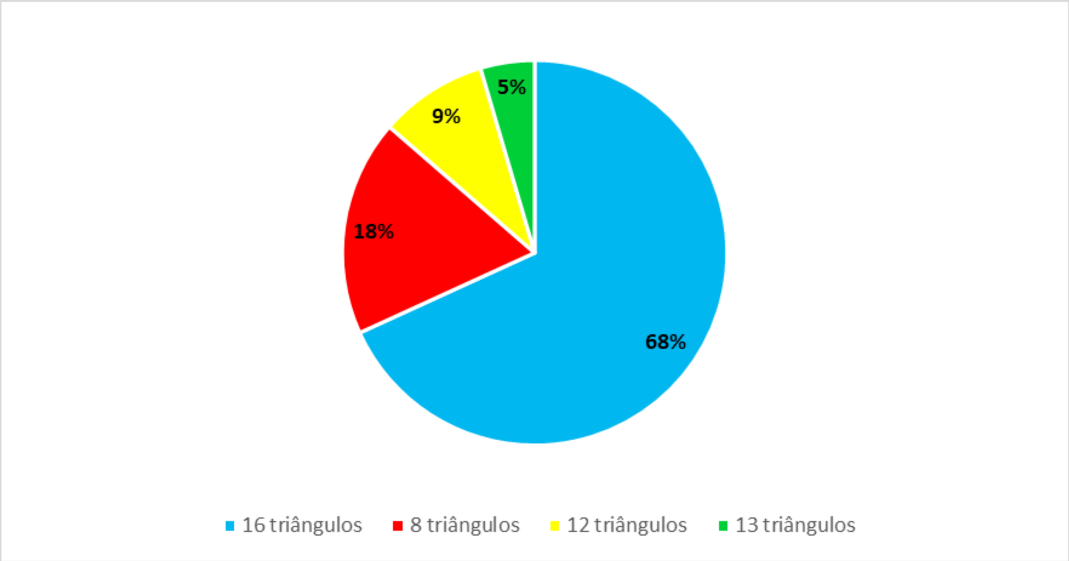
Ao questionar quantas peças precisaríamos para montar o Tangram em sua forma original, buscou-se avaliar a compreensão dos alunos a partir da relação entre os triângulos menores e como essas peças se relacionam entre si para formar o todo.

Dentre os 22 alunos que participaram desta pesquisa, a maioria (15) conseguiu identificar corretamente que o Tangram tradicional pode ser decomposto em 16 peças do triângulo menor, caso fosse construído apenas dessa peça em específico.

Os demais alunos (7) escolheram alternativas diversas da alternativa correta. Esse resultado indica que aproximadamente 32% dos alunos apresenta uma menor compreensão em relação à visualização da decomposição solicitada na questão.

A correta identificação de que o Tangram pode ser decomposto em 16 triângulos menores indica que aproximadamente 68% dos alunos compreenderam a noção de frações como partes iguais de um todo, onde cada triângulo menor representa uma fração do Tangram completo.

Gráfico 1 - Se o Tangram fosse feito apenas de triângulos (considere o triângulo menor), quantas peças precisaríamos para montar o Tangram em sua forma original?



Fonte: Autoria Própria.

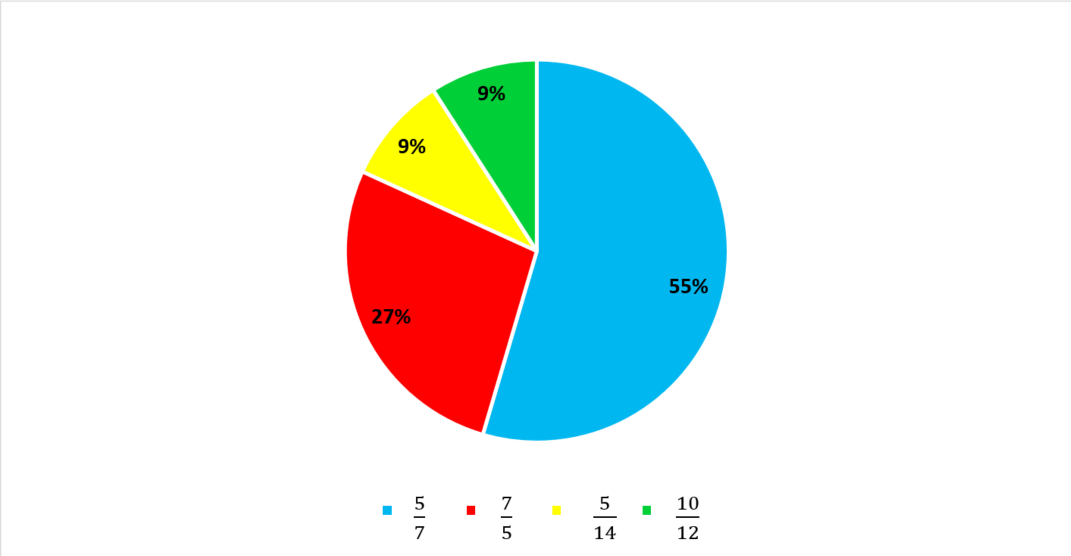
Na segunda questão (ver gráfico 2) da Atividade, ao questionar qual fração João utilizou ao usar 5 das 7 peças para formar uma figura, visou-se verificar a compreensão dos alunos em identificar e representar frações de um todo.

Dentre os 22 alunos, a maioria (12) identificou como alternativa correta que a fração do Tangram utilizado por João é $\frac{5}{7}$. Esse resultado pode sugerir uma compreensão adequada da fração solicitada e da relação parte-todo. Entretanto, pudemos perceber também que, apesar de possuírem o Tangram em mãos durante a realização da Atividade, 10 alunos escolheram alternativas diversas da alternativa correta. Esse resultado indica que aproximadamente 46% dos alunos apresentaram uma menor compreensão em relação à visualização e representação da fração solicitada na questão.

Ademais, é relevante observar também que a "alta taxa" de escolha da alternativa $\frac{7}{5}$ pode sugerir uma confusão ou inversão dos conceitos de numerador e denominador.

Essa questão destacou a importância da compreensão clara do papel do numerador e do denominador em uma fração. A correta identificação de que João utilizou $\frac{5}{7}$ do Tangram pode sugerir que os alunos entenderam a noção de frações como partes de um todo.

Gráfico 2 - João tem um Tangram e utilizou 5 dentre todas as peças para formar uma figura. Qual fração do Tangram João usou?



Fonte: Autoria Própria.

Na terceira questão (ver gráfico 3), buscou-se avaliar a habilidade dos alunos em somar frações de diferentes peças do Tangram e identificar a fração correta que representa a adição de dois triângulos menores e um paralelogramo.

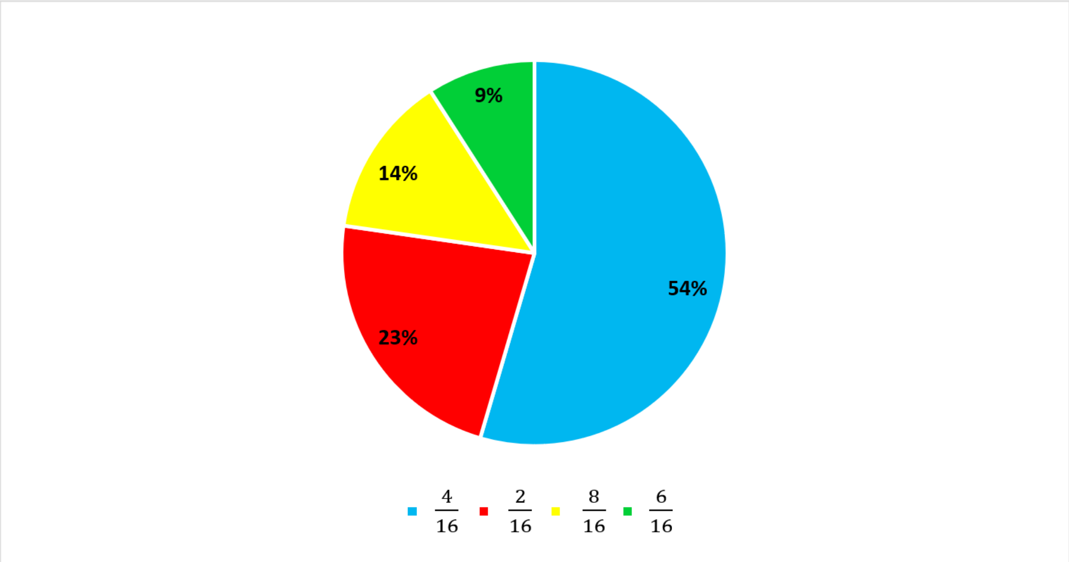
Dentre os 22 alunos, 12 alunos (aproximadamente 54%) conseguiram identificar corretamente que a adição das peças em questão representa $\frac{4}{16}$ do Tangram, o que indica uma compreensão adequada acerca do conteúdo proposto. Os demais alunos (10) escolheram alternativas diversas da correta.

Esse resultado mostra que, embora metade dos alunos tenha identificado corretamente a fração solicitada, um número considerável de alunos apresentou dificuldades ao realizar a adição de frações entre as peças do Tangram solicitadas na questão.

Essa questão pode indicar que a adição de frações, especialmente a que envolve a combinação de peças com formatos diferentes (triângulo e paralelogramo), é um conceito mais desafiador para os alunos do que as questões anteriores.

Enquanto as primeiras questões focaram em decomposição de formas e identificação e representação de frações entre as peças do Tangram, esta questão exigiu que os alunos realizassem a adição para obter a fração correspondente à combinação das peças indicadas.

Gráfico 3 - Considerando que um triângulo menor representa $\frac{1}{16}$ do Tangram, ao somar dois desses triângulos menores e um paralelogramo, qual das seguintes frações obteremos?



Fonte: Autoria Própria.

Na quarta questão (ver gráfico 4) buscou-se avaliar a compreensão dos alunos acerca de equivalência de frações através da combinação (adição de frações) de peças do Tangram que representam $\frac{1}{2}$ do todo. Além disso, foi introduzida uma complexidade adicional ao exigir a simplificação da fração resultante.

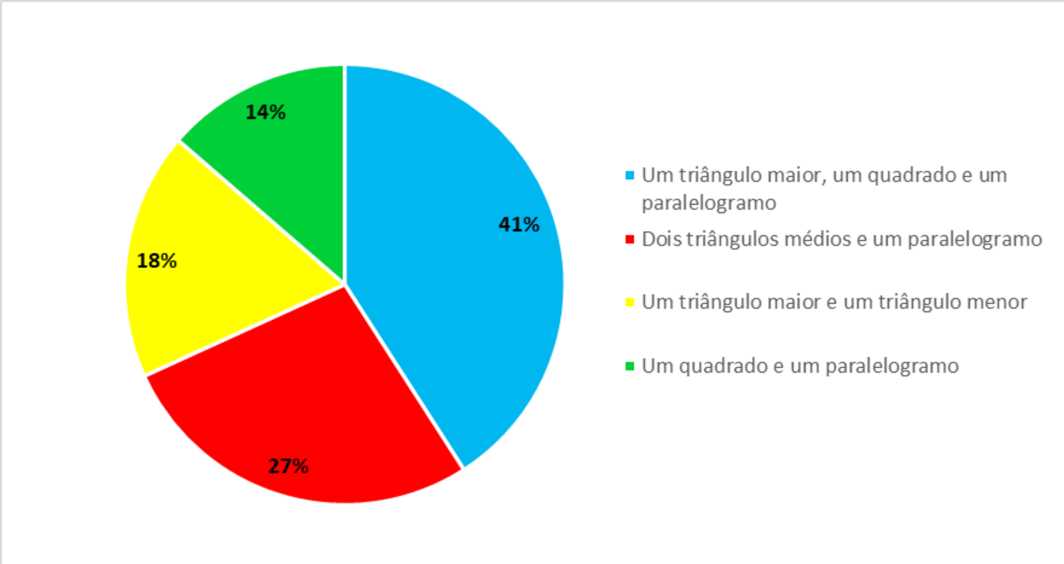
Dentre os 22 alunos, menos da metade (9) conseguiu identificar corretamente que a combinação das peças triângulo maior, quadrado e paralelogramo são equivalentes a $\frac{1}{2}$ do Tangram. Os demais alunos (13) escolheram alternativas diversas da correta.

Para a resolução desta questão, o raciocínio apresentado durante a segunda etapa da sequência didática poderia ser utilizado, mas não sendo a única forma de resolução para a questão. Durante a etapa mencionada, foi mostrado aos alunos que o Tangram completo pode ser decomposto em 16 triângulos menores, com cada triângulo menor representando $\frac{1}{16}$ do todo. Dessa forma, os alunos precisariam identificar que a combinação correta de peças deveria totalizar 8 triângulos menores, ou seja $\frac{8}{16}$, o que representa metade do Tangram completo. Ainda, essa questão exigia, pela forma disposta em seu enunciado, que os alunos reconhecessem, através da simplificação, que $\frac{8}{16}$ é uma fração equivalente a $\frac{1}{2}$.

Uma outra alternativa de resolução, também tendo o raciocínio apresentado durante a segunda etapa da sequência didática, seria através da visualização das peças sobrepostas, ambas as resoluções acompanhadas com a posterior simplificação do resultado encontrado.

A redução de acertos em comparação com a questão anterior pode sugerir que os alunos tiveram dificuldade na etapa de simplificar a fração. Na resolução da questão, ao chegarem à fração $\frac{8}{16}$, eles precisariam identificar que essa fração pode ser simplificada para $\frac{1}{2}$.

Gráfico 4 - Qual das seguintes combinações de peças representa $\frac{1}{2}$ do Tangram?



Fonte: Autoria Própria.

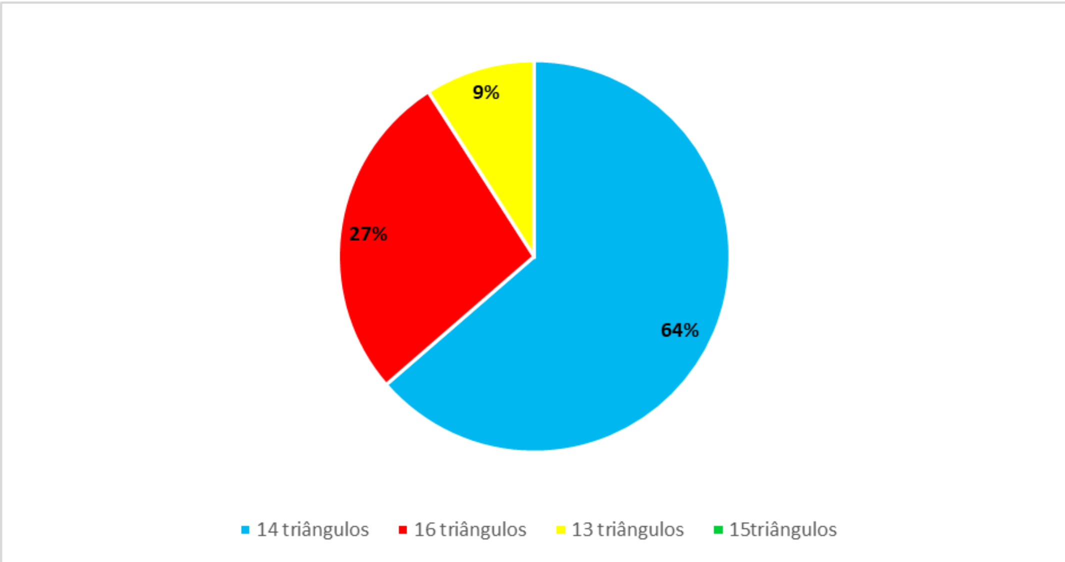
Na quinta e última questão (ver gráfico 5), foi solicitado aos alunos que utilizassem o triângulo menor do Tangram como unidade de medida para determinar quantos seriam necessários para recobrir a figura apresentada na questão (uma vela). A figura foi composta por 6 das 7 peças do Tangram, exceto o quadrado (peça), e a resolução da questão dependia da observação e da contagem das peças utilizadas na figura.

Dentre os 22 alunos, 14 conseguiram identificar corretamente que para recobrir a figura seriam necessários 14 triângulos menores. Os demais alunos (8) escolheram alternativas diversas da correta, cabendo ressaltar que nenhum aluno escolheu a alternativa d), que indicava 15 triângulos menores sendo utilizados.

Por outro lado, 6 alunos selecionaram a alternativa a) 16, o que pode indicar uma confusão ao considerar todas as peças do Tangram, incluindo o quadrado, mesmo que ele não estivesse presente na figura.

Essa questão destacou a importância de os alunos visualizarem corretamente a figura ao realizarem a contagem com a unidade de medida preestabelecida. O fato de uma maioria significativa ter escolhido a alternativa correta pode indicar que a relação entre fração e a unidade de medida foi bem compreendida.

Gráfico 5 - Usando o triângulo menor do Tangram como unidade de medida. Quantos são necessários para recobrir a seguinte figura?



Fonte: Autoria Própria.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com os dados obtidos através das respostas dos alunos na Atividade aplicada em sala de aula, foi possível observar que boa parte dos alunos conseguiu compreender os conceitos fracionários propostos ao utilizarem o Tangram como material manipulável.

Entretanto, identificou-se a necessidade de uma revisão acerca de adição de frações e uma revisão ainda mais detalhada acerca de equivalência e simplificação de frações, uma vez que alguns alunos demonstraram uma maior dificuldade nessa área de aprendizado, a fim de consolidar os conhecimentos e minimizar as dificuldades observadas.

Ademais, a interação tátil com as peças permitiu que os alunos participantes desta pesquisa observassem as frações de maneira mais concreta e significativa em comparação com a simples observação de figuras em livros didáticos. A manipulação direta das peças facilitou a compreensão dos conceitos abstratos propostos, tornando o aprendizado de frações mais intuitivo e acessível.

E apesar de o contato com o Tangram ter durado apenas dois horários escolares, foi possível perceber o interesse por parte dos alunos em entender a matemática envolvida no uso do Tangram. Muitos se mostraram surpresos ao descobrir que, através de um jogo de quebra-cabeça seria possível estudar diversos conceitos matemáticos, incluindo frações. Esse interesse reforça o potencial que esse material manipulável apresenta como recurso pedagógico no aprendizado matemático.

Como sugestão para aplicação dessa sequência didática em sala de aula, indica-se que o professor, caso seja possível (devido a questão de tempo) ou pertinente (em função da inserção do conteúdo de geometria), guie os alunos na construção do Tangram, conforme descrito no Capítulo 3. Essa abordagem prática pode reforçar ainda mais o aprendizado e facilitar a compreensão dos conceitos de frações.

Tendo em vista todos os aspectos discutidos nesta pesquisa, o uso do Tangram como material manipulativo demonstrou ser uma ferramenta lúdica eficaz, ainda que alguns alunos tenham demonstrado dificuldades em determinados conceitos.

Portanto, consideramos positivamente o seu uso, pois não somente promoveu o envolvimento dos alunos, como também facilitou a visualização prática dos conceitos de frações.

REFERÊNCIAS

BERTONI, N. E. **PEDAGOGIA EDUCAÇÃO E LINGUAGEM MATEMÁTICA IV:** FRAÇÕES E NÚMEROS FRACIONÁRIOS. 1 ed. Brasília: Universidade de Brasília, 2009. 95p.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica, Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão; Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC/SEB, 2017. 595p

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental; Programa de Educação de Jovens e Adultos. **Viver, Aprender:** Educação de Jovens e Adultos. Brasília: MEC/SEF, 2001. 186p. v.3.

COLL SALVADOR, C. **Aprendizagem escolar e construção do conhecimento.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1994. 240p.

DAMIANI, M. F. Entendendo o trabalho colaborativo em educação e revelando seus benefícios. **Educar em Revista,** Curitiba, Editora UFPR, n. 31, p.213-230, 2008. Disponível em:< https://doi.org/10.1590/S0104-40602008000100013>. Acesso em: 23 mar. 2024.

FORNARI, E. L. S. O USO DO TANGRAM NO ENSINO DE FRAÇÕES EM TURMAS DE 6º ANO. *In*: **OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE NA PERSPECTIVA DO PROFESSOR PDE:** Produções Didático-Pedagógicas. Paraná, 2014. 25p. v.2.

KNECHTEL, M. R. **Metodologia da pesquisa em educação:** uma abordagem teórico-prática dialogada. Curitiba: Intersaberes, 2014. 200p.

LORENZATO, S. **Educação infantil e percepção matemática.** 2 ed. Campinas: Autores Associados, 2008. 202p.

MARTINS, A.; MARQUES, G.; RAMOS, J. **O Ensino da Geometria por meio do Tangram no 9º ano do Ensino Fundamental.** 2015. 45f. Trabalho de conclusão de curso – (Graduação em Licenciatura Plena em Matemática) – Universidade Federal do Amapá.

OLIVEIRA, M. M. **Sequência didática interativa no processo de formação de professores.** Petrópolis: Vozes, 2013.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. *In*: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores.** Campinas: Autores Associados, 2006. p. 77-92.

RÊGO, R. G.; RÊGO, R. M.; GAUDÊNCIO, S. J. **A Geometria do Origami:** atividades de ensino através de dobraduras. João Pessoa: Editora Universitária UFPB, 2003. 148p.

RODRIGUES, F. C.; GAZIRE, E. S. **Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática:** da ação experimental à reflexão. Revista Eletrônica de Educação Matemática, v.7, 2012, p.187-196.

RODRIGUES, L. C. **Tangram:** um recurso proposto para o ensino dos conceitos de área e fração no 7º ano do ensino fundamental. 2016. 34f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. O. **Materiais manipulativos para o ensino de frações e números decimais.** 1 ed. Porto Alegre: Penso, 2016. 160p.

SOUZA, A. T. S. ABORDAGEM DO CONCEITO DE FRAÇÃO: UMA ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS. *In*: **XI Encontro Nacional de Educação Matemática,** 2013, Paraná. Anais eletrônicos... Paraná: Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2013. V.1. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/files/XIENEM/pdf/1065_1835_ID.pdf>. Acesso em: 03 set. 2024.

SOUZA, E. R.; DINIZ, M. I. S. V.; PAULO, R. M.; OCHI, F. H. **A Matemática das sete peças do Tangram.** 1 ed. São Paulo: CAEM/IME USP, 2006. 102p.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Atividade

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

Fundação Instituída nos termos da Lei 5.152 de 21/10/1966 – São Luís - MA

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

CURSO DE MATEMÁTICA – LICENCIATURA

Atividade - Ensino Fundamental

Instruções:

Utilize as peças do Tangram como apoio para responder as questões abaixo.
Marque a(s) alternativa(s) que você considera correta.

1- Se o Tangram fosse feito apenas de triângulos (considere o triângulo menor), quantas peças precisaríamos para montar o Tangram em sua forma original?

a) 12

b) 16

c) 8

d) 13

2- João tem um Tangram e utilizou 5 dentre todas as peças para formar uma figura. Qual fração do Tangram João usou?

a) $\frac{7}{5}$

b) $\frac{5}{14}$

c) $\frac{10}{12}$

d) $\frac{5}{7}$

3- Considerando que um triângulo menor representa $\frac{1}{16}$ do Tangram, ao somar dois desses triângulos menores e um paralelogramo, qual das seguintes frações obteremos?

a) $\frac{8}{16}$

b) $\frac{4}{16}$

c) $\frac{2}{16}$

d) $\frac{6}{16}$

4- Qual das seguintes combinações de peças representa $\frac{1}{2}$ do Tangram?

a) Um triângulo maior e um triângulo menor

b) Um triângulo maior, um quadrado e um paralelogramo

c) Um quadrado e um paralelogramo

d) Dois triângulos médios e um paralelogramo

5- Usando o triângulo menor do Tangram como unidade de medida. Quantos são necessários para recobrir a seguinte figura?

a) 16

b) 13

c) 14

d) 15

Obrigado pela participação!