UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
Fundação Instituída nos termos da Lei 5.152 de 21/10/1966 - São Luís - MA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE MATEMÁTICA - Licenciatura

GABRIEL KAWAN MENDES

ENSINO DE PROGRESSÕES: uma proposta por meio de resolução de problemas em modelagem matemática

São Luís - MA
2024

GABRIEL KAWAN MENDES [1]

ENSINO DE PROGRESSÕES: uma proposta por meio de resolução de problemas em modelagem matemática

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenadoria dos Cursos de Matemática, da Universidade Federal do Maranhão, como requisito para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Curso de Matemática - Licenciatura Plena

Universidade Federal do Maranhão - UFMA

Orientador: Prof. Dr. Elivaldo Rodrigues Macedo

São Luís - MA

2024

[1]https://orcid.org/0000-0003-3765-1707

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Diretoria Integrada de Bibliotecas/UFMA

Mendes, Gabriel Kawan.
Ensino de Progressões : uma proposta por meio de resolução de problemas em modelagem matemática / Gabriel Kawan Mendes. - 2024.
50 f.

Orientador(a): Elivaldo Rodrigues Macedo.
Curso de Matemática, Universidade Federal do Maranhão, São Luís - Ma, 2024.

1. Ensino de Progressões. 2. Resolução de Problemas. 3. Modelagem Matemática. 4. . 5. . I. Macedo, Elivaldo Rodrigues. II. Título.

GABRIEL KAWAN MENDES

ENSINO DE PROGRESSÕES: uma proposta por meio de resolução de problemas em modelagem matemática

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenadoria dos Cursos de Matemática, da Universidade Federal do Maranhão, como requisito para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Trabalho APROVADO. São Luís - MA, 19/09/2024.

Prof. Dr. Elivaldo Rodrigues Macedo
DEMAT/UFMA
Orientador

Prof.a Dr. Valeska Martins de Souza
DEMAT/UFMA
Primeira Examinadora

Prof. Dr. Antonio José da Silva
DEMAT/UFMA
Segundo Examinador

À Minha Querida Família: Avó, Mãe,
Irmão, Irmã e Sobrinha.

Agradecimentos

Agradeço a DEUS, pela Fé, Graça e Amor; por direcionar pessoas competentes, atenciosas e amigáveis comigo.

À minha Avó, e a minha Mãe, por cada gota de suor derramado que possibilitaram na minha formação e bem mais que isso. Aos meus Avós paterno, por serem pessoas de garra e inspiração em meio as dificuldades.

Ao meu Irmão e minha Irmã pelo apoio e alegria nos momentos difíceis. Coleciono muitas lembranças boas com vocês.

Ao meu Orientador Dr. Elivaldo Rodrigues Macedo, UFMA, por acreditar e confiar na realização desta pesquisa, e aos examinadores; pelos seus conselhos, apoios e correções dadas.

Gratidão a Prof.a Cristiane Cristina S. da Silva, COLUN/UFMA, por permitir aplicação do projeto em seu espaço de sala de aula.

Aos meus amigos de Curso, em especial, Juan Penha e Lailla Judith.

Aos meus Tios e todos aqueles que ajudaram a remover os obstáculos que enfrentei nesta minha jornada.

Meus sinceros agradecimentos àqueles que contribuíram com amor, ânimo e conselhos durante a construção de cada etapa desta pesquisa.

“Tudo o que fizer, faça de todo o coração
como para o Senhor, e não aos homens”

Colossenses 3:23

RESUMO

Observa-se no dia a dia diferentes situações que possuem padrões e regularidades, seja elas numéricas ou não. Portanto, identificar regularidades permite analisar e entender o mundo e suas características. Dessa forma, o ensino de progressões é fundamental para o desenvolvimento de indivíduos capazes de observar a realidade por meio de padrões. Considerando a relevância da aprendizagem do conteúdo de progressões, analisa-se as contribuições das metodologias de resolução de problemas e da modelagem matemática no ensino de progressões. Logo, o objetivo é apresentar uma proposta de ensino de progressões por meio de resolução de problemas em modelagem matemática. A metologia escolhida segue a pesquisa bibliográfica, descritiva e quali-quantitativa. Seguindo com os procedimentos da pesquisa por meio de um estudo de campo. Os resultados gerados apontam que a modelagem matemática possibilitou a elaboração de situações-problemas relevantes e práticos para aplicação em sala de aula. A resolução de problemas permitiu que os alunos pudessem raciocinar e discutir formas de solucionar os problemas apresentados, contribuindo na aplicação do conteúdo estudado e o movimento interativo entre acertos, erros e orientações de dúvidas. Com isso, percebeu-se que os alunos tiveram uma aprendizagem significativa ao apresentar um domínio sobre o conteúdo abordado após aplicação da pesquisa. Além disso, notou-se que nas escolas públicas o ensino de progressões na educação básica e nos livros didáticos não tem sido explorado com um olhar de relevância.

Palavras chave: Ensino de Progressões. Resolução de Problemas. Modelagem Matemática.

ABSTRACT

Different situations are observed on a daily basis that have patterns and regularities, whether numerical or not. Therefore, identifying regularities allows you to analyze and understand the world and its characteristics. Therefore, teaching progressions is fundamental for the development of individuals capable of observing reality through patterns. Considering the relevance of learning the content of progressions, the contributions of problem-solving methodologies and mathematical modeling in teaching progressions are analyzed. Therefore, the objective is to present a proposal for teaching progressions through problem solving in mathematical modeling. The chosen methodology follows bibliographic, descriptive and qualitative-quantitative research. Continuing with the research procedures through a field study. The results generated indicate that mathematical modeling made it possible to create relevant and practical problem situations for application in the classroom. Problem solving allowed students to reason and discuss ways to solve the problems presented, contributing to the application of the content studied and the interactive movement between successes, errors and guidance on doubts. With this, it was noticed that the students had significant learning by presenting a mastery of the content covered after applying the research. Furthermore, it was noted that in public schools the teaching of progressions in basic education and in textbooks has not been explored with a view to relevance.

Keywords: Teaching Progressions. Problem Solving. Mathematical Modeling.

Lista de Figuras

Sumário

INTRODUÇÃO

Observamos no cotidiano a representação de padrões, regularidades e de sequência. Por exemplo, algumas regularidades não numéricas relacionadas a cores, formas e dados, seja ao visualizar uma pintura, obras de artes ou a ordem dos meses.

No âmbito das regularidades numéricas, isto é, daquilo que podemos estabelecer uma construção com dados quantitativos e sequenciado de uma informação, temos como exemplo a passagem de um cometa próximo da Terra a cada tantos anos, a distância das sementes plantadas no solo, a proporcionalidade da cocha do caracol e entre outros.

Identificar regularidades no dia a dia permite compreender a formação do mundo e suas características. Nesse sentido que o ensino de progressões se torna fundamental para o desenvolvimento de indivíduos capazes de analisar a realidade ao observar a existência de padrões.

O ensino baseado em resolução de problemas, modelagem matemática e outras metodologias ativas têm sido bastante difundidas na educação matemática (BASSANEZI, 2002). Com isso, observa-se a necessidade de avaliar as limitações e os potenciais dessas metodologias no processo de ensino-aprendizagem, tais quais suas contribuições.

Questionamos se a resolução de problemas em modelagem matemática contribui de maneira positiva no ensino de progressões. Assim, temos por objetivo apresentar uma proposta de ensino de progressões por meio de resoluções de problemas em modelagem matemática. Para isso, propõe-se destacar a modelagem matemática para a formulação de situações-problemas; e identificar a resolução de problemas como fator contribuinte para aprendizagem do conteúdo de progressões.

Para a dissertação deste trabalho, utilizamos como metodologia a pesquisa bibliográfica para o embasamento teórico apresentado. A pesquisa descritiva com objetivo de explanar os dados gerados, e quali-quantitativa para interpretação dos dados obtidos. Como procedimento da pesquisa, realizamos um estudo de campo com o objetivo de comparar a teoria com a prática, a fim de validar as hipóteses e expectativas de resultados.

Os resultados gerados apontam que a modelagem matemática possibilitou a elaboração de situações-problemas relevantes e práticos para aplicação em sala de aula. A resolução de problemas permitiu que os alunos pudessem raciocinar e discutir formas de solucionar os problemas apresentados, contribuindo na aplicação do conteúdo estudado e o movimento interativo entre acertos, erros e orientações de dúvidas.

Portanto, a proposta de ensino de progressões por meio de resoluções de problemas em modelagem matemática no contexto educacional apresentado, demonstrou-se bastante relevante para aprendizagem do conteúdo de progressões. Dessa forma, pondo a proposta de ensino de progressões apresentada como uma possibilidade viável na educação básica.

Na primeira seção foi apresentada o conceito de modelagem matemática e a descrição da modelagem matemática para a formulação de problemas.

Na segunda seção foi discutido a resolução de problemas como método de ensino e apresentado uma sequência didática para a resolução dos problemas.

Na terceira seção foi realizada a explicação do conteúdo de progressões, com ênfase na progressão aritmética e geométrica. Além disso, foi discutido uma perspectiva crítica para o ensino desse conteúdo.

Na quarta seção foi apresentada as situações-problemas elaboradas ou selecionadas com a perspectiva da modelagem matemática, incluindo as suas respectivas soluções.

Na quinta seção foi apresentado de forma mais ampla a metodologia utilizada na pesquisa, destacando o objetivo de cada uma e os procedimentos seguidos para aplicação do projeto.

Na sexta seção foi exposto todos os resultados obtidos por meio dos questionários utilizados e feita uma breve descrição deles. Ainda mais, foi realizada em subseção com os destaques dos resultados nas quais foram relacionadas a base teórica em estudo.

Por fim, foram realizadas as considerações finais de dados e observações relevantes obtidas na pesquisa, comentando e destacando alguns posicionamentos críticos considerados positivos ou negativos sobre o trabalho.

1 MODELAGEM MATEMÁTICA

1.1 Conceituando a modelagem matemática

Conforme Burak (1992, p. 62) "a modelagem matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano". Portanto, a partir dessa metodologia se busca identificar fenômenos e situações no cotidiano para exemplificar, ou aplicar, o conhecimento matemático.

1.2 A modelagem matemática para formulação de problemas

Verifica-se nas Orientações Curriculares que "a modelagem matemática, percebida como estratégia de ensino, apresenta fortes conexões com a ideia de resolução de problemas (BRASIL, 2006, p. 84). Trata-se de uma metodologia na qual o aluno tem a oportunidade de desenvolver seus conhecimentos matemáticos que foi aprendido, ou está aprendendo, durante a resolução dos problemas propostos.

Dionísio Burak é um pesquisador que atua na Educação Matemática na qual enfatiza boa parte de suas pesquisas sobre temas voltados a Modelagem Matemática, assim como, o de ensino e aprendizagem. Embora se tenha outros autores que tratam sobre o tema Modelagem Matemática, nesta pesquisa seguiu a perspectiva de Burak para formulação de uma proposta de atividade complementar para o ensino de Progressão Aritmética e Geométrica em modelagem matemática.

Compreende-se que Burak (1992) apresenta uma proposta de desenvolvimento da modelagem matemática de fato interativa-construtiva entre professor-aluno-ambiente, apesar disso, para a finalidade que se propõe nesta pesquisa é adotada um aspecto pedagógico de ensino com a modelagem matemática, enquanto o aspecto de aprendizagem será construído com a imersão dos alunos na resolução dos problemas.

Burak apresenta uma sequência de cinco etapas que podem direcionar o professor no desenvolvimento da modelagem, ele destaca a escolha do tema; pesquisa exploratória; elaboração dos problemas; Resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; e análise crítica das soluções (BURAK; KLÜBER, 2008, p. 21). As cinco etapa citadas norteiam os seguintes processos:

> **Escolha do tema:** na primeira etapa é imprescindível escolher um tema, pois é ele que irá nortear os objetivos e a organização do professor para realizar as etapas posteriores.

Pesquisa exploratória: conhecendo o tema proposto é essencial a exploração de situações e experiências que podem servir para a modelagem matemática. Essa investigação permite expandir o âmbito escolar para uma visão do mundo, onde a matemática passa a ser observada em experiências de vida.

Elaboração dos problemas: nesse momento, após identificar as situações e experiências pertinentes ao tema, o professor irá modelar problemas que vislumbram a aplicação do conhecimento matemático visando a imersão do aluno no contexto que está sendo modelado.

Resolução dos problemas e o desenvolvimento da matemática no contexto do tema: nesse ponto, deve-se realizar a resolução dos problemas propostos por meio do conteúdo matemático escolhido, nessa etapa é identificado o conhecimento necessário e o processo a ser tomado pelo aluno para solucionar o problema. Contudo, vale destacar dois modos diferentes para abordar o conteúdo, pois é possível apresentá-lo antes de inserir as situações-problemas, ou de modo concomitante, isto é, desenvolvendo o conteúdo juntamente com a imersão nos modelos elaborados.

Análise crítica das soluções: por último, é preciso questionar sobre o processo escolhido para solucionar determinado problema, assim como, questionar o resultado obtido para o problema. Esse momento abre espaço para o compartilhamento de pensamentos entre os alunos, incentivando a análise de soluções mais práticas.

O tema escolhido foi *"Resolução de situações-problemas modelados de Progressão aritmética e geométrica"*. Nessa perspectiva, foi dada ênfase no conhecimento sobre P.A. e P.G sobre a modelagem de diferentes situações-problemas que poderão ser solucionados por meio desse conhecimento.

A pesquisa exploratória foi realizada em materiais bibliográficos que possuíam propostas pedagógicas, relatos de experiências, modelagem matemática que estavam relacionados com a resolução de problemas por meio do conhecimento de Progressão Aritmética e Geométrica.

A elaboração dos problemas foi composta em modelos de experiências diversificadas onde ao modelar cada situação-problema pudesse permitir que os alunos, além de se identificarem com a situação, pudessem se inserir como autor da solução do problema proposto. Entende-se que ao elaborar um problema se faz necessário estimular e motivar a resolução dele, isso pode ser feito ao despertar a curiosidade do aluno em encontrar a solução do problema (BIEMBENGUT, 2014).

Para a resolução dos problemas e o desenvolvimento da matemática no contexto do tema foi explorado a metodologia de Sequência Didática. Entende-se sobre Sequência Didática o conjunto de ações organizadas, estruturadas e articuladas a fim de possibilitar o processo de aprendizagem do aluno (ZABALA, 1998). No próximo tópico será discutido com mais detalhes sobre a sequência didática que será seguida para contribuir no processo de resolução dos problemas.

A análise crítica das soluções foi manifestada em questionamento tais como: Existe alguma forma para validar a solução como correta? Se retirar determinada parte no processo da solução seria possível encontrar o mesmo resultado? Foi necessário utilizar um conhecimento específico distintos de P.A. e P.G.?

2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Conforme Bassanezi (2002, p. 36) "no processo evolutivo da Educação Matemática, a inclusão de aspectos de aplicações e mais recentemente, resolução de problemas e modelagem, têm sido defendida por várias pessoas envolvidas com o ensino de matemática".

Para a formulação de problemas é essencial reconhecer e identificar os objetivos desejados. Por exemplo, existe uma diferença entre um problema do tipo "qual é a razão da sequência aritmética $S = (2, 4, 6, 8, \cdots)$" para um problema do tipo "Marcos tem guardado o dinheiro da merenda todos os dias, sabendo que o valor guardado seguia uma progressão aritmética $S = (3, 6, 9, 12, \cdots)$, quanto ele tem recebido todos os dias? Esse valor está relacionado a que elemento da progressão aritmética?".

2.1 Uma sequência didática para a resolução dos problemas

De acordo com Zabala (1998, p. 18) a Sequência Didática é "um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais". Com essa perspectiva, enfatiza-se a importância de planejar os procedimentos que guiaram no processo de aprendizagem.

Para definir o "passo-a-passo" da sequência didática é necessário realizar uma intervenção reflexiva dadas pelo planejamento, aplicação e avaliação. A partir dessa tríade, o professor consegue melhorar a sequência didática escolhida, o que possibilita se aproximar ainda mais de seus objetivos de ensino-aprendizagem.

O planejamento serve para identificar detalhes e evitar eventualidades ao analisar, por exemplo, o tempo necessário, os recursos, metodologias, imprevistos, e entre outros; a aplicação é o momento para materializar ideias, pondo-as em prática; a avaliação permite melhorar os processos considerados negativos, assim como, dar ênfase aos processos positivos (CABRAL, 2017).

A sequência didática idealizada para aplicação da resolução dos problemas em sala de aula foi estruturada em cinco etapas, ela segue uma ordem cronológica de ações na qual foi definida e comentada a respeito do objetivo, sendo:

> **Etapa 1 – Explicação do conteúdo:** Tem como objetivo ensinar os conteúdos necessários que possibilitem a resolução dos problemas que foram modelados e que serão apresentados.

Etapa 2 – Apresentação do problema modelado: O objetivo é introduzir o problema modelado ao aluno, por exemplo, numa lista contextualizada ou numa conversa. Propõe-se a leitura em conjunto com os alunos, mas sem dar dicas ou guiar os passos da solução, permitido que eles busquem autonomia para solucionar o problema.

Etapa 3 – Momento para resolução do problema: Tem como objetivo estipular um tempo para que o aluno possa pensar, fazer e determinar um método de solução do problema a fim de obter um resultado.

Etapa 4 – Discussão das soluções e orientações: Tem como objetivo realizar uma discussão das soluções encontradas entre os alunos, identificando as soluções e os processos convergentes e divergentes entre si. Nesse momento, o professor poderá orientar com informações para solução do problema.

Etapa 5 – Validação dos resultados e o método de solução do problema: O objetivo é informar as soluções dos alunos que chegaram ao resultado correto e justificar os motivos, ou possibilidade, que puderam levar uma solução incorreta. Além disso, deve-se apresentar e explicar um método de solução.

Essas cinco etapas são um conjunto de intervenções que deverão ser seguidos pelo professor cuja finalidade é possibilitar aprendizagem dos alunos, essas etapas seguem uma ideia de conexões que devem ser devidamente articuladas entre si, assim o desenvolvimento de cada parte consolida o conjunto (CABRAL, 2017).

3 ENSINO DE PROGRESSÕES

3.1 Uma Introdução à Sequência Numérica

Uma sequência é a sucessão de elementos que possui uma ordem, a relação de ordem é uma função que possui como domínio o conjunto dos números naturais e que corresponde aos elementos que formam a sequência. Portanto, pode-se determinar como uma relação dada por uma função $f : n \to f(n) = a_n$, em que $n \in \mathbb{N}^*$ e a_n é o termo geral da sequência, isto é, o *n-ésimo* termo (GUIDORIZZI, 1988).

Numa sequência $S = (a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n)$ se identifica três características importantes que contribui na análise dela, têm-se que $(a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n)$ são os elementos da sequência, os números $(1, 2, 3, \cdots, n)$ representam valores ordinais de cada elemento (primeiro, segundo, etc) e, por fim, o a_n representa o termo geral da sequência que, por sua vez, é a lei de formação ou poderá definir o último termo.

Vejamos como exemplo uma sequência S cujo o termo geral $a_n = 2n$, temos que o primeiro elemento $a_1 = 2 \cdot 1 = 2$, o segundo elemento $a_2 = 2 \cdot 2 = 4$, e $a_3 = 2 \cdot 3 = 6$, assim sucessivamente, consegue-se construir a sequência $S = (2, 4, 6, \cdots, 2n)$. Quando se pergunta "qual é o elemento do termo a_5?", deseja-se identificar qual o elemento ocupa a quinta posição na sequência em estudo.

É perceptível que é cansativo e, em alguns casos, até impossível escrever todos os elementos de uma sequência. Por conta disso é que a todo tempo se busca identificar padrões nas sequências e formas de atribuir uma lei de formação que represente ela.

3.2 Progressão Aritmética (P.A)

Uma Progressão Aritmética (P.A) é uma sequência em que a diferença de um termo com o termo anterior a ele é constante, essa constante se intitula como uma razão r. Portanto, para qualquer termo conhecido da sequência a razão deve ser constante.

Conhecendo a razão r de uma progressão aritmética é possível determinar se ela é constante, crescente ou decrescente. Temos que: se $r = 0$, então a P.A. é constante; se $r > 0$, então a P.A. é crescente; se $r < 0$, então a P.A. é decrescente.

3.2.1 Termo geral da P.A

Considere uma sequência $S = (a_1, a_2, \cdots, a_n)$ cuja razão é r, nota-se que:

$$a_2 - a_1 = r \to a_2 = (r + a_1)$$

$$a_3 - a_2 = r \rightarrow a_3 = r + (a_2) \rightarrow a_3 = r + (r + a_1) \rightarrow a_3 = 2r + a_1$$
$$a_4 - a_3 = r \rightarrow a_4 = r + (a_3) \rightarrow a_4 = r + (2r + a_1) \rightarrow a_4 = 3r + a_1$$

Assim, notamos que termo geral da P.A pode ser representado por:

$$a_n = (n-1)r + a_1$$

Relembrando que a_n é o termo geral ou último termo, n é a posição do termo pretendido, r é a razão e a_1 é o primeiro termo.

Vejamos um exemplo ao observar uma sequência $S = (3, 7, 11, 15, 19, \cdots)$. Notamos que a razão é $r = 7 - 3, r = 4$ e o primeiro termo é $a_1 = 3$. Substituindo esses valores encontrado na fórmula do termo geral da P.A, teremos que:

$$\begin{aligned} a_n &= (n-1)4 + 3 \\ &= 4n - 4 + 3 \\ a_n &= 4n - 1 \end{aligned}$$

Logo, a sequência $S = (3, 7, 11, 15, 19, \cdots, 4n - 1, \cdots)$.

Vejamos outro exemplo, considerando uma sequência $S = (-4, -10, -16, -22, -28, \cdots)$. Notamos que a razão é $r = -10 - (-4), r = -6$ e o primeiro termo é $a_1 = -4$. Pondo os valores encontrados na fórmula do termo geral da P.A, teremos que:

$$\begin{aligned} a_n &= (n-1) \cdot (-6) - 4 \\ &= -6n + 6 - 4 \\ a_n &= -6n + 2 \end{aligned}$$

Portanto, a sequência $S = (-4, -10, -16, -22, -28, \cdots, -6n + 2, \cdots)$.

3.2.2 Soma dos n primeiros termos de uma P.A

Uma das demonstrações mais comentadas sobre a soma dos n primeiros termos de uma P.A esta relacionada a um fato histórico na vida de Gauss. Quando criança, seu professor pediu para que fizesse o somatório de todos os números naturais de 1 a 100. Gauss identificou que somando o primeiro termo com o último, o segundo com o penúltimo, assim por diante, obteria os mesmos resultados.

Invertendo a ordem da sequência de uma P.A e somando suas respectivas posições o resultado da soma são iguais. Antes de deduzir a fórmula, vejamos um exemplo numérico desse método para calcular o somatório dos números naturais de 1 a 10.

Sabemos que os números naturais de 1 a 10 são $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Fazendo a inversão da ordem dessa sequência, obteremos $S^* = \{10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1\}$.

Destacamos que a soma S_n de todos os termos de S e S^* são iguais, apesar de terem uma ordem nas posições diferentes. Sendo assim, façamos a soma de suas respectivas posições:

$$\begin{aligned} S_n &= 01+02+03+04+05+06+07+08+09+10 \\ \underline{+S_n} &\underline{= 10+09+08+07+06+05+04+03+02+01} \\ 2S_n &= 11+11+11+11+11+11+11+11+11+11 \end{aligned}$$

$$2S_n = 10 \cdot 11 = 110$$

Obtendo o resultado da soma apenas para uma única sequência, temos:

$$S_n = \frac{110}{2} = 55$$

Esse resultado é facilmente confirmado ao somar os números naturais de 1 a 10 com uma calculadora, ou mentalmente. Entretanto, para somar números e quantidades maiores, possivelmente, não seria viável utilizar de uma calculadora para somar exatamente cada termo da sequência. Contudo, consegue-se obter uma fórmula para isso.

Seguindo de foma intuitiva com o exemplo numérico anterior, vamos considerar uma progressão aritmética cuja sequência seja $S = \{a_1, a_2, \cdots, a_{n-1}, a_n\}$. Sendo assim, a sequência com ordem inversa será $S^* = \{a_n, a_{n-1}, \cdots, a_2, a_1\}$. Desse modo, obteremos a soma S_n dos n primeiros termos por meio de:

$$\begin{aligned} S_n &= a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n \\ \underline{+S_n} &\underline{= a_n + a_{n-1} + \cdots + a_2 + a_1} \\ 2S_n &= (a_1 + a_n) + \underbrace{(a_2 + a_{n-1})}_{(a_1+a_n)} + \cdots + \underbrace{(a_{n-1} + a_2)}_{(a_1+a_n)} + \underbrace{(a_n + a_1)}_{(a_1+a_n)} \end{aligned}$$

Todos os termos são iguais, sendo assim, podemos determinar como a soma do primeiro termo com o último, isto é, sendo $(a_1 + a_n)$. Como há n parcelas iguais a $(a_1 + a_n)$, então teremos:

$$2S_n = (a_1 + a_n) \cdot n$$

Portanto, a soma S_n dos n primeiros termos de uma P.A se resume a expressão:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Em que S_n é a soma dos n primeiros termos da P.A, n é a quantidade de termos somados, a_1 é o primeiro termo e a_n é o n-ésimo termo ou termo geral da P.A.

3.3 Progressão Geométrica (P.G)

3.3.1 Termo geral da P.G

Uma Progressão Geométrica (P.G.) é uma sequência em que cada termo, a partir do segundo, é o produto do anterior por uma constante q. Portanto, para identificar a razão q de uma progressão geométrica basta dividir um termo pelo anterior.

Como exemplo, dado um termo $a_1 = 1$ e a constante $q = 2$, obtemos uma progressão geométrica tal que $a_1 = 1, a_2 = 1 \cdot 2 = 2, a_3 = 2 \cdot 2 = 4, a_4 = 4 \cdot 2 = 8$, portanto, $S = \{1, 2, 4, 8, \cdots\}$. Sendo assim, nota-se que obtemos uma proporção comum:

$$\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{8}{4} = 2$$

Como visto, a razão $r = 2$.

De modo algébrico, a regularidade pode ser identificada como:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

Para identificar a fórmula do termo geral, vamos considerar uma progressão geométrica cuja sequência seja $S = (a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n)$. Sabemos que os termos dela é obtida por:

$$\begin{array}{lcl} a_2 & = & a_1 \cdot q \\ a_3 & = & a_2 \cdot q \\ a_4 & = & a_3 \cdot q \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_n & = & a_{(n-1)} \cdot q^{n-1} \end{array}$$

Agora, multiplicando os membros da igualdade, temos:

$$a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot \ldots \cdot a_{(n-1)} \cdot a_n = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot \ldots \cdot a_{(n-1)} \cdot q^{n-1}$$

Separando o termo a_n, teremos:

$$a_n = \frac{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot \ldots \cdot a_{(n-1)} \cdot q^{n-1}}{a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot \ldots \cdot a_{(n-1)}}$$

Ao cancelar os termos comuns na divisão, obtemos que o termo geral da P.G é:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Vejamos um exemplo ao observar uma sequência $S = (2, 6, 18, 54, 162, \cdots)$. Temos que a razão é $q = 6/2, q = 3$ e o primeiro termo é $a_1 = 2$. Substituindo esses valores encontrado na fórmula do termo geral da P.G, teremos que:

$$a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$$

Logo, a sequência $S = (2, 6, 18, 54, 162, \cdots, 2 \cdot 3^{n-1}, \cdots)$.

Vejamos outro exemplo ao observar uma sequência $S = (4, 20, 100, 500, \cdots)$. Temos que a razão é $q = 20/4, q = 5$ e o primeiro termo é $a_1 = 4$. Substituindo esses valores encontrado na fórmula do termo geral da P.G, teremos que:

$$a_n = 4 \cdot 5^{n-1}$$

Portanto, a sequência $S = (4, 20, 100, 500, \cdots, 4 \cdot 5^{n-1}, \cdots)$.

3.3.2 Soma dos n primeiros termos de uma P.G

Vamos considerar uma P.G cuja sequência seja $S = \{a_1, a_2, \cdots, a_{n-1}, a_n\}$ e a razão é q. Assim, obteremos a soma S_n dos n primeiros termos observando que:

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n \text{ (I)}$$

Se multiplicarmos a igualdade pela razão q, teremos:

$$q \cdot S_n = \underbrace{q \cdot a_1}_{a_2} + \underbrace{q \cdot a_2}_{a_3} + \cdots + \underbrace{q \cdot a_{n-1}}_{a_n} + q \cdot a_n$$

Relembrando que multiplicando um termo de uma P.G pela razão q dela se obtém o termo sucessor a ele na sequência, sendo assim, podemos organizar da seguinte maneira:

$$q \cdot S_n = a_2 + a_3 + a_n + q \cdot a_n \text{ (II)}$$

Se subtrairmos a equação (II) de (I), obtemos:

$$\begin{array}{rl} & S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n \\ - & \underline{q \cdot S_n = a_2 + a_3 + \cdots + a_n + q \cdot a_n} \\ S_n - q \cdot S_n = & a_1 - q \cdot a_n \end{array}$$

Analisando o resultado $S_n - q \cdot S_n = a_1 - q \cdot a_n$, pode-se colocar S_n em evidência, obtendo $S_n - q \cdot S_n = (1-q)S_n$, como sabemos que o termo geral da progressão geométrica é $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, então, chegamos a seguinte expressão:

$$(1 - q)S_n = a_1 - q \cdot (a_1 \cdot q^{n-1})$$

Organizando a operação $q \cdot (a_1 \cdot q^{n-1}) = a_1 \cdot (q \cdot q^{n-1}) = a_1 \cdot (q^{n-1+1}) = a_1 \cdot (q^n)$, sendo assim, observa-se então:

$$(1-q)S_n = a_1 - a_1 \cdot q^n$$

Portanto, dividindo ambos os membros por $(1-q)$ e pondo a_1 em evidência, tal qual $a_1 - a_1 \cdot q^n = (1-q^n)a_1$ chegamos ao resultado:

$$S_n = \frac{(1-q^n)a_1}{(1-q)} \tag{1}$$

Em que S_n é a soma dos n primeiros termos da P.G, n é a quantidade de termos somados, q é a razão e a_1 é o primeiro termo da sequência.

3.4 Uma perspectiva crítica para o ensino de progressões

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017) define para o Ensino Fundamental anos finais duas habilidades direcionadas ao ensino de Progressões que são as habilidades (EF08MA10) e (EF08MA11). No Ensino Médio é definida outras duas habilidades, sendo a (EM13MAT507) e (EM13MAT508).

Quadro 1 - Habilidades da BNCC para o ensino de Progressões

Habilidade	Descrição da Habilidade
EF08MA10	Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.
EF08MA11	Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes
EM13MAT507	Identificar e associar sequências numéricas (P.A) a funções afins de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
EM13MAT508	Identificar e associar sequências numéricas (P.G) a funções exponenciais de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

Fonte: Brasil (2017)

O ensino de Progressões se correlacionada a outros conteúdos matemáticos, como exemplo, funções (afins, exponenciais), juros (simples, composto) e taxa de crescimento ou decrescimento. Portanto, além de propor a identificação de regularidades é possível relacionar o conhecimento de progressões com outros conhecimentos da própria matemática.

O Ensino de Progressões baseada nas habilidades apresentadas pela BNCC segue uma perspectiva correlacionadas ao ensino de funções afins e exponenciais. As sequências são definidas como funções cuja lei de formação é dada pelo termo geral da sequência.

Analisamos 10 livros do 8º ano do Ensino Fundamental para identificar se o conteúdo de Progressões está sendo abordado. Os livros observados fazem parte da seleção do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). Os livros analisados estão descritos no Quadro 2 a seguir:

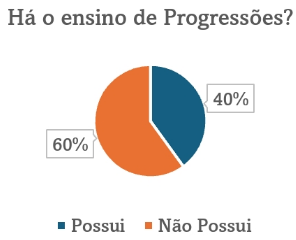
Quadro 2 - Referências dos livros PNLD analisados

Referência	Há o ensino de progressão?
ARARIBÁ conecta matemática: 8º ano / Organizadora Editora Moderna; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna; Editora Responsável Mara Regina Garcia Gay. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2022.	NÃO
SILVEIRA, Ênio. Matemática: compreensão e prática / Ênio Silveira, Cláudio Marques. 6 ed. São Paulo: Moderna, 2019.	NÃO
GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. A conquista da matemática, 8º ano: ensino fundamental, anos finais / José Ruy Giovanni Júnior, Benedicto Castrucci. 4 ed. São Paulo: FTD, 2018.	NÃO
LONGEN, Adilson. Apoema: matemática, 8º ano / Adilson Longen. 1 ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2018.	NÃO
PATARO, Patricia Moreno. Matemática essencial, 8º ano: Ensino Fundamental, anos finais / Patricia Moreno Pataro, Rodrigo Balestri. 1 ed. São Paulo: Scipione, 2018.	NÃO
IEZZI, Gelson. Matemática e realidade, 8º ano / Gelson Iezzi, Antonio Machado, Osvaldo Dolce. 9 ed. São Paulo: Atual Editora, 2018	NÃO
CONEXÕES. matemática e suas tecnologias: ensino médio / organizadora Editora Moderna; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna; Editor Responsável Fabio Martins de Leonardo. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2020.	SIM
DANTE, Luiz Roberto. Teláris Essencial: Matemática, 8º ano / Luiz Roberto Dante, Fernando Viana. 1 ed. São Paulo: Ática, 2022.	SIM
IEZZI, Gelson. Matemática e realidade, 8º ano / Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado. 10 ed. São Paulo: Saraiva Educação S. A, 2022.	SIM
SuperAÇÃO! matemática: 8º ano / organizadora Editora Moderna; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna; Editora Responsável Lilian Aparecida Teixeira. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2022.	SIM

Fonte: Elaborado pelo autor

Portanto, com base nos 10 livros analisados conseguimos gerar o gráfico abaixo:

Figura 1: Gráfico da análise de livros PNLD



Elaborado pelo autor

Notamos que 60% dos livros didáticos abordam o assunto de progressões e 40% não abordavam o tema. Alguns livros apresentaram apenas um introdução a ideia de sequência, mas não desenvolvia uma construção aprofundada sobre o conceito de razão, termo geral ou fórmulas de recorrência. Observa-se que deduzir a lei de formação que associa uma sequência a uma função se resume a identificar o termo geral dela. Portanto, sabendo o termo geral da P.A e da P.G se consegue estabelecer, respectivamente, uma função afim e exponencial.

Alguns problemas de Juros simples ou composto estão relacionados a progressões também. Por exemplo, se uma pessoa investe um valor fixo de $R\$2.000,00$ a uma taxa de 10% ao mês, obtemos uma sequência $M = \{2.200, 2.400, 2.600, \cdots, 2.000 + 200n\}$ que representa o montante gerado a cada mês, ou uma sequência $J = \{200, 400, 600, \cdots, 200n\}$ que representa o juros gerado em cada mês.

Podemos considerar uma aplicação a juros composto de $R\$3.000,00$ a uma taxa de 10% ao ano. Assim, obtemos uma sequência $M = \{3.300, 3.630, 4.993, \cdots, 3.000 \cdot (\frac{11}{10})^n\}$ que representa o montagem gerado em cada ano. Portanto, alguns problemas de Juros simples e composto podem ser solucionados por meio do conhecimento de progressões.

Progressões geométricas seguem uma taxa de crescimento (ou decrescimento) constante em relação a cada termo para o seguinte. Por exemplo, se analisarmos a sequência $S = \{3, 6, 12, 24, \cdots\}$, percebemos que a sequência segue uma taxa de crescimento de 100%. Outro exemplo, a sequência $S = \{2.000, 1.600, 1.280, 1.024 \cdots\}$ segue uma taxa de crescimento de -20% ou de decrescimento de 20%.

Portanto, o ensino de Progressões não deveria ser fardado apenas a encontrar fórmulas e responder perguntas do tipo “qual o próximo número?”. Existe a possibilidade de desenvolver problemas mais elaborados que geram curiosidades aos alunos e construir o ensino de progressões correlacionado a outros conhecimentos.

4 SITUAÇÕES-PROBLEMAS MODELADOS

4.1 Problemas de progressão aritmética

Problema 1: *Para estimular o pensamento de seus alunos, o professor fez a seguinte conjectura: "Se eu guardar um valor x fixo por mês, durante* 16 *meses, ficará faltando apenas $R\$12.000,00$ para obter o valor esperado no* $24°$ *mês. Qual o valor que irei guardar por mês? E quanto irei ter guardado até o vigésimo mês?"*

Resolução do Problema: Pela informação dada pelo professor, percebe-se que ele irá guardar um valor x fixo, daí podemos notar que $a_1 = x, x = r$, logo $a_1 = r$.

$$\begin{aligned} a_{24-16} &= a_{24} - a_{16} \\ a_8 &= 12.000 \end{aligned}$$

Usando a expressão do termo geral, temos:

$$\begin{aligned} (8-1) \cdot r + a_1 &= a_8 \\ 8r &= 12.000 \\ r &= 1.500 \end{aligned}$$

Portanto, o professor vai guardar $R\$1.500,00$ por mês.

Para calcular o valor guardado até o vigésimo mês, basta calcular:

$$\begin{aligned} (20-1) + a_1 &= a_{20} \\ 19 \cdot 1.500 + 1.500 &= a_{20} \\ a_{20} &= 30.000 \end{aligned}$$

Portanto, o professor terá guardado um total de $R\$30.000,00$.

Problema 2: *Uma diretora comercial ficou responsável pela apresentação de uma proposta de produção para o lançamento de um smartphone novo, ela propôs a produção de* 10 *mil smartphones no primeiro mês de lançamento e a cada mês um aumento de* 2 *mil na produção de smartphones. Sabendo que foi exibido um gráfico da produção mensal.*

a) Qual função pode usar para representar a produção de smartphones por mês?

Resolução do Problema: Observa-se que a produção de smartphones segue uma progressão aritmética, pois a sequência de produção segue com o termo $a_1 = 10.000$, e cresce numa razão $r = 2.000$. Portanto, temos:

$$\begin{aligned} a_n &= (n-1)\cdot 2.000 + 10.000 \\ &= 2.000n - 2.000 + 10.000 \\ a_n &= 2.000n + 8.000 \end{aligned}$$

Ela pode usar uma função do tipo $f : n \to f(n) = 2.000n - 8.000$, onde $n \in \mathbb{N}^*$.

b) Durante sua apresentação, foi questionada a quantidade total de smartphones que seria produzido no primeiro ano de lançamento, qual a quantidade que a diretora comercial deverá informar?

Resolução do Problema: Como é solicitada a quantidade total de smartphones produzidos no primeiro ano, então, podemos utilizar da fórmula da soma dos n primeiros termos de uma P.A, observando que:

$$\begin{aligned} S_{12} &= \frac{(10.000 + 2.000\cdot 12 + 8.000)\cdot 12}{2} \\ &= \frac{(42.000)\cdot 12}{2} = 42.000\cdot 6 \\ S_{12} &= 252.000 \end{aligned}$$

Logo, a diretora comercial deve informar que serão produzidos um total de 252.000 smartphones no primeiro ano de lançamento.

Problema 3: *Um proprietário ao vender uma casa no valor de $R\$150.000,00$, decidiu realizar um investimento com o saldo total da venda. Sabendo que o investimento realizado gera um valor líquido mensal de $R\$1.300,00$, então, qual o valor total de rendimento gerado entre o 7° mês e o 15° mês?*

Resolução do Problema: O rendimento mensal gerado pelo valor investido segue em razão $r = 1.300$, utilizando da progressão aritmética, temos:

$$\begin{aligned} a_{15} - a_7 &= (15-7) \cdot 1.300 \\ a_8 &= 10.400 \end{aligned}$$

Portanto, o valor gerado entre o 7° e o 15° mês é de $R\$10.400,00$.

Problema 4: *Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805–1859) provou que uma Progressão Aritmética formada por $(a \cdot n + b)$, sendo a e b números naturais primos entre si, e $n \in \mathbb{N}$, contém infinitos números primos. Portanto, considerando a formação $2n+3$ e sabendo que o número primo 277 é gerado por essa formação, se contarmos em ordem, em que momento esse número poderá ser identificado?*

Resolução do Problema: Para solucionar esse problema, bastar identificar a posição que o número 277 se encontra na sequência cujo o termo geral é $a_n = 2n+3$. Considerando que o *n-ésimo* termo é 277, temos que:

$$\begin{aligned} a_n &= 2n+3 \quad (I) \\ a_n &= 277 \quad\quad (II) \end{aligned}$$

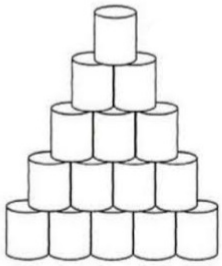
Igualando (I) a (II), teremos:

$$\begin{aligned} 2n+3 &= 277 \\ 2n &= 274 \\ n &= 137 \end{aligned}$$

Portanto, o número 277 está localizada na posição 137°.

Problema 5: *Uma indústria de tintas com o objetivo de marketing decidiu passar o recorde mundial de empilhar coisas. O objetivo seria empilhar latas vazias de tintas da marca de acordo com a figura 2* [2] *a seguir:*

Figura 2: Como empilhar as latas de tintas



Fonte: Editada pelo autor[1]

Para ultrapassar o recorde anterior, seria preciso que a base tivesse 320 *latas de tintas. No total quantas latas a indústria irá precisar para alcançar esse recorde mundial?*

Resolução do Problema:

$$\begin{aligned} a_n &= (n-1)\cdot 1 + 1 \\ a_n &= n \end{aligned}$$

Vamos calcular a quantidade total de latas de tintas que serão utilizadas para $n = 320$. Temos que:

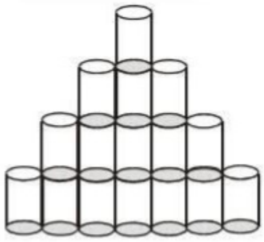
$$\begin{aligned} S_{320} &= \frac{(1+320)\cdot 320}{2} \\ &= 321 \cdot 160 \\ S_{320} &= 51360 \end{aligned}$$

Portanto, serão utilizadas no total 51.360 latas vazias de tintas.

[2]Disponível em: https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcScjULUV539mMM1NjqMXjjJ4tb5LCV5DcnOscGxii9FKbQjttycpk1GV$_g\&s = 10$

Problema 6: *Um organizador de estoque foi solicitado para organizar um conjunto de latas com chocolate que estavam em promoção, as orientações dadas foi que as latas deveriam seguir uma forma triangular igual a figura 3* [3] *abaixo:*

Figura 3: Como organizar as latas de chocolates



Fonte: Editada pelo autor[2]

Sabendo que foram usadas no total 144 *latas de chocolate, qual era a quantidade de latas que estavam sustentando a base da construção?*

Resolução do Problema: Como estavam sendo usadas 144 latas de chocolate no total, concluímos que $S_n = 144$. Agora, vamos identificar primeiro o termo geral a_n:

$$\begin{aligned} a_n &= (n-1)\cdot 2+1 \\ a_n &= 2n-1 \end{aligned}$$

Como estavam sendo usadas 144 latas de chocolate no total, podemos conclui que $S_n = 144$. Partindo disso, temos que:

$$\begin{aligned} \frac{(1+2n-1)\cdot n}{2} &= 144 \\ \frac{2n\cdot n}{2} &= 144 \\ n^2 &= 144 \\ n &= 12 \end{aligned}$$

Portanto, a base estava sendo sustentada por 12 latas de chocolate.

[3]Disponível em: https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcR2ZT752l08oYiQIMuPyGQP6IETsoVW1LtYtwusqp=CAU

4.2 Problemas de progressão geométrica

Problema 1*: Um professor de matemática ao realizar uma gincana propôs um desafio dizendo: "Sabe-se que a primeira pergunta vale 10 pontos, a segunda pergunta vale o dobro da primeira, a terceira pergunta vale o dobro da segunda, e assim por diante, até completar 10 perguntas. a) Quantos pontos vale a última pergunta? b) Qual o total de pontos ao acertar todas as perguntas?".*

O professor informou que a equipe que identificar os valores corretos do item a) e b) receberiam 500 pontos na gincana, caso acertassem apenas uma delas, receberiam metade do valor. Quais os resultados devem ser encontrados para obter a pontuação máxima?

Resolução do Problema: Com base nas informações apresentadas pelo professor se nota a construção de uma sequência $S = 10, 20, 40, \cdots, a_{10}$. Observando a recorrência de S, percebe-se que se trata de uma progressão geométrica cuja razão $q = 2$. Sabendo disso, façamos a solução do desafio apresentado pelo professor:

a) Quantos pontos vale a última pergunta? Para solucionar o item a) de forma mais prática, podemos utilizar da fórmula do termo geral da P.G. Como a última pergunta é o décimo termo (a_{10}), isto é, $n = 10$. Temos:

$$\begin{aligned} a_n &= 10 \cdot 2^{10-1} \\ &= 10 \cdot 512 \\ a_n &= 5.120 \end{aligned}$$

Para solucionar o item b) Qual o total de pontos ao acertar todas as perguntas? é preciso utilizar da soma dos n primeiros termos da P.G, portanto, temos:

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{(1 - 2^{10}) \cdot 10}{1 - 2} \\ &= \frac{(-1223) \cdot 10}{-1} \\ S_n &= 12.230 \end{aligned}$$

Problema 2: *Bactérias e protozoários têm uma capacidade de duplicar seu material genético, formando novos indivíduos por meio dessa duplicação. Um cientista escolheu três bactérias para estudar o comportamento de geração desses indivíduos num respectivo ambiente. Após um determinado tempo, o cientista analisou a quantidade de indivíduos e estimou, aproximadamente,* 768 *indivíduos. Portanto, para alcançar essa quantidade foi necessário quantas duplicações?*

Resolução do Problema: Pelas informações dadas, notamos que o primeiro termo é $a_1 = 3$ e $q = 2$. Notamos que a cada duplicação equivale a cada termo da sequência, portanto, devemos usar o termo geral da P.G para calcular o total de duplicações. Como queremos saber a posição do termo que gera a quantidade de 768 indivíduos, logo:

$$\begin{aligned} 3 \cdot 2^{n-1} &= 768 \\ 2^{n-1} &= 256 \end{aligned}$$

Percebemos que 256 é fatorado em 2^8, portanto:

$$2^{n-1} = 2^8$$

Assim, para identificar o valor de n podemos igualar os expoentes pelo fato das bases serem iguais, portanto:

$$\begin{aligned} n - 1 &= 8 \\ &= 8 + 1 \\ n &= 9 \end{aligned}$$

Portanto, após 9 duplicações seria possível obter a quantidade de 768 indivíduos.

Problema 3: *Determinado carro, em condições novas, tem o preço avaliado em* $R\$60.000,00$ *e sua depreciação anual é de* 10%. Qual é o termo geral que representa o decrescimento anual no preço desse carro após a sua compra?

Resolução do Problema: Com base nas informações, notamos que o primeiro termo é $a_1 = 60.000$ e a razão $q = 10\%$, ou $q = 1/10$. Logo:

$$a_n = 60.000 \cdot (\frac{1}{10})^n$$

Desse modo, obtemos o termo geral da sequência.

Problema 4: *Os números que expressam o raio de uma circunferência, seu perímetro e a área do círculo delimitado pela circunferência estão, nessa ordem, em progressão geométrica. Sendo assim, qual é o raio da circunferência?*

Resolução do Problema: Primeiramente, vamos definir raio $= r$, perímetro igual a $C = 2\pi r$ e a área do círculo $A_c = \pi r^2$. A Progressão G. obtida será $P = \{r, 2\pi r, \pi r^2\}$. Identificando a razão q dessa progressão geométrica:

$$q = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi$$

Sabemos que numa progressão geométrica $a_2 = a_1 \cdot q, a_3 = a_2 \cdot q$. Portanto, utilizando da ultima expressão, temos:

$$\begin{aligned} \pi r^2 &= 2\pi r \cdot 2\pi \\ \frac{\pi r^2}{\pi r} &= \frac{4\pi r}{r\pi} \\ r &= 4\pi \end{aligned}$$

Portanto, o raio dessa circunferência é 4π.

5 METODOLOGIA

A metodologia utilizada neste trabalho seguiu um embasamento de acordo com a pesquisa bibliográfica, descritiva, e quanti-qualitativa. Em relação aos procedimentos da pesquisa foi realizada um estudo de campo com a finalidade de validar a práxis da proposta da pesquisa, isto é, validar as hipóteses teóricas com a realidade prática.

A pesquisa bibliográfica contribuiu para dissertação e levantamento teórico desta pesquisa. Por meio dela, foi possível coletar informações amplas e construir dados relevantes em relação a problemática, objetivos e hipóteses.

De acordo com Fiorentini (2012, p. 70) "uma pesquisa é considerada descritiva quando o pesquisador deseja descrever ou caracterizar com detalhes uma situação, um fenômeno ou um problema". Com esse viés, as seções seguiram um modelo descritivo sobre o tema em questão, além disso, no tópico de resultados e discussão foi feita uma descrição detalhada da aplicação do projeto no âmbito escolar, destacando observações positivas, negativas e sugestões de melhorias.

A pesquisa quali-quantitativa permite que o pesquisador tome uma interpretação mais amplas dos dados observados, por meio de coletas de dados quantitativos, experiências pessoais, textos literários e interações com o ambiente em estudo (DENZIN, LINCOLN, 2006). Principalmente, tendo em vista que "a abordagem qualitativa aprofunda-se no mundo dos significados das ações e relações humanas, um lado não perceptível e não captável em equações, médias e estatísticas"(MINAYO, 2002, p. 22).

Para a análise de dados quantitativos foi utilizado dois questionários, um questionário para professores de matemáticas que ensinam no 8° ano do Ensino Fundamental ou 1° ano do Ensino Médio e um direcionado aos alunos participantes na aplicação do projeto. Os questionários foram compartilhados por meio da ferramentas Google Forms.

Fiorentini (2012) destaca o estudo das pesquisadoras Lytle e Cochran-Smith (apud 1999, p. 324-336) em relação aos métodos mais comuns que os professores (nos Estados Unidos) utilizam para realiza um estudo no âmbito escolar, na qual cita quatro tipos, a saber: os diários dos professores; os ensaios dos professores; investigação oral compartilhada de professores; e os estudo sistemático de aulas.

Destacamos que está pesquisa evidência o método de ensaio dos professores, pois se constitui num trabalho reflexivo e argumentativo com intuito de compartilhar experiências no âmbito escolar com base numa proposta para prática docente.

Seguindo com os procedimentos, o projeto foi aplicado no Colégio Universitário -

COLUN/UFMA com duas turmas do 2° ano do Ensino Médio sob supervisão da Professora de Matemática titular das salas. O projeto ocorreu em três momentos distintos, sendo disponibilizado dois horários para cada momento. Assim, a sequência didática escolhida para o projeto foi desenvolvida em 3 hora aulas para o ensino dos dois tipos de Progressão.

No primeiro momento foi utilizado um horário para a explicação do conteúdo sobre Progressão Aritmética, desde definição, obtenção do termo geral e a soma dos n primeiros termos dela. O restante do horário foi utilizado para apresentar os problemas modelados, seguindo com a resolução dos alunos e validação dos resultados.

No segundo momento foi continuado com a resolução dos problemas restantes. Após finalizar o primeiro horário foi seguido com o ensino de Progressão Geométrica, assim finalizando o segundo momento.

No terceiro momento foi retomada uma introdução sobre o P.G para seguir com as apresentações dos problemas modelados, resoluções e a validação dos resultados. Após a finalização do projeto em cada turma foi repassado o questionário à eles.

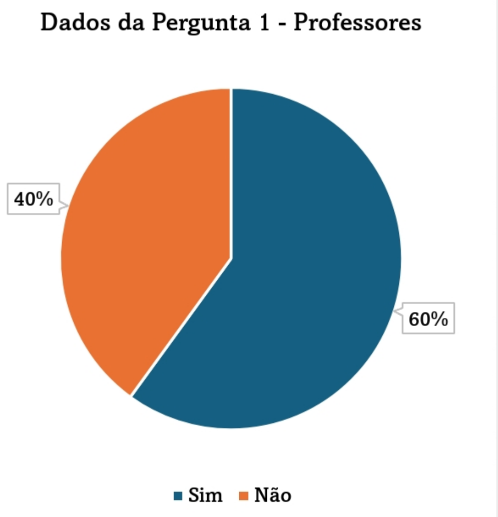
6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Após o levantamento dos dados dos questionários direcionados aos alunos, foi observado uma divergência no dados obtidos na primeira pergunta entre teoria e realidade. Reconhecendo a necessidade de identificar se é um caso atípico das turmas entrevistadas ou uma realidade nas demais instituições públicas, propôs-se um novo levantamento de dados com o intuito de identificar se o ensino de Progressões possuía a mesma carência em outras escolas públicas da cidade.

No total foram analisadas seis escolas públicas com a participação de 15 professores da rede pública que ensinam no 8º ano do EF ou 1º ano do EM. O questionário aplicado constituiu em três perguntas objetivas. Vejamos:

- Pergunta 1: Neste ano de 2024, já foi realizado o ensino do conteúdo de Progressões para seus alunos?

Figura 4: Gráfico da pergunta 1 - Professores



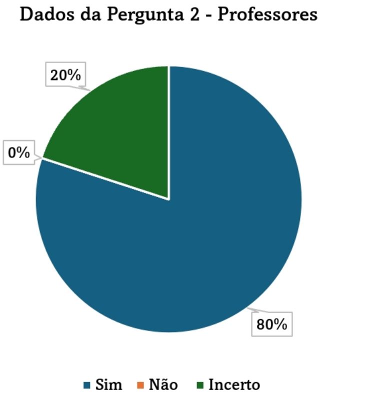
Elaborado pelo autor

Notou-se que 60% responderam que o conteúdo de Progressões havia sido ensinado, enquanto que 40% responderam que não. Pode-se observar que as escolas não seguem um parâmetro igualitário em relação a a aplicação de um conteúdo, mesmo observando anos correspondentes.

Isso é um fato compreendido, em vista que as condições e realidade social, estrutural e gestora das escolas são bastantes distintas, mesmo analisando unidades de ensino próximas uma das outras.

- Pergunta 2: Caso o item anterior seja respondido que “NÃO”: É esperado que seja feita uma abordagem do conteúdo até a conclusão do ano letivo (2024)?

Figura 5: Gráfico da pergunta 2 - Professores

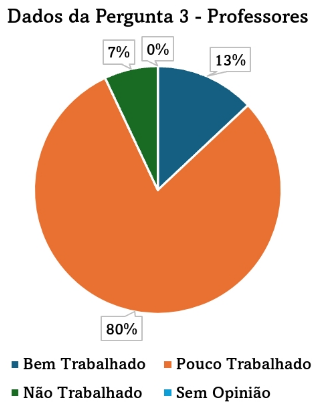


Fonte: Elaborado pelo autor

Dos 40% que responderam que não haviam ensinado o conteúdo de Progressões em suas turmas, obteve-se que 80% ainda espera que haja aplicação do conteúdo. Enquanto que apenas 20% consideram incerto se o conteúdo será desenvolvido no ano letivo. Contudo, consideramos relevante o fato de que nenhum deles esperam que o conteúdo não seja desenvolvido com a turma. Até a finalização da aplicação do questionário as escolas estavam adentrando ao 3º bimestre.

- Pergunta 3: Com base em suas experiências como professor na Educação Básica. O ensino de Progressões é visto como um conteúdo:

Figura 6: Gráfico da pergunta 3 - Professores



Elaborado pelo autor

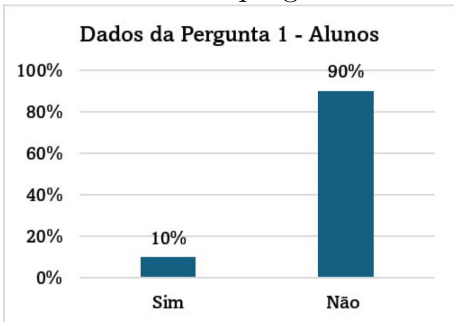
Observamos que 80% dos professores entrevistados consideram que o ensino de Progressões é pouco trabalhado, seguindo com 13% que consideram que é bem trabalho e 7% que disseram que não é trabalho.

O questionário com os alunos foi aplicado em duas turmas do 2° ano do Ensino Médio, somando 49 alunos no total. Desse total, apenas 44 responderam o questionário. Após finalizar a aplicação da pesquisa foi dada até uma semana de acesso para responderem os questionamentos. Nesse período de tempo foi reforçado duas vezes sobre a importância de responderem para a geração de dados para a pesquisa. O questionário foi composto por 11 perguntas, das quais 10 eram objetivas e uma discursiva.

A seguir será apresentado os dados coletados de acordo com cada pergunta.

- Pergunta 1: Você estudou ou lembra de ter estudado sobre Progressões Aritmética ou Geométrica antes? (Se sim, descreva em que momento)

Figura 7: Gráfico da pergunta 1 - Alunos



Elaborado pelo autor

Como observado 90% dos alunos afirmaram que não haviam estudado ou não lembram de ter estudado sobre P.A ou P.G. O resultado obtido causa divergência do que é esperado para os alunos do 2 ano do EM, pois com base na BNCC o conteúdo de P.A e P.G é estudado no 8° ano do Ensino Fundamental e no 1° ano do Ensino Médio.

Podemos considerar duas hipóteses para a obtenção desse resultado:

a) Eles estudaram Progressões no Ensino Fundamental, mas não lembram disso.

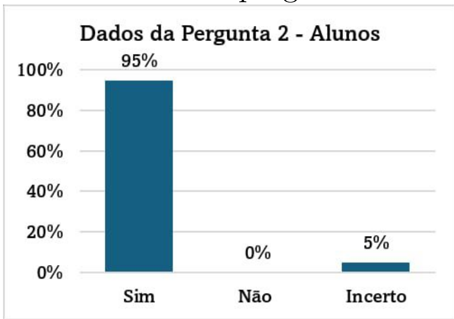
b) Por deficit na Educação, de fato não chegaram a estudar Progressões.

Como o estudo de Progressões não é ensinado de forma recorrente, pode-se considerar a possibilidade dos entrevistados não terem lembrado de ter estudado nos anos anteriores. A pandemia do Covid-19 pode ter sido um agravante para a obtenção desse resultado, em vista que as escolas pararam de funcionar por bastante tempo.

A professora titular de matemática deles informou que as duas turmas não haviam estudado esse conteúdo no 1° ano do Ensino Médio por conta da carga horária não comportar todo o conteúdo cobrado no ano, por isso, alguns conteúdos não foram ensinados.

- Pergunta 2: A forma que o conteúdo de Progressões foi desenvolvido gerou impacto Positivo para sua aprendizagem?

Figura 8: Gráfico da pergunta 2 - Alunos

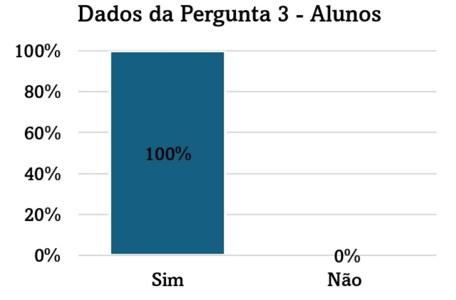


Elaborado pelo autor

Os resultados obtidos apontam que 95% dos entrevistados consideraram que o modo que o conteúdo de Progressões foi desenvolvido gerou impactos positivos na aprendizagem. Esse dado evidencia como a metodologia de ensino escolhida pode ter contribuído para a percepção deles sobre o assunto.

- Pergunta 3: Os problemas e as soluções apresentadas foram coerente para você?

Figura 9: Gráfico da pergunta 3 - Alunos

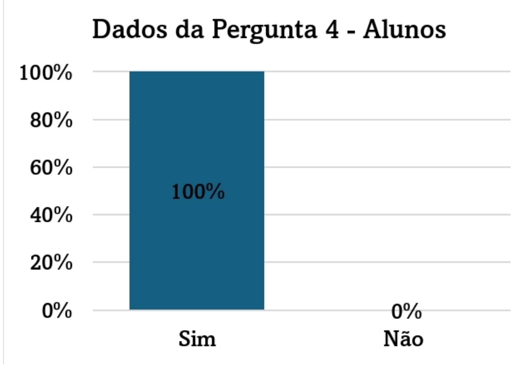


Elaborado pelo autor

Notou-se que todos os entrevistados concordaram que os problemas e as soluções apresentadas foram coerentes. Consideramos que a coerência dos problemas e das soluções foi possibilitada pela modelagem matemática, por meio dela que foi possível elaborar situações problemas que chamassem atenção dos alunos. O planejamento para aplicação da pesquisa contribuiu também, ao observar se os problemas possuíam solução ou poderia gerar algum erro de interpretação.

- Pergunta 4: A maneira que as resoluções dos problemas foi desenvolvida contribuiu para compreensão?

Figura 10: Gráfico da pergunta 4 - Alunos

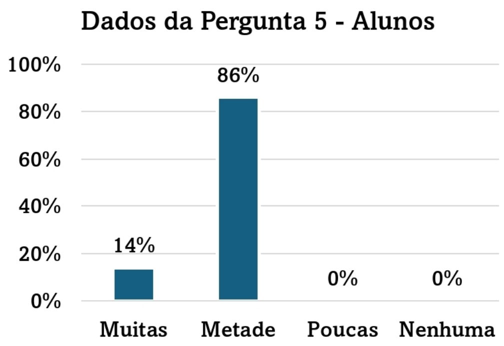


Elaborado pelo autor

Observamos que todos os alunos concordaram que a metodologia utilizada para a resolução dos problemas contribuiu na compreensão do conteúdo de Progressões. As últimas três perguntas tem apontado de forma positiva a sequência didática desenvolvida com os alunos. Percebemos que sem uma sequência didática capaz de suprir todas as necessidades dos alunos, não seria possível obter um resultado positivo na pergunta 4.

- Pergunta 5: Os problemas solucionados por você, sozinho ou com orientação (sendo antes do professor validar os resultados), foram:

Figura 11: Gráfico da pergunta 5 - Alunos

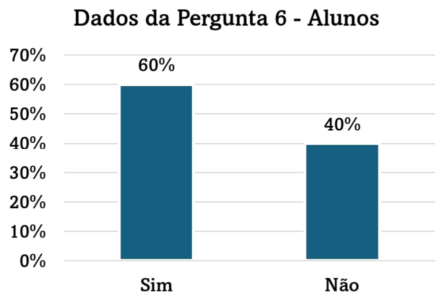


Elaborado pelo autor

Notamos que todos os alunos que participaram do projeto conseguiram solucionar, pelo menos, uma das situações-problemas. Metade das situações-problemas foi respondido por 86% dos alunos, enquanto que 14% deles conseguiram responder quase todas as situações-problemas. Vale ressaltar que os alunos se reunião e conversavam entre si para chegar no acordo sobre como encontrar o resultado dos problemas apresentados à eles.

- Pergunta 6: Os problemas, exemplos e contextualização apresentados durante a aula possibilitaram reconhecer outros exemplos de Progressões no dia a dia?

Figura 12: Gráfico da pergunta 6 - Alunos



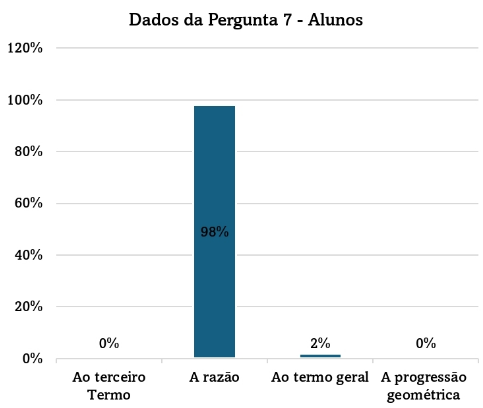
Elaborado pelo autor

Notamos que ficou bastante dividido a percepção dos alunos em relação a outros exemplos de progressões que podem ser observados no cotidiano, considerando que 60% disseram que após a aula conseguiram notar outros exemplos de progressões e 40% afirmaram que não. Destacamos que foi feito uma introdução e comentários que apontavam exemplos de progressões no cotidiano.

As perguntas seguintes tem como objetivo identificar se os participantes do projeto conseguiram absolver conceitos básicos ensinados durantes aulas.

- Pergunta 7: Se você criar uma progressão aritmética cujo o primeiro termo é 5, e os termos posteriores é obtido pela soma do número 3 com o termo anterior. Temos que nessa situação, o número 3 da Progressão equivale:

Figura 13: Gráfico da pergunta 7 - Alunos

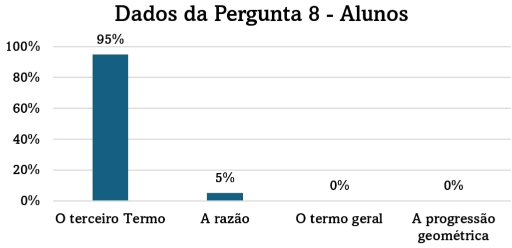


Elaborado pelo autor

Nessa pergunta, buscamos perceber se os alunos aprenderam o conceito de razão. Observamos que 98% dos alunos responderam corretamente a pergunta e apenas 2% deles erraram. Dessa forma, observamos que eles conseguiram entender o conceito de razão.

- Pergunta 8: Se você criar uma progressão aritmética cujo o primeiro termo é 5, e os termos posteriores é obtido pela soma do número 3 com o termo anterior. O número 11 não foi contextualizado nessa situação, mas pelos dados observados podemos concluir que o 11 é:

Figura 14: Gráfico da pergunta 8 - Alunos

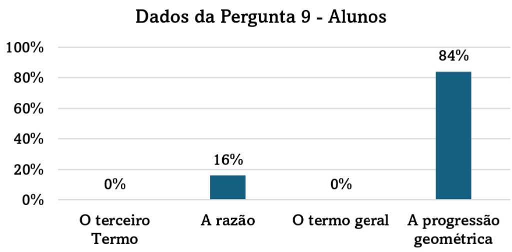


Elaborado pelo autor

Nessa pergunta, buscamos identificar se os alunos teriam a percepção de analisar os termos da sequência para identificar que o número 11 fazia parte deles e que era o terceiro termo da sequência. Observamos que 95% dos alunos acertaram, entretanto, 5% dos alunos consideraram sendo a razão.

- Pergunta 9: Se você criar uma progressão aritmética cujo o primeiro termo é 5, e os termos posteriores é obtido pela soma do número 3 com o termo anterior. Se em vez de somar o número 3 com o termo anterior, fosse feita uma multiplicação, nesse caso teríamos:

Figura 15: Gráfico da pergunta 9 - Alunos

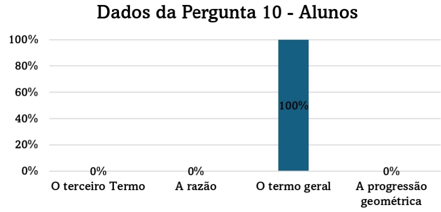


Elaborado pelo autor

A pergunta 9 teve como objetivo analisar se os alunos compreenderam o conceito de progressão geométrica. Observando essa pergunta, nota-se que ela foi a que houve uma maior divergência de resultados entre os alunos, em vista que 84% considerou que teríamos uma progressão geométrica e 16% considerou uma razão.

- Pergunta 10: Se você criar uma progressão aritmética cujo o primeiro termo é 5, e os termos posteriores é obtido pela soma do número 3 com o termo anterior. A expressão $3n + 2$ equivale:

Figura 16: Gráfico da pergunta 10 - Alunos



Elaborado pelo autor

A pergunta 10 teve o intuito de observar se os alunos conseguiam identificar a expressão e correlacionar a nomenclatura do termo geral de uma sequência aritmética. Os dados obtidos demonstraram que 100% dos alunos conseguiram identificar a expressão como um termo geral.

- Pergunta 11: Teve algum problema que te chamou mais atenção? Seja pela dificuldade, solução ou raciocínio. (Descreva como era o problema e o que chamou mais atenção)

A pergunta 11 teve como objetivo abrir um espaço para as observações dos alunos, deixando-os comentar o que mais chamou atenção. Apenas 8 dos 44 alunos fizeram comentário significativo para a pesquisa, os restantes responderam que não tiveram. Na próxima subsecção será apresentada os comentários de alguns desses alunos.

6.1 Destaques dos resultados

As perguntas 2 e 3 direcionadas aos professores expressam como o ensino de progressões tem sido carecido e incerto aos alunos do 8º ano do E.F da rede pública. Além disso, notou-se que a maior parte dos livros concorridos na PNLD não aborda o conteúdo de progressões. O que leva a deduzir que, futuramente, os alunos poderão ter dificuldades em identificar regularidades e fazer associações de sequências numéricas.

Os dados obtidos nas demais escolas repercute na realidade dos alunos que participaram do projeto. Em sua maioria não haviam estudado ou não lembram de ter estudado o assunto de progressões. O que leva a reafirmação dos professores que consideram o ensino de progressões como pouco ou não trabalhado na educação básica.

Um aluno destacou que no 9º ano o professor passou uma atividade que envolvia progressões. Outro aluno especificou que havia estudado progressões enquanto estudava assistindo vídeos-aulas de matemática na plataforma do YouTube.

Os resultados obtidos nas perguntas 2, 3 e 4 direcionadas aos alunos evidenciam o ensino de progressão por meio de resolução de problemas como uma metodologia de ensino otimista e assertiva. Especificamente, a modelagem matemática contribuiu para a geração dos dados das perguntas 3, 5 e 6, destacando que por meio dela que foram criadas e selecionadas as situações-problemas utilizadas para resolução (BIEMBENGUT, 2014).

Os dados obtidos nas perguntas 4, 7, 8, 9 e 10 corroboram para a validação da Sequência Didática utilizada, que por sua vez, confirmam a aprendizagem dos alunos. Percebe-se que sem um planejamento eficaz (CABRAL, 2017) não seria possível usufruir da carga horária estipulada de maneira que todas as etapas selecionadas fossem cumpridas.

Sobre a pergunta 11, os alunos comentaram:

- *"Sim. a questão do questionario de progressão geométrica me chamou atenção, uma vez que me fez entender na prática como se aplicava o conteúdo que o professor havia ensinado na aula".*
- *"os problemas em que envolveu a soma de n termos de uma progressão, pois é necessário encontrar o An e outros termos importantes para realização da questão, o que reflete uma complexidade maior"*
- *"Sim, na aula passada sobre P.A. A questão falava sobre uma pilha de copos que aumentava conforme a base fosse maior. O que me chamou atenção que a questão era fácil após aplicar as formulas que o professor ensinou".*

Analisando as resoluções dos alunos, observou-se a aplicação de uma estratégia ensinada durante a aula para calcular a soma dos n primeiros termos de uma P.A. Vejamos na figura a seguir:

Figura 17: Cálculo do problema 5 feito por um aluno

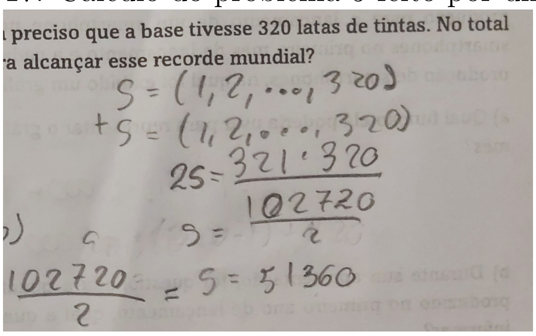
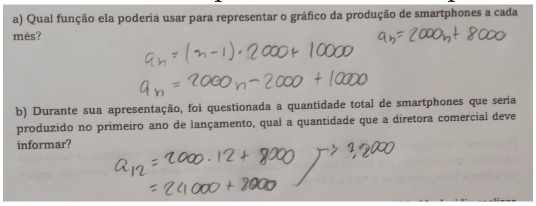


Foto tirada pelo autor

Notou-se que ele utilizou da ideia de Gauss para a solução do problema, embora não tenha sido totalmente igual ao demonstrado, percebe-se que ele conseguiu assimilar que deveria somar o primeiro com o último e multiplicar pela quantidade de parcelas, para em seguida, dividir por 2.

No problema 2, observou-se um erro comum entre os alunos, tal qual podemos visualizar na figura abaixo:

Figura 18: Cálculo do problema 2 feito por um aluno



a) Qual função ela poderia usar para representar o gráfico da produção de smartphones a cada mês?

$a_n = (n-1) \cdot 2000 + 10000$

$a_n = 2000n - 2000 + 10000$

$a_n = 2000n + 8000$

b) Durante sua apresentação, foi questionada a quantidade total de smartphones que seria produzido no primeiro ano de lançamento, qual a quantidade que a diretora comercial deve informar?

$a_{12} = 2000 \cdot 12 + 8000$

$= 24000 + 8000$

$\to 32000$

Foto tirada pelo autor

Nota-se que no item b) houve apenas uma substituição de $n = 12$ na função obtida por ele. Entretanto, após identificar que alguns alunos estavam seguindo a mesma logica, fizemos uma análise crítica das soluções dizendo: "O a_{12} representa que valor? Ele representa a quantidade total de produção ou uma quantidade específica no mês 12? Qual fórmula conseguimos obter a soma dos termos da P.A?" Após a análise crítica das soluções, notou-se que os alunos identificaram seus erros e chegaram a solução.

Um aluno comentou que na pergunta 8 do questionário respondeu por meio de eliminação, ele notou que o número 11 não poderia ser a razão e não fazia sentido está relacionado ao termo geral ou a progressão geométrica, então decidiu marca a opção que seria mais provável que era o terceiro termo. Percebe-se que para ele chegar nessa conclusão, foi essencial comparar o conceito de razão, termo geral e progressão geométrica, o que demonstra que ele conseguiu compreender esses conceitos.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Concordamos que "o primeiro passo para aprender a pensar matematicamente é aprender a descobrir padrões e a estabelecer conexões" (VALE; PIMENTEL, 2010, p. 33), entretanto, notou-se nas escolas públicas que o ensino de progressões na educação básica e nos livros didáticos não tem sido explorado com um olhar de relevância.

Devemos analisar esse resultado contraproducente com cautela, uma vez que a falta de ensino do conteúdo de progressões resulta na debilitação ou o não desenvolvimento de habilidades importantes para o ser humano, tal como a identificação de regularidades e padrões existentes no cotidiano, assim como é proposto pela BNCC (BRASIL, 2017).

A pesquisa demonstrou que o ensino de progressões por meio da resolução de problemas em modelagem matemática proporcionou uma construção do conhecimento matemático de forma crítica-reflexiva, na qual impactou num alto rendimento da aprendizagem dos indivíduos da pesquisa, observando que a maioria não havia ou não lembrava de ter estudado o conteúdo até então.

Observou-se que a modelagem matemática permitiu a elaboração e seleção de situações problemas interessantes e representativos sobre o conteúdo de progressões. Além disso, notamos que a proposta das resoluções dos problemas apresentados permitiu aos alunos por em prática o conhecimento aprendido durante as aulas, conciliando momentos de autorreflexão e de tira dúvidas.

A proposta de ensino e a sequência didática apresentada foram demonstradas bastante útil no processo de ensino e aprendizagem. Entretanto, é importante destacar que, independente, dos resultados obtidos, é preciso novas validações buscando diferentes perspectivas de ensino, cultura, situações sociais e econômicas.

Espera-se que a pesquisa motive novas validações sobre o uso da resolução de problemas como metodologia de ensino-aprendizagem e, especialmente, oriente a aplicação da proposta de ensino nos demais meios de ensino da matemática.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino - aprendizagem com Modelagem matemática**. 2002.

BERTONE, Ana Maria Amarillo; BASSANEZI, Rodney Carlos; JAFELICE, Rosana Sueli da Motta. **Modelagem Matemática**. Uberlândia, MG: UFU, 2014.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem Matemática & Resolução de Problemas, Projetos e Etnomatemática: Pontos Confluentes**. ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.7, n.2, p.197-219, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. 135p. v. 2, Brasília, 2006.

BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel. **Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas**. Educ. Mat. Pesqui., São Paulo, v. 10, n. 1, pp. 17-34, 2008.

BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem**. 1992. 460f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1992.

CABRAL, Natanael Freitas. **Sequências didáticas: estrutura e elaboração**. Belém: SBEM, 2017. 104 p.

DENZIN, Norman K.; LINCOLN, Yvonna S. Introdução: a disciplina e a prática da pesquisa qualitativa. In: DENZIN, N. K. e LINCOLN, Y. S. (Orgs.). **O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 15-41.

FIORENTINI, Dario. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e Metodológicos**. Dario Fiorentini, Sergio Lorenzato. - 3. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

GUIDORIZZI, Hamilton Luiz. **Um curso de cálculo**. In___. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Ltda., 1988.

MINAYO, Marília Cecília de Souza (Org.). **Pesquisa Social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

VALE, Isabel.; PIMENTEL, Teresa.**Padrões e conexões matemáticas no ensino básico** . Educação e Matemática. Lisboa, [s.v.], n. 110, p. 33-38, 2010.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998. 224 f.

APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO APLICADO AOS PROFESSORES

Pergunta 1: Neste ano de 2024, já foi realizado o ensino do conteúdo de Progressões para seus alunos? Sim; Não

Pergunta 2: Caso o item anterior seja respondido que “NÃO”: É esperado que seja feita uma abordagem do conteúdo até a conclusão do ano letivo (2024)? Sim; Não; Incerto

Pergunta 3: Com base em suas experiências como professor na Educação Básica. O ensino de Progressões é visto como um conteúdo: Bem trabalhado; Pouco trabalhado; Não trabalhado

APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS

Pergunta 1: Você estudou ou lembra de ter estudado sobre Progressões Aritmética ou Geométrica antes? (Se sim, descreva em que momento) Sim; Não

Pergunta 2: A forma que o conteúdo de Progressões foi desenvolvido gerou impacto Positivo para sua aprendizagem? Sim; Não

Pergunta 3: Os problemas e as soluções apresentadas foram coerente para você? Sim; Não

Pergunta 4: A maneira que as resoluções dos problemas foi desenvolvida contribuiu para compreensão? Sim; Não

Pergunta 5: Os problemas solucionados por você, sozinho ou com orientação (sendo antes do professor validar os resultados), foram: Muitas; Metade; Poucas; Nenhuma

Pergunta 6: Os problemas, exemplos e contextualização apresentados durante a aula possibilitaram reconhecer outros exemplos de Progressões no dia a dia? Sim; Não

Pergunta 7: Se você criar uma progressão aritmética cujo o primeiro termo é 5, e os termos posteriores é obtido pela soma do número 3 com o termo anterior. Temos que nessa situação, o numero 3 da Progressão equivale: O terceiro termo; A razão; O termo geral; A progressão Geométrica

Pergunta 8: Se você criar uma progressão aritmética cujo o primeiro termo é 5, e os termos posteriores é obtido pela soma do número 3 com o termo anterior. O número 11 não foi contextualizado nessa situação, mas pelos dados observados podemos concluir que o 11 é: O terceiro termo; A razão; O termo geral; A progressão Geométrica

Pergunta 9: Se você criar uma progressão aritmética cujo o primeiro termo é 5, e os termos posteriores é obtido pela soma do número 3 com o termo anterior. Se em vez de somar o número 3 com o termo anterior, fosse feita uma multiplicação, nesse caso teríamos: O terceiro termo; A razão; O termo geral; A progressão Geométrica

Pergunta 10: Se você criar uma progressão aritmética cujo o primeiro termo é 5, e os termos posteriores é obtido pela soma do número 3 com o termo anterior. A expressão $3n + 2$ equivale: O terceiro termo; A razão; O termo geral; A progressão Geométrica

Pergunta 11: Teve algum problema que te chamou mais atenção? Seja pela dificuldade, solução ou raciocínio. (Descreva como era o problema e o que chamou mais atenção)